Warith Scientific Journal

تقدير دالة البقاء للأشخاص المصابين بفايروس كرونا في محافظة كربلاء المقدسة بواسطة أنموذج احتمالي جديد مقترح (Frecht – Gamma)

Estimating the survival function of people infected with covid-19 in the holy city of Karbala by a proposed new probability model (Frecht-Gamma)

أ.د عواد كاظم شعلان الخالدي
Prof.Awad kadim Shaalan AL-Khalidi

كلية الادارة والاقتصاد جامعة وارث الانبياء ,كربلاء ,العراق
k@s.uokerbala.edu.iq

كرم ناصر حسين العبادي
Karam Nasser Hussein Al-Abadi

كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء ,كربلاء ,العراق
karam.n@s.uokerbala.edu.iq

المستخلص:

قدم هذا البحث الأنموذج الاحتمالي المختلط (فريجت – كاما) الذي تم الحصول عليه عن طريق خلط توزيعين مفردين هما التوزيع كاما Gamma(2, β)وتوزيع فريجت وذلك بأستعمال معلمة تعرف بمعلمة الخلط بين التوزيعات(α) بغية الحصول على توزيع احتمالي جديد يمتاز بالدقة والشمولية والحداثة والمرونة في تمثيل بيانات الظاهرة المدروسة اذ تم اشتقاق بعض الخصائص الرياضية للتوزيع المقترح ،حيث تم اشتقاق مقدرات دالة البقاء وذلك بأستعمال طريقة لإمكان الاعظم(Maximum likelihood Method) ,والعزوم (Moment)، اما في الجانب التجريبي تم توظيف محاكات مونت كارلو بطريقة الرفض والقبول لتوليد البيانات العشوائية لعينة مكونة من ثلاثة حجوم عينات (25,50,100) تتبع الانموذج المختلط (فريجت – كاما) وذلك بهدف إعطاء فكرة كاملة عن المقاييس الإحصائية المستعملة وباستخدام المؤشرالاحصائي متوسط مربعات الخطاء التكاملي (IMSE) للمقارنة بين افضلية طرائق التقدير المستعملة،اذ اظهرت افضليه طريقة الامكان الاعظم (ML) في تقدير دالة البقاء لحجوم العينات المتوسطة والكبيرة اما في الجانب التطبيقي (الحقيقي) أستعمل الباحث طريقة الامكان الاعظم لتقدير دالة البقاء على عينة الدراسة (مرضى فايروس كرونا في محافظة كربلاء المقدسة) للمدة بين (2020/5/8) ولغاية (2020/7/17) اذ كانت عدد المشاهدات (50) وقد اثبتت النتائج المبينة في الجانبين التجريبي والتطبيقي التأكد على أستعمال طريقة الامكان الأعظم لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات المتوسطة والكبيرة وكذالك التوصية باعتماد نتائج البحث لدى دائرة صحة كربلاء المقدسة .

الكلمات المفتاحية: طريقة الإمكان الأعظم ، طريقة العزوم، توزيع مختلط (Frecht – Gamma)

ABSTRACT:

This research presented the mixed probabilistic model (Frecht - Gamma), which was obtained by mixing two single distributions, namely the Gamma(2,β) distribution, and the Frecht distribution, using a parameter known as the parameter mixing between the distributions (α) in order to obtain a new probability distribution characterized by accuracy. comprehensiveness, modernity, and flexibility in representing the data of the phenomenon studied, and the research mainly aims to estimate the survival function by using amethod for the Maximum Likelihood Method and Moment, but on the experimental side, Monte Carlo simulations were employed by the rejection and acceptance method to generate random data for a sample. It consists of three sample sizes (25,50,100) that follow the mixed model (Frecht - Gama) in order to give a complete idea of the statistical measures used and by using the statistical indicator, the mean integral error squares (IMSE) to

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

compare the preference of the estimation methods used. It showed the preference of the Maximum Likelihood Method (ML) in estimating the survival function for medium and large sample sizes. The empirical and applied sides: Confirming the use of the greatest possibility method to estimate the survival function at medium and large sample sizes, as well as recommending the adoption of the research results at the Holy Karbala Health Department.

1-المقدمة:

تعد مرحلة وضع البيانات ضمن أنموذج علمي مدروس يناسبها من أهم مراحل التحليل الإحصائي التي تعتمد عليها بقية المراحل وتعرف هذه المرحلة بمرحلة " نمذجة البيانات " والتي تستعمل لتوزيعات احتمالية معروفة لتمثيل البيانات والظواهر المدروسة. وفي هذا البحث سوف يتم دراسة النموذج المختلط الناتج عن استعمال توزيعين احتماليين مفردين أحدهما توزيع كاما، والاخر توزيع فريجت وطريقة بناء النموذج الاحتمالي المختلط واشتقاق بعض الخصائص الرياضية المرتبطة بالتوزيع المقترح ، اما في الجانب التجريبي تم توظيف اسلوب المحاكاة مونت كارلو للمقارنة بين مقدرات طريقة الإمكان الأعظم (Method likelihood Maximum)وطريقة العزوم لتقدير دالة البقاء بأستعمال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطاء التكاملي (IMSE) للمقارنة بين افضلية هذه طرائق المستعملة لتقدير دالة البقاء.

2-مشكلة البحث:

تمثلت مشكلة الرسالة بظهور جائحة كورونا (كوفيد -19) التي انتشرت عبر القارات بسرعة هائلة وخلفت مئات الملايين من الإصابات وعشرات الملايين من الوفيات في مدة زمنية قصيرة، ما سبب الخوف والهلع لدى المجتمعات الإنسانية، وعرقلة عجلة الاقتصاد العالمي، ما أوجب القيام بالبحوث والدراسات، لتفسير سلوك هذه الجائحة، ومحاولة السيطرة عليها قدر الأماكن.

3-هدف البحث:

1- تقدير دالة البقاء لنموذج احتمالي مختلط (فريجت– كاما).

2- الحصول على افضل طريقة من طرائق التقدير باستعمال المحاكاة.

3-تطبيق الطريقة الأفضل في الجانب التجريبي على عينة حقيقية من مرضى فايروس كرونا في كربلاء المقدسة.

4-دالة البقاء :

أحد أساليب في علم الإحصاء هو تحليل البقاء على قيد الحياة، الذي يصف الموت في الكائنات الحية والفشل في لأنظمة والمكائن إضافة الى استخداماتها في الجانب الحياتي والجانب الطبي ويمكن تعريف وقت البقاء على انه حدوث حدث معين، كظهور مرض معين او الاستجابة الى العلاج معين او الانتكاسة او الموت، يتركز تحليل البقاء على قيد الحياة بشكل رئيسي على التنبؤ في تحديد احتمال المخاطر ويرمز لها بالرمز $S(t)$ ويمكن التعبير عنها رياضيا كالاتي [7] [8] :

$$S(t) = 1 - F(t) \quad \dots (1)$$

$F(t)$: يمثل دالة الكثافة التجميعية التراكمية للمتغير العشوائي.

t:يمثل زمن بقاء الكائن الحي على قيد الحياة .

5-توزيع فريجت:

يعد توزيع فريجت [13]من التوزيعات الإحصائية المستمرة المستخدمة بشكل واسع في نمذجة بيانات الحياة يستخدم في تحليل الاشارات

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

الضوئية ودراسة الظواهر العشوائية مثل سرعة الرياح وهطول الامطار ودالة البقاء، ينتسب هذا التوزيع الى العالم الفرنسي عام (Maurice Frechet 1973) وأن اكتشاف هذا التوزيع ساهم في تطور الإحصاء ، ويعد احد نماذج الفشل ،وان توزيع فريجت(Frecht Distribution) له العديد من الاستعمالات في الحقول المختلفة و منها في دراسات المعولية، و ان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزع تكون بالصيغة التالية:

$$f(x,\theta,\gamma)=\frac{\gamma}{\theta}\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1}e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}} \qquad x>0,\theta>0,\gamma>0 \qquad \dots(2)$$

حيث ان: -

γ : معلمة الشكل (Shape parameters).

θ : معلمة القياس(Scale parameter) .

وأن دالة الكثافة التجميعية للتوزيع C·D·F تكتب بالصيغة التالية:

$$F(x,\theta,\gamma)=e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}} \qquad \dots(3)$$

6-توزيع كاما:

وهو من التوزيعات الاحتمالية المستمرة الذي يعطى بالصيغة الاتية:[11]

$$f(x,\alpha,\beta)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\beta^{\alpha}x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}} \qquad \dots(4)$$

عندما تكون $\alpha=2$ فأن دالة الكثافة الاحتمالية $\text{Gamma}(2,\beta)$

$$f(x,2,\beta)=\beta^{2}x\,e^{-\frac{x}{\beta}} \qquad \dots(5)$$

β : معلمة القياس(Scale parameter) .

وأن دالة الكثافة التجميعية للتوزيع C·D·F تكتب بالصيغة التالية:

$$F(x,\beta)=1-(\beta x+1)\,e^{-\beta x} \qquad \dots(6)$$

7-التوزيع الاحتمالي المختلط (فريجت –كاما) :

كان تركيز اغلب الدراسات والبحوث السابقة على التوزيعات الأحادية سواء كانت هذه التوزيعات مستمرة ام متقطعة وان هذه التوزيعات لا تحقق المرونة الكافية في كثير من الحالات لذا لجاء الباحث الى استخدام تقنية خلط التوزيعات الاحتمالية [13]. التوزيع المختلط يمكن تعريفه على انه التوزيع الناتج من خلط توزيعين احتمالين وبتعبير اخر هو خلط توزيعات المجتمعات الجزئية وفق نسب ما يمثله من كل مجتمع الأصلي وعليه فأن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المختلط بصورة عامة يمكن كتابتها [11]بالصيغة.

$$f(x)=P_1f_1(x)+P_2f_2(x)+P_3f_3(x)\dots\dots\dots\dots P_nf_n(x) \qquad \dots(7)$$

تحت الشرط التالي:

$$\sum_{i=1}^{n}P_i=1$$

وان التوزيع الاحتمالي الجديد الذي يتم بناء الدالة الاحتمالية الناتج من خلط متغيرين عشوائيين احدهما يتبع توزيع كاما

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

Gamma$(2,\beta)$ بمعلمة قياس (β) وتوزيع فريجت (Frecht) بمعلمة قياس (θ) ومعلمة شكل (γ) وبالاعتماد على المعادلة السابقة فـأن صيغة الخليط تكتب وفق الصيغة الاتية :

$$f(x) = Pf_1(x) + (1-P)f_2(x) \quad \dots (8)$$

وان نسبة الخلط $P = \frac{\alpha}{\alpha+1}$

حيث ان α تمثل معلمة الخلط (نسبة مساهمة كل توزيع من التوزيعات المفردة في التوزيع المختلط (فريجت- كاما)يمكن كتابتها بالشكل الاتي :

$$f(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}\left[\alpha\beta^2 x e^{-\beta x} + \frac{\gamma}{\theta}\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\right] ،x,\beta,\theta,\gamma,\alpha > 0 \quad \dots (9)$$

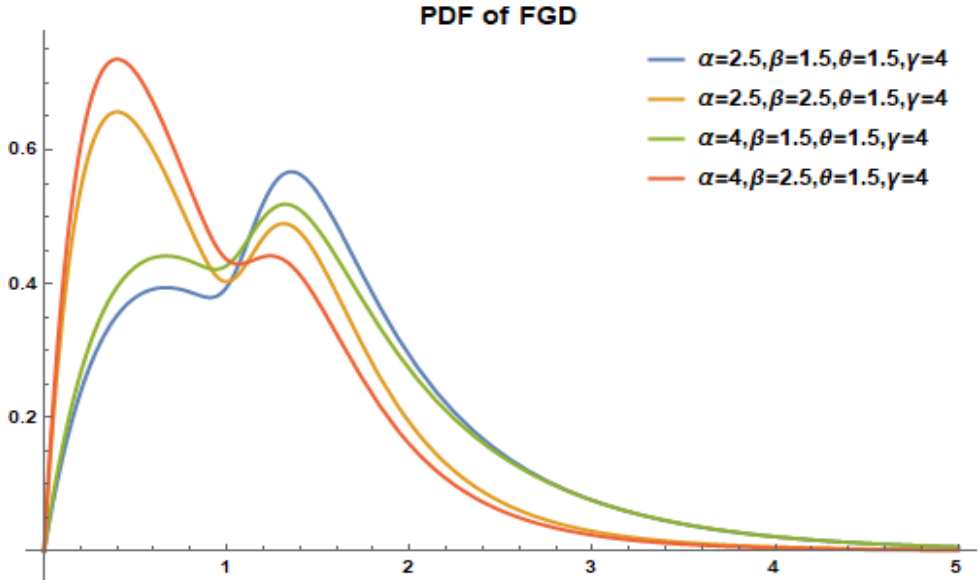
γ : معلمة الشكل (Shape parameters)

θ : معلمة القياس(Scale parameter) ·

β : معلمة القياس(Scale parameter) ·

α : معلمة نسبة الخل(Mixing proportion parameter) ·

والشكل رقم (1)يوضح سلوك الدالة الاحتمالية للنموذج الاحتمالي المختلط (FGD)وهو من اعداد الباحث بالاعتماد على برنامج (Wolfram Mathematica).



شكل (1) يوضح سلوك الدالة الاحتمالية للنموذج الاحتمالي المختلط (FGD)

8- دالة الكثافة التجميعية للتوزيع المختلط (F-G):)

بالاعتماد على العلاقة الاتية[7]:

$$F(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha) = P_1F(x1) + (1-P_1)F(x2) \quad \dots (10)$$

$F(x1)$: دالة الكثافة التجميعية للتوزيع لتوزيع كاما.

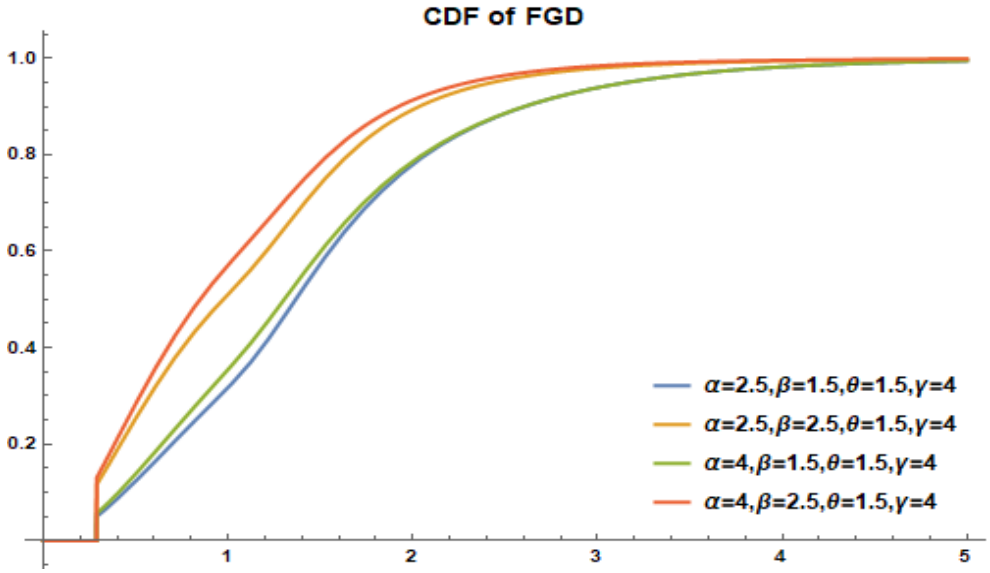
$F(x2)$: دالة الكثافة التجميعية للتوزيع لتوزيع فريجت.

لذألك فأن دالة التراكمية التجميعية للتوزيع المختلط فريجت كاما (FGD) يمكن صياغتها بالشكل الاتي: -

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

$$F(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha)=\frac{1}{\alpha+1}\left(\alpha\left[1-(\beta x+1)\,e^{-\beta x}\right]+e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\right) \quad \dots (11)$$

والشكل رقم (2)يوضح سلوك الدالة الكثافة التجميعية التراكمية للنموذج الاحتمالي المختلط (FGD)وهو من اعداد الباحث بالاعتماد على برنامج (Wolfram Mathematica).



شكل (2)يوضح سلوك الدالة الاحتمالية التراكمية للنموذج الاحتمالي المختلط (FGD)

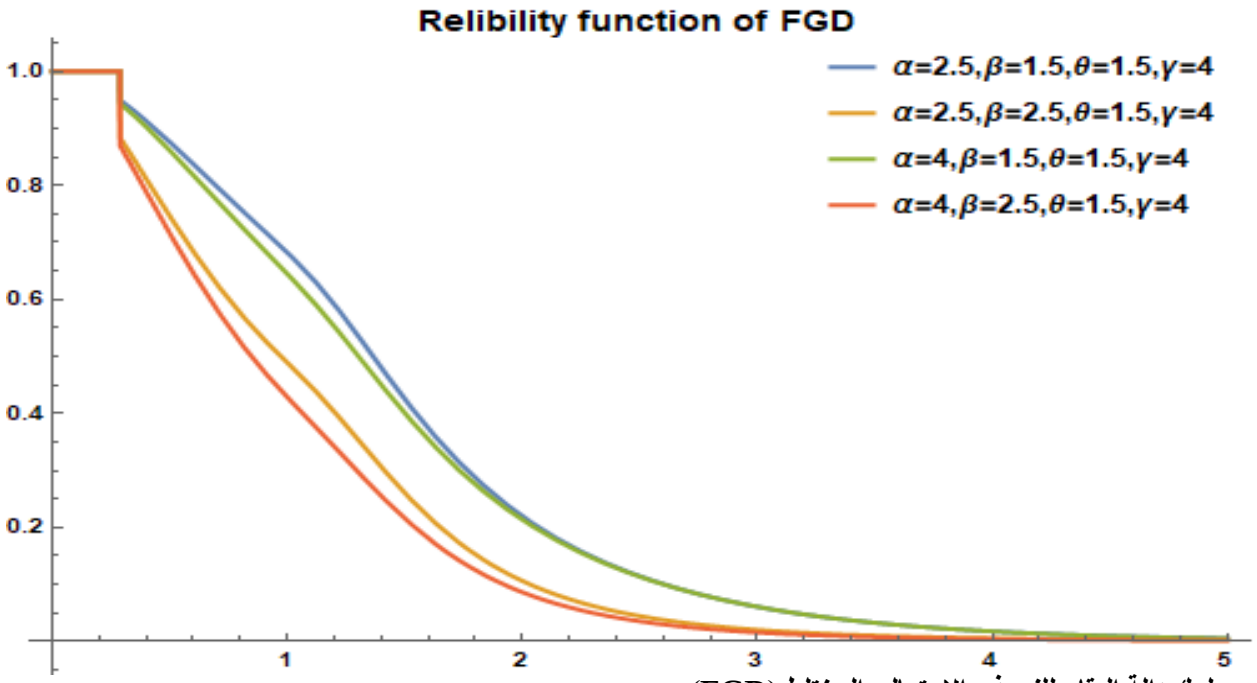
9- دالة البقاء للتوزيع المختلط (FGD):

$$S(t)=1-F(t)$$

$$S(t)=1-\left(\frac{\alpha\left[1-(\beta\,xi+1)e^{-\beta\,xi}\right]+\left[e^{-\left(\frac{\theta}{xi}\right)^{\gamma}}\right]}{(\alpha\ +1)}\right) \quad \dots (12)$$

والشكل رقم (3)يوضح سلوك دالة البقاء للنموذج الاحتمالي المختلط (FGD)وهو من اعداد الباحث بالاعتماد على برنامج (Wolfram Mathematica).

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022



شكل (3)يوضح سلوك دالة البقاء للنموذج الاحتمالي المختلط (FGD)

10-خصائص التوزيع المختلط (FGD):

10-1 اشتقاق صيغة العزم المركزي:

$$E(x-M)^r = \mu_r = \frac{1}{\alpha+1}\int_0^{\infty}(x-M_1)^r\ \alpha\beta^2 x e^{-\beta x} + \frac{\gamma}{\theta}\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}} \qquad \dots (13)$$

$$= \int_0^{\infty}(x-M_1)^r \frac{\alpha}{\alpha+1} X\beta^2 e^{-\beta x}\,dx + \int_0^{\infty}(x-M_2)^r \frac{1}{\alpha+1}\left[\frac{\gamma}{\theta}\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\right]dx$$

Let $c1=\int_0^{\infty}(x-M)^r \frac{\alpha}{\alpha+1} X\beta^2 e^{-\beta x}\,dx$

$$= \frac{\alpha\beta^2}{\alpha+1}\int_0^{\infty}(x-M2)^r X\ e^{-\beta x}\,dx$$

$$u = \beta x.\ x = \frac{u}{\beta}.dx = \frac{du}{\beta}$$

$$= \frac{\alpha\beta^2}{\alpha+1}\int_0^{\infty}\left(\frac{u}{\beta}-M\right)^r\left(\frac{u}{\beta}\right)e^{-u}\ \frac{du}{\beta}$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha+1}\int_0^{\infty}\left(\frac{u}{\beta}-M\right)^r u\,e^{-u}\,du$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{r} c_j^r\left(\frac{1}{\beta}\right)^j(-M)^{r-j}\int_0^{\infty}u^{j+1}\ e^{-u}\,du$$

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

$$c1 = \frac{\alpha}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{j}(-M)^{r-j}\,\Gamma(j+2) \qquad \dots(14)$$

وبالنسبة للحد الثاني

$$(x-M)^{r} = \int_{0}^{\infty}(x-M)^{r}\,\frac{1}{\alpha+1}\left[\frac{\gamma}{\theta}\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1}e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\right]dx$$

$$\text{Let } c2 = \frac{\gamma}{(\alpha+1)\theta}\int_{0}^{\infty}(x-M)^{r}\left[\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1}e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\right]dx$$

$$u = \theta^{\gamma}x^{-\gamma}\,. \quad \frac{du}{dx} = \theta^{\gamma}\left(-\gamma x^{-\gamma-1}\,\theta^{\gamma}\right) \qquad x = u - \frac{\theta}{\gamma}$$

$$(x-M)^{r} = \frac{\gamma}{(\alpha+1)\theta}\int_{0}^{\infty}\left(\left(u-\frac{\theta}{\gamma}\right)-M\right)^{r}\left[\left(\frac{\theta}{u-\frac{\theta}{\gamma}}\right)^{\gamma+1}e^{-(u)^{\gamma}}\right]\theta^{\gamma}\left(-\gamma x^{-\gamma-1}\,\theta^{\gamma}\right)du$$

$$(x-M)^{r} = \frac{-1}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(\theta)^{j}(-M)^{r-j}\,\Gamma\left(1-\frac{j}{\gamma}\right)$$

$$c2 = \frac{-1}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(\theta)^{j}(-M)^{r-j}\,\Gamma\left(1-\frac{j}{\gamma}\right)$$

$$(x-M)^{r} = c1 + c2$$

$$(x-M)^{r} = \mu_{r} = \frac{\alpha}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{j}(-M1)^{r-j}\,\Gamma(j+2) - \frac{1}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(\theta)^{j}(-M2)^{r-j}\,\Gamma\left(1-\frac{j}{\gamma}\right)$$

ومنها فأن:

$$(x-M)^{1} = \mu_{1} = \frac{\alpha}{\alpha+1}\left[-M1+\left(\frac{2}{\beta}\right)\right] - \frac{1}{\alpha+1}\left[-M2+\theta\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right]$$

$$\text{when } M1 = \frac{2}{\beta}\,, M2 = \theta\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)$$

$$(x-M)^{1} = \frac{\alpha}{\alpha+1}\left[\frac{2}{\beta}-\frac{2}{\beta}\right] - \frac{1}{\alpha+1}\left[\left[-\theta\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)+\theta\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right]\right]$$

$$(x-M)^{1} = \text{zero}$$

$$(x-M)^{2} = \mu_{2} = \frac{\alpha}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{j}(-M1)^{2-j}\,\Gamma(j+2) - \frac{1}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}(\theta)^{j}(-M2)^{2-j}\,\Gamma\left(1-\frac{j}{\gamma}\right)$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha+1}\left[\left(\frac{2}{\beta}\right)^{2}+\frac{4}{\beta}\left(-\left(\frac{2}{\beta}\right)\right)+\frac{6}{\beta^{2}}\right] - \frac{1}{\alpha+1}\left[\left(\theta^{2}\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right)^{2} - 2\theta^{2}\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{2}+\theta^{2}\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)\right]$$

$$= \frac{2}{\beta^{2}}\left[\frac{\alpha}{\alpha+1}\right] - \frac{1}{\alpha+1}\left[\theta^{2}\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)+\theta^{2}\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{2}\right] \qquad \dots(16)$$

$$(x-M)^{3} = \mu_{3} = \frac{\alpha}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{3}\binom{3}{j}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{j}(-M1)^{3-j}\,\Gamma(j+2) - \frac{1}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{3}\binom{3}{j}(\theta)^{j}(-M2)^{3-j}\,\Gamma\left(1-\frac{j}{\gamma}\right)$$

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

$$(x - M)^3 = \frac{\alpha}{\alpha+1}\left[\frac{4}{\beta^3}\right] - \frac{1}{\alpha+1}\left[2\theta^3\Gamma(1-\frac{1}{\gamma}) - 3\theta^3\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right) + \theta^3\Gamma\left(1-\frac{3}{\gamma}\right)\right] \quad \dots (17)$$

$$(x - M)^4 = \frac{\alpha}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{4}\binom{4}{j}\left(\frac{1}{\beta}\right)^j(-M1)^{4-j}\Gamma(j+2) - \frac{1}{\alpha+1}\sum_{j=0}^{4}\binom{4}{j}(\theta)^j(-M2)^{4-j}\Gamma(1-\frac{j}{\gamma})$$

$$(x - M)^4 = \frac{\alpha}{\alpha+1}\left[\frac{24}{\beta^4}\right] - \frac{1}{\alpha+1}\left[-3\theta^4\left(\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right)^4 + 6\theta^4\left(\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right)^2\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right) - 4\theta^4\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right]$$

$$\Gamma\left(1-\frac{3}{\gamma}\right) + \theta^4\Gamma\left(1-\frac{4}{\gamma}\right) \quad \dots (18)$$

10-2أشتقاق صيغة العزم اللامركزي الرائي حول نقطة الأصل :

$$\mu'_r = E(X^r) = \int_0^\infty X^r\, f(x)\cdot d(x) \quad \dots (19)$$

بالنسبة للحد الأول

$$\mu'_r = E(X^r) = \frac{1}{\alpha+1}\int_0^\infty X^r\left(\alpha\beta^2 x e^{-\beta x} + \frac{\gamma}{\theta}\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^\gamma}\right)\cdot d(x)$$

$$m_1 = \frac{\alpha}{\alpha+1}\beta^2\int_0^\infty x^{r+1}\, e^{-\beta x}dx$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha+1}\beta^2\int_0^\infty \left(\frac{u}{\beta}\right)^{r+1} e^{-u}\frac{du}{\beta}$$

$$= \frac{\alpha\beta^2}{(\alpha+1)\,(\beta)^{r+1}}\int_0^\infty (u)^{r+1}\, e^{-u}\frac{du}{\beta}$$

$$m_1 = \frac{\alpha\beta^2\Gamma(r+2)}{(\alpha+1)\,(\beta)^{r+2}} \quad \dots (20)$$

بالنسبة للحد الثاني

$$m_2 = \frac{1}{\alpha+1}\left(\frac{\gamma}{\theta}\right)\int_0^\infty x^r\left[\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^\gamma}\right]dx$$

$$u = \left(\frac{\theta}{x}\right)^\gamma . x = u\gamma^{-\frac{1}{\gamma}} \qquad . dx = \left(-\frac{\theta\, u^{\frac{-1}{\gamma}-1}}{\gamma}du\right)$$

$$m_2 = \frac{1}{\alpha+1}\left(\frac{\gamma}{\theta}\right)\int_0^\infty \left[\left(u\gamma^{-\frac{1}{\gamma}}\right)^r\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-u} - \frac{\theta\, u^{\frac{-1}{\gamma}-1}}{\gamma}du\right]$$

$$m_2 = \frac{1}{\alpha+1}\theta^r\Gamma(1-\frac{r}{\gamma}) \quad \dots (21)$$

$$\mu'_r = m_1 + m_2$$

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

$$\mu'_r = \frac{\alpha\beta^2\Gamma(r+2)}{(\alpha+1)\,(\beta)^{r+2}} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^r\Gamma\left(1-\frac{r}{\gamma}\right) \quad \dots (22)$$

Where r=1

$$\mu'_1 = E(x^1) = \frac{2\alpha}{(\alpha+1)} + \frac{1}{\alpha+1}\theta\,\Gamma(1-\frac{1}{\gamma})$$

$$\mu'_2 = E(x^2) = \frac{6\alpha}{(\alpha+1)\,\beta^2} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^2\Gamma(1-\frac{2}{\gamma})$$

$$\mu'_3 = E(x^3) = \frac{24\alpha}{(\alpha+1)\beta^3} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^3\Gamma(1-\frac{3}{\gamma})$$

$$\mu'_4 = E(x^4) = \frac{120\alpha\beta^2}{(\alpha+1)\,\beta^4} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^4\Gamma\left(1-\frac{4}{\gamma}\right)$$

3-10معامل الاختلاف :

$$C\cdot V = \frac{\sigma}{\mu'_1}\times 100\%$$

$$C\cdot V = \frac{\sqrt{\frac{2}{\beta^2}\left[\frac{\alpha}{\alpha+1}\right]-\frac{1}{\alpha+1}\left[\theta^2\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)+\theta^2\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^2\right]}}{\frac{2\alpha}{(\alpha+1)}+\frac{1}{\alpha+1}\theta\,\Gamma(1-\frac{1}{\gamma})}\times 100\%$$

4-10معامل الالتواء :

$$S\cdot K = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$S\cdot K = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+1}\left[\frac{4}{\beta^3}\right]-\frac{1}{\alpha+1}\left[2\theta^3\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)-3\theta^3\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)+\theta^3\Gamma\left(1-\frac{3}{\gamma}\right)\right]}{\left(\frac{2}{\beta^2}\left[\frac{\alpha}{\alpha+1}\right]-\frac{1}{\alpha+1}\left[\theta^2\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)+\theta^2\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^2\right]\right)^{\frac{3}{2}}}$$

5-10معامل التفلطح:

$$C\cdot K = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3$$

$$C\cdot K = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+1}\left[\frac{24}{\beta^4}\right]-\frac{1}{\alpha+1}\left[-3\theta^4\left(\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right)^4+6\theta^4\left(\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\right)^2\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)-4\theta^4\,\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\Gamma\left(1-\frac{3}{\gamma}\right)+\theta^4\,\Gamma\left(1-\frac{4}{\gamma}\right)\right]}{\left(\frac{2}{\beta^2}\left[\frac{\alpha}{\alpha+1}\right]-\frac{1}{\alpha+1}\left[\theta^2\Gamma\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)+\theta^2\Gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^2\right]\right)^2} - 3$$

11-طريقة الإمكان الأعظم ML:

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

تعد هذه الطريقة من طرائق التقدير التقليدية [5] المهمة في عملية التقدير واكثرها استخداما كونها تمتاز بخصائص جيدة منها الكفاية والثبات والاتساق وعدم التحيز وتملك اقل تباين, وتكون اكثر دقة عندما يكون حجم العينة كبير, وان مبدأ وهدف هذه الطريقة هو ايجاد قيم تقديرية للمعلمات التي نريد تقديرها وذلك بجعل دالة الامكان في نهايتها العظمى ويرمز لدالة الامكان بالرمز(ML) لتكن $x_1, x_2, \dots, x_n$ مشاهدات عشوائية بحجم عينة n تتبع التوزيع المقترح (فريجت- كاما)فان دالة الإمكان للمشاهدات يمكن صياغتها بالشكل الآتي[1]:

$$Lf(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha) = \prod_{i=1}^{n} f(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha) \quad \dots (26)$$

$$= \left[\frac{1}{\alpha+1}\right]^n \sum_{i=1}^{n} \beta^2\alpha x e^{-\beta x} + \left[\frac{1}{(\alpha+1)\theta}\right]^n \sum_{i=1}^{n} \left[\gamma\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\right]$$

$$LnLf(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha) = -n\,Ln(\alpha+1) \sum_{i=1}^{n} Ln\left(\beta^2\alpha x e^{-\beta x}\right) - nLn(\theta) - nLn(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n} Ln\left(\gamma\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\right)$$

$$= -n^2 Ln[\alpha+1] Ln\left[\beta^2\alpha x e^{-\beta x}\right] + e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}} Ln\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma+1} nLn[1+a] - nLn[\theta]$$

$$\frac{dLnLf(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha)}{d\alpha} = 0$$

$$\frac{n^2\,Ln\left(\beta^2\alpha x e^{-\beta x}\right) - e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}} Ln\left(\frac{\theta}{x}\right) nln(\alpha+1)}{\alpha+1} - \frac{n^2\,Ln\,(1+\alpha)}{\alpha} = 0 \quad \dots (27)$$

$$\frac{dLnLf(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha)}{d\beta} = 0$$

$$\frac{Ln\,(1+\alpha)n^2(\beta x - 2)}{\beta} = 0$$

$$Ln\,(1+\alpha)n^2(\beta x - 2) = 0 \quad \dots (28)$$

$$\frac{dLnLf(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha)}{d\theta} = 0$$

$$(\gamma+1)ne^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}}\left(\gamma\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma}\right)(Ln(\theta) - Ln\,(1+\alpha) - 1)Ln\left(\frac{\theta}{x}\right) - Ln(\theta) + Ln\,(1+\alpha) = 0$$

$$\frac{dLnLf(x,\beta,\theta,\gamma,\alpha)}{d\gamma} = 0$$

$$-nL\,n(\theta) - Ln\,(1+\alpha)Ln\left(\frac{\theta}{x}\right)\left[Ln\left(\frac{\theta}{x}\right)\gamma\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma} Ln\left(\frac{\theta}{x}\right)\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\gamma} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)}\right] = 0 \quad \dots (30)$$

ان المعادلات (27)،(28)،(29)،(30)غير خطية ولا يمكن حلها بالطرائق التحليل الاعتيادية حيث إذ سيتم اللجوء الى الطرائق العددية لحلها وان تقدير دالة البقاء بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم تكون بالشكل الاتي:

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

$$S(x) = 1 - \left(\frac{\alpha_{MLE}\left[1 - (\beta_{MLE}xi + 1)e^{-\beta_{MLE}xi}\right] + \left[e^{-\left(\frac{\theta_{MLE}}{xi}\right)^{\gamma_{MLE}}}\right]}{(\alpha_{MLE} + 1)} \right) \quad \dots (31)$$

12-طريقة العزوم(MOM):

طريقة العزوم وهي طريقة واسعة الاستخدام حيث تعتمد على الدالة المولدة للعزوم وفي هذه الطريقة يتم مساوات مع الوسط الحسابي للمجتمع حيث تنتج عنها عدد من المعادلات الذي يكون عددها مساوي الى عدد المعالم وبحل هذه المعادلات حيث نحصل على المقدرات[6] [9].

$$M^r = \frac{\alpha\beta^2\Gamma(r+2)}{(\alpha+1)\,(\beta)^{r+2}} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^r\Gamma(1-\frac{r}{\gamma}) \quad \dots (32)$$

$$M^r = m^r$$

$$M^1 = \frac{2\alpha}{(\alpha+1)} + \frac{1}{\alpha+1}\theta\,\Gamma(1-\frac{1}{\gamma})$$

$$M^2 = \frac{6\alpha}{(\alpha+1)\,\beta^2} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^2\Gamma(1-\frac{2}{\gamma})$$

$$M^3 = \frac{24\alpha}{(\alpha+1)\beta^3} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^3\Gamma(1-\frac{3}{\gamma})$$

$$M^4 = \frac{120\alpha\beta^2}{(\alpha+1)\,\beta^4} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^4\Gamma(1-\frac{4}{\gamma})$$

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n}$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^2}{n}$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^3}{n}$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^4}{n}$$

$$\frac{2\alpha}{(\alpha+1)} + \frac{1}{\alpha+1}\theta\,\Gamma(1-\frac{1}{\gamma}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} \quad \dots (33)$$

$$\frac{6\alpha}{(\alpha+1)\,\beta^2} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^2\Gamma(1-\frac{2}{\gamma}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^2}{n} \quad \dots (34)$$

$$\frac{24\alpha}{(\alpha+1)\beta^3} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^3\Gamma(1-\frac{3}{\gamma}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^3}{n} \quad \dots (35)$$

$$\frac{120\alpha\beta^2}{(\alpha+1)\,\beta^4} + \frac{1}{\alpha+1}\theta^4\Gamma\left(1-\frac{4}{\gamma}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^4}{n} \quad \dots (36)$$

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

ان المعادلات (33)،(34)،(35)،(36)غير خطية ولا يمكن حلها بالطرائق التحليل الاعتيادية حيث إذ سيتم اللجوء الى الطرائق العددية لحلها وان تقدير دالة البقاء بأستعمال طريقة العزوم تكون بالشكل الاتي:

$$S(x) = 1 - \left(\frac{\alpha_{mom}[1-(\beta_{mom}xi+1)e^{-\beta_{mom}xi}] + \left[e^{-\left(\frac{\theta_{mom}}{xi}\right)^{\gamma_{mom}}}\right]}{(\alpha_{mom}+1)} \right)$$

13-الجانب التجريبي:

تم استخدام المحاكات [4]لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبا، حيث تم توليد البيانات التي تتبع التوزيع المقترح نظريا من دون الحصول عليها من الواقع العملي اذ يتميز هذا الأسلوب بالدقة ويوفر للباحثين الكثير من الوقت والجهد والمال لذلك يعتبر أسلوب مرن ويمكن تلخيص هذه الطريقة بالخطوات الاتية :

أولا- تحديد القيم الافتراضية: تم اختيار ثلاثة حجوم للعينات وهي (25,50,100) واستخدمت قيم افتراضية للمعلمات فكانت كما في الجدول الاتي :

جدول رقم (1) القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع

Experiment	Θ	α	β	γ
1	2	5	5	2
2	2	3.5	2	2

ثانيا- تكرار التجربة 1000مرة.

ثالثا - توليد المتغير العشوائي الذي يتوزع وفق النموذج المختلط (فريجت-كاما) بأربعة معالم باستعمال طريقة القبول والرفض وكما يلي:

1- توليد متغيرات عشوائية تتبع التوزيع المنتظم ui بالمدة (0,1) .

2- توليد المتغير الذي يتبع توزيع كاما بالمعلمة $x \sim gama(2, \beta)$, .

3- توليد المتغيرين العشوائي الذي يتبع توزيع Frecht حيث $x \sim frecht(\gamma, \theta)$,.

4- فاذا كان $ui \le p = \frac{\alpha}{\alpha+1}$, فان $xi = vi$ واذا كان غير ذالك فأن $xi = \beta i$,.

ثالثا-تقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح(FGD) وذالك بأستعمال طرائق التقدير المشار اليها.

رابعا –المقارنة بين طرائق التقدير المستخدمة واختيار الطريقة الأفضل بأستعمال المعيارالاحصائي متوسط مربعات الخطاء(IMSE) والذي كلما تقل قيمته كلما كان المقدار افضل وتكتب صيغته كالاتي[3] :

$$IMSE\left(\hat{S}(ti)\right) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}(\hat{S}j(ti) - S_j(ti))^2\right\},$$

$$= \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} MSE\left(\hat{S}j(ti)\right) \qquad \dots \quad (38)$$

إذ أن:

L: تمثل عدد مرات تكرار التجربة وهو (1000) مرة.

n_t : هي معبرة عن حدود المتغير (t_i) من الحد الادنى الى الحد الاعلى .

$\hat{S}(t_i)$:القيمة المقدرة لدالة البقاء وفق طرائق التقدير المستعملة .

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

ti: تمثل أوقات البقاء لحين الفشل والتـي تعتبر عينة تمثل التوزيع الاحتمالي ,(F – G).

S(t): دالة البقاء الحقيقية (الافتراضية) وهي في حالة تناقص.

$\hat{S}(t)_{ML}$**:** دالة البقاء المقدرة بطريقة الإمكان الأعظم لـ (1000) تجربة.

$\hat{S}(t)_{MOM}$: دالة البقاء المقدرة بطريقة العزوم لـ (1000) تجربة وهي في حالة تناقص,

وفي ما يلي نتائج تجارب المحاكات:

جدول (2)القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء بموجب طرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطاء التكاملي لكل طريقة عند احجام العينات المفترضة للأنموذج الأول والثاني

Model1		**Θ=2, α=5, β=5, γ=2**				Model2	**Θ=2, α=3.5, β=2, γ=2**		
n	**ti**	**Real(S(t))**	$\hat{S}(t)_{MOM}$	$\hat{S}(t)_{ML}$	**n**	**ti**	**Real(S(t))**	$\hat{S}(t)_{MOM}$	$\hat{S}(t)_{ML}$
25	0,02875	0,99238	0,95956	0,99112	25	0,00703	0,99030	0,99733	0,99915
	0,0317966	0,98520	0,91978	0,98315		0,00817	0,98435	0,00683	0,99726
	0,0346	0,97822	0,87935	0,97515		0,00978	0,97856	0,00673	0,99433
	0,03758	0,971042	0,83915	0,96712		0,01479	0,97248	0,00663	0,99034
	0,04078	0,964682	0,79910	0,95911		0,01985	0,96634	0,00653	0,98525
IMSE			0,00128	0,00178	IMSE			0,00046	0,00031
Best			$\hat{S}(t)_{MOM}$		**Best**			$\hat{S}(t)_{ML}$	
50	0,04343	0,95794	0,75926	0,9515	50	0,02127	0,96024	0,00643	0,97902
	0,04629	0,89755	0,71938	0,943157		0,02918	0,95437	0,00633	0,97163
	0,04932	0,8902248	0,67928	0,9353		0,02933	0,94879	0,00623	0,96304
	0,05281	0,830284	0,639156	0,92717		0,04900	0,94237	0,00613	0,95323
	0,05519	0,77053	0,599790	0,919133		0,06209	0,93637	0,00603	0,94219
IMSE			0,00074	0,00062	IMSE			0,00015	0,00030
		Best	$\hat{S}(t)_{ML}$				Best	$\hat{S}(t)_{ML}$	
100	0,058728	0,71022	0,55916	0,91163	100	0,99445	0,93039	0,00593	0,99915
	0,0612	0,710722	0,51975	0,90373		0,99044	0,92447	0,00583	0,99726

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

	0,06411	0,650292	0,47985	0,89585		0,98531	0,91844	0,99133	0,99433
	0,067567	0,59002	0,43917	0,8878		0,99445	0,91227	0,98533	0,99034
	0,07019	0,53025	0,39914	0,87955		0,99044	0,90630	0,97933	0,98525
IMSE			0,00048	0,00041	IMSE			0,0005	0,00030
Best			$\hat{S}(t)_{ML}$		Best			$\hat{S}(t)_{ML}$	

14-الجانب التطبيقي:

جمعت البيانات المتعلقة بالرسالة لعدد من المصابين بمرض فايروس كورونا COVD-19 المستجد من سجلات دائرة مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة قسم الحميات والبالغ عددها (50) مشاهدة تمثل أوقات بقاء المرضى بالساعات تحت المراقبة والعلاج لحين الوفاء للمدة بين (2020/5/8) ولغاية (2020/7/17) اذ تم تبويب البيانات للأشخاص المصابين لغرض الحصول على أوقات الحياة (Survival Time)وذالك بطرح تاريخ الإصابة بالفايروس من تاريخ الوفاة وكما يلي :

جدول (3) يمثل اوقات البقاء لمرضى المصابين بفايروس كرونا

0,01	0,11	0,16	0,25	0,45
0,05	0,14	0,17	0,29	0,57
0,03	0,13	0,18	0,29	0,59
0,04	0,12	0,20	0,30	0,63
0,01	0,13	0,20	0,34	0,71
0,04	0,13	0,21	0,41	0,72
0,03	0,11	0,22	0,41	0,80
0,07	0,14	0,22	0,42	0,89
0,04	0,2	0,22	0,43	1,00
0,09	0,15	0,24	0,49	1,10

14-1اختبار حسن المطابقة:

لغرض معرفة أن البيانات الحقيقية تتبع التوزيع المقترح (فريجت -كاما) فقد تم أستعمال اختبار حسن المطابقة Good ness of (Fit) وحسب الفرضية الاحصائية الأتية[2]:

H_0: The data have (FG)Distribution

H_1: The data dont have(FG)Distribution

وقد تم توضح نتائج اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية بأستعمال قانون Chi –Squared كما في الجدول التالي [10]:

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

جدول (4) نتائج اختبار حسن المطابقة

Distribution	χ_c^2	χ_t^2	Sig,	Decision
Frecht- Gamma	4,22	4,84	,0727	Not RejectH_0

نلحظ من الجدول (4) ان قيمة χ_c^2 المحسوبة وفق الصيغة هي اكبر من الجدولية إذن لا نرفض فرضية العدم القائلة بأن البيانات تتوزع وفق النموذج مختلط Frecht- Gamma

2-14معاييراختبار افضل توزيع:

1-2-14اختبار أكايكي AIC [2]:

أن الصيغة العامة لأحصاءة معيار أكايكَي(AIC) كما يلي:

$$\text{A IC} = -2\text{L}(\hat{\theta} \setminus \text{X}) + 2\text{P} \quad \ldots (39)$$

P : تمثل عدد المعلمات في دالة التـوزيع الاحتمالية النظرية.

$\text{L}(\hat{\theta} \setminus \text{X})$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

2-2-14اختبار بيز أكايكيBIC :

احدى معاير اختبار حسن المطابقة (GOF) ويرمز له اختصار(BIC) **[10]**وأن صيغته العامةتكون كما يلي:

$$\text{BIC} = -2\text{L}(\hat{\theta} \setminus \text{x}) + \text{P Log}(n) \quad \ldots (40)$$

$\text{L}(\hat{\theta} \setminus \text{X})$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

P: تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

n: تمثل حجم العينة.

3-2-14اختبار أكايكي المتسقCAIC :

ان الصيغة لاختبار حســن المطابقة أكايكي المتسق (CAIC) **[2]** هي كما يلي:

$$\text{CAI}C = -2\text{L}(\hat{\theta} \setminus \text{x}) + \frac{2\text{nP}}{\text{n} - \text{P} - 1} \quad \ldots (41)$$

و ان

n:تمثل حجم العينة.

قد تم توضيح نتائج الاختبارات التي تم ذكرها انفاً في جدول رقم (5) لمقارنة أداء التوزيع المقترح مع كل من توزيعdistribution Gama وتوزيع

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

Frecht distribution بأستعمال عينة حقيقة تمثل اوقات البقاء بالساعات للأشخاص بفايروس covid-19.

جدول (5) يبين معاير المفاضلة بين توزيع فريجت وتوزيع كاما والتوزيع المقترح في تمثيل البيانات الحقيقية

Distribution	AIC	AICc	BIC
Gama	4,5818	6,1152	9,2573
Frecht	0,8434	6,3771	8,5192
Frecht- Gama	0, 3433	0,6436	0,9932

في المعايير الإحصائية هو أختبار أفضل توزيع احتمالي من بين مجموعات احصائية وهنالك عدة معايير والتي استعمل منها ثلاثة معايير الموضحة في المعادلة (39) و(40) و(41) لبيان إفضاليه هذا التوزيع ومن خلال النتائج وفي الجدول (5) تبين أن أفضل توزيع هو النموذج المختلط لأنـه يملك أقل قيمة للمعايير الثلاثـة.

جدول (6) مقدرات الإمكان الأعظم لدالة البقاء للبيانات الحقيقيـــــة

i	t	$\hat{S}(t)_{ML}$	i	t	$\hat{S}(t)_{ML}$	i	t	$\hat{S}(t)_{ML}$
1	0,01	0,95128	10	**0,11**	0,72660	19	0,16	0,61315
2	0,05	0,92737	11	0,14	0,65976	20	0,17	0,60607
3	0,03	0,88464	12	0,13	0,65649	21	0,18	0,57332
4	0,04	0,88279	13	0,12	0,65599	22	0,20	0,55668
5	0,01	0,88198	14	0,13	0,64472	23	0,20	0,54312
6	0,04	0,87384	15	0,13	0,64352	24	0,21	0,50146
7	0,03	0,80165	16	0,11	0,64011	25	0,22	0,49879
8	0,07	0,78818	17	0,14	0,62696	26	0,22	0,48454
9	0,04	0,76191	18	0,2	0,62006	27	0,22	0,47500

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

i	t	$\hat{S}(t)_{ML}$	i	t	$\hat{S}(t)_{ML}$	i	t	$\hat{S}(t)_{ML}$
27	0,24	0,47500	37	0,49	0,24185	47	0,25	0,06239
28	0,25	0,47389	38	**0,45**	0,23517	48	0,29	0,04409
29	0,29	0,46889	39	**0,57**	0,22884	49	0,29	0,02938
30	0,29	0,43766	40	**0,59**	0,18397	50	0,25	0,02116
31	0,30	0,42448	41	**0,63**	0,18309			
32	0,34	0,37026	42	0,71	0,14989			
33	0,41	0,36767	43	0,72	0,13665			
34	0,41	0,35359	44	0,80	0,12662			
35	0,42	0,30730	45	0,89	0,08425			
36	0,43	0,24488	46	1,00	0,08163			

15-الاستنتاجات:

1. أظهرت نتائج تجارب المحاكات ان طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل لتقدير دالة البقاء بالنسبة لحجوم العينات المتوسطة والكبيرة.
2. - تناقص القيم الخاصة بالمقياس الإحصائي متوسط مربعات التكاملي(IMSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الإحصائية لهذا المؤشر.
3. -تناقص قيم دالة البقاء بزيادة الزمن (t)وهذا يطابق مع ما تم عرضه في الجانب النظري عن سلوك هذه الدالة.
4. الاهتمام بالحصول على البيانات مرض فايروس كرونا في جميع محافظات العراق لحساب دالة البقاء ودالة المخاطرة.
5. تعد مرض فايروس كرونا من الامراض الانتقالية سريعة الانتشار فلا بد من إقامة دورات توعية ومختبرات خاصة للكشف عن الفايروس والوقاية من انتشاره.

16- التوصيات:

1. استعمال أنواع جديدة من التوزيعات المختلطة وذالك لما تمتاز به هذه التوزيعات من مرونة وكفاءة عالية في تمثيل بيانات الوقت.
2. استعمال طرائق تقدير أخرى مثل الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء.
3. تطبيق النموذج الجديد المقترح (فريجت –كاما) في الجوانب الهندسية والطبية والصناعية.

المصادر العربية:

1.الدريعي، مهدي علي عبد الحسين (2016) " بعض طرائق تقدير معلمات دالة المعولية لنموذج احتمالي مركب مع تطبيق عملي " رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد ـ جامعة بغداد.

2.تهاني مهدي، سميرة مزهر و قتيبة نبيل (2008). "مقارنة مقدرات بيز مع مقدر الأمكان الأعظم في تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي باستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني". مجلة جامعة النهرين. 1, 11 , 58 – 70.

3.جاسم. خضر نصيف (2012) " مقارنة تقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي المختلط مع تطبيق عملي " اطروحة دكتوراء , كلية

ISSN: 2618-0278 Vol. 4No. 10 JUN 2022

الادارة والاقتصاد ـ بغداد .

المصادر الأجنبية:

4. Bakouch ,H,S,, Al-Zahrani, B,M,, Ali A, Al-Shomrani , Vitor A,A, Marchi,F,, Louzada,(2012) ,"An extended Lindley distribution " Journal of the Korean Statistical Society 41 75–85,

5.Chen ,D,G,; Lio ,Y,; (2009) ;" A Note on the Maximum Likelihood Estimation for the Generalized Gamma Distribution Parameters under Progressive Type-II Censoring"; International Journal of Intelligent Technology and Applied Statistics,Vol,2, No,2, pp,57-64,

6.Chi YY, Ibrahim JG,,2006, " Joint models for multivariate longitudinal and multivariate survival data,", Biometrics,62(2):432-45,

7. Cox ,C,;(2008);"The generalized F distribution:an umbrella for parametric survival analysis"; Statistics in Medicine ,vol,27,pp,4301-4312, U,S,A,

8. Cox ,Ch ,;Chu, H,; Schnider, FM,;and Mu noz, A,; (2007);"Parametric survival analysis and taxonomy of hazard functions for the generalized gamma distribution" ;Statistics in Medicine vol,26,pp,4352–4374, U,S,A,

9. Day, N,E, (1969) "Estimating The Component of A Mixture of Normal Distribution" Biometrika Vol,56, No,3, PP,463- 474,5,

10. Diab L,S, and , Muhammed H, Z, , (2014) "Quasi Lindley Geometric Distribution " International Journal of Computer Applications (0975 – 8887) Volume 95– No, 13, June,

11. Diciccio, T,J, (1987), “Approximate Inference for the Generalized Gamma Distribution”, Technometrics, Vol, 29, No, 1, PP, 33- 40,

12. Farahat ; M. AI-Shammari ; (2004) ; " Power system reliability evaluation and quality assessment by fuzzy logic technique ",IeeeXplore, Vol.1, Page(478-483).

13. Rinne,H,(2014),The Hazard Rate Theory and Inference http://geb,uni-giessen,de /geb/volltexte/2014/ 10793/ pdf/RinneHorst_hazardrate_2014,pdf,