# مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين وللنظامين المتسلسل والمتوازي

رفل ليث طاهر / باحثة rafallaithtaherr@gmail.com
أ.م.د حسام عبدالرزاق رشيد / الجامعة المستنصرية/ كلية الادارة والاقتصاد husamstat@gmail.com

P: ISSN : 1813-6729
E : ISSN : 2707-1359
https://doi.org/10.31272/jae.i133.941

تأريخ أستلام البحث : 2022/1/19 مقبول للنشر بتأريخ : 2021/2/7

**المستخلص:-**

أستخدامت بعض الطرائق الأحصائية لتقدير معلمة الأزاحة (shifting) ومعلمة القياس (scale) للتوزيع الأسي ذو معلمتين وللنظامين المتسلسل والمتوازي ، ومن هذه الطرائق التي أستخدمت للتقدير والمقارنة هي طـريــقــة الأمــكان الأعــظــم MEL)(Maximum likelihood))) وطريقة بيز القياسية ((Standard Bayes (BMS. حيث تمت المقارنة بين هذه الطرائق بأستخدام المقياس الأحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولقد تم التوصل من خلال تجارب المحاكاة أن أفضل طريقة لتقدير المعلمات التوزيع الأسي ذو معلمتين ولتقدير دالة المعولية ودالة المعولية للنظام المتسلسل (المتوالي) و دالة المعولية للنظام المتوازي هي طريقة بيز القياسية (BMS)

مجلة الادارة والاقتصاد
مجلد 47 / العدد 133 / حزيران / 2022
الصفحات : 215 - 234

* بحث مستل من رسالة ماجستير

## 1 - المقدمة :-

أن الأهتمام بدراسة المعولية (Reliability) ظهر في بداية العقد الأول من القرن العشرين وخصوصاً في عام 1940 م حيث كانت هذه السنة نقطة التحول المحورية في دراسة المعولية.
لأن البحوث قبل هذه السنة كانت تقتصر على السيطرة النوعية وصيانة المكائن ولم تشخص المعولية على أنها حقل مهم ، ولكن بعد هذه السنة ظهر الأهتمام المتزايد في البحوث أدى الى تطور مميز في الأساليب الأحصائية والرياضيات العامة وخاصوصاً المعولية ، وبدأ أستخدام هذه الدالة في الكثير من الأنظمة لأن الحياة بدأت بالتطور السريع وزادت التعقيدات الميكانيكية والألكترونية في المعدات .
حيث تم أستعمال دالة المعولية في العديد من المجالات ومنها الصناعية والميكانيكية والألكترونية وقد تم أستخدامها في المعدات والعتاد الحربي والملاحه البحريه والسيارات والقطارات وفي الأنظمة المعقدة كمسرعات خطية في أجهزة الطائرات وكدعائم في الهندسة الميكانيكية .
ونظرآ للتطور الكبير والمميز الذي حدث في التكنلوجيا فقد تم أستعمالها في الحفاظ على حياة الكائنات الحية وذلك من خلال زيادة كفائة الأجهزة الطبية. حيث تم أستعمال في الأجهزة الطبية نظرية البقاء Survival Theory)) ونظرية المعولية (Reliability Theory) التي تهتم بطريقة غير مباشرة بالأهتمام بدراسة العمر الزمني (life time) للكائنات الحية حيث تم أستعماله في التامين على حياة الأنسان مقابل مبلغ معين من المال ، وأستخدمت في (المكائن والمعدات والأجهزة الكهربائية والمنتجات التجارية ).
وفي عام 1960م تم أستخدام الأنظمة المعقدة للمعولية في السفن الفضائية لوكالة ناسا (NASA ) وكذلك في الصواريخ الذكية حيث الهدف من المعولية هو معرفة مدى قدرة الجهازعلى الأنجاز عندما تكون الكلف مسيطرعليها.
وفي دراسة دالة المعوليه أهمية كبيرة للأنظمة حيث تعد الأنظمة جزء من المكائن والأجهزة. ويعرف النظام ( the-system) بأنه عبارة عن مجموعة من المركبات التي تتجزء لتنجز أعمال مختلفة لغرض الحصول على خدمة معينه او منتج معين.
ومن أنواع الأنظمة النظام المتسلسل / المتوالي (/sequential system serial ) والنظام المتوازي (parallel system) والنظام الهجين (hybrid system) وأن التطورالكبير والمميز والأستعمالات الواسعة لدالة المعولية ادى ذلك الى أهتمام أصحاب الشركات المنتجة للأجهزة والمكائن والمعدات الى تطويرالأجهزة بحيث يتم الحصول على أجهزة خالية او شبه خالية من الأعطاب التي تحدث في المكائن لبيان مدى كفائتها وقدرتها على العمل من دون عطلات لمدة زمنية طويلة وبهذا يعطي القدرة على تقييم المكائن والمعدات لوضع خطط التطوير مستقبلا ، وتحديد أوقات الصيانة ودراسة أسباب التوقف ، لأن هذا التوقف يعد عائقا للأنتاج ويكبد الشركة خسائر مادية وضياع الوقت وتكاليف التصليح وكذلك خسارة الزبائن بسبب عدم تسليم الطلبات بالأوقات المحدودة مما يؤدي الى خسارة سمعة الشركة التي تعد من أهم مقومات النجاح والاستمرار .
الدراسات السابقة .

## 2- طريقة الأمكان الأعظم [35][33][29][20]

### Maximum Likelihood Estimator

طريقة الأمكان الأعظم يرمز لها اختصاراً (MLE)وهي أحدى طرائق التقديرالمهمة وفي عام( 1920 ) م تم أقتراحها أول مره من قبل العالم Fisher)) وتهدف هذه الطريقة الى تعظيم الدالة الى نهايتها العظمى حيث تتميز مقدرات بانها مقدرات جيدة وكفوؤة وتتميز بخاصية الثبات ومتسقة وغيرمتحيزة عندما يكون حجم العينة كبيرة وأمتلاكها أقل تباين ممكن (Sufficient) ووحيدةUnique) ).
ولتقدير عينة عشوائية تتوزع توزيع أسي بمعلمتين حيث($\theta$)تمثل معلمة القياس وتكون$\theta$>0) ) والمعلمه ($\eta$) تمثل معلمة الأزاحة اذا أن $\eta$>0) ) وللحصول على مقدرالأمكان الأعظم الذي يجعل الدالة في نهايتها العظمى.
تعظيم الدالة التوزيع الأسي ذو معلمتين.

$$L(t_1, t_2, t_3, t_4, \dots t_n, \theta, \eta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\theta} exp\, exp \left[-\frac{(t_i-\eta)}{\theta}\right]$$

$$\mathrm{L}(t_1, t_2, t_3, t_4, \dots t_n, \theta, \eta) = (\tfrac{1}{\theta})^n exp[-\textstyle\sum_{i=1}^{n} \quad (t_i-\eta)\,/\theta] \qquad \dots(1)$$

حيث أن i=1, 2, 3,…,n $\quad t_i > \eta$

وباخذ Lnللطرفين نحصل على.

$$\mathrm{Ln\ L=n\ [Ln\ (1)-\ Ln}\ (\theta)]-\textstyle\sum_{i=1}^{n} \quad [(t_i-\eta)/\theta\ ] \qquad \dots(2)$$

Ln L=-n Ln $(\theta)$-$\sum_{i=1}^{n}$ $[(t_i-\eta)/\theta]$

نشتق بالنسبة للمعلمة الأزاحة $\eta$ نحصل على.

$$\frac{\partial\ Ln\ L}{\partial\eta}=\frac{n}{\theta}$$ ...((3

ومساواة المشتقة للصفر نحصل على.

$$\frac{\partial\ Ln\ L}{\partial\eta}=0$$ ... (4)

لذلك نلجأ الى أستخدام أسلوب التعريف(using definition) وذلك بسبب عدم الحصول على صيغة مفيدة. وللحصول على قيمة المعلمة الأزاحة $\eta$ التي تعظم دالة الأمكان الأعظم .

$MaxL \leftrightarrow Min\sum_{i=1}^{n}\ (t_i-\eta)\ /\theta$ … (5)

حيث معلمة الأزاحة $(\eta)$ هي التي تعظم الدالة وتجعل المقدر $\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)/\theta$ في نهايته الصغرى.

واذا رتبنا القيم تصاعدياً $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ فان $\eta<t_1, t_2, t_3, \dots. t_n<\infty$ وليصبح المقدر $\sum_{i=1}^{t}(t_i-\eta)/\theta$ أقل مايمكن سوف ناخذ $\eta$ أكبر مايمكن .

$(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ و هي تمثل أحصاءات مرتبة.

$\hat{\eta}=min(t_i)\ =t_1$ $\qquad i=1,2,\dots,n$ … (6)

( التي حصلنا عليها . $\eta$نعوض معلمة الأزاحة ( التي تعظم الدالة (L)والحصول على قيمة

L=$\frac{1}{(\theta)^n}\ exp[-\sum_{i=1}^{n}\ (t_i-t_1)/\theta\ ]$ ... ( (7

نشتق بالنسبه لمعلمة القياس $(\theta)$للحصول علىL ثم نساوي المشتقه بالصفر نحصل على.

$\frac{\partial\ LnL}{\partial\theta}=-\frac{n}{\theta}+\frac{\sum_{i=1}^{n}\ (t_i-t_1)}{\theta^2}$ … (8)

نساوي المشتقه للصفر نحصل على.

let $\frac{\partial\ LnL}{\partial\theta}$ =0 ...( 9)

$\hat{\theta}_{MLE}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\ (t_i-t_1)}{n}$ … (10)

حيث المقدر معلمة القياس $\theta$ سيكون .

$\hat{\theta}_{MLE}=\underline{t}-t_1$ … (11)

ونحصل على المقدر معلمة الأزاحة $\eta$ .

$\hat{\eta}_{MLE}=t_1$ ...( (12

حيث مقدر دالة المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين .

$$\hat{R}_{MLE}(t)=\exp\ [-(t-\hat{\eta}_{MLE})/\hat{\theta}_{.MLE}]$$ ... (13)

معولية النظام المتوازي للتوزيع الأسي ذو معلمتين .

$R_{Sp}(t)=1-(1-e^{-(t-\hat{\eta}_{MLE})\ /\ \hat{\theta}_{MLE}}\ )^k$ … (14)

معولية النظام المتوالي (المتسلسل) للتوزيع الأسي ذو معلمتين.

$R_S(t)=[\ e^{-(t-\hat{\eta}_{MLE})/\ \hat{\theta}_{MLE}}]^k$ … (15)

## 3- طريقة بيزالقياسية [1][11][26][6]

## Standard Bayes

هي أحدى الطرائق التقديرظهرت في عام (1702) م حيث تم أقتراحها من قبل العالم (Thomas Bayes) حيث أطلق عليها بهذا الأسم (Bayes)نسبة الى عالمها وللحصول على تقديرات نفرض أن المعلمات بانها عبارة عن متغيرات عشوائية و يجب الحصول على معلومات عن الظاهرة المدروسة سابقآ وذلك للحصول على تقديرات المراده حيث يتم ترتيب وصياغة المعلومات على شكل توزيع أحتمالي سابق ( Prior distribution) .

**حيث يوجد أنواع من التوزيعات السابقة التي تقسم الى .**

1- التوزيع الحد الأقصى للنظرية المعلومات: يعتبر هذا التوزيع أن الخصائص تكون معروفة وذلك بالعتماد على نظرية المعلومات (information) حيث يتم أختيار التوزيع السابق حسب خصائص المعلومات المتوفره لدينا.
2- التوزيع المرافق: يتم العمل بهذا التوزيع وعندما تكون التجارب التي يتم العمل عليها صغيرة حيث يكون التوزيع اللاحق من نفس عائلة التوزيع الأحتمالي مثل توزيع (Normal).
3- التوزيع الموضوعي هذا التوزيع هو الأفضل لغير الأحصائين وذلك لأنه يجعل تحليل بيز أسهل تطبيقآ وبالأضافة لأستخدامه أنحراف كوبلاك ليبلر.
4- التوزيع السابق يتم العمل بهذا التوزيع عندما تكون المعلومات غير متوفرة عن الظاهرة التي يراد العمل عليها حيث يتم أستخدامه مع دالة الغير معلوماتية.

- **والمعيب في طريقة بيز هو صعوبة تحديد التوزيع السابق بصورة دقيقة وذلك لصعوبة الحصول على معلومات**

**و بالأضافة الى ذلك يوجد أنواع من دوال الكثافة الأحتمالية حيث على الأساس تقسم الى أنواع وهي.**

### 1- دالة المعلوماتية Information Function

يتم العمل بدالة المعلوماتية في حالة التي تتوفر معلومات كافية وسابقة عن المعلمة التي يراد تقديرها حيث أن المعلمة في هذه الحالة تكون مقيدة ومحدودة وذلك حسب المعلومات المتوفرة وفي بعض الأحيان يقوم الباحث بوضع قيود على المعلمة التي يراد تقديراها و يكون معتمدآ على المعلومات المتوفرة عن المعلمة حيث تكون في هذه الحالة القيود مهمة لصياغة دالة الكثافة الأحتمالية الأولية ، وأن هذه الدالة تتشابه الى حد كبيرمع دالة غير معلوماتية وذلك من حيث تطبيق قاعدة (Jeffrey) والتي تهدف هذه القاعدة الى الحصول على أفضل مقدر للتوزيع الأولي لأن التوزيع الأولي صاحب السلطة الأقوى في تحديد شكل المعلمة المقدرة مقارنة مع دالة الأمكان الأعظم .

### 2- دالة غير معلوماتية Non Information Function

يتم العمل بهذه الدالة في الحالة لايتوفر أي معلومات عن المعلمة التي يراد تقديرها أو تكون المعلومات غير كافية ، حيث وضع هنا العالم (Jeffrey) قاعدتين تعتمد على مجال الدالة حيث يتم من خلالها تحديد دالة الكثافة الأولية المناسبة.

حيث القاعدة الأولى تستند اذا كانت المعلمة المراد تقديرها تمتلك مجال لانهائي حيث تمثل الفترة (-(∞,∞ فدالدالة الكثافة الأحتمالية الأولى تكون دالة لتوزيع منتظم.

والقاعدة الثانية تستندعلى اذا كان المجال ضمن القيم الموجبة أي يعني مجال الدالة المراد تقديرها يقع بين فترة (∞,0) فان دالة الكثافة الأحتمالية تستعمل توزيع لوغارتمي منتظم .

### 3- أولية المرافقة للطبيعة Normal Conjugate prior

تعد هذه الدالة أحدى الدوال الكثافة الأحتمالية حيث يتم أستخدامها بكثرة وذلك لأنها تمتلك العديد من الصفات الجيدة و ممتازه التي تميزها عن باقي الدوال الأحتمالية الأخرى حيث تكون المعلمات واضحة ومحدودة ومحددة وتكون أكثرملائمة حيث تبنى دالة الكثافة الاحتمالية بالأعتماد على دالة (MLE) للمشاهدات العينة الحالية حيث يفضل أستخدام هذا النوع في الكثير من الأحيان بدلآ عن دالة الكثافة غيرالمعلوماتية وتستعمل هذه الدالة في الدوال الخطية حيث تعالج مشكلة التعداد الخطي ومن أشهرالدوال الخطية المرافقة للطبيعة هي دالة الأولية Gamma و Normal .

### 4- المعتمدة على عينة سابقة Dependent on the previous sample

تتميز هذه الدالة بمعلماتها المراد تقديرها حيث تمتلك معلومات وتكون هذه المعلومات قليلة (غير كافية ) حيث يتم الحصول على المعلومات الأضافية وذلك من خلال التجارب الحالية ( التي يتم العمل عليها ) اومن خلال التجارب السنين السابقة حيث تكون لدينا مجموعتان من البيانات . المجموعة البيانات الأولى تتميز بانها تمتلك توزيع أحتمالي أولي غير معلوماتي حيث يتم دمجه مع دالة (MLE) للعينة الأولى للحصول على

التوزيع اللاحق وفي هذه الحالة يتم أستعمال التوزيع الذي تم الحصول عليه من العينة الأولى للبيانات كتوزيع أولي للعينة الثانية وبعد ذلك يتم العمل بالمعلومات التي تم الحصول عليها من خلال التجربة العلمية التي تكون تحت الدراسة وتكون بدلالة صيغة (MLE) وذلك للحصول على المقدرات المعلمات المراد تقديرها. ولأشتقاق طريقة بيزالقياسية

حيث هنا سوف نستخدام أسلوب للدالة الأحتمالية الأولية غير معلومة التي تكون مجهولة بالنسبة للمعلمتين التوزيع الأسي $(\theta,\eta)$ وذلك لعدم وجود معلومات سابقة ومتاحة عن المعلمة المطلوبة.

$$\rho(\theta,\eta)\ \alpha\ \frac{1}{(\theta)^p} \qquad 0<\theta \qquad 0<\eta<\infty$$

P=1, 2, 3 ,… , n

$\rho(\theta,\eta)$: دالة الكثافة الأحتمالية المشتركة.

حيث t يمثل العينة العشوائية التي تكون بحجم n من المتغيرات العشوائية للتوزيع الأسي ذو معلمتين $(\theta,\eta)$ حيث دالة الأمكان الأعظم للتوزيع تكون حسب الصيغة الأتية .

$$L(t_1,t_2,t_3,\dots,t_n/\theta,\eta)=\prod_{i=1}^{n} f(t_i/\theta,\eta)$$

$$=\frac{1}{(\theta)^n}\,exp\,exp\left[-\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)/\theta\right]$$

وللحصول على التوزيع اللاحق نستخدم صيغة بيز العكسية للتوزيع الأسي ذو معلمتين $(\theta, \eta)$.

حيث أن (C) ي مثل ثابت التناسب للموجب للتوزيع وأن $f(t_1,t_2,t_3,\dots.t_n)$ يمثل مقلوب دالة الكثافة الحدية .

$$\iint L(t_1,t_2,\dots t_n/\theta,\eta)\rho(\theta,\eta)d\theta d\eta=f(t_1,t_2,\dots,t_n)$$

$$h(\theta,\eta/t_1,t_2,\dots,t_n)\,\alpha\,\frac{1}{(\Theta)^p}L(t_1,t_2,\dots t_n/\theta,\eta)$$

$$h(\theta,\eta/t_1,t_2,\dots,t_n)\,\alpha\,\frac{1}{(\Theta)^p}\left(\frac{1}{(\theta)^n}\,exp\left[-\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)/\theta\right]\right)$$

$$h(\theta,\eta/t_1,t_2,\dots,t_n)=C\,\frac{1}{(\Theta)^{n+p}}\,exp\left[-\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)/\theta\right]$$

$$C^{-1}=\int_0^{t1}\int_0^{\infty}\frac{1}{(\Theta)^{n+p}}\,exp\,exp\left[-\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)/\theta\right]d\theta d\eta$$

Let $u=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)}{\theta}$

$$\theta=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)}{u}$$

$$d\theta=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)}{u^2}\,du$$

$$C^{-1}=\int_0^{t1}\int_0^{\infty}\frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)^{n+p}}{u^{n+p}}}\,e^{-u}\,\frac{-\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)}{u^2}\,dud\eta$$

$$C^{-1}=\int_0^{t1}\int_0^{\infty}\frac{-u^{n+p-2}}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)^{n+p-1}}\,e^{-u}dud\eta$$

$$C^{-1}=\int_0^{t1}\frac{-1}{\left(\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)\right)^{n+p-1}}\left[\int_0^{\infty}u^{n+p-2}e^{-u}du\right]dn$$

$$C^{-1}=\frac{\Gamma(n+p-2)}{n\left(\sum_{i=1}^{n}(t_i-t_1)\right)^{n+p-2}}$$

حيث دالة التوزيع اللاحق المشتركة للتوزيع الأسي ذو معلمتين $(\theta,\eta)$.

$$h(\theta,\eta/t_1,t_2,\dots.,t_n)=\frac{n\left(\sum_{i=1}^{n}(t_i-t_1)\right)^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)}\left[\frac{1}{(\theta)^{n+p}}e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n}(t_i-\eta)}{\Theta}}\right] \quad \dots(16)$$

$$0<\eta<t_1<\infty \qquad \theta>0$$

$t_1$ : يمثل أصغر قيمة في العينة العشوائية بحجم (n).

ولأيجاد دالة التوزيع اللاحق للمعلمة القياس $\theta$.

$$h_1=(\theta/t_1,t_2,\dots,t_n)=\int_0^{t1}h(\theta,\eta,/t_1,t_2,\dots,t_n)d\eta \quad \dots(17)$$

بتعويض المعادلة (16)في المعادلة(17) نحصل على دالة التوزيع اللاحق للمعلمة القياس $\theta$.

$$= \int_0^{t1} \frac{n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} \frac{1}{\theta^{n+p}} e^{\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{\theta}} d\eta$$

$$\frac{n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} \int_0^{t1} \frac{1}{(\theta)^{n+p}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{\theta}} d\eta =$$

$$(d\eta \frac{n}{\theta} \int_0^{t1} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{\theta}} \frac{1}{(\theta)^{n+p}} * \frac{\theta}{n}) = \frac{n\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1)^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)}$$

$$h_1 = (\theta / t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} \frac{1}{\theta^{n+p-1}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1)}{\theta}} \dots (18)$$

ولأيجاد دالة التوزيع اللاحق للمعلمة الأزاحة $\eta$.

$$h_2(\eta/t_1, t_2, \dots t_n)d\theta = \int_0^{\infty} h(\theta, \eta / t_1, t_2, \dots t_n)d\theta \quad \dots (19)$$

بتعويض معادلة (17) بمعادلة (19) نحصل على .

$$h_2(\eta/t_1, t_2, \dots, t_n) = \int_0^{\infty} \frac{n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} [\frac{1}{(\theta)^{n+p}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{\theta}} d\theta]$$

$$h_2(\eta/t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} \int_0^{\infty} \frac{1}{(\theta)^{n+p}} e^{-\frac{\sum (t_i-\eta)}{\theta}} d\theta$$

Let $u=\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{\theta}$

$\theta=\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{u}$

$d\Theta=\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{u^2}du$

$$h_2(\eta/t_1, t_2 \dots, t_{n)}= \frac{n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} \int_0^{\infty} \frac{u^{n+p}}{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)^{n+p}} e^{-u} \frac{(\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta)}{u^2} du$$

$$= \frac{n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} (\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta))^{n+p-1}} \int_0^{\infty} u^{n+p-2} e^{-u} du$$

$$= \frac{n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)} \left(\frac{\Gamma(n+p-1)}{\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta))^{n+p-1}}\right)$$

$$h_2(\eta/t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{n\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}(n+p-2)(n+p-3)!}{(n+p-3)!\,(\sum_{i=1}^{n} t_i-\eta))^{n+p-1}}$$

$$h_2(\eta/t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{n(n+p-2)(\sum_{i=1}^{n} (t_{i-} t_1))^{n+p-2}}{(\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta))^{n+p-1}} \quad \dots (20)$$

ولأيجاد المقدر بيز للمعلمتين التوزيع الأسي ذو معلمتين $(\theta, \eta)$ لأبد من أيجاد دالة الخسارة حيث تتميزطريقة بيزباحتوائها على أنواع من الدوال الخسارة وهي

**1- الدالة الأسية. 2- والدالة الخطأ المربع الموزون 3- دالة لديكروت 4- دالة العامة الأنتروبي 5- دالة التربيعية وهذه الدوال تقسم الى نوعين أساسين.**

**النوع الأول** .الذي يضم كلا من دالة الخسارة التربيعية و الخطأ المربع حيث تعد الدالتين من دوال متماثلة الخسارة حيث يكون مقدر دالة الخسارة من التقدير متساوي في التجاهين حيث أن الأتجاه الموجب Positive trend يساوي الأتجاه السالبNegative trend وتمثل بالصيغة الرياضية الأتية .

$$L(\hat{\Theta},\Theta)= (\hat{\Theta}-\Theta)^2 \quad \dots(21)$$

**النوع الثاني** يضم عدداً من الدوال الخسارة وهي دالة الاسية و دالة العامة الأنتروبي ودالة لديكروت حيث تفترض الدوال أن المقدر للدالة الخسارة يكون غير متساوي ويعطي بالصيغة الرياضية الأتية .

$$L(\hat{\theta}, \theta) = \left(\frac{\hat{\theta}}{\theta}\right) - ln(\frac{\hat{\theta}}{\theta}-1) \quad \dots (22)$$

حيث تستعمل دالة الخسارة التربيعية Squared loss function)) في حالة التقدير النقطي والصيغة الرياضية تكون:-

$$L(\hat{\theta},\theta)=\begin{cases}(\hat{\theta}-\theta)^2 & \hat{\theta}\neq\theta\\ 0 & \hat{\theta}=\theta\end{cases}\quad ...(23)$$

مقـــــــــدر بيـــــز القيــــــــاسي لمعلمــــــــــة القياس $\theta$.

ولأيجاد المقدر القياسي للمعلمة $\theta$ نسخدم دالة الخسارة التربيعية حيث أن التوقع للدالة الخسارة التربيعية (Squared loss Function)يطلق عليه بدالة المخاطرة .

$$E[L(\hat{\theta},\theta)]=\int_{\forall\theta}^{0} L(\hat{\theta},\theta)h_1(\theta/t_1,t_2,\dots t_n)d\theta$$

حيث سكون مقدر بيز القياسي $\hat{\theta}_B$ للمعلمة $\theta$ هو تلك القيمة المتوقعة لهذه المعلمة التي تجعل دالة المخاطرة (Risk Function) في نهايته الصغرى .

حيث يمكن البرهنة أن $\hat{\theta}_B$ للمعلمة $\theta$ هو التوقع اللاحق للمعلمة القياس.$\theta$

$$E[L(\hat{\theta},\theta)]=\int (\hat{\theta}-\theta)^2 h_1(t_1,t_2,\dots,t_n)d\theta$$

$$\int (\hat{\theta}^2-2\hat{\theta}\theta+\theta^2)h_1(\theta/t_1,t_2,\dots t_n)d\theta \quad =$$

$$=\hat{\theta}^2-2\hat{\theta}E(\theta/t_1,t_2,\dots,t_n)+E(\theta^2/t_1,t_2,\dots t_n)$$

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\theta}}E[L(\hat{\theta},\theta)]=2\hat{\theta}-2E(\theta/t_1,t_2,\dots t_n)$$

$$2\hat{\theta}-2E(\theta/t_1,t_2,\dots,t_n)=0$$

$$\hat{\theta}=E(\theta/t_{1,\dots\dots}t_2)$$

أما بالنسبة للمشتقة الجزئية الثانية لدالة المخاطرة (Risk Function) هي.

$$\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}E[L(\hat{\theta},\theta)]=2$$

حيث أن المشقة الثانية موجبة فأن النقطة الحرجة هي نهاية الصغرى وأن مقدر بيز القياسي للمعلمة القياس $\theta$ هو ذلك المقدر الذي يجعل (Risk Function) في النهاية الصغرى .

مقدر بيز لمعلمة لقياس $\theta$.

$$\hat{\theta}_{BMS}=E(\theta/t_1,t_2,\dots.,t_n)$$

$$\hat{\theta}_{BMS}=\int_0^\infty \theta h_1(\theta/t_1,t_2,\dots,t_n)d\theta \quad ...(24)$$

وعند تعويض معادلة (24)في معادلة (2) نحصل على.

$$\hat{\theta}_{BMS}=\int_0^\infty \theta*\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)\theta^{n+p-1}}e^{\frac{-\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{\theta}}d\theta$$

$$\hat{\theta}_{BMS}=\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{\Gamma(n+p-2)}\int_0^\infty \frac{1}{\theta^{n+p-2}}e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{\theta}}d\theta$$

Let $u=\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{\theta}$

$$\theta=\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{u}$$

$d\theta=\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{u^2}d\theta$

$$\hat{\theta}_{BMS}=\frac{(\sum_{i=1}^n (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)}\int_0^\infty \frac{u^{n+p-2}}{(\sum_{i=1}^n (t_i-t_1))^{n+p-2}}e^{-u}\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{u^2}du$$

$$\hat{\theta}_{BMS}=\frac{(\sum_{i=1}^n (t_i-t_1))^{n+p-2}}{\Gamma(n+p-2)}\left(\frac{-1}{\sum_{i=1}^n (t_i-t_1))^{n+p-3}}\right)\int_0^\infty u^{n+p-4}e^{-u}du$$

$$\hat{\theta}_{BMS}=\frac{-\sum_{i=1}^n (t_i-t_1)}{(n+p-3)}$$

أن مقدر بيز القياسي لمعلمة القياس $\theta$ هو.

$$\widehat{\Theta}_{BMS} = \frac{n(t_1 - \underline{t}\,)}{n+p-3}$$

مقدر بيز القياسي لمعلمة الأزاحة $\eta$.

أن مقدر بيز القياسي لمعلمة الأزاحة $\eta$ يمكن أيجاده بواسطة أستخدام دالة الخسارة التربيعية لمعلمة الأزاحة$\eta$ . حيث نلاحظ أن مقدر الأزاحة ماهو الا الوسط الحسابي المشروط(Conditional mean ) .

$$\hat{\eta}_{BMS} = E[(\eta/t_1, t_2, \dots, t_n)] \qquad \dots (25)$$

$$\hat{\eta}_{BMS} = \int_0^{t1} \eta h_2([\eta/t_1, t_2, \dots, t_n)\,]\, d\eta$$

حيث بتعويض قيمة$h_2$ في المعادلة رقم (25) نحصل على الأتي.

$$=\int_0^{t1} \eta(\frac{(\eta+p-2)n(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n+p-2}}{(\sum_{i=1}^{n} (t_i-\eta))^{n+p-1}})d\eta$$

$$\text{n +p-2) n} \sum_{i=1}^{n} (t_i - t_1)^{n+p-2} \int_0^{t1} \eta(\sum t_i - \eta))^{-(n+p-1)} d\eta) =$$

بأستخدام التكامل بالتجزئة نحصل على.

let u=$\eta$ $\qquad$ dv=$\sum_{i=1}^{n} (t_i - \eta))^{-(n+p-1)} d\eta$

du =d$\eta$ $\qquad$ v=$\frac{1}{n(n+p-2)} (\sum_{i=1}^{n} (t_i - \eta))^{2-n-p}$

$$\int_0^{\infty} \eta(\sum_{i=1}^{n} (t_i - \eta))^{-(n+p-1)} du = \int_0^{t1} udv = [uv]_0^{t1} - \int_0^{t1} vdu$$

$$=t_1[\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{2-n-p}}{n(n+p-2)}] - \int_0^{t1} \frac{1}{n(n+p-2)} (\sum_{i=1}^{n} (t_i - \eta))^{2-n-p} d\eta$$

$$= \frac{t_1(\sum_{i=1}^{n} (t_i - t_1))^{2-n-p}}{n(n+p-2)} - \frac{(\sum_{i=1}^{n} (t_i - t_1))^{3-n-p}}{n^2(n+p-2)(n+p-3)}$$

$$(t_1 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))}{(n+p-3)}) \frac{(\sum_{i=1}^{n} (t_i-t_1))^{n-p-2}}{n(n+p-2)} =$$

حيث أن مقدر بيز القياسي لمعلمة الأزاحة . $\eta$

$$\hat{\eta}_{BMS} = (n+p-2)n(\sum_{i=1}^{n} (t_i - t_1))^{n+p-2}(\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i - t_1)^{2-n-p}}{n(n+p-2)}\left[t_1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i - t_{1)}}{n(n+p-3)}\right]$$

$$\hat{\eta}_{BMS} = t_1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i - nt_{1)}}{n(n+p-3)}$$

$$\hat{\eta}_{BMS} = \frac{n(n+p-3)t_1 - \sum_{i=1}^{n} t_i - nt_1}{n(n+p-3)}$$

$$\hat{\eta}_{BMS} = \frac{n^2 t_1 - nt_1 - n\underline{t} + nt_1}{n(n+p-3)}$$

حيث مقدر بيز لدالة المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين.

$$\hat{R}_{BMS}(t) = exp\, exp\left[-(t - \hat{\eta}_{BMS}) \,/\, \hat{\theta}_{BMS}\right] \qquad \dots (26)$$

معولية النظام المتوازي للتوزيع الأسي ذو معلمتين .

$$R_{Sp}(t) = 1 - (1 - e^{-(t-\hat{\eta}_{BMS})\,/\,\hat{\theta}_{BMS}})^k \qquad \dots (27)$$

معولية النظام المتوالي(المتسلسل) للتوزيع الأسي ذو معلمتين.

$$R_S(t) = [e^{-(t-\hat{\eta}_{BMS})\ /\,\hat{\theta}_{BMS}}]^k \qquad \dots (28)$$

## 4- الجانب التجريبي :-

مراحل تجربة المحاكاة.

تم تقسيم تجربة المحاكاة لعدد من المراحل حيث تم كتابة البرنامج للمقارنة بين طرائق التوزيع الأسي ذو معلمتين وللنظامين المتسلسل والمتوالي بأستخدام برنامج الماتلاب (MATLAP-9) وقد تم تطبيق البرنامج على الحاسبة حيث تم أستخراج نتائج

### المرحلة الأولى .

**1- تعد هذه الخطوة الأساسية في البرنامج وقد أختيرت القيم الأفتراضية للمعلمات التوزيع الأسي ذو معلمتين التي تتمثل بمعلمة الأزاحة ($\eta$) و بمعلمة القياس($\theta$) حيث تم تشكيل تسعة من الحالات كما في الجدول التالي (1)**

الجدول(1)

يبين القيم الأفتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة

| الحالات | معلمة الازاحة($\eta$) | معلمة القياس ($\theta$) |
|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 1.5 |
| 2 | 0.1 | 1.5 |
| 3 | 0.5 | 1.5 |
| 4 | 0.01 | 2.5 |
| 5 | 0.1 | 2.5 |
| 6 | 0.5 | 2.5 |
| 7 | 0.01 | 3.5 |
| 8 | 0.1 | 3.5 |
| 9 | 0.5 | 3.5 |

**2- وبالأضافة الى ذلك تم أختيارأربعة أحجام مختلفة للعينات التي تمثل بالأتي**

.n= 30, 50, 100 , 200

تم تكرار كل تجربة ( L=1000) .

**3- تم أختيار ثلاثة أوقات لتقدير دالة المعولية ومعدل الفشل وكانت كالآتي:-**

$$t = 1, 2, 3$$

### المرحلة الثانية :-

1- **الخطوة الثانية في المحاكاة (simulation) يتم توليد البيانات (المتغيرات العشوائية) والتي تتوزع توزيع منتظم ($u_i$)uniform) ضمن الفترة (0t,) وتتولد البيانات بواسطة الحاسبة الأكترونية وبالأعتماد على الصيغة الأتية** :.

U=RND

2- **لتحويل المتغير الذي تم توليده ( الخطوة الثانية ) تم أستعمال الأسلوب الرياضي لطريقة التحويل المعكوس (Inverse trans from method) وذلك وكفاءاتها في توليد المتغيرات العشوائية والحصول على بيانات تتبع التوزيع الأسي ذو معلمتين($\eta$ $\theta$,.)**

$$\upsilon = \mathrm{F}(\chi) \qquad \ldots (29)$$

$$\mathrm{F}(\chi) = 1 - exp[-(t-\eta)/\theta]$$

$$\upsilon = 1 - exp[-(t-\eta)/\theta]$$

$$exp[-(t-\eta)/\theta] = 1 - \upsilon$$

$$[-(t-\eta)/\theta] = \iota og(1-\upsilon)$$

$$t = \eta - \theta log(1-\upsilon)$$

### المرحلة الثالثة :-

يتم تقدير دالـة المعوليـة للتوزيع الأسي بمعلمتين ($\theta$ $\eta$,) وللنظامين المتسلسل والمتوازي والتي تم توضيحها في الجانب النظري وحسب طرائق التقدير الآتية:-

**1- طريقة الأمكان الأعظم .(MLE)**

**2- طريقة بيز القياسية (BMS).**

### المرحلة الرابعة :-

هي مرحلة المقارنة بين طرائق التقدير للتوزيع الأسي ذو معلمتين وللنظامين المتسلسل والمتوازي لكل ( $t_i$) من الزمن وللمقارنة نستخدام المقياس الأحصائي:-

## 1- متوسط مربعات الخطأ (Mean Squared Error(MSE)

$$MSE\ (\hat{R}\ (t))\ =\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{R}_i\ (t)-R(t))^2$$

إذ إنَّ $L$ : عدد التكرارات (Replications) لكل تجربة .

$\hat{R}(t)$ : مقدر المعولية حسب الطرائق المستخدم في التقدير

## 2- مناقشة تجارب المحاكاة

في هذا البحث سيتم مناقشة نتائج تجارب المحاكاة وتحليلها لتقدير دالة المعولية للتوزيع الأسي بمعلمتين وللنظامين المتسلسل والمتوازي بحسب الطرائق الموضحة في الجانب النظري من هذا البحث .

وفيما يأتي النتائج الموضحة في الجداول التي سيتم تحليلها حيث يوضح الجدول من (2) متوسط مربعات الخطأ لتقدير دالة المعولية حسب الحالات التسعة المفترضة وبحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها =1000):-

**الجدول(2)**
**يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للطرائق التقدير المختلفة للحالة الاولى بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.01,\theta = 1.5$) وبحسب وحجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000)**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0047 | 0.0042 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0044 | 0.0044 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0025 | 0.0028 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0025 | 0.0024 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0024 | 0.0024 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0014 | 0.0015 | $R_{MLE}$ |
| 100 | 1 | 0.0012 | 0.0012 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |
| | 2 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0008 | 0.0008 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |
| 200 | 1 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |
| | 2 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{BMS}$&$R_{MLE}$ |

**الجدول(3)**
**يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للطرائق التقدير المختلفة للحالة الثانية بالمعلمات المفترضة($\eta = 0.1,\theta = 1.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0040 | 0.0035 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0042 | 0.0040 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0024 | 0.0026 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0024 | 0.0023 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0026 | 0.0026 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0015 | 0.0016 | $R_{MLE}$ |
| 100 | 1 | 0.0011 | 0.0011 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0013 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0007 | 0.0008 | $R_{MLE}$ |
| 200 | 1 | 0.0006 | 0.0005 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**الجدول (4)**
**يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للطرائق التقدير المختلفة للحالة الثالثة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.5, \theta = 1.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000).**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0027 | 0.0023 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0048 | 0.0046 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0032 | 0.0034 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0014 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0027 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0019 | 0.0020 | $R_{MLE}$ |
| 100 | 1 | 0.0007 | 0.0006 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0014 | 0.0014 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0010 | 0.0010 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0007 | 0.0007 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**الجدول(5)**
**يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للطرائق التقدير المختلفة للحالة الرابعة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.01, \theta = 2.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000)**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0027 | 0.0023 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0048 | 0.0046 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0032 | 0.0034 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0014 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0027 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0019 | 0.0020 | $R_{MLE}$ |
| 100 | 1 | 0.0007 | 0.0006 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0014 | 0.0014 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0010 | 0.0010 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0007 | 0.0007 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول(6)**
**يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للطرائق التقدير المختلفة للحالة الخامسة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.1, \theta = 2.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000)**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0029 | 0.0025 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0044 | 0.0040 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0042 | 0.0041 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0018 | 0.0016 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0028 | 0.0027 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0027 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0008 | 0.0008 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0014 | 0.0013 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0014 | 0.0014 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول(7)**

يبين متوسط مربعـــات الخطـــأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للطرائـــق التقـــدير المختلفة للحالـــة السادســـة بالمعلمـــات المفترضـــــــة($\eta = 0.5, \theta = 2.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربـــة عـــدد مكرراتها (L=1000)

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0028 | 0.0024 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0046 | 0.0042 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0045 | 0.0044 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0015 | 0.0013 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0027 | 0.0025 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0027 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0007 | 0.0006 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**الجدول(8)**

يبين متوســـط مربعـــات الخطـــأ (MSE) لتقدير دالـــة المعوليـــة للطرائق التقدير المختلفة للحالة الثامنة بالمعلمـــات المفترضـــة ($\eta = 0.01, \theta = 3.5$)و بحسب حجوم العينات ولتجربـــة عدد مكرراتها (L=1000)

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0022 | 0.0016 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0044 | 0.0040 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0049 | 0.0048 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0010 | 0.0008 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0024 | 0.0022 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0028 | 0.0027 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0004 | 0.0003 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0012 | 0.0012 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0015 | 0.0015 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0007 | 0.0007 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**الجدول(9)**

يبين متوســـط مربعـــات الخطـــأ (MSE) لتقدير دالـــة المعوليـــة للطرائق التقدير المختلفة للحالة الثامنة بالمعلمـــات المفترضـــة ($\eta = 0.1, \theta = 3.5$)و بحسب حجوم العينات ولتجربـــة عـــدد مكرراتها (L=1000)

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0022 | 0.0017 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0036 | 0.0032 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0044 | 0.0041 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0012 | 0.0010 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0022 | 0.0020 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0028 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0010 | 0.0009 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0013 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**الجدول(10)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للطرائق التقدير المختلفة للحالة التاسعة بالمعلمات المفترضة $(\eta = 0.5, \theta = 3.5)$ و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000)

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| **30** | 1 | 0.0025 | 0.0020 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0042 | 0.0038 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0050 | 0.0046 | $R_{BMS}$ |
| **50** | 1 | 0.0012 | 0.0010 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0022 | 0.0020 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0027 | 0.0025 | $R_{BMS}$ |
| **100** | 1 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0010 | 0.0010 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| **200** | 1 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**الجدول(11)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل (المتوالي) للطرائق التقدير الختلفة للحالة الاولى بالمعلمات المفترضة $(\eta = 0.01, \theta = 1.5)$ و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000).

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| **30** | 1 | 0.0019 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0032 | 0.0028 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0045 | 0.0041 | $R_{BMS}$ |
| **50** | 1 | 0.0008 | 0.0005 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0018 | 0.0016 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0026 | 0.0025 | $R_{BMS}$ |
| **100** | 1 | 0.0003 | 0.0002 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0008 | 0.0008 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0013 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |
| **200** | 1 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0007 | 0.0007 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**جدول(12)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل(المتوالي) للطرائق التقدير المختلفة للحالة الثانية بالمعلمات المفترضة $(\eta = 0.1, \theta = 1.5)$ و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000).

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| **30** | **1** | **0.0028** | **0.0024** | $R_{BMS}$ |
| | **2** | **0.0124** | **0.0111** | $R_{BMS}$ |
| | **3** | **0.0124** | **0.0125** | $R_{MLE}$ |
| **50** | **1** | **0.0014** | **0.0013** | $R_{BMS}$ |
| | **2** | **0.0069** | **0.0064** | $R_{BMS}$ |
| | **3** | **0.0070** | **0.0071** | $R_{MLE}$ |
| **100** | **1** | **0.0006** | **0.0006** | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | **2** | **0.0035** | **0.0033** | $R_{BMS}$ |
| | **3** | **0.0038** | **0.0037** | $R_{BMS}$ |
| **200** | **1** | **0.0003** | **0.0003** | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | **2** | **0.0017** | **0.0016** | $R_{BMS}$ |
| | **3** | **0.0019** | **0.0019** | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**جدول (13)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل( المتوالي ) للطرائق التقدير المختلفة للحالة الثالثة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.5, \theta = 1.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000).

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0002 | 0.0001 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0079 | 0.0065 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0130 | 0.0124 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0042 | 0.0037 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0076 | 0.0072 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0022 | 0.0020 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0040 | 0.0039 | $R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0011 | 0.0011 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0021 | 0.0021 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**الجدول(14)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل ( المتوالي ) للطرائق التقدير المختلفة للحالة الرابعة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.01, \theta = 2.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000) .

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0018 | 0.0015 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0111 | 0.0095 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0118 | 0.0114 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0011 | 0.0009 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0067 | 0.0061 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0075 | 0.0074 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0031 | 0.0030 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0037 | 0.0036 | $R_{MO-1}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0015 | 0.0015 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0019 | 0.0018 | $R_{BMS}$ |

**جدول (15)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل (المتوالي) للطرائق التقدير المختلفة للحالة الخامسة بالمعلمات المفترضة
($\eta = 0.1, \theta = 2.5$)
وبحسب وحجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000).

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0040 | 0.0033 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0096 | 0.0084 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0026 | 0.0023 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0062 | 0.0056 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0012 | 0.0011 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0030 | 0.0029 | $R_{MO-1}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0014 | 0.0014 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول (16)**
**يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقـــدير دالـــــة المعولية للنظام المتسلسل( المتوالي ) للطرائق التقدير المختلفـة للحالـة السادسـة بالمعلمـــات المفترضـــة $(\eta = 0.5, \theta = 2.5)$ وبحسـب وحجـوم العينـات ولتجربـة عـدد مكرراتهـا (L=1000).**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| **30** | 1 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0040 | 0.0033 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0100 | 0.0087 | $R_{BMS}$ |
| **50** | 1 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0022 | 0.0019 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0058 | 0.0053 | $R_{BMS}$ |
| **100** | 1 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0010 | 0.0009 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0028 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| **200** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0004 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0013 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |

**جدول(17)**
**يبـين متوسـط مربعـات الخطـأ (MSE) لتقدير دالـة المعوليـة للنظـام المتسلسـل (المتـوالي) للطرائـــق التقـــدير المختلفـة للحالـــة الســـابعة بالمعلمـــات المفترضة $(\eta = 0.01, \theta = 3.5)$ و يحسب حجوم العينـات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000) .**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| **30** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0020 | 0.0016 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0081 | 0.0069 | $R_{BMS}$ |
| **50** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0010 | 0.0009 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0044 | 0.0039 | $R_{BMS}$ |
| **100** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0023 | 0.0022 | $R_{BMS}$ |
| **200** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0010 | 0.0009 | $R_{BMS}$ |

**جدول (18)**
**يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل (المتوالي) للطرائق التقدير المختلفة للحالة الثامنة بالمعلمات المفترضة $(\eta = 0.01, \theta = 3.5)$ و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000) .**

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| **30** | 1 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0017 | 0.0014 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0059 | 0.0049 | $R_{BMS}$ |
| **50** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0008 | 0.0007 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0030 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| **100** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| **200** | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0012 | 0.0010 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0047 | 0.0039 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0007 | 0.0006 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0027 | 0.0024 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0012 | 0.0011 | $R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**جدول (19)**
يبـين متوسـط مربعـات الخطـأ (MSE) لتقـدير دالــة المعوليــة للنظــام المتسلســل (المتــوالي) للطرائق التقدير المختلفة للحالـة التاسـعة بالمعلمـات المفترضـة $(\eta = 0.5, \theta = 3.5)$ و بحسب حجوم العينـات ولتجربـة عدد مكرراتها (L=1000).

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0003 | 0.0002 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0017 | 0.0015 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0008 | 0.0008 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**جدول (20)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتوازي للطرائق التقدير المختلف للحالة الاولى بالمعلمات المفترضة

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0048 | 0.0045 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0013 | 0.0014 | $R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0002 | 0.0003 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0026 | 0.0025 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0007 | 0.0007 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**جدول (21)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتوازي للطرائثق التقدير المختلفة للحالة الثانية بالمعلمات المفترضة $(\eta = 0.1, \theta = 1.5)$ و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000) .

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0046 | 0.0042 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0013 | 0.0014 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0002 | 0.0003 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0028 | 0.0027 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0008 | 0.0009 | $R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0001 | 0.0002 | $R_{MLE}$ |
| 100 | 1 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0007 | 0.0006 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |
| | 3 | 0 | 0 | $R_{MLE}$&$R_{BMS}$ |

**جدول (22)**
يبـين متوسـط مربعـات الخطـأ (MSE) لتقـدير دالـة المعوليـة للنظـام المتـوازي للطرائق التقدير المختلفة للحالـة الثالثـة بالمعلمـات المفترضـة $(\eta = 0.5, \theta = 1.5)$ و بحســـب حجوم العينـات ولتجربـة عدد مكرراتهـا (L=1000).

**جدول (23)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتوازي للطرائق التقدير المختلفة للحالة الرابعة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.01, \theta = 2.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000) .

| $n_i$ | t | MLE | BMS | Best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0057 | 0.0049 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0025 | 0.0027 | $R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0005 | 0.0006 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0029 | 0.0026 | $R_{MLE}$ |
| | 2 | 0.0014 | 0.0015 | $R_{MLE}$ |
| | 3 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0014 | 0.0013 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0008 | 0.0008 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0001 | 0.0002 | $R_{MLE}$ |
| 200 | 1 | 0.0007 | 0.0007 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0001 | 0.0001 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول (24)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتوازي للطرائق التقدير المختلفة للحالة الخامسة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.1, \theta = 2.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000)

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0055 | 0.0046 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0035 | 0.0034 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0015 | 0.0017 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0032 | 0.0029 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0022 | 0.0022 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0010 | 0.0010 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0014 | 0.0013 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0011 | 0.0011 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0007 | 0.0006 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول (25)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتوازي للطرائق التقدير المختلفة للحالة السادسة بالمعلمات المفترضة ($\eta = 0.5, \theta = 2.5$) و بحسب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0063 | 0.045 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0051 | 0.0048 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0026 | 0.0028 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0027 | 0.0021 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0028 | 0.0027 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0015 | 0.0015 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0010 | 0.0009 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0015 | 0.0014 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0008 | 0.0008 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول (26)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظـام المتــوازي للطرائــق التقــدير المختلفـــة للحالـــة السابعة بالمعلمات المفترضة $(\eta = 0.01, \theta = 3.5)$ و بحســب حجــوم العينـــات ولتجربـــة عـــدد مكرراتهـــا ( L=1000) .

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0057 | 0.0046 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0038 | 0.0037 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0017 | 0.0019 | $R_{MLE}$ |
| 50 | 1 | 0.0029 | 0.0025 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0022 | 0.0022 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0010 | 0.0011 | $R_{MLE}$ |
| 100 | 1 | 0.0013 | 0.0012 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0011 | 0.0011 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0002 | 0.0002 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول (27)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظــام المتــوازي للطرائــق التقـــدير المختلفـــة للحالـــة التامنة بالمعلمات المفترضة

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0059 | 0.0046 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0053 | 0.0048 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0035 | 0.0034 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0027 | 0.0023 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0027 | 0.0026 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0019 | 0.0018 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0011 | 0.0011 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0013 | 0.0013 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0009 | 0.0009 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0005 | 0.0005 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0004 | 0.0004 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**جدول (28)**
يبين متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة المعولية للنظام المتوازي للطرائــق التقــدير المختلفــة للحالـــة التاســـعة بالمعلمـــات المفترضـــة $(\eta = 0.5, \theta = 3.5)$ و بحســـب حجوم العينات ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000) .

| $n_i$ | t | MLE | BMS | best |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0.0064 | 0.0039 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0055 | 0.0048 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0042 | 0.0041 | $R_{BMS}$ |
| 50 | 1 | 0.0024 | 0.0017 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0030 | 0.0028 | $R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0024 | 0.0024 | $R_{BMS}$ |
| 100 | 1 | 0.0008 | 0.0006 | $R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0014 | 0.0014 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0012 | 0.0012 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| 200 | 1 | 0.0003 | 0.0003 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 2 | 0.0007 | 0.0007 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |
| | 3 | 0.0006 | 0.0006 | $R_{MLE}\&R_{BMS}$ |

**الاستنتاجات-:**

1-أن المقياس الأحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) يقل عندما يزداد حجم العينة لمعلمتين القياس والازاحة ودالة المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين وللنظامين المتسلسل والمتوازي .

2-أظهرت عدد التكرات من نتائج المقارنة للطرائق التقدير أن أفضل طريقة للتقدير دالة المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين وللنظامين المتسلسل والمتوازي هي طريقة بيز القياسية (BMS).

**التوصيات-:**

1- توصي الباحثين بأجراء بحوث وبأستعمال طرائق تقدير مختلفة لتقدير معلمتي الأزاحة $(\eta)$ والقياس $(\theta)$ ودالة المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين وللنظامين والمتسلسل والمتوازي .

2- توصي الباحثة باستعمال النظام الهجين (hybrid system) للتقدير دالة المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين.

## المراجع:-

1- أمل علي غافل،"تقدير معالم والدالة المعولية لتوزيع الأسي ذو معلمتين بطريقة بيز القياسي"، journal of the college of basic education 18.74/ملحق (2012).

2- العكاري ،خضر عام (2020)،"الأستدلال الحصائي باستخدام نظرية بيز " ، قسم الأحصاء والبرمجة ، كلية الأدارة والأقتصاد – جامعة تشرين .

3- جاسم حسن لأزم ، (2011)، مقارنة طرائق بيز مع طرائق أخرى لتقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل باستخدام المحاكاة.

4- كامل ،براق صبحي عام (2006) ، " معولية الأنظمة القابلة للتصليح مع تطبيق علمي" ،كلية الأدارة والأقتصاد - جامعة بغداد.

5-- Afify , E.E, (2006)” , NOTE ON The Exponential Distribution . Faculty Of ENGIN EERING Menowfiy A UNIVERSITY , SHIBEEN . EL. KOOM

6- Bartholomew, D. J. (1957). A problem in life testing. Journal of the American Statistical Association, 52(279), 350-355.

7- AL-Ani, B. G., AL-Rassam, R. S., & Rashed, S. N. (2020). Bayesian estimation for two parameter exponential distribution using linear transformation of reliability function. Periodicals of Engineering and Natural Sciences (PEN), 8(1), 242-247

8-Cohen, A. C., & Helm, F. R. (1973). Estimation in the exponential distribution. Technometrics, 15(2), 415-418.

# Reliability of the two-parameter exponential distribution for the serial and parallel systems Comparison of some methods of estimating a function

**Rafal Laith Taher**
**Prof. Hossam Abdul Razzaq Rashid /**

## Abstract

Some statistical methods have been used to estimate the shifting parameter and the scale parameter for the two-parameter exponential distribution and for the serial and parallel systems. Among these methods that were used for estimation and comparison are the Maximum likelihood (MEL) method and the Standard Bayes method. Where the comparison between these methods was done using the mean of error squares (MSE) statistical scale, and it was concluded through simulation experiments that the best way to estimate the parameters of the two-parameter exponential distribution and to estimate the reliability function and the reliability function of the sequential system and the reliability function of the parallel system is the method BES Standard (BMS).

*******************************************************************
***************************************************************
**********************************************************