" مقارنة خوارزميـة التفريع والتحديد مع طريقة تايلور لحل البرمجة غير الخطية ثنائية المستوى مع تطبيق عملي"

هبة فاضل حربي / باحثة
أ.د.حامد سعد نور الشمرتي / الجامعة المستنصرية / كلية الادراة والاقتصاد

P: ISSN : 1813-6729
E : ISSN : 2707-1359
https://doi.org/10.31272/jae.i133.938

تأريخ أستلام البحث : 2019/11/2
مقبول للنشر بتأريخ :2020/1/7

المستخلص

في هذا البحث يتم استعمال طريقتين من طرائق حل البرمجة غير الخطية ثنائية المستوى Non-linear Bi-level Progeamming,هما خوارزمية التحديد والتفريع Beanch and Bound Algorithm وطريقة تايلور (Taylor method) والمقارنة بينهما من حيث قيمة دالة الهدف للوصول الى الحل الامثل من خلال اسلوب المحاكاة باستخدام طريقة مونت كارلو (Monte Carlo) وحجوم عينات مختلفة صغيرة وكبيرة وتم التوصل الى افضلية خوارزمية التحديد والتفريع في حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية لان نتائجها كانت افضل من حيث تقليل الكلفة.

الكلمات المفتاحية : البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية ، طريقة تايلور ، خوارزمية التحديد والتفريع ."

مجلة الادارة والاقتصاد
مجلد 47 / العدد 133 / حزيران / 2022
الصفحات : 191 - 200

*** بحث مستل من أطروحة دكتوراه**

(1-1) المقدمة :

ان مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية هي مشكلة امثلية محددة ومقيدة بمنهجين غير معروفين هما (x, y) , وهي من المشاكل الصعبة والمعقدة ويتم حلها باستخدام الخوارزميات بدلاً من حلها بصورة مباشرة وفي هذه المشكلة يمكن استبدال القيود للمشكلة ثنائية المستوى الى مجموعة من الشروط والتي يجب ان تحقق هذه الشروط اقل نقطة للمشكلة الداخلية

(2-1) مشكلة البحث : The Problem of the Research

تتمثل مشكلة البحث بايجاد الكميات المثلى للادوية الطبية في الشركة العامة لتسويق الادوية والمستلزمات الطبية وتلبية حاجات المرضى ضمن الميزانية المخصصة للشركة ليتمكن صانع القرار من أتخاذ القرار الأفضل .

(3-1) هدف البحث : The Purpose of the Research

يهدف البحث الى تقدير الحاجة السنوية لكميات بعض الادوية والمستلزمات الطبية بشكل دقيق وصحيح بالاعتماد على البيانات والمعلومات عن كمية الاستعمال الفعلي للادوية والمستلزمات الطبية في كل من المستشفيات والمؤسسات الصحية خلال مدة معينة .

(2) الجانب النظري :

(1-2) البرمجة ثنائية المستوى [1] [2] [5]

تعرف برمجة Bi_ level بأنها برنامج رياضي حيث تشمل مشكلة الامثلية على مشكلة امثلية اخرى بصورة قيد وهنا يمكن وصفها بشكل ادق بأنها لعبة غير متكافئة من شخصين يكون اللعب بها متسلسلاً ولايسمح بالتعاون . وحظيت هذه المشكلة اهتمام كبير جداً في مجتمع البرمجة الرياضية بسبب انتشار التطبيقات واستخدام الخوارزميات التطورية في معالجة هذه المشاكل , وتعرف البرمجة ثنائية المستوى كالاتي:

$$(\mathbf{U\,P})\quad \underset{S.t}{\min}\ \mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y})$$

$$(\mathbf{L\,P})\quad \begin{aligned} &\underset{S.t}{\min}\ f(x,y) \\ &\mathbf{g}(x,y) \le \mathbf{0} \\ &S.t \\ &x,\ y \ge \mathbf{0} \end{aligned}$$

حيث $(\mathbf{U\,P})$ هو المستوى الاعلى للمشكلة.

وان $(\mathbf{L\,P})$ *هو المستوى الادنى للمشكلة.*

$$\mathbf{F}:\ \mathbf{R}^{\mathbf{n}\times\mathbf{m}} \to \mathbf{R}^{\mathbf{1}}\ ,\ \boldsymbol{f}:\ \mathbf{R}^{\mathbf{n}\times\mathbf{m}} \to \mathbf{R}^{\mathbf{1}}$$

$$\mathbf{g}:\ \mathbf{R}^{\mathbf{n}\times\mathbf{m}} \to \mathbf{R}^{\mathbf{q}}\ ,\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{\mathbf{n}}\ ,\qquad \boldsymbol{y} \in \mathbf{R}^{\mathbf{m}}$$

حيث **F** و $\boldsymbol{f}$ هي دوال الهدف المستقل والتابع على التوالي والمنطقة الممكنة للحل :

$$\boldsymbol{S} = \{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\ |\mathbf{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \le \mathbf{0}\ ,\ \ \boldsymbol{x},\boldsymbol{y} \ge \mathbf{0}\}$$

الافتراضات الاساسية لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى[5] [2]

1. منطقة القيود لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى هي :

$$S = \{(x,y) \in \mathrm{x}\,,\mathrm{y}\,; |\mathrm{G}(x,y) \le 0\ ,\ \ g(x,y) \le 0\}$$

2. S هي قرار المستقل وتكون كالاتي :

$$S(\mathrm{x}) = \{\mathrm{x} \in x\,, \exists\ y \in \mathrm{y}\ ,\text{such that } (x,y) \in \mathrm{S}\}$$

3. الحلول الممكنة للمستوى الادنى هي :

$$S(\mathrm{x}) = \{\ y\ \ |y \in\ g(x,y) \le 0\}$$

4. رد فعل المستوى الادنى لكل ثابت يكون كالاتي :

$$\mathrm{P}(\mathrm{x}) = \{\ y\ \ |y \in\ \ \mathrm{argmin}\, f(x,y)\,; y \in \mathrm{S}(\mathrm{x})\}$$

5. منطقة الحلول الممكنة (The inducible region) لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى هي :

$$\mathrm{IR} = \{(x,y) \in \mathrm{x}\,,\mathrm{y}\,;\ (x,y) \in \mathrm{S}\ ,\ \ y \in \mathrm{P}(\mathrm{x})\}$$

ومن خلال هذه الافتراضات فان مشكلة البرمجة ثنائية المستوى تحسن دالة الهدف للمستوى الاعلى F (x , y) من خلال منطقة الحلول الممكنة (The inducible region) .

(2 -2) طريقة تايلور Taylor Method [3] [7]

ندرج طريقة تايلور وهي مبنية على اساس النظرية التي سيورد ذكرها لاحقا.

لتكن :

$$\begin{aligned} &\min_{S.t} \; F(x, y, M) \\ &H(x, y, M) = 0 \\ &G(x, y, M) = 0 \qquad \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \quad (1) \\ &x, y, M \geq 0 \\ &t = (x, y, M) \end{aligned}$$

حيث ان G , H في المعادلات اعلاه هي دائماً دوال مستمرة . وسوف نذكر نظرية تايلور لبيان ذلك وانه يجب ان تكون F ايضاً دالة مستمرة .

نظرية تايلـــور (Taylor Theorem) [7]

افترض ان f تمتلك (n + 1) من المشتقات المستمرة والفترة مفتوحة تحتوي (a) . اذا لكل x في الفترة :

$$f(x) = \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{k}(a)}{k!} \, (x - a)^{k} \right] + R_{n+1}(x)$$

$$R_{n+1}(x) = \frac{f^{n+1}\, c}{(n+1)!} \, (x - a)^{n+1}$$

$R_{n+1}(x)$ هوحد الخطا و c تقع بين a و x.

هذا الشكل لحد الخطأ $R_{n+1}(x)$ يدعى معادلة لاكرانج للمتبقي والمتسلسلة الغير منتهية لتايلور تقترب لـ $f(x)$

$$f(x) = \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{k}(a)}{k!} \, (x - a)^{k} \right]$$

اذا وفقط اذا $[\lim_{n\to\infty} R_{n+1}(x) = 0]$.

فاذا قيمة الدالة الحقيقية f مختلفة عند النقطة (a) اذن هي تمتلك تقاربية خطية عند النقطة (a) . وهذا يعني توجد دالة g أي :

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + g(x)(x - a) \qquad , \lim_{x\to a} g(x) = 0$$

$$P_1(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$$

حيث $P_1(x)$ هي متقاربة خطياً لـ f عند النقطة a وعند تطبيق نظرية (Taylor) على (a) النقطة المقبولة حيث t^{k} للدوال F , H , G واخذ فقط اثنان خطية منهم , الدوال الخطية الاتية سوف تكون :

$$G_i(t^k) + \nabla G_i(t^k)(t - t^k) = 0 \qquad , \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$H_i(t^k) + \nabla H_i(t^k)(t - t^k) = 0 \qquad , \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$F_i(t^k) + \nabla F_i(t^k)(t - t^k) = 0 \qquad , \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

والخطوات للخوارزمية المقترحة تكون كالاتي :

الخطوة الاولى : التهيئة

النقطة المقبولة t^1 تتكون عشوائياً , والخطأ ε_1 يكون معطى ونفترض ان $k = 1$.

ε_1 يكون صغير وان عملية انتهاء الخوارزمية تكون بالاعتماد على ε_1 وهي تنتهي عندما الفرق بين الحلول المقترحة لهذه الخوارزمية لتكرارين على التوالي يكون اقل من ε_1 .

الخطوة الثانية : أيجاد الحل

طبقاً الى الخطوة الاولى $k = 1$ والحلول المقبولة t^1 تكون معرفة , وباستخدام هذه الافتراضات واستخدام نظرية تايلور لـ F (t) , H (t) , G (t) عند t^k سوف نحدد المشكلة التالية :

$$\begin{aligned} \min \quad & F_i(t^k) + \nabla F_i(t^k)(t - t^k) \\ \text{s.t} \quad & H_i(t^k) + \nabla H_i(t^k)(t - t^k) = 0 \qquad , \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ & G_i(t^k) + \nabla G_i(t^k)(t - t^k) = 0 \qquad , \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ & x, y, \mu_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, m \end{aligned}$$

وتحل المعادلات اعلاه من خلال برنامج (Matlab 2018A) . وعند الحل يكون الحل الامثل t^{k+1} محدد

الخطوة الثالثة : أخذ افضل حل

لان المعادلات (3) هي تقاربية للمعادلات (1) عن طريق نظرية تايلور لذلك فأن الحل الامثل لـ (3) هو حل تقاربي للحل (1) .

حيث L يمكن ان تكون تقاربية جيدة للمعادلات (1) الحل الامثل , لذلك نفترض $\boldsymbol{t}^* = \boldsymbol{t}^{k+1}$ وبعدها نذهب للخطوة اللاحقة .

الخطوة الرابعة : النهائية

اذا كانت $d\left(\mathrm{F}(\boldsymbol{t}^{k+1}), \mathrm{F}(\boldsymbol{t}^{k})\right) < \boldsymbol{\varepsilon_1}$ فمعنى ذلك انتهاء الخوارزمية وان $\boldsymbol{t}^*$ هي الحل الافضل للخوارزمية . غير ذلك نفترض k = k+1 ونذهب الى الخطوة الثانية حيث d تكون قياس:

$$d\left(\mathrm{F}(\boldsymbol{t}^{k+1})\right)\mathrm{F}(\boldsymbol{t}^{k}) = \left(\sum_{i=1}^{n+2m} \left(\mathrm{F}({\boldsymbol{t}^{k+1}}_i)\right) - \mathrm{F}({\boldsymbol{t}^{k}}_i)^2\right)^2$$

و النظرية المتبعة تبين ان الخوارزمية تتقارب:

$$\boldsymbol{d}\,(\mathbf{F}_{\boldsymbol{k+1}}, \mathbf{F}_{\boldsymbol{k}}) = \boldsymbol{d}\left(\mathbf{F}(\boldsymbol{t}^{k+1})\right) - \mathbf{F}(\boldsymbol{t}^{k}) = \sum_{i=1}^{n+2m} \left(\mathbf{F}({\boldsymbol{t}^{k+1}}_i)\right) - \mathbf{F}({\boldsymbol{t}^{k}}_i)^{2})^{\frac{1}{2}} < \boldsymbol{\varepsilon_1}$$

لذلك فأن

$$\sum_{i=1}^{n+2m} \left(\mathrm{F}({t^{k+1}}_i)\right) - \mathrm{F}({t^{k}}_i)^2)^{\frac{1}{2}} < {\varepsilon_1}^2$$

وهناك عدد كبير من N والتي k+1 > N و j = 1,2, … , 2m+n و :

$$({\mathrm{F}_j}^{k+1} - {\mathrm{F}_j}^{k})^2 < {\varepsilon_1}^2$$

لذلك فأن

$$\left| {\mathrm{F}_j}^{k+1} - {\mathrm{F}_j}^{k} \right| < \boldsymbol{\varepsilon_1}$$

والان نفرض m = k + 1

r = k →

$$\forall_{m > r^* > N} \left| {\mathrm{F}_j}^{(m)} - {\mathrm{F}_j}^{(r)} \right| < \boldsymbol{\varepsilon_1}$$

ولكل ثابت j , ($1 \le j \le 2m+n$) المتسلسلة (${\mathrm{F}_j}^{(1)}$, ${\mathrm{F}_j}^{(2)}$, ...) حدودها Cauchy للأعداد الحقيقية .

ويمكن القول :

$${\mathrm{F}_j}^{(m)} \to \mathrm{F}_j \qquad m \to \infty$$

وباستخدام حدود 2m+n , سوف نعرف $\mathrm{F}(\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2, \mathrm{F}_3, \dots, \mathrm{F}_{2m+n})$ من خلال المعادلة و m = k + 1 و r = k

واذا كان

$$r \to \infty \quad , \quad \mathrm{F}_r \to \mathrm{F}$$

اذن يكون لدينا $d\,(\mathrm{F}_m, \mathrm{F}) \le \boldsymbol{\varepsilon_1}$

وهذا يبين ان F هي حدود لـ F_m والمتتابعة تكون متقاربة .

(3-2) خوارزمية التفريغ والتحديد Branch and Bound algorithms [8] [10] [9] [11] [6]

تستخدم عندما يكون المستوى الادنى للمشكلة محـــدب ومنتظم ونستـــخدم به شروط Karsh-Kuhn-Tucker (KKT) , خوارزمية التفريغ والتحديد تتضمن حل سلسلة من المشاكل بدلاً من حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى بصورة مباشرة بحيث نستخدم شروط (KKT) لتعريف المستوى الاول لمشكلة الامثلية حيث :

$$\mathrm{BP_{KKT}}: \min_{x,y,\lambda} \; \mathrm{F}(x, y) = \mathrm{C}^1 x + \mathrm{C}^2 y$$

$$\text{Subject to} \quad \mathrm{G}_i(x, y) \ge 0 \qquad i \in \mathrm{T}$$

$$\text{and} \quad \nabla_y \mathcal{J}(x, y, \lambda) \approx 0$$

$$\mathrm{g}_i(x, y) \ge 0 \qquad i \in \mathrm{p}$$

$$\lambda_i\, \mathrm{g}_i(x, y) = 0 \qquad i \in \mathrm{p}$$

$$\lambda_i \ge 0 \qquad i \in \mathrm{p}$$

حيث $\mathcal{J}(x, y, \lambda) = f(x, y) - \sum_{i=1}^{p} \lambda_i\, g_i(x, y)$

وهي دالة لاكرانج للمستوى الادنى للمشكلة وتعرف عند x و λ وهي مرتبطة بمتجه مضاعف لاكرانج و

$$\nabla_y \mathcal{J}(x, y, \lambda) = \frac{\partial}{\partial y_i} \mathcal{J}(x, y, \lambda)_{i \in \mathrm{M}}$$

هي الميل بالنسبة لمتجه y . $M = \{1, 2, \ldots, m\}$

وان شروط (Complementary Slackness) تكون بصورة عامة غير خطية وغير محدبة , وهي تكون جيدة بأتباعها للبرمجة ثنائية المستوى مع شروط (Karsh _Kuhn _ Tucker) أي $\mathrm{BP_{KKT}}$ وذلك ان شروط (Complementary Slackness) تكون قيودها جداً معقدة لتحقق الحل لـ $\mathrm{BP_{KKT}}$. حيث ان خوارزمية (Branch and Bound) تحاول تقديم هذه الشروط لتكون هي الحل للمشكلة , وهذا الهدف يحقق من خلال بناء شجرة للمشاكل تستخرج من ($\mathrm{BP_{KKT}}$) عند العقدة او الجذر الاولي لهذه الشجرة يكون للمشكلة :

$P_0: \min\limits_{x, y, \lambda} \; \mathrm{F}(x, y)$

Subject to $\mathrm{G}_i(x, y) \geq 0 \qquad i \in \mathrm{T}$

and $\nabla_y \mathcal{J}(x, y, \lambda) = 0$

$\mathrm{g}_i(x, y) \geq 0 \qquad i \in \mathrm{p}$

$\lambda_i \geq 0 \qquad i \in \mathrm{p}$

وهذه المشكلة تحل كالاتي :

1- اذا شروط (Complementary Slackness) تكون $\lambda_i\, \mathrm{g}_i(x, y) = 0$ عندها فأن زوجان من العقد k تعرف واحدة منها العقدة k_1 تحتوي على المشكلة $\mathrm{p_k}$ مع اضافة القيد $\lambda_i = 0$, والعقدة الاخرى k_2 تحتوي على $\mathrm{p_k}$ اضافة القيد $\mathrm{g}_i(x, y) = 0$. ولذلك فأن أي حل للمشاكل عند العقدة k_1 مع k_2 يحقق $\mathrm{j^{th}}$ من شروط (Complementary Slackness) .

2- اذا كان لا يوجد حل للمشكلة عند النقطة k عندها فأن الجذور تكون عند النقطة k غير موسعة(*Not Expanded*) لان جميع الحلول سوف تكون غير مقبولة .

اذا كان الحل عند النقطة k يحقق جميع شروط (Complementary Slackness) عندها يكون الحل لمشكلة $\mathrm{BP_{KKT}}$ معرف . وقيمة دالة الهدف تقارن بالنسبة للحل الافضل الذي يوجد بشكل بعيد جداً وذلك لان الحل الذي وجد هو ايضاً حل للمشاكل عند العقدة الحالية وتكون غير موسعة للمدى البعيد . والجذور تكون لا تحقق الحل لمشكلة $\mathrm{BP_{KKT}}$ عند النقطة الحالية.

(1-3) الجانب التجريبي :

في هذا الجانب تم استخدام اسلوب المحاكاة باستخدام طريقة مونت كارلو لغرض حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية وفقاً للطرائق التي تقدم ذكرها ، فقد تم تحديد ما يأتي :

1 - اختيرت احجام مختلفة للعينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة و كبيرة جدا

2 - تم تكرار كل تجربة (**R = 5000**)

3- الخطا بمقدار $\boldsymbol{\varepsilon = 0.01}$

4- ان تجارب المحاكاة المقامة في هذا الفصل تتضمن دراسة طريقتين من طرائق حل البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية بهدف المقارنة والتحليل ومدى ملائمة هاتان الطريقتان عند مختلف القيم وهي :

خوارزمية التفريغ والتحديد Branch and Bound algorithms وطريقة تايلور Taylor Method

حيث استخدمت الطريقتين أعلاه في دراسة تجارب المحاكاة.

أن الخطوة الرئيسة هي توليد سلسلة من القيم العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم المستمر . وبالتالي تهيئة وسيلة رياضية لتحويل الرقم العشوائي المنتظم الى متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي.وعليه فإن توليد المتغيرات الطبيعية يتم بأستخدام تحويل بوكس ملر وهو من الانواع التي تعتمد على بيانات المشكلة قيد الدراسة وتسمى المحاكاة المقيدة, وتعمل المحاكاة على توليد الارقام العشوائية وبتوزيع المنتظم $u(0,1)$ وبالاعتماد على هذه الارقام نقوم بتوليد المتغيرات العشوائية بحسب توزيع معين وهناك عدة طرائق لهذا التوليد, , وبعدها نقوم بتوليد متغيرات من خلال عدة نماذج اعدت لهذا الغرض, واخيرا نكرر تجربة المحاكاة لعدة مرات لكي نحصل على بيانات قريبة من الواقع.

وصيغة بوكس ملر كالاتي :

$$u_1(t) = [\,-2\,Ln\,u_1\,]^{\frac{1}{2}}\; [\sin(2\pi u_2)]$$

$$u_2(t) = [\,-2\,Ln\,u_1\,]^{\frac{1}{2}}\; [\cos(2\pi u_2)]$$

حيث أن (u_1, u_2) متغيران مستقلان يتبعان التوزيع المنتظم $U(0\ ,1\ )$.

6- تم تنفيذ البرامج الخاصة للجانب التجريبي بأستخدام لغة (Matlab2018A) لتنفيذ طرائق حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية.

(2-3) مناقشة تجارب المحاكاة :

بعد تطبيق تجارب المحاكاة تم الحصول على النتائج التالية :

الجدول رقم (1) يبين نتائج حل طريقتي التحديد والتفريع وطريقة تايلور بمقدار خطأ $\varepsilon = 0.01$ وتكرار *R=5000* ولحجوم العينات المختلفة .

حجم العينة n	الطرق						
	Branch and Bound			Taylor			Best
	x	Y	Z	x	y	z	
20	9.14	9.18	10.50	11.57	12.94	13.54	Branch
50	9.92	9.93	10.34	11.34	13.28	11.76	Branch
100	10.65	10.66	10.70	11.67	13.42	13.13	Branch
150	11.00	11.01	10.33	8.76	13.55	12.15	Branch
200	11.27	11.27	10.45	10.27	13.45	11.57	Branch
250	11.50	11.51	11.47	10.88	13.53	11.67	Branch
300	11.66	11.66	9.93	11.12	13.57	11.30	Branch
350	11.87	11.87	10.15	10.81	13.55	10.80	Branch
400	12.01	12.01	9.74	11.45	13.49	9.68	Taylor
450	12.11	12.11	9.83	11.05	13.59	8.68	Taylor
500	12.18	12.19	9.91	11.05	13.56	10.25	Branch
550	12.31	12.31	10.04	11.10	13.54	10.69	Taylor
600	12.42	12.42	11.31	8.42	13.57	9.37	Taylor
650	12.50	12.51	11.12	10.83	13.54	10.43	Taylor
700	12.85	12.85	10.94	11.85	13.53	10.89	Taylor
750	12.63	12.63	10.75	11.28	13.54	8.76	Taylor
800	12.68	12.68	10.80	11.54	13.53	8.99	Taylor
850	12.74	12.74	10.86	11.92	13.59	9.17	Taylor
900	12.79	12.79	10.91	11.17	13.55	10.39	Taylor
950	12.83	12.83	10.95	11.41	13.68	10.19	Taylor
1000	12.88	12.88	11.01	11.04	13.56	10.77	Taylor

بعد اتمام الجانب التجريبي تم التوصل الى افضلية طريقة تايلورTaylor Method في حل مشكلة البرمجة غير الخطية ثنائية المستوى في حالة حجوم العينات المختلفة الصغيرة والكبيرة , واعتمدت هذه الطريقة في الجانب التطبيقي لكونها اعطت النتائج وبأقل قيمة لدالـــــة الهدف Z.

(1-4) الجانب التطبيقي :

في هذا الجانب تم تطبيق طريقة تايلورTaylor Method لحل مشكلة البرمجة غيرالخطية ثنائية المستوى على البيانات الحقيقية الخاصة بشركة تسويق الادوية والمستلزمات الطبية (كيماديا).بالاعتمادعلى برامج كتبت بلغة **(MATLAB 2018A)**

(2-4) وصف البيانات:-

لغرض تحديد عناصر مشكلة تحديد الكميات المثلى من الادوية والمستلزمات الطبية التي تسد حاجة وزارة الصحة منها معتمدين على منهجية علمية صحيحة تم دراسة المشكلة دراسة وافية للتعرف على المشكلة وتحديد عناصرها لذا قمنا بزيارات متعددة الى الشركة العامة لتسويق الادوية والمستلزمات الطبية لتحديد معاملات الانموذج البرمجة الهدفية الخطية وتمكنا من الحصول على معاملات المشكلة المتمثله بما يلي:

1. حاجة وزارة الصحة من الادوية والمستلزمات الطبية والتي تم الحصول عليها من السجلات الخاصة وهي كما موضحة في الجدول(**1-4**)
2. سعر الادوية والمستلزمات الطبية بالدولار

الجدول(1-4) يوضح الاحتياج والسعر بالدولار

الدواء او المستلزمات الطبية	الكمية التي نحتاجها من امبولة , كبسولة , فيال	السعر بالدولار	الاحتياج
Digoxin 250 mcg scored tab	**4703166**	**0.29**	**1363918.14**
Diazepam ini 5mg/ml (2ml) Ampoule	**3332614**	**0.8**	**2666091.2**
Etoposide 50 mg capsule	**25033**	**10**	**250330**

Etoposide inj 20/ml or 100mg /5ml vial	4000000	9.2	36800000
Tetanus vaccine	5600000	0.10	56000
BCG	5000000	0.50	2500000
Measlaes	805050	0.61	491080.5
Polie inj vaccine	34906	11	383966
Insulin isophane(NHP) 100 Units/ml ingect io	793500	4.99	3959565
Etoposide 100 mg capsule	25900	73	1890700
Insulin neutral 100 units/ml ingection	613668	3.90	2393305.2
Surgial gauze swabs(45*45) cm (pack 100) pcs	590220	59	34822980
Disposable operation latex gloves sterile si ze 7/0.5 peel pack	6560150	0.45	2952067.5
Band aid(2.2*2.2) cm (pack of 100)	66335	0.70	46434.4
Paper tape plaster	289920	6.80	1971456

3- المساحة المستغلة لكل دواء ومستلزم مقاسة بالسنتمتر المكعب

الجدول(4-2) يوضح مساحة كل دواء ومستلزم مقاسة بالـ سم^3

مساحة كل دواء أو مستلزم	الكمية بالكارتونة	مساحة الكارتونة
12.25	5000	55000
0.89109	696000	56000
95.74	40	3250
320.29	445	120000
2.757	5000	6930
0.756	30000	16945.6
2.757	3000	6030
0.572	6000	3250
70	600	50000
39.4	100	3500
65	700	40000
105	700	49000
2.09	5000	45650
27	13000	500000
27	13000	350000

(4-5) الأنموذج الرياضي للمشكلة :

تم صياغة أنموذج مشكلة برمجة ثنائية المستوى غير الخطية اعتمادا على البيانات المأخوذة و نوع المشكلة المُراد حلها حيث يتطلب بناء ألأنموذج أولا تحديد متغيرات القرار التي تمثل الكميات المثلى من الادوية والمستلزمات الطبية التي تحتاجها الوزارة والتي تم تعريفها اعلاه ,
وان الكمية المثلى التي تحتاجها الوزارة من الادوية والمستلزمات:

$$\text{Min } Z = 0.29 X_1 + 0.8 X_2 + 10 X_3 + 9.1 X_4 + 0.10 X_5 + 0.50 X_6 + 0.61 X_7 + 11X_8 + 4.99X_9 + 73X_{10} + 3.90 X_{11} + 59X_{12} + 0.45X_{13} + 0.70X_{14} + 6.80X_{15}$$

قيود الطلب

$X_1 \geq 4703166$
$X_2 \geq 3332614$
$X_3 \geq 25033$
$X_4 \geq 4000000$
$X_5 \geq 5600000$
$X_6 \geq 5000000$
$X_7 \geq 805050$
$X_8 \geq 34906$

$X_9 \geq 793500$
$X_{10} \geq 25900$
$X_{11} \geq 613668$
$X_{12} \geq 590220$
$X_{13} \geq 6560150$
$X_{14} \geq 66335$
$X_{15} \geq 289920$

قيود عدم السالبية

$X_i \geq 0$ $\quad i = 1, \ldots\ldots\ldots\ldots, 15$

بعد ان تم بناء الانموذج النهائي وتحويله الى قيود من تطبيق البيانات الخاصة بشركة تسويق الادوية والمستلزمات الطبية (كيماديا) في الجداول اعلاه طبقاً للنتائج التي تم الحصول عليها في الجانب التجريبي تم الحصول على نتائج الطرائق للمقارنة بين الطريقتين وكالاتي:

Branch and Bound Algorithm

Z = 193.1515
(x ,y) = (1929.3 ,2249.0)

Taylor Method

Z = 400
(x ,y) = (40 , 696000)

تبين من النتائج طريقة تايلـــور افضل من خوارزمية التحديد والتفريع حسب قيمة دالة الهدف حيث بلغت الكلفة (Z=400) وبذلك يمكن الاستنتاج من خلال مقارنة هذه الطرائق لحل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية باستخدام المحاكاة و بالاعتماد على برامج كتبت بلغة (**MATLAB 2018B**) ولبيانات الحقيقية لشركة تسويق الادوية والمستلزمات الطبية (كيماديا) .

(1-5) الاستنتاجات Conclusions:

من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة وبناءً على ما تم تحليله من نتائج الجانب التجريبي فقد تم التوصل الى الاستنتاجات الاتية :

1. بشكل عام اظهرت نتائج تجارب المحاكاة افضلية طريقة التفريع والتحديد المقترحة لانها اظهرت اقل قيمة لدالة الهدف في مختلف حجوم العينات.
2. طريقة التحديد والتفريع في حالة حجوم العينات الصغيرة (n=20, 50,100) والمتوسطة والكبيرة هي الافضل اما في حالة حجوم العينات الكبيرة (n ≥100) فقد تفوقت طريقة تايلور وذلك بالاعتماد على اقل قيمة لدالة الهدف.
3. من خلال تجارب المحاكاة تبين اقتراب التقديرات للمعلمات من القيم الحقيقية (الافتراضية) كلما زاد حجم العينة ولجميع الطرائق .

(1-6)التوصيات Recommendation

1. يوصي الباحثان باعتماد طريقة تايلـــــــور في حالة حجوم العينات الكبيرة ، وكذلك استخدام طريقة التفريع والتحديد في حالة حجوم العينات الصغيرة .
2. يوصي الباحثان بأجراء بحوث مستقبلية وباستعمال طرائق حل مختلفة لحل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية .
3. يوصي الباحثان بان تفكر الدولة في انتاج الادوية التي عليها طلب متزايد والتي تعد ذات مردود اقتصادي جيد للدولة وبالاخص لدينا كوادر علمية (أطباء وصيادلة) كفؤين وكذلك وجود شركة سامراء لانتاج الادوية والتي تعد من الشركات المميزة واضافة الى وجود شركات وطنية اخرى .

المصادر:

1- Bard, J. F., & Moore, J. T. (1990). "A branch and bound algorithm for the bilevel programming problem". SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 11(2), 281-292

2- Case, L. M. (1997)." An l¦ 1 penalty function approach to the nonlinear bilevel programming problem".

- Colson, B., Marcotte, P., & Savard, G. (2005)." Bilevel programming: A survey". 4or, 3(2), 87-107

3- Edmunds, T. A., & Bard, J. F. (1991). "Algorithms for nonlinear bilevel mathematical programs". IEEE transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 21(1), 83-89

4- Ghadimi, S., & Wang, M. (2018). "Approximation Methods for Bilevel Programming". arXiv preprint arXiv:1802.02246.

- Hansen, P., Jaumard, B., & Sa-vard, G. (1992). "New branch-and-bound rules for linear bilevel programming". SIAM Journal on scientific and Statistical Computing, 13(5), 1194-1217.

5- Hosseini, E., & Kamalabadi, I. N. (2013)." Solving linear-quadratic bi-level programming and linear-fractional bi-level programming problems using genetic algorithm". Applied Mathematics and Computational Intelligence, 2(2), 169-182

6- Hosseini, E., & Kamalabadi, I. N. (2014). "Taylor approach for solving non-linear bi-level programming problem". Advances in Computer Science: an International Journal, 3(5), 91-97.

7- Hosseini, E., & Kamalabadi, I. N. (2015)." Bi-section algorithm for solving linear Bi-level programming problem". Int. J. Sci. Eng, 1, 101-107.

8- Hosseini, E., & Kamalabadi, I. N. (2015). "Two approach to solve nonlinear bilevelfor solving non-linear bi-level programming problem". Advances in Computer Science: an International Journal

9- Wan, Z., Mao, L., & Wang, G. (2014)." Estimation of distribution algorithm for a class of nonlinear bilevel programming problems". Information Sciences, 256, 184-1967- Hosking, J.R.M. ,(1986), The theory of probability

Comparison of the branching and determination algorithm with Taylor's method for solving bi-level nonlinear programming with a practical application.

Heba Fadel Harbi / hebaaalharbee@yahoo.com
Prof. Dr. Hamed Saad Nour Al-Shamrty

Abstract

In this research, two methods of solving non-linear Bi-level Programming are used, they are the Beanch and Bound Algorithm and Taylor method and they are compared in terms of the value of the objective function to reach the optimal solution through the method of Simulation using Monte Carlo method and different sample sizes small and large, and the preference of the selection and branching algorithm was reached in solving the non-linear two-level programming problem because its results were better in terms of cost reduction.

Keywords: nonlinear bi-level programming, Taylor method, selection, and branching algorithm.

****

****

****