Warith Scientific Journal

تقدير معلمات توزيعFrechet-Frechet مع تطبيق عملي
estimating the parameters of the Frechet-Frechet distribution with practical application

زهراء هادي عبد راهي
zahraa Hadi Abed
zahraa.abed@s.uokerbala.edu.iq
كلية الادراة والاقتصاد /جامعة كربلاء
llege of Administration and Economics
University of Karbala

أ.د. مهدي وهاب نعمة نصرالله
Prof.Dr Mahdi Wahab Neama Naser Allah
mehdi.wahab@uokerbala.edu.iq
كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة كربلاء
College of Administration and Economics/ University of rbala

المستخلص:

يعد توزيع فريجت (Frecht) من التوزيعات المهمة التي تستخدم في نماذج ازمنة الحياة (المستمرة) ،وله استعمالات كثيرة في تحليل الحوادث والكوارث الطبيعية وايضا في الدراسات البيولوجية وغيرها,حيث تم تطبيق دراسة جديدة للتوزيع من خلال استعمال صيغة تحويل جديدة تعرف بصيغة دالة البقاء المحولة بإضافة معلمة جديدة فيصبح توزيع ذو ثلاث معلمات (α,β.ʎ) وتعتمد صيغة التحويل على دالة البقاء لتوزيع فرجت لينتج توزيع جديد يعرف بتوزيع فريجت-فريجت المحول (TSF) حيث يتميز هذا التوزيع بمرونته وسهولة تطبيقه على بيانات الواقع الحقيقي مقارنة بالتوزيع قبل التحويل. وتم استخراج خصائص التوزيع وتقدير معلمات التوزيع بطريقتين (طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وطريقة العزوم الخطية الكمية(LQ-Moment)

وتم تطبيق الانموذج الجديد على بيانات حقيقية متمثلة بمرض الفشل الكلوي بحجم عينة 91 شخصا وهي اوقات بقاء المريض على قيد الحياة لحين الوفاة وتم استعمال اختبار حسن المطابقة Kolmogorov-Smirnov test لمعرفة مدى ملائمة البيانات لتوزيع المقترح واثبات ان التوزيع ذات تغطية اكثر للبيانات من التوزيع قبل التحويل وايضا تقدير دالة البقاء للبيانات الحقيقية.

الكلمات المفتاحية: توزيع فريجت، توزيع فريجت-فريجت المحول (TSF),صيغة البقاء المحولة، طريقة المربعات الصغرى (OLS)، طريقة LQ-Moment

Abstract:

The Frecht distribution is one of the important distributions that are used in (continuous) life time models, and it has many uses in the analysis of accidents and natural disasters, as well as in biological studies and others, where a new study of the distribution was applied through the use of a new transformation formula known as the transformed survival function formula By adding a new parameter, it becomes a three-parameter distribution (β, α.ʎ) and the transformation formula depends on the survival function of the fret distribution to produce a new distribution known as the fret-freigt-transformed distribution (TSF), where this distribution is characterized by its flexibility and ease of application to real data compared to the distribution before conversion. . Distribution characteristics were extracted and distribution parameters were estimated by two methods (Ordinary Least Squares (OLS) method and Quantitative Linear Moments (LQ-Moment) method.(

The new model was applied to real data represented by kidney failure disease with a sample size of 91 people, which is the patient's survival times until death. The Kolmogorov-Smirnov test was used to determine the suitability of the data to the distribution of the proposal and to prove that the distribution has more data coverage than the distribution before transfer. As well as estimating the survival function for real data.

Key words the Transmuted Survival Frechet Frechet Distribution, Frechet Distribution ,The Transmuted Survival Formula, Least Square ordinarys method, Linear Quantile Moment method.

1- المقدمة :

ان التوزيعات الاحتمالية المتعارف عليها قد لا تمثل البيانات في الواقع لكونها اكثر تعقيدا عند التمثيل والنمذجة حيث يصعب تحليل تلك البيانات لهذا سعى الباحثون على توسعة التوزيعات الاحتمالية وتطويرها لتكون اكثر دقة في هذه الدراسة تم استعمال صيغة جديدة تعرف بصيغة دالة البقاء المحولة تعتمد على دالة البقاء للتوزيع الاصلي من خلال ادخال معلمة التحويل [⅄]

حيث تم دراسة توزيع فريجت لقلة الدراسات لهذا التوزيع وتم تعميم توزيع فريجت لينتج التوزيع ذو ثلاث معلمات ويسمى بتوزيع فريجت فريجت المحول(TSF)

2- منهجية البحث:

2-1 مشكلة البحث :

من المشكلات الكثيرة التي تم دراستها في مجالات مختلفة في علم الاحصاء هناك ظواهر عديدة يصعب تحليلها ودراسة التوزيع الملائم لها ,حيث تختلف دراستها باختلاف البيانات والبيئة وعند تطبيقها في الواقع الحقيقي عند تطبيق تلك البيانات على توزيعات تقليدية في ايجاد افضل مقدر لها ومن هنا جاءت التوزيعات المحولة لتكون اكثر مرونة ودقة في وصف البيانات وذات تغطية كافية اكثر من التوزيعات التقليدية.

2-2هدف البحث :

الهدف من هذا البحث استعمال صيغة جديدة تعتمد على دالة البقاء لتوزيع فريجت(Frechet distribution) لينتج توزيع محول (TSF) واثبات كون التوزيع احتمالي وايجاد الخصائص الاحصائية للتوزيع الجديد ومن ثم استعمال طرق التقديـر للتوزيع المحول مثل (طريقة االمربعات الصغرى الاعتيادية، طريقة العزوم الخطية الكمية), وايضا تم تطبيق التوزيع على بيانات حقيقية متمثلة بالفشل الكوي واختيار افضل توزيع لتمثيل البيانات من خلال استعمال معايير المعلومات وتبين ان التوزيع المقترح ذات تغطية اكثر للبيانات الحقيقية من التوزيع الاصلي.

2-3 هيكلية البحث:

تناولت هيكلية البحث الى المنهجية المتمثلة بمشكلة البحث والهدف من البحث ثم تقسيم البحث الى قسمين هما الجانب النظري الذي تم فيه عرض المفاهيم الاساسية وبناء التوزيع الجديد وتلخيص الخصائص الاحصائية له ثم تقدير معلمات التوزيع بطريقتين المذكورة انفا والجانب التطبيقي الذي تناول عرض المقارنة بين التوزيعات قبل وبعد التحويل على البيانات الحقيقية وتقدير دالة البقاء للبيانات ومدى نسبة بقاء الكائن الحي على قيد الحياة.

الجانب النظري:

3- توزيع فريجت .Frechet Distribution :

قدم عالم الرياضيات الفرنسي (موريس فريشت) عام (1878-1973) توزيع ويبل العكسي حيث يستخدم في الكثير من المجالات المختلفة ويستعمل في النمذجة وتحليل العديد من الظواهر الطبيعية كالفيضانات والزلازل وسرعة الرياح.. الخ

وقام العديد من الباحثين بتقدير معلمات التوزيع ودراسته وذلك بإضافة معلمة للتوزيع للحصول على توزيعات جديدة تكون اكثر دقة في حال تطبيقها على بيانات الواقع الحقيقي.

وان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع فريجت يمكن كتابتها بالشكل الاتية: -

$$f(x, \alpha,\beta)=\alpha\beta^{\alpha}X^{-(\alpha+1)}\exp\left(-(\frac{\beta}{x})^{\alpha}\right) \quad ; x>0 \quad (1)$$

دالة التوزيع التراكمي كالاتي:

$$F(x)=P(\times\leq x)=\exp(-(\frac{\beta}{x})^{\alpha}) \qquad (2)$$

حيث ان

α: هي معلمة الشكل لتوزيع فريجت shape parameter

(β):معلمة القياس لتوزيع فريجت scale parameter

$(\alpha, \beta) > 0$

4-دالة البقاء Survival function

تمثل دالة البقاء احتمال بقاء الكائن الحي على قيد الحياة بعد مرور الزمن t علماً ان احتمال البقاء على قيد الحياة يقع خالل المدة الزمنية (t,0)، اما وقت البقاء فيعرف بانه حدوث حدث معين.

و تكون دالة البقاء لتوزيع فريجت بالشكل التالي:

$$S(x)=1-\exp(-(\frac{\beta}{x})^{\alpha}) \qquad (3)$$

5- صيغة دالة البقاء المحولة (The Transmuted Survival Formula)

وهي صيغة رياضية جديدة تعرف بصيغة دالة البقاء المحولة(Transmuted Survival function) اقترحت من قبل S F Mohamad and K A Al-Kadi[] في عام 2022,حيث تعتمد على دالة البقاء لأي توزيع وتكوين نموذج جديد قابل لتأقلم لإنتاج توزيع جديد مدى الحياة لتحليل البيانات وذلك بإضافة معلمة جديدة تسمى معلمة التحويل حيث ان γ تسمى معلمة التحويل ويمكن حساب دالة البقاء المحولة الجديدة من الصيغة التالية:

$$S(t)= (1+\gamma)S_{*}(t)^{2}-\gamma\, S_{*}(t) \qquad (4)$$

$S(t)$ دالة البقاء المحولة الجديدة :

$(t)S_{*}$ دالة البقاء لتوزيع :

γ معلمة التحويل :

تعويض دالة البقاء لتوزيع فريجت معادلة (3) في الصيغة (4) :

$$S(t)=(1+\gamma)\left[1-e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}\right]^{2}-\gamma\left[1-e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}\right]$$

وعند تبسيط المعادلة اعلاه ينتج دالة بقاء جديدة لتوزيع فريجت :

$$S_{TSF}(t)=1-e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\gamma)+e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma) \qquad (5)$$

$$F(t)=1-S(t)$$

$$F(t) = e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\gamma) - e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma)$$

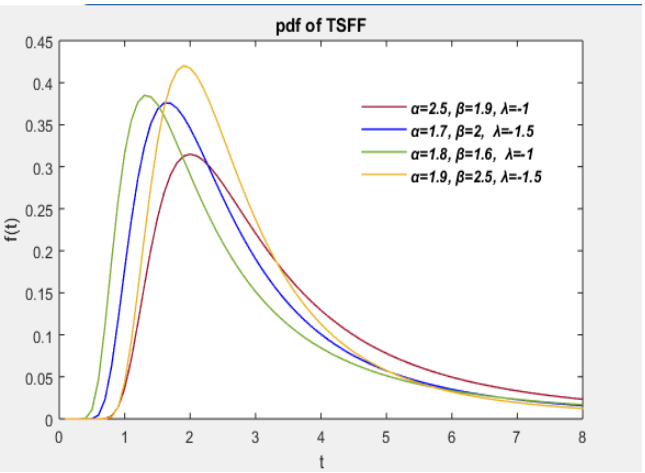
وباشتقاق الصيغة أعلاه نحصل على pdf للتوزيع كالاتي:

$$f(t,\beta,\alpha,\gamma) = \beta(\gamma+2)\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta} e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}} \frac{1}{t} - 2\beta(\gamma+1)\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta} e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}} \frac{1}{t} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{f(t,\alpha,\beta,\gamma) = \beta\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}\frac{1}{t}\left((\gamma+2)e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}} - 2(\gamma+1)e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}\right)}$$

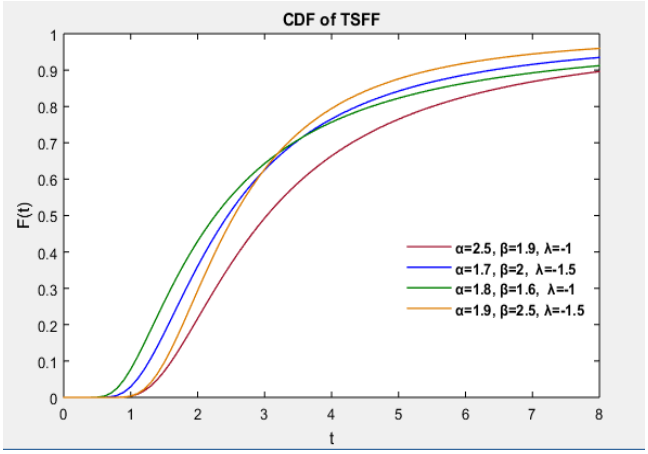
6- توزيع (فريجت- فريجت المحول) TSF (the Transmuted Survival Frechet- Frechet Distribution)

فقد ارتأينا في هذا البحث الى تكوين وبناء توزيع جديد باستعمال صيغة جديدة تعتمد على دالة البقاء لتوزيع فريجت وقد تم استخراج دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمية ودالة البقاء كما موضح في الاشكال التالية:



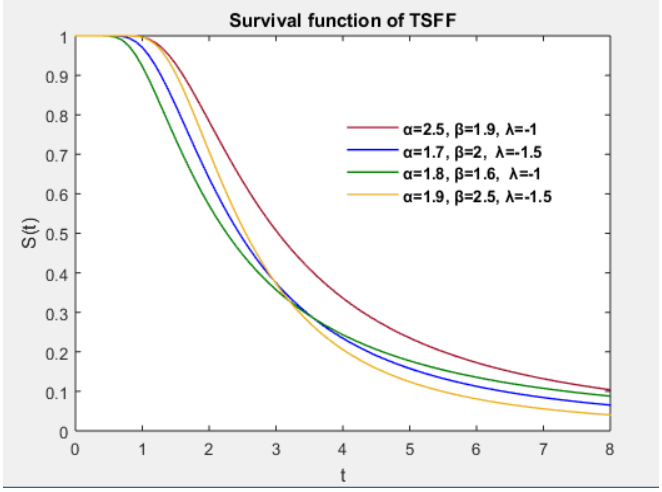
شكل (1) دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لتوزيعTSF

وان الدالة التراكمية (C.D.F) لتوزيعTSF بالشكل الاتي:



شكل (2) الدالة التجميعية (C.D.F) لتوزيع TSF

وان دالة البقاء S(t) لتوزيع TSF بالشكل الاتي:



شكل (3) دالة البقاء S(t) لتوزيع TSF

7- الخصائص الإحصائية:

7-1: العزم المركزي الرائي حول الوسط الحسابي

تكون صيغته :

$$E(t-M)^r = \int_0^\infty E(t-M)^r f_{(t)}\,df \quad (7)$$

وان الصيغة النهائية للتوزيع المقترح :

$$(t-\mu)^r = \mu_r = (\gamma+2)\sum_{j=0}^{r}\binom{j}{r}(-\mu)^{r-j}\alpha^j\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right) - (\gamma+1)\sum_{j=0}^{r}\binom{j}{r}(-\mu)^{r-j}\alpha^j 2^{\frac{j}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)$$

7-2 : العزم الرائي غير المركزي للتوزيع(TSF) حول نقطة الاصل

وتكون صيغته:

$$Et^r = \mu'_r = (\gamma+2)\alpha^r\Gamma\left(1-\frac{r}{\beta}\right) - (\gamma+1)\alpha^r 2^{\frac{r}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{r}{\beta}\right)$$

7-3: معامل الاختلاف Coefficients of Variation

ويكون وفق الصيغة :

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu_1}\times 100\%$$

$$C.V=\frac{\sqrt{(\gamma+2)\sum_{j=0}^{2}\binom{j}{2}(-\mu)^{2-j}\alpha^{j}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)-(\gamma+1)\sum_{j=0}^{2}\binom{j}{r}(-\mu)^{2-j}\alpha^{j}2^{\frac{j}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)}}{(\gamma+2)\alpha^{1}\Gamma\left(1-\frac{1}{\beta}\right)-(\gamma+1)\alpha^{1}2^{\frac{1}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}$$

4-7: معامل الالتواء Coefficient of Skewness

$$C.S=\frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$C.S=\frac{(\gamma+2)\sum_{j=0}^{3}\binom{j}{3}(-\mu)^{3-j}\alpha^{j}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)-(\gamma+1)\sum_{j=0}^{3}\binom{j}{3}(-\mu)^{3-j}\alpha^{j}2^{\frac{j}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)}{\left[(\gamma+2)\sum_{j=0}^{2}\binom{j}{2}(-\mu)^{2-j}\alpha^{j}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)-(\gamma+1)\sum_{j=0}^{2}\binom{j}{r}(-\mu)^{2-j}\alpha^{j}2^{\frac{j}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)\right]^{\frac{3}{2}}}$$

5-7: معامل التفلطح (Coefficient of Kurtosis)

$$c.K=\frac{(t-\mu)^4}{((t-\mu)^2)^2}$$

$$c.K=\frac{(\gamma+2)\sum_{j=0}^{4}\binom{j}{4}(-\mu)^{4-j}\alpha^{j}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)-(\gamma+1)\sum_{j=0}^{4}\binom{j}{4}(-\mu)^{4-j}\alpha^{j}2^{\frac{j}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)}{\left((\gamma+2)\sum_{j=0}^{2}\binom{j}{2}(-\mu)^{2-j}\alpha^{j}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)-(\gamma+1)\sum_{j=0}^{2}\binom{j}{r}(-\mu)^{2-j}\alpha^{j}2^{\frac{j}{\beta}}\Gamma\left(1-\frac{j}{\beta}\right)\right)^{2}}$$

8- طرائق التقدير لتوزيع فريجت TSF Estimation Methods

1-8 طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية Least Square ordinarys method (OL S)

هي من الطرائق الكلاسيكية المهمة في عملية التقديـــر حيث يتم تقليل مجموع مربعات الخطأ الى اقل ما يمكن وذلك ليتم الحصول على المقدرات وتكون صيغتها على النحو الاتي:

$$LS=\sum_{i=1}^{n}\left(F(t_i)-\frac{i}{n+1}\right)^2 \qquad (8)$$

اذ ان:

TSF : تمثل دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المقترح $F(t_i)$.

$\frac{i}{n+1}$ يمثل مقدر لا معلمي: .

$$LS=\sum_{i=1}^{n}\left(e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\lambda)-e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\lambda)-\frac{i}{n+1}\right)^2 \qquad (9)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (9) بالنسبة للمعلمات (α، β، λ) نحصل على المعادلات الثلاث ادناه بعد مساواتها للصفر:

$$\frac{dLS}{d\alpha} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(F(t_i) - \frac{i}{n+1}\right)\frac{dF(t_i)}{d\alpha}\right] = 0 \qquad \dots\dots(10)$$

$$\frac{dLS}{d\alpha} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(F(t_i) - \frac{i}{n+1}\right)\frac{dF(t_i)}{d\alpha}\right] = 0 \qquad \dots\dots(11)$$

$$\frac{dLS}{d\gamma} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(F(t_i) - \frac{i}{n+1}\right)\frac{dF(t_i)}{d\gamma}\right] = 0 \qquad \dots\dots(12)$$

نستخرج المشتقات الجزئية بالنسبة للمعلمات $\frac{dLS}{d\gamma}, \frac{dLS}{d\beta}, \frac{dLS}{d\alpha}$ فنحصل على المعادلات ادناه بعد مساواتها للصفر:

$$\frac{dLS}{d\alpha} = 2\sum_{i=1}^{n}\left\{\begin{matrix}\left[e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\gamma) - e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma) - \frac{i}{n+1}\right]\cdot \\ \frac{2e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}\beta\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{-1+\beta}(1+\gamma)}{t} - \frac{e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}\beta\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{-1+\beta}(2+\gamma)}{t}\end{matrix}\right\} = 0 \quad \dots(13)$$

$$\frac{dLS}{d\beta} = 2\sum_{i=1}^{n}\left\{\begin{matrix}\left[e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\gamma) - e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma) - \frac{i}{n+1}\right]\cdot \\ 2e^{-2\left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta}}\left(\frac{\theta}{t}\right)^{\beta}(1+\gamma)\mathrm{Ln}\left[\frac{\alpha}{t}\right] - e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}(2+\gamma)\mathrm{Ln}\left[\frac{\alpha}{t}\right]\end{matrix}\right\} = 0 \qquad \dots.(14)$$

$$\frac{dLS}{d\gamma} = 2\sum_{i=1}^{n}\left\{\begin{matrix}\left[e^{-\left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta}}(2+\gamma) - e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma) - \frac{i}{n+1}\right]\cdot \\ -e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}} + e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}\end{matrix}\right\} = 0 \qquad \dots\dots(15)$$

المعادلات (13) و(14) و(15)لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لانها معادلات غير خطية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية للحصول على مقدرات طريقة المربعات الصغرى،

2-8 طريقة العزوم الكمية الخطية Linear Quantile Moment method(LQ)

تعد طريقة العزوم الكمية الخطية حالة خاصة من طريقةLMOM حيث قام Mudholkar and Hutsonعام (1998) بأجراء بعض التعديلات عليها, هي من الطرائق المهمة في عملية التقدير

قد أظهروا أن LQMOMأسهل في الحساب وتعطي مقدرات دقيقة مقارنة بـ LMOM ويمكن صياغة العزوم الكمية الخطية على النحو الاتي:

الاعتماد على دالة الكثافة التجميعيةcumulative function يتم اشتقاق الدالة الكمية Quantile Moment

وكما يأتي :

$$F(t) = e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\gamma) - e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma)$$

$$F(t) = e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\gamma) - e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma)$$

$$F(t) = e^{-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(2+\gamma) - e^{-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}}(1+\gamma)$$

ومن خلال الاعتماد على متسلسلة تايلر

$$F(t) = (2+\gamma)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}\right)^{n}}{n!} - (1+\gamma)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-2\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{\beta}\right)^{n}}{n!}$$

$$F(t) = (2+\gamma)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} - (1+\gamma)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!}$$

$$F(t) = 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} + \gamma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} - \gamma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!}$$

$$= 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} + \gamma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} - \frac{(-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!}$$

$$= 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} + \gamma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} - (-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!}$$

$$= 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!} + \gamma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} - (-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!}$$

$$F(t) = 2\sum_{n=0}^{\infty}2\,\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} - (-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} + \gamma(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} - (-2)^{n}\left(\frac{\alpha\tau}{t}\right)^{n\beta}}{n!} \ldots$$

(16)

$$c(n,\theta,\beta,\lambda) = 2\sum_{n=0}^{\infty}2\,\frac{(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} - (-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} + \gamma(-1)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta} - (-2)^{n}\left(\frac{\alpha}{t}\right)^{n\beta}}{n!}, n = 0,1,2 \ldots \ldots (17)$$

وأن المعادلة رقم (17) غير خطية لا يمكن حلها بالطرق الاعتيادية الا باستخدام الطرق العددية للحصول على t وباستخدام برنامج WolframMathematica تم الحصول على قيمة t

$$t = \theta \mathrm{LN}[\frac{2+\gamma-\sqrt{4-4\mathrm{F(t)}+4\gamma-4\mathrm{F(t)}\gamma+\gamma^2}}{2\mathrm{F(t)}}]^{-1/\beta} \quad \ldots\ldots\ldots(18)$$

وان المعادلة المذكورة انفا هي الدالة التراكمية الكمية(Quantile function) التي يمكن التعبير عنها بالمعادلة الأتية :

$$Q(F) = \theta Log[\frac{2+\gamma-\sqrt{4-4F(t)+4\gamma-4F(t)\gamma+\gamma^2}}{2F(t)}]^{-1/\beta} \quad \ldots\ldots\ldots(19)$$

وان(ε_r) يشير الى العزم الكمي الرائي للمتغير العشوائي τ بالمعلمتين (p, m)

ومن خلال استخدم العمليات الرياضية يمكن تلخيص العزوم الكمية الاربعة الاولى لطريقة العزوم الكمية الخطية

كما يأتي:

$$\hat{\varepsilon}_1 = \hat{\tau}_{p,m}(t) \quad \ldots\ldots\ldots(20)$$

$$\hat{\varepsilon}_2 = \frac{1}{2}\left[\hat{\tau}_{p,m}(t_{2:2}) - \hat{\tau}_{p,m}\ (t_{2:2})\right] \quad \ldots\ldots(21)$$

$$\hat{\varepsilon}_3 = \frac{1}{3}\left[\hat{\tau}_{p,m}(t_{3:3}) - 2\hat{\tau}_{p,m}\ (t_{2:3}) + \hat{\tau}_{p,m}\ (t_{1:3})\right] \quad \ldots\ldots(22)$$

$$\hat{\varepsilon}_4 = \frac{1}{4}\left[\hat{\tau}_{p,m}(t_{4:4}) - 3\hat{\tau}_{p,m}\ (t_{3:4}) + 3\hat{\tau}_{p,m}\ \left(t_{2:4}\right) + 3\hat{\tau}_{p,m}\ (t_{1:4})\right)\right] \quad \ldots(23)$$

المعادلات (20) و(21) و(22) و(23)لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لأنها معادلات غير خطية حيث تم حلها باستعمال الطريقة العددية للحصول على مقدرات طريقة LQ.

الجانب التطبيقي:-

في هذا الجانب تم تطبيق موضوع البحث في الواقع الحقيقي وذلك باخذ عينات (بيانات حقيقية) متمثلة بمرضى الفشل الكلوي تم الحصول عليها من وزارة الصحة مركز امراض وزرع الكلى , والهدف تطبيقها على التوزيع المقترح وايا معرفة مدة بقاء الانسان على قيد الحياة.

9- اختبار حسن المطابقة Goodness of fit tests

تم اختبار البيانات التي تمثل اوقات البقاء(lifetimes) بالأيام عن طريق استعمال اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit) (Kolmogorov-Smirnov test) وحسب الفرضية التالية :-

$$D_d^* = \sum_{i=0}^{n} |F_n(x) - F(x)|$$

جدول (2) اوقات الحياة للمرضى المصابين بالفشل الكلوي بالأيام

I	T	I	t	I	t	I	T	i	T	i	T
1	1	16	1	31	2	46	4	61	7	76	12
2	1	17	1	32	**2**	47	4	62	7	77	13
3	1	18	1	33	3	48	4	63	7	78	14
4	1	19	1	34	3	49	5	64	7	79	14
5	1	20	2	35	3	50	5	65	7	80	17
6	1	21	2	36	3	51	5	66	7	81	18
7	1	22	2	37	3	52	5	67	8	82	18
8	1	23	2	38	3	53	5	68	8	83	18
9	1	24	2	39	3	54	5	69	9	84	19
10	1	25	2	40	3	55	5	70	9	85	19
11	1	26	2	41	3	56	5	71	10	86	20
12	1	27	2	42	3	57	5	72	11	87	20
13	1	28	2	43	3	58	6	73	11	88	25
14	1	29	2	44	3	59	6	74	12	89	25
15	1	30	2	45	4	60	7	75	12	90	26
										91	28

H0:- البيانات تتبع التوزيع المحول (TSF).

$H1$:- البيانات لا تتبع التوزيع المحول (TSF).

جدول (2) قيم اختبار حسن المطابقة للبيانات الحقيقية

Distribution	Smirnov Kolmogorov-	P-value
	Statistic	

TSF	0.118175	0.9469
Frecht	0.213543	0.852277

اظهرت النتائج من الجدول المذكور انفآ ان قيمة الP-value لتوزيع المدروسTSF ولتوزيع فريجت قبل التحويل كانت اكبر من مستوى المعنوية 0.05 وهذا يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم التي تقول ان البيانات تتبع التوزيع المقترح (TSF).
قيم المؤشرات الاحصائية للبيانات الحقيقية لتوزيع فريجت-فريجت المحول

جدول (3)المؤشرات الاحصائية للبيانات الحقيقية

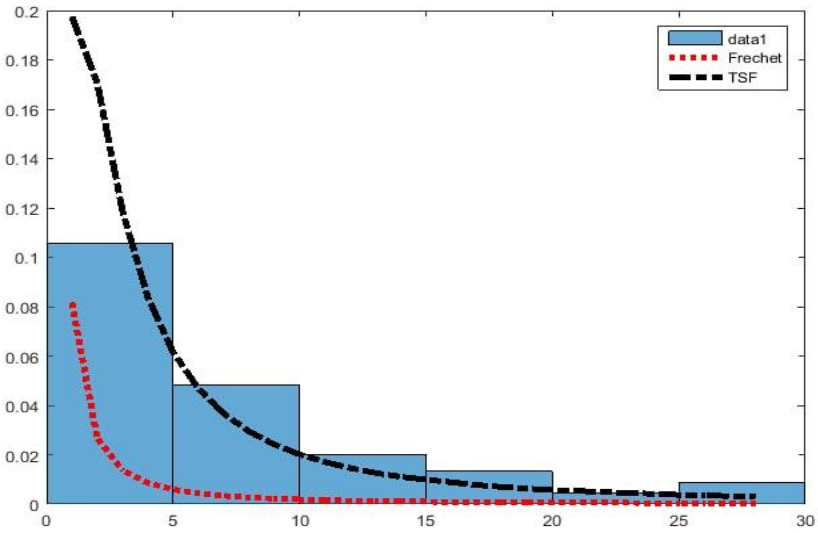
Mean	**6.58242**
Variance	**44.5949**
Skewness	**1.49404**
Kurtosis	**4.39595**
Median	**4**
StandardDeviation	**6.67794**

8- معايير اختيار افضل توزيع:

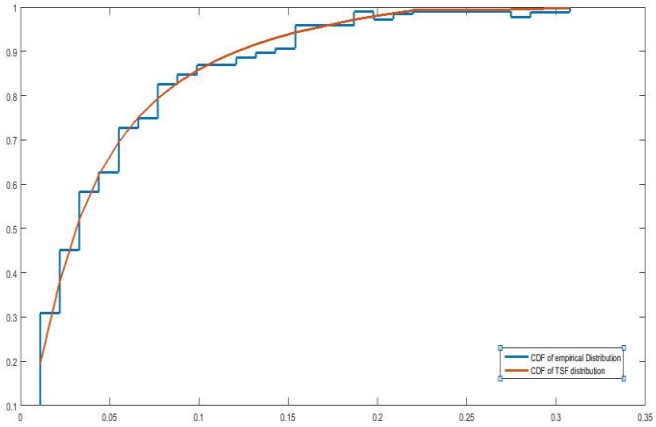
لغرض اختيار افضل توزيع لتمثيل البيانات قيد الدراسة تم استعمال معايير المعلومات (اكاكي AIC, معيار المعلوماتاكاكي المصححAICc , ومعيار المعلومات البيزيBIC.

جدول (4) قيم المعايير والمقارنة بين توزيع فريجت-فريجت المحول وبين فريجت Frechet قبل التحويل للبيانات الحقيقية

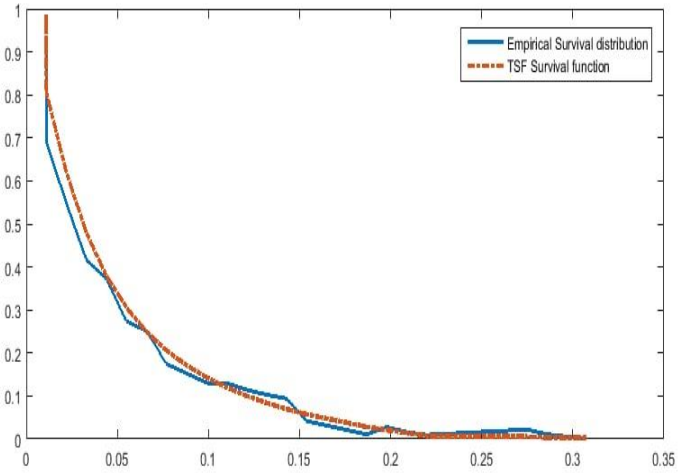
Distribution	LL	AIC	AICc	BIC
TSF	-259.60587	525.211	525.48141	532.74433
F	- 384.6788	927.817	927.95049	932.83888



والشكل(4) الآتي يبين مدى ملائمة توزيع (TSF)في تمثيل البيانات الحقيقية مقارنة بتوزيع فريجت



شكل(5) يبين دالة الكثافة التجميعية لتوزيع المحول TSF وتكون متزايدة.



شكل(6)يبين دالة البقاء لتوزيع TSF وتكون متناقصة.

جدول (5) يوضح مقدرات دالة البقاء ودالة الكثافة التجميعية ودالة الاحتمالية للبيانات الحقيقية

i	t	F(t)	S(t)	f(t)	i	t	F(t)	S(t)	f(t)
1	1	0.1067	0.8933	19.0742	48	4	0.5508	0.4492	7.7043
2	1	0.1067	0.8933	19.0742	49	5	0.6234	0.3766	5.6553
3	1	0.1067	0.8933	19.0742	50	5	0.6234	0.3766	5.6553
4	1	0.1067	0.8933	19.0742	51	5	0.6234	0.3766	5.6553
5	1	0.1067	0.8933	19.0742	52	5	0.6234	0.3766	5.6553
6	1	0.1067	0.8933	19.0742	53	5	0.6234	0.3766	5.6553
7	1	0.1067	0.8933	19.0742	54	5	0.6234	0.3766	5.6553
8	1	0.1067	0.8933	19.0742	55	5	0.6234	0.3766	5.6553
9	1	0.1067	0.8933	19.0742	56	5	0.6234	0.3766	5.6553
10	1	0.1067	0.8933	19.0742	57	5	0.6234	0.3766	5.6553
11	1	0.1067	0.8933	19.0742	58	6	0.6775	0.3225	4.2939
12	1	0.1067	0.8933	19.0742	59	6	0.6775	0.3225	4.2939
13	1	0.1067	0.8933	19.0742	60	7	0.7193	0.2807	3.3542
14	1	0.1067	0.8933	19.0742	61	7	0.7193	0.2807	3.3542
15	1	0.1067	0.8933	19.0742	62	7	0.7193	0.2807	3.3542
16	1	0.1067	0.8933	19.0742	63	7	0.7193	0.2807	3.3542
17	1	0.1067	0.8933	19.0742	64	7	0.7193	0.2807	3.3542
18	1	0.1067	0.8933	19.0742	65	7	0.7193	0.2807	3.3542
19	1	0.1067	0.8933	19.0742	66	7	0.7193	0.2807	3.3542
20	2	0.3052	0.6948	15.7147	67	8	0.7522	0.2478	2.6826
21	2	0.3052	0.6948	15.7147	68	8	0.7522	0.2478	2.6826
22	2	0.3052	0.6948	15.7147	69	9	0.7789	0.2211	2.1882
23	2	0.3052	0.6948	15.7147	70	9	0.7789	0.2211	2.1882
24	2	0.3052	0.6948	15.7147	71	10	0.8008	0.1992	1.8148
25	2	0.3052	0.6948	15.7147	72	11	0.8191	0.1809	1.5266
26	2	0.3052	0.6948	15.7147	73	11	0.8191	0.1809	1.5266
27	2	0.3052	0.6948	15.7147	74	12	0.8346	0.1654	1.2999
28	2	0.3052	0.6948	15.7147	75	12	0.8346	0.1654	1.2999
29	2	0.3052	0.6948	15.7147	76	12	0.8346	0.1654	1.2999
30	2	0.3052	0.6948	15.7147	77	13	0.8478	0.1522	1.1187
31	2	0.3052	0.6948	15.7147	78	14	0.8593	0.1407	0.9718
32	2	0.3052	0.6948	15.7147	79	14	0.8593	0.1407	0.9718

33	3	0.4499	0.5501	10.8908	80	17	0.8858	0.1142	0.6668
34	3	0.4499	0.5501	10.8908	81	18	0.8927	0.1073	0.5957
35	3	0.4499	0.5501	10.8908	82	18	0.8927	0.1073	0.5957
36	3	0.4499	0.5501	10.8908	83	18	0.8927	0.1073	0.5957
37	3	0.4499	0.5501	10.8908	84	19	0.899	0.101	0.535
38	3	0.4499	0.5501	10.8908	85	19	0.899	0.101	0.535
39	3	0.4499	0.5501	10.8908	86	20	0.9045	0.0955	0.4828
40	3	0.4499	0.5501	10.8908	87	20	0.9045	0.0955	0.4828
41	3	0.4499	0.5501	10.8908	88	25	0.9257	0.0743	0.3069
42	3	0.4499	0.5501	10.8908	89	25	0.9257	0.0743	0.3069
43	3	0.4499	0.5501	10.8908	90	26	0.9289	0.0711	0.2831
44	3	0.4499	0.5501	10.8908	91	28	0.9347	0.0653	0.2429
45	4	0.5508	0.4492	7.7043					
46	4	0.5508	0.4492	7.7043					
47	4	0.5508	0.4492	7.7043		SUM	47.0549	43.9451	83.3738
						MEAN	0.51708	0.48291	0.9161

9- الاستنتاجات والتوصيات

9-1 الاستنتاجات:

1. استعمال صيغة جديدة في التحويل تعرف بصيغة دالة البقاء المحولة Transmute Survival function لبناء انموذج احتمالي محول وتم تطبيق هذه الدراسة على توزيع فريجت وذلك لندرة الدراسات لهذا التوزيع واثبات كون التوزيع احتمالي واستخراج الخصائص الاحصائية.
2. تم اختبار البيانات المتمثلة بالفشل الكلوي انها تسلك الفرضية البديلة اي تتوزع التوزيع الجديدTSF
3. في الجانب التطبيقي تبين ان توزيع (TSF) يكون اكثر كفاءه ومرونة ودقة في تمثيل البيانات الحقيقية وكان له الافضلية على توزيع فريجت الاصلي حيث نستنتج من ذلك اهمية التوزيع الاحتمالي الجديد مقارنة بالتوزيع الاصلي.
4. اختيار افضل توزيع لتمثيل البيانات من خلال استعمال معايير المعلومات وتبين ان التوزيع المقترح ذات تغطية اكثر للبيانات الحقيقية من التوزيع الاصلي.
5. في جدول(5) يحتوي على قيم دالة cdf التي تتناسب طرديا مع الزمن اي انها متزايدة وتقع قيمتها بين الصفر والواحد وان قيمة متوسط اللابقاء هي(0.51708) وان نسبة عدم بقاء الكائن الحي على قيد الحياة لكل سبعة ايام هو 50%.

9-2 التوصيات:

1-يمكن اجراء مقارنة بين توزيع فريجت-فريجت المحول وتوزيعات أخرى.

2- نوصي بتطوير استخدام توزيع (TSF) ذي الثلاث معالم لكي يمكن ان يستخدم في دراسات أخرى.

3-تطبيق توزيع فريجت-فريجت المحول في مجالات متعددة مثل الجانب الزراعي الجانب الطبي والصناعي.

4 استعمال طرائق أخرى لتقدير توزيع المقترح (TSF) وتطبيقها على امراض اخرى..

المصادر الاجنبية:

1. Al-Hasnawi, Amory Hadi, "Advanced Economic Measurement and Application," Department of Statistics - College of Administration and Economics - University of Baghdad, National Library, House of Books and Documents, Baghdad.
2. Ashraf, Atheer Abdel Zahra (2018), "Analysis of the survival function when the risk factor is proportional to time," Master's thesis. College of Administration and Economics - University of Karbala.
3. Hassan, Dhawaya Salman, et al. (2008) "Using the reduced estimator in estimating the shape parameter of the Weibull distribution," Al-Nahrain University Journal, Volume: 11, Issue 3, Page) 73-78.
4. Ali, Bashar Khaled, (2018) "Choosing the Best Estimate for the Fuzzy Reliability of the Fregett Distribution" Master's Thesis in Statistics, University of Karbala, College of Administration and Economics, Department of Statistics
5. Hormuz, Amir Hanna (1990) "Mathematical Statistics", a methodological book, Dar Al-Kutub for Printing and Publishing, University of Mosul.
6. Abbas, Kamran & Yincai, Tang, (2012), "Comparison of Estimation Methods for Frechet Distribution with Known Shape", Caspian Journal of Applied Sciences Research, 1(10), pp. 58-64, ISSN: 2251-9114, CJASR
7. Charless E.E., (1997), "An Introduction to Reliablity and maintainability Engineering", Mc. Graw-INC.
8. Draper ،N. R. ،& Smith ،H. (1998). Applied regression analysis

(Vol. 326). John Wiley & Sons

9. Draper ،N. R. ،& Smith ،H. (1998). Applied regression analysis

(Vol. 326). John Wiley & Sons

10. Hasting ,N and Evans ,M and Peacock ,B.(2000)" statistical Distribution ,3rd ed",New York :Wiley , p.13
11. Harlow, D. G. (2002). Applications of the Fréchet distribution function. *International Journal of Materials and Product Technology*, 17(5-6) , 482-495
12. K. Ashour, Samir ; A. El-sheik , Ahmed ; A.T. Noura , (2015) , TL-Moments and LQ-Moments of the exponentiated Pareto Distrnution , Journal of scientific Research & Reports 4(4) : 328-347, artical no .JSRR 036
13. Mann ،N. R. ،Singpurwalla ،N. D. ،& Schafer ،R. E. (1974). Methods for statistical analysis of reliability and life data

14. Pappas V., Adamidis K. and Loukas S. (2012) 'A Family of Lifetime Distributions' International Journal of Quality, Statistics, and Reliability. doi:10.1155/2012/760687.
15. : S. F Mohamaad and K. A Al-Kadim 2021,'' A Transmuted Survival Model With Application'' Journal of Physics: Conference Series, address 37.238.238.50 on 17/05/2021 at 16:14.