Warith Scientific Journal

التقدير البيزي لدالة البقاء لتوزيع Consul Kumaraswamy dist.

Bayesian estimation of the survival function of the Consul Kumaraswamy distribution.

نور عامر حرب البزون
Noor Aamer Harp Al_bazzony
noor.aamer@s.uokerbala.edu.iq
كلية الادراة والاقتصاد /جامعة كربلاء
College of Administration and Economic
University of Karbala

أ.د عواد كاظم شعلان الخالد
Prof. Awad kadim Shaalan Al_khalidy
alkhalidyawad16@gmail.com
كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة وارث الانبياء
College of Administration and Economic
University of Warith Al_Anbiyaa

المستخلص:

من المشاكل التي تواجه محلل البيانات هو العثور على الانموذج الاحصائي الملائم الذي يصف الظاهرة المدروسة وذلك لوجود العديد من طرائق التقدير المستعملة في إيجاد مقدرات دالة البقاء والتي تمثل احتمال بقاء الكائن الحي على قيد الحياة بعد مرور الزمن t ، ففي هذا البحث تم استعمال الطرائق البيزية والمتمثلة بطريقة بيز القياسية المعلوماتي (Standard Informative Bayesian Estimator) وطريقة توقع بيز (Expected Bayesian Estimator) في ظل دالة خسارة تربيعية (Squared error Loss function) متماثلة ودالة خسارة انتروبي عامة (General Entropy Loss function) غير متماثلة وعن طريق محاكاة مونت كارلو تم الحصول على قيم مقدرات دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي (CKSD) لعينة بحجم (50) مفردة والتي تمثل اعداد المصابين بامراض القلب الاقفارية (الاسكيمية) .

الكلمات المفتاحية : توزيع القنصل كوماراسوامي ، الطرائق البيزية ، دالة خسارة تربيعية ، دالة خسارة انتروبي عامة .

Abstract: One of the problems facing the data analyst is to find the appropriate statistical model that describes the studied phenomenon, because there are many estimation methods used in finding the estimates of the survival function, which represents the probability of the organism surviving after the passage of time t. By Standard Informative Bayesian Estimator and Expected Bayesian Estimator with symmetric squared error loss function and asymmetric General Entropy Loss function, and by Monte Carlo simulation, it was obtained Estimated survival function values for Consul kumaraswamy distribution (CKSD) for a sample size of (50) individuals, which represents the number of patients with ischemic heart disease.

Key word: Distribution of Consul kumaraswamy, Bayesian methods, squared loss function, general entropy loss function.

1-المقدمة :

الطرائق البيزية والتي تُعد اكثر تطورا ودقة من طرائق التقدير الكلاسيكية (المربعات الصغرى MSE ، الإمكان الأعظم MLE .... الخ) و تدعى بالمدرسة البيزية (Bayesian school) والتي تميزت بمـــفهومها واســـاسيات عملها على توظيف المعلمات السابقة او الأولية ان وجدت عن المعلمة المراد تقديرها إذ تُعد هذه المعلمة متغيراً عشوائياً له توزيع احتمالي اولي وهذا على عكس المدرسة الكلاسيكية (Classical school) والتي تفترض ان المعلمات ثوابت يراد تقديرها فيُعد تحليل ازمنة البقاء من الأمور المهمة للغاية في بعض العلوم التطبيقية .تم تقدير معلمات دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي المركب ذي الثلاث معلمات باستعمال طريقة توقع بيز وطريقة بيز القياسية المعلوماتية في ظل دالة خسارة تربيعية ودالة خسارة انتروبي عامة وللمقارنة بين طرائق التقدير البيزية تم استعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي الذي تم الحصول علية عن طريق محاكاة مونت كارلو والتي تم تطبيقها في برنامج الماتلاب كما وتم استعمال تقريب ليندلي وطريقة جيفري لتبسيط المعادلات الناتجة من الطرائق البيزية آنفة الذكر ولتطبيق ذلك تم سحب عينة مكونة من 50 مفردة من مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء والتي تمثل أوقات بقاء حتى الوفاة بسبب امراض القلب الاقفارية (الاسكيمية) .

2-مشكلة البحث :

تمـــثلت مشكلة البحث بعدم وجود تقدير معلمات دالة البقاء لتوزيع القنصل كومارسوامي ذي الثلاث معلمات في ظل التقدير البيزي..

3-هدف البحث :

إيجاد دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي ومعرفة أي الطريقتين (بيز القياسية المعلوماتية و طريقة توقع بيز) افضل في تقدير دالة البقاء .

4-توزيع القنصل كوماراسوامي .Consul Kumaraswamy dist :[7]

اذا كان المتغير العشوائي Xi يتبع توزيع القنصل CD مع المعلمة m و p حيث انه المعلمة m تمثل قيمة ثابتة اما المعلمة p تمثل متغير عشوائي يتبع توزيع كوماراسواميKSD لذلك لتحديد التوزيع الناتج عن التهميش على p كمركب لتوزيع القنصل مع توزيع كوماراسوامي عليه تكون دالة الاحتمال للمركب CD(m,p) مع KSD(α,β) بالشكل التالي :

$$f_{CKSD}(x;m,\propto,\beta)=\frac{\beta}{x}\binom{mx}{x-1}\sum_{j=0}^{mx-x+1}\binom{mx-x+1}{j}(-1)^{j}\,B\left(\beta,\frac{x+j-1}{\propto}+1\right) \qquad \ldots.1$$

$$x=1,2,\ldots,m,\propto,\beta>0$$

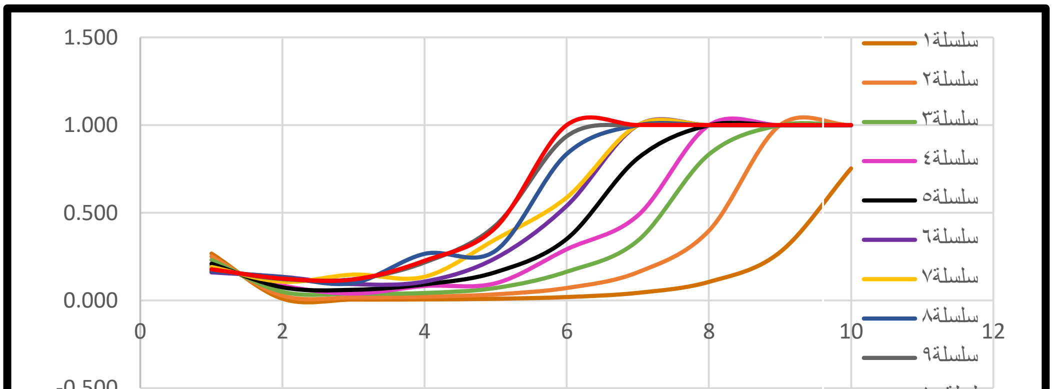
حيث انه

B : تشير الى توزيع بيتا $\left(B\left(\beta,\frac{x+j-1}{\propto}+1\right)\right)$

X : متغير عشوائي يتبع التوزيع المركب CKSD

α,m,β : تمثل معلمات التوزيع المركب CKSD

والشكل ادناه يمثل الدالة الاحتمالية لتوزيع Consul kumaraswamy (CKSD) .



الشكل ٣: الدالة الاحتمالية لتوزيع القنصل كومارسوامي

عليه نجد ان دالة التراكمية الاحتمالية لتوزيع القنصل كوماراسوامي (Consul Kumaraswamy dist.) تكتب بالشكل التالي :

$$F(t)=\sum_{i=0}^{t}\left[\frac{\beta}{t}\binom{mt}{x-1}\sum_{j=0}^{mt-t+1}\binom{mt-t+1}{j}(-1)^{j}\;\; B\left(\beta,\frac{t+j-1}{\alpha}+1\right)\right] \quad \dots 2$$

5- مقدر بيز القياسي المعلوماتي Standard Informative Bayesian Estimator [6][3][2]

لإيجاد مقدر بيز القياسي والذي يعتمد على دالة التوزيع اللاحق التي تشمل المعلومات السابقة للمعلمة ومشاهدات العينة الحالية نستعمل احدى دوال الخسارة (Loss Function) وتُعد من افضل الطرائق للحكم على أداء المعلمة المقدرة ففي هذه الرسالة سيتم استعمال نوعين من دوال الخسارة متماثلة وتدعى بدالة الخسارة التربيعية ((Squared Error Loss Function (SEL) وغير متماثلة وهي دالة خسارة انتروبي عامة ((General Entropy Loss Function (EL) علما ان نظرية بيز تنص على (الجمع بين الدالة الاحتمالية للعينة المرصودة وعلى التوزيع اللاحق) .

5-1 طريقة بيز القياسية المعلوماتية في ظل دالة خسارة تربيعية عامة (SBSEL) Standard Bayesian Estimator Under Squared Error Loss function [4]

$m \sim Binomial\ (n,p)$

$\alpha \sim Binomial\ (n,p)$

$\beta \sim Betta\ (c,d)$

فعليه تكون دالة الكثافة الاحتمالية الأولية (Prior Dist.) لكل معلمة كما يأتي :

$$\pi_1(m)=\binom{n}{m}p^{m}q^{n-m} \qquad ,m>0 \qquad \dots 3$$

$$\pi_2(\alpha)=\binom{n}{\alpha}p^{\alpha}q^{n-\alpha} \qquad ,\alpha>0 \qquad \dots 4$$

$$\pi_3(\beta)=\frac{\Gamma(c+d)}{\Gamma(c)\Gamma(d)}\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1} \qquad ,0<\beta<1 \qquad \dots 5$$

من ثم نجد دالة التوزيع المشترك الاولي (Joint Prior) والذي يمثل حاصل ضرب دوال الكثافة الاحتمالية الأولية التي تم فرضها آنفاً وكما يأتي :

$$\pi_1(m)\pi_2(\alpha)\pi_3(\beta)=\binom{n}{m}p^{m}q^{n-m}\ \binom{n}{\alpha}p^{\alpha}q^{n-\alpha}\frac{\Gamma(c+d)}{\Gamma(c)\Gamma(d)}\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1} \qquad \dots 6$$

$$\pi_1(m)\pi_2(\alpha)\pi_3(\beta)=A$$

علما ان دالة الإمكان للمشاهدات $X_1, X_2, \dots, X_n$ تكتب بالشكل الأتي :

$$L=\prod_{i=1}^{n} f_{CKSD}(x;m,\propto,\beta)$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\frac{\beta}{x}\binom{mx}{x-1}\sum_{j=0}^{mx-x+1}\binom{mx-x+1}{j}(-1)^{j}\,\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}$$

$$= \beta^n \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{\mathrm{mxi}}{\mathrm{xi}-1} \sum_{\mathrm{j}=0}^{\mathrm{mxi}-\mathrm{xi}+1} \binom{\mathrm{mxi}-\mathrm{xi}+1}{\mathrm{j}} (-1)^{\mathrm{j}} \frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{xi+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{xi+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)} \right] \quad ..7$$

وستكون التوزيعات اللاحقة للمعلمات m, α, β كالآتي:

$$h\ (\theta, \alpha, \beta | xi) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mathrm{f}(xi, m, \alpha, \beta) \pi_1(m) \pi_2(\alpha) \pi_3(\beta)}{\int_m \int_\alpha \int_\beta \prod_{i=1}^{n} \mathrm{f}(xi, m, \alpha, \beta) \pi_1(m) \pi_2(\alpha) \pi_3(\beta)\, dm d\alpha d\beta} \quad ...8$$

$$h\ (m, \alpha, \beta | \vec{x}) = \frac{\beta^n \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x-1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x+j+\alpha-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)} \right] A}{\int_m \int_\alpha \int_\beta \beta^n \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x-1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x+j+\alpha-1}{\alpha}\right)\Gamma(\beta)} \right] A\, d\beta\, d\alpha\, dm}$$

ومن ذلك يمكن ان نستنتج التوزيع اللاحق لكل معلمة من المعلمات المراد تقدير ها كالآتي:

$h1\ (m |\ \alpha, \beta, \vec{x})$

$$= \frac{\beta^n \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x_i-1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j+\alpha-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)} \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m}}{\int_m \beta^n \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x_i-1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)} \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m} dm}$$

$$= \frac{\prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x_i-1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m}}{\int_m \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x_i-1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m} dm} \quad ...9$$

$\mathrm{h2}\ (\ \alpha | \mathrm{m}, \beta, \vec{\mathrm{x}})$

$$= \frac{\beta^n \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \left[\frac{1}{\mathrm{xi}} \binom{\mathrm{mxi}}{x_i-1} \sum_{\mathrm{j}=0}^{\mathrm{mxi}-\mathrm{xi}+1} \binom{\mathrm{mxi}-\mathrm{xi}+1}{\mathrm{j}} (-1)^{\mathrm{j}} \frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+\mathrm{j}-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+\mathrm{j}-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)} \right] \binom{\mathrm{n}}{\alpha} \mathrm{p}^{\alpha} \mathrm{q}^{\mathrm{n}-\alpha}}{\int_\alpha \beta^n \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \left[\frac{1}{\mathrm{xi}} \binom{\mathrm{mxi}}{x_i-1} \sum_{\mathrm{j}=0}^{\mathrm{mxi}-\mathrm{xi}+1} \binom{\mathrm{mxi}-\mathrm{xi}+1}{\mathrm{j}} (-1)^{\mathrm{j}} \frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+\mathrm{j}-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+\mathrm{j}-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)} \right] \binom{\mathrm{n}}{\alpha} \mathrm{p}^{\alpha} \mathrm{q}^{\mathrm{n}-\alpha} \mathrm{d}\alpha}$$

ISSN: 2618-0278 Vol. 5No. 13 March 2023

$$= \frac{\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\binom{n}{\alpha}p^{\alpha}q^{n-\alpha}}{\int_{\alpha}\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\binom{n}{\alpha}p^{\alpha}q^{n-\alpha}d\alpha} \quad \ldots 10$$

$h3\ (\beta|m,\alpha,\vec{x})$

$$= \frac{\beta^n\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{xi}\binom{mxi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{mxi-xi+1}\binom{mxi-xi+1}{j}(-1)^j\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{xi+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}}{\int_{\beta}\beta^n\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{xi}\binom{mxi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{mxi-xi+1}\binom{mxi-xi+1}{j}(-1)^j\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{xi+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}d\beta}$$

$$= \frac{\beta^n\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}}{\int_{\beta}\beta^n\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}d\beta} \quad \ldots 11$$

فأن مقدر بيز في ظل دالة الخسارة التربيعية الذي يجعل دالة المخاطرة اقل ما يمكن والتي تمثل توقع دالة الخسارة بعد ايجاد المشتقة الاولى بالنسبة للمعلمة المراد تقدير ها ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$Risk = E(d(\delta)-\hat{d}(\delta))^2)$$

$$= \int_{\forall\delta}(d(\delta)-\hat{d}(\delta))^2 h\,(\theta,\alpha,\beta|\vec{x})d\delta$$

$$= \int_{\forall\delta}(d(\delta)^2-2d(\delta)\hat{d}(\delta)+\hat{d}(\delta)^2)h\,(\theta,\alpha,\beta|\vec{x})d\delta$$

$$= \hat{d}(\delta)^2-2\hat{d}(\delta)E\big(d(\delta)\big|\underline{x}\big)+$$

$$E\big(d(\delta)^2\big|\underline{x}\big) \quad \ldots 12$$

وباشتقاق المعادلة *(12)* بالنسبة لـ $\hat{d}(\delta)$ ومساواة المشتقة بالصفر نحصل على :

$$\frac{\delta E(d(\delta)-\hat{d}(\delta))^2)}{\delta\hat{d}(\delta)} = 0$$

$$= 2\hat{d}(\delta) - 2E\left(d(\delta)\middle|\underline{x}\right) = 0$$

$$\therefore \hat{d}(\delta)_{SEL} = E_{\delta}\left(\delta\middle|\underline{x}\right) \qquad \dots 13$$

إذ أن :

$d(\delta)$: القيمة الحقيقية للمعلمة المراد تقديرها

$\hat{d}(\delta)$: مقدر المعلمة

$\hat{d}(\delta)_{SEL}$: مقدر بيز القياسي للمعلمة المراد تقديرها في ظل دالة الخسارة التربيعية

لذلك فان مقدر بيز القياسي لمعلمات توزيع القنصل كوماراسوامي Consul Kumaraswamy يكون كالآتي:

$$\widehat{m}_{SBSEL} = \frac{\partial}{\partial \widehat{m}}\left[\int_m ((m-\widehat{m})^2)h_1\,(m|\,\alpha,\beta,\vec{x})dm\right] = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial \widehat{m}}\left[\int_m (m-\widehat{m})^2 \frac{\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{xi}\binom{mxi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{mxi-xi+1}\binom{mxi-xi+1}{j}(-1)^j\right]\binom{n}{m}p^m q^{n-m}}{\int_m \prod_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{xi}\binom{mxi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{mxi-xi+1}\binom{mxi-xi+1}{j}(-1)^j\right]\binom{n}{m}p^m q^{n-m}dm}dm\right]$$

$$= 0 \qquad \dots 14$$

$$\hat{\alpha}_{SBSEL} = \frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}}\left[\int_\alpha (\alpha-\hat{\alpha})^2 h_2\,(\alpha|m,\beta,\vec{x})d\alpha\right] = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}}\left[\int_\alpha (\alpha-\hat{\alpha})^2 \frac{\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\binom{n}{\alpha}p^\alpha q^{n-\alpha}}{\int_\alpha \prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\binom{n}{\alpha}p^\alpha q^{n-\alpha}d\alpha}d\alpha\right]$$

$$= 0 \qquad \dots 15$$

$$\hat{\beta}_{SBSEL} = \frac{\partial}{\partial \hat{\beta}}\left[\int_\beta (\beta-\hat{\beta})^2 h_3\,(\beta|\,m,\alpha,\vec{x})d\beta\right] = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial \hat{\beta}}\left[\int_\beta (\beta-\hat{\beta})^2 \frac{\beta^n\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}}{\int_\beta \beta^n\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}d\beta}d\beta\right]$$

$$= 0 \qquad \dots 16$$

وان مقدر دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي *CKSD* في ظل دالة خسارة تربيعية

ISSN: 2618-0278 Vol. 5No. 13 March 2023

$$\hat{S}(t)_{SBSEL} = 1 - \sum_{i=0}^{x} \frac{\hat{\beta}_{SBSEL}}{xi} \binom{\widehat{m_{SBSEL}}xi}{x_i - 1} \sum_{j=0}^{\hat{m}_{SBSEL}xi - xi + 1} \binom{\hat{m}_{SBSEL}x_i - x_i + 1}{j} (-1)^j \; B\left(\hat{\beta}_{SBSEL}, \frac{x_i + j - 1}{\hat{\alpha}_{SBSEL}} + 1\right) \quad \ldots 17$$

5-2مقدر بيز القياسي المعلوماتي في ظل دالة خسارة انتروبي عامة Standard Informative Bayesian Estimator under General Entropy Loss [9][5]

لذلك فان مقدر بيز القياسي لمعلمات توزيع القنصل كوماراسوامي في ظل دالة الخسارة انتروبي عامة يكون كالآتي:

$$\hat{m}_{SBEL} = \frac{\partial}{\partial \hat{m}} [\int_m \left(\left(\frac{\hat{m}}{m}\right)^q - q \log \frac{\hat{m}}{m} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} h_1 (m|\, \alpha, \beta, \vec{x}) dm] = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial \hat{m}} \left[\int_m \left(\left(\frac{\hat{m}}{m}\right)^q - q\, log \frac{\hat{m}}{m} - 1\right) \frac{\prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x_i - 1} \sum_{j=0}^{mxi - xi + 1} \binom{mxi - xi + 1}{j} (-1)^j \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m}}{\int_m \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{xi} \binom{mxi}{x_i - 1} \sum_{j=0}^{mxi - xi + 1} \binom{mxi - xi + 1}{j} (-1)^j \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m} dm} \right] = 0 \quad \ldots 18$$

$$\hat{\alpha}_{SBEL} = \frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}} \left[\int_\alpha \left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^q - q\, log \frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} h_2 (\alpha|\, m, \beta, \vec{x}) d\alpha \right] = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}} \left[\int_\alpha \left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^q - q\, log \frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\prod_{i=1}^{n} \left[\frac{\Gamma\left((\beta) + \left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1\right)\Gamma(\beta)} \right] \binom{n}{\alpha} p^\alpha q^{n-\alpha}}{\int_\alpha \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{\Gamma\left((\beta) + \left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1\right)\Gamma(\beta)} \right] \binom{n}{\alpha} p^\alpha q^{n-\alpha} d\alpha} d\alpha \right] = 0 \quad \ldots 19$$

$$\hat{\beta}_{SBEL} = \frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} \left[\int_\beta \left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^q - q\, log \frac{\hat{\beta}}{\beta} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} h_3 (\beta|\, m, \alpha, \vec{x}) d\beta \right] = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} [\int_{\beta} \left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta} \right)^{q} - q \log \frac{\hat{\beta}}{\beta} - 1 \right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\beta^{n} \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{\Gamma\left((\beta) + \left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \right)}{\Gamma\left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \Gamma(\beta)} \right] \beta^{c-1} (1-\beta)^{d-1}}{\int_{\beta} \beta^{n} \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{\Gamma\left((\beta) + \left(\frac{xi + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \right)}{\Gamma\left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \Gamma(\beta)} \right] \beta^{c-1} (1-\beta)^{d-1} d\beta} d\beta] = 0 \quad \dots 20$$

وان مقدر دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي *CKSD* في ظل دالة خسارة انتروبي عامة

$$\hat{S}(t)_{SBEL} = 1 - \sum_{i=0}^{x} \frac{\hat{\beta}_{SBEL}}{xi} \binom{\widehat{m_{SBEL}}xi}{x_i - 1} \sum_{j=0}^{\hat{m}_{SBEL}xi - xi + 1} \binom{\hat{m}_{SBEL}x_i - x_i + 1}{j} (-1)^{j} \; B\left(\hat{\beta}_{SBEL}, \frac{x_i + j - 1}{\hat{\alpha}_{SBEL}} + 1 \right) \quad \dots 21$$

6- مقدر توقع بيز Expected Bayesian Estimator [5][1]

واحدة من الطرائق البيزية التي قدمها الباحث Han عام (2006) في اختيار دالة كثافة احتمالية اولية تتضمن معلمات يتم اختيارها بالشكل الذي يجعل دالة الكثافة الاحتمالية الاولية متناقصة بالنسبة للمعلمة المراد تقديرها وتكون دوال الكثافة الاحتمالية للمعلمات كالآتي:

$$\pi(m) = \frac{1}{k_1} \qquad 0 < m < k_1$$

$$\pi(\alpha) = \frac{1}{k_2} \qquad 0 < \alpha < k_2$$

$$\pi(c) = \frac{1}{k_3} \qquad 0 < c < k_3$$

$$\pi(d) = \frac{1}{k_4} \qquad 0 < d < k_4$$

6-1 مقدر توقع بيز في ظل دالة خسارة تربيعية Bayes expectation estimator under a squared loss function (EBSEL)

وفق دالة الكثافة الاحتمالية الاولية وباستعمال صيغة توقع بيز نحصل على مقدرات توقع بيز لمعلمات توزيع القنصل كوماراسوامي

$$\hat{m}_{EBSEL} = \int_{0}^{k_1} \hat{m}_{SBSEL} \pi(m)\, dm$$

$$\hat{m}_{EBSEL} = \int_0^{k_1} \frac{1}{k_1}\left(\frac{\partial}{\partial \hat{m}}\left[\int_m (m - \hat{m})^2 \frac{\prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{x_i}\binom{mxi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{mxi-xi+1}\binom{mxi-xi+1}{j}(-1)^j\right]\binom{n}{m}p^m q^{n-m}}{\int_m \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{x_i}\binom{mxi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{mxi-xi+1}\binom{mxi-xi+1}{j}(-1)^j\right]\binom{n}{m}p^m q^{n-m} dm} dm\right]\right) dm \quad \ldots 22$$

$$\hat{\alpha}_{\mathrm{EBSEL}} = \int_0^{k_2} \hat{\alpha}_{SBSEL}\pi(\alpha)d\alpha$$

$$\hat{\alpha}_{\mathrm{EBSEL}} = \int_0^{k_2} \frac{1}{k_2}\left(\frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}}\left[\int_\alpha (\alpha - \hat{\alpha})^2 \frac{\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\binom{n}{\alpha}p^\alpha q^{n-\alpha}}{\int_\alpha \prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\binom{n}{\alpha}p^\alpha q^{n-\alpha}d\alpha} d\alpha\right]\right) da_2 \quad ..23$$

$$\hat{\beta}_{\mathrm{EBSEL}} = \int_0^{k_3}\int_0^{k_4} \hat{\beta}_{SBSEL}\pi(\beta)dcdd$$

ISSN: 2618-0278 Vol. 5No. 13 March 2023

$$\hat{\beta}_{EBSEL} = \int_0^{k_3}\int_0^{k_4}\frac{1}{k_3k_4}\left(\frac{\partial}{\partial\hat{\beta}}\left[\int_\beta (\beta-\hat{\beta})^2\frac{\beta^n\prod_{i=1}^n\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}}{\int_\beta\beta^n\prod_{i=1}^n\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x_i+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}d\beta}d\beta\right]\right)dc\,dd \quad ..24$$

وان مقدر دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي *CKSD* في ظل دالة خسارة تربيعية :

$$\hat{S}(t)_{EBSEL} = 1-\sum_{i=0}^{x}\frac{\hat{\beta}_{EBSEL}}{xi}\binom{\widehat{m_{EBSEL}}xi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{\hat{m}_{EBSEL}xi-xi+1}\binom{\hat{m}_{EBSEL}x_i-x_i+1}{j}(-1)^j\ B\left(\hat{\beta}_{EBSEL},\frac{x_i+j-1}{\hat{\alpha}_{EBSEL}}+1\right) \quad ..25$$

6-2 مقدر توقع بيز في ظل دالة خسارة انتروبي عامة (EBEL)

(Expected Bayesian Estimator Under General EntropyLoss)[5]

وفق دوال الكثافة الأحتمالية الاولية السابقة وباستعمال صيغة توقع بيز نحصل على مقدرات توقع بيز لتوزيع القنصل كوماراسوامي CKSD ذي الثلاث معلمات وفي ظل دالة خسارة انتروبي العامة كما يأتي:

$$\hat{m}_{EBEL} = \int_0^{k_1}\hat{m}_{SBEL}\pi(m)dm$$

$$\hat{m}_{EBEL} = \int_0^{k_1} \frac{1}{k_1} [\frac{\partial}{\partial \hat{m}} \left[\int_m \left(\left(\frac{\hat{m}}{m}\right)^q - q\, log \frac{\hat{m}}{m} - 1 \right) \frac{\prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{x_i} \binom{mxi}{x_i - 1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m}}{\int_m \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{x_i} \binom{mxi}{x_i - 1} \sum_{j=0}^{mxi-xi+1} \binom{mxi-xi+1}{j} (-1)^j \right] \binom{n}{m} p^m q^{n-m} dm} \right]] \, \mathrm{dm} \quad \dots 26$$

$$\hat{\alpha}_{EBEL} = \int_0^{k_2} \hat{\alpha}_{SBEL} \pi(\alpha) d\alpha$$

$$\hat{\alpha}_{\mathrm{EBEL}} = \int_0^{k_2} \frac{1}{k_2} \left(\frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}} \left[\int_\alpha \left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^q - q\, log \frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1 \right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\prod_{i=1}^{n} \left[\frac{\Gamma\left((\beta) + \left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \right)}{\Gamma\left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \Gamma(\beta)} \right] \binom{n}{\alpha} p^\alpha q^{n-\alpha}}{\int_\alpha \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{\Gamma\left((\beta) + \left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \right)}{\Gamma\left(\frac{x_i + j - 1}{\alpha} + 1 \right) \Gamma(\beta)} \right] \binom{n}{\alpha} p^\alpha q^{n-\alpha} d\alpha} d\alpha \right] \right) d\alpha \quad ..27$$

$$\hat{\beta}_{EBEL} = \int_0^{k_3} \int_0^{k_4} \hat{\beta}_{SBEL} \pi(c) \pi(d) \, dc \, dd$$

$$\hat{\beta}_{EBEL} = \int_0^{k_3}\int_0^{k_4}\frac{1}{k_3k_4}\left(\int_\beta\left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^q - q\log\frac{\hat{\beta}}{\beta} - 1\right)\frac{\beta^n\prod_{i=1}^n\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{xi+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}}{\int_\beta\beta^n\prod_{i=1}^n\left[\frac{\Gamma\left((\beta)+\left(\frac{xi+j-1}{\alpha}+1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{x+j-1}{\alpha}+1\right)\Gamma(\beta)}\right]\beta^{c-1}(1-\beta)^{d-1}d\beta}d\beta\right)dcdd \quad ...28$$

وان مقدر دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي في ظل دالة خسارة انتروبي العامة :

$$\hat{S}(t)_{EBEL} = 1 - \sum_{i=0}^{x}\frac{\hat{\beta}_{EBEL}}{x_i}\binom{\widehat{m_{EBEL}}xi}{x_i-1}\sum_{j=0}^{\hat{m}_{EBEL}xi-xi+1}\binom{\hat{m}_{EBEL}xi-xi+1}{j}(-1)^j\ B\left(\hat{\beta}_{EBEL},\frac{xi+j-1}{\hat{\alpha}_{EBEL}}+1\right) \quad ..29$$

7- تحليل تجارب المحاكاة: (Simulation Experiments Analyses)

في هذه الفقرة تم عرض نتائج تجارب المحاكاة وتحليلها لتقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي (CKSD) بحسب الطرائق المبينة اعلاه إذ تم الحصول على هذه النتائج باستعمال برنامج ماتلاب :

8- البيانات الحقيقية Real Data

تم أخذ عينة عشوائية بسيطة بحجم (50) مريضاً لبيانات تمثل أوقات البقاء حتى الوفاة بسبب أمراض القلب الاقفارية(الاسكيمية) من المرضى الراقدين في مشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة مقاسة بالأسابيع لغرض ايجاد معلمات ودالة البقاء بتوزيع القنصل-كوماراسوامي خلال سنة (2021) . والجدول (1) الآتي يبين البيانات الحقيقية.

جدول (1) أوقات البقاء حتى الوفاة بسبب أمراض القلب الاقفارية (الاسكيمية) للمرضى الراقدين بمشفى الحسين التعليمي التعليمي خلال سنة (2021)

No.	ti	No.	ti	No.	ti	No.	ti	No.	ti
1	0.31	11	0.44	21	0.56	31	0.67	41	1.45
2	2.13	12	2.35	22	1.11	32	2.49	42	2.45
3	1.11	13	0.35	23	1.57	33	2.58	43	5.34
4	0.56	14	1.21	24	5.19	34	0.77	44	0.77
5	3.45	15	1.33	25	8.32	35	3.37	45	3.56
6	4.56	16	0.28	26	2.35	36	4.31	46	4.45
7	2.34	16	0.31	27	5.56	37	2.22	47	3.55
8	1.44	18	2.67	28	2.23	38	1.13	48	2.56
9	0.34	19	1.67	29	4.34	39	0.11	49	1.33
10	1.13	20	0.13	30	1.89	40	1.24	50	2.89

والجدول (2) يبين الاحصاءات الوصفية للبيانات الحقيقية:

Index	value
Mean	2.1694
Median	1.7800
Mode	0.31
Std. Deviation	1.72746
Variance	2.984
Minimum	0.11
Maximum	8.32

يتضح من جدول (2) ان متوسط مدة بقاء المريض المصاب بأمراض القلب الاقفارية هو اسبوعان ويومان بانحراف معياري بلغ (1.72746) . وان اعلى مدة بقاء المصاب بلغت ثمانية اسابيع وثلاثة ايام واقل مدة بلغت يوماً واحداً. وكمدة بقاء شائعة بين المرضى المصابين هي ثلاثة ايام.

9.اختبار ملائمة البيانات Data Fitting

للتأكد من ان البيانات في جدول (1) تتبع توزيع القنصل كوماراسوامي ((Consul Kumaraswamy Distribution (CKSD) تم استعمال اختبار Chi-square لحسن المطابقة وبموجب الفرضية الآتية:

H_0: *The data have the* CKSD

H_1: *The data have the* CKSD

ولاختبار هذه الفرضية الاحصائية سيتم احتساب قيمة إحصاءه χ^2 وحسب الصيغة الآتية:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i} \qquad (30)$$

إذ تم احتساب إحصاءه حسن المطابقة χ_c^2) في برنامج (MatLab) وكانت نتائج الاختبار كما في جدول (3-4):

جدول (3) نتائج اختبار ملائمة البيانات

Distribution	χ_c^2	χ_t^2	Sig.	Decision
Consul	10.45544	7.82	0.02567	Reject H_0
Kumaraswamy	11.89227		0.01433	Reject H_0
Consul Kumaraswamy	4.32737		0.44577	Don't reject H_0

نلحظ من جدول (3) ان قيمة χ_c^2 المحسوبة لتوزيع CKSD بثلاث معلمات والبالغة (4.32737) اقل من قيمة χ_t^2 الجدولية عند مستوى معنوية 5% ودرجة حرية (3) والبالغة (7.82) وكانت قيمة Sig=0.44577 اكبر من مستوى المعنوية (0.05) وهذا يعني عدم رفض فرضية العدم اي ان البيانات الحقيقية تتوزع وفقاً لتوزيع CKSD بثلاث معلمات.

9-تحليل البيانات الحقيقية (Real data analysis

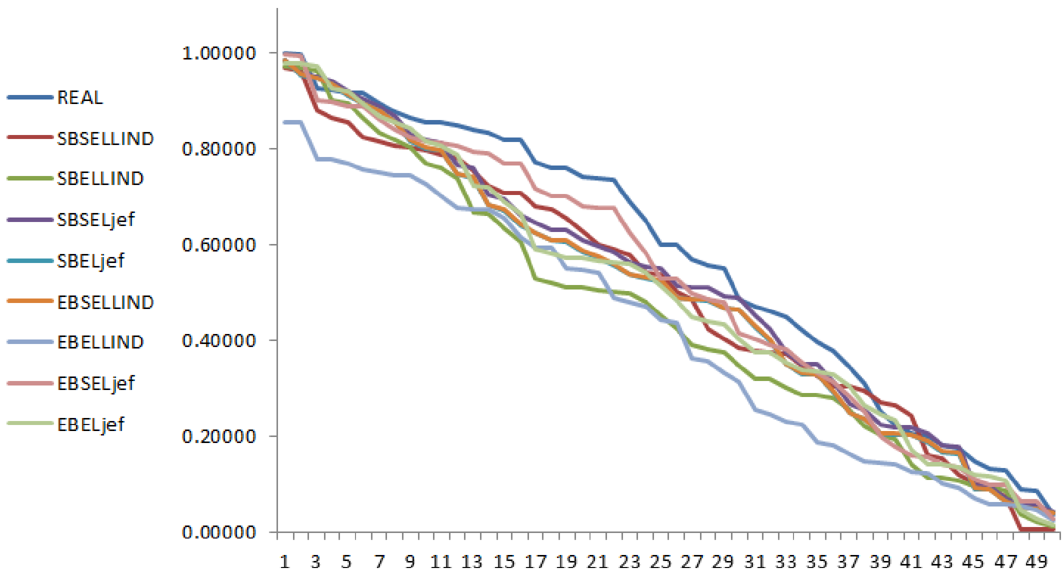
ولغرض تقدير دالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي للبيانات الحقيقية لكافة طرائق التقدير كما في جدول (4) الاتي:

جدول (4) القيم التقديرية لدالة البقاء لتوزيع القنصل كوماراسوامي بموجب طرائق التقدير لكل طريقة عند البيانات الافتراضية

No.	ti	Real	SBSELLind	SBELLind	SBSELjef	SBELjef	EBSELLind	EBELLind	EBSELjef	EBELjef
1	0.310	0.998	0.968	0.971	0.985	0.983	0.985	0.854	0.995	0.979
2	2.130	0.995	0.961	0.969	0.957	0.952	0.956	0.854	0.994	0.977
3	1.110	0.924	0.878	0.962	0.950	0.945	0.945	0.778	0.899	0.972
4	0.560	0.922	0.862	0.901	0.940	0.934	0.934	0.778	0.896	0.924
5	3.450	0.916	0.856	0.893	0.919	0.911	0.912	0.768	0.889	0.918
6	4.560	0.916	0.825	0.863	0.904	0.894	0.896	0.756	0.888	0.894
7	2.340	0.893	0.814	0.832	0.889	0.878	0.880	0.751	0.860	0.868
8	1.440	0.877	0.805	0.817	0.868	0.856	0.856	0.745	0.840	0.855
9	0.340	0.864	0.803	0.802	0.831	0.816	0.818	0.743	0.824	0.842

10	1.130	0.855	0.795	0.768	0.816	0.800	0.803	0.726	0.813	0.813
11	0.440	0.854	0.787	0.760	0.811	0.795	0.795	0.702	0.813	0.806
12	2.350	0.848	0.781	0.738	0.765	0.746	0.748	0.677	0.804	0.787
13	0.350	0.838	0.752	0.666	0.758	0.739	0.741	0.674	0.793	0.721
14	1.210	0.834	0.723	0.665	0.704	0.682	0.684	0.673	0.789	0.720
15	1.330	0.818	0.708	0.633	0.694	0.671	0.674	0.655	0.769	0.690
16	0.280	0.816	0.706	0.604	0.662	0.639	0.642	0.616	0.767	0.663
17	0.310	0.771	0.680	0.529	0.647	0.623	0.623	0.594	0.715	0.590
18	2.670	0.760	0.674	0.520	0.632	0.607	0.608	0.594	0.702	0.581
19	1.670	0.760	0.653	0.511	0.631	0.607	0.607	0.552	0.702	0.572
20	0.130	0.740	0.628	0.510	0.610	0.586	0.589	0.548	0.680	0.571
21	0.560	0.737	0.600	0.506	0.596	0.571	0.574	0.542	0.676	0.567
22	1.110	0.736	0.590	0.500	0.583	0.558	0.560	0.488	0.676	0.561
23	1.570	0.689	0.579	0.500	0.564	0.539	0.539	0.480	0.623	0.561
24	5.190	0.649	0.540	0.479	0.553	0.528	0.531	0.469	0.581	0.540
25	8.320	0.600	0.538	0.453	0.549	0.524	0.527	0.442	0.530	0.514
26	2.350	0.598	0.501	0.423	0.513	0.488	0.490	0.437	0.528	0.483
27	5.560	0.569	0.485	0.390	0.511	0.485	0.486	0.362	0.498	0.449
28	2.230	0.557	0.423	0.382	0.509	0.484	0.484	0.357	0.486	0.440
29	4.340	0.549	0.403	0.376	0.491	0.466	0.467	0.333	0.478	0.434
30	1.890	0.487	0.384	0.346	0.489	0.464	0.466	0.312	0.416	0.402
31	0.560	0.471	0.379	0.321	0.453	0.428	0.429	0.255	0.402	0.374
32	1.110	0.462	0.374	0.320	0.425	0.400	0.402	0.245	0.392	0.374
33	1.570	0.450	0.373	0.301	0.374	0.351	0.352	0.231	0.381	0.353
34	5.190	0.420	0.347	0.287	0.352	0.329	0.332	0.224	0.353	0.338
35	8.320	0.398	0.326	0.285	0.351	0.328	0.329	0.189	0.332	0.336
36	2.350	0.378	0.306	0.279	0.313	0.292	0.294	0.182	0.313	0.329

37	5.560	0.346	0.304	0.256	0.268	0.249	0.251	0.164	0.284	0.304
38	2.230	0.311	0.297	0.221	0.255	0.236	0.238	0.147	0.253	0.265
39	4.340	0.252	0.272	0.204	0.224	0.207	0.208	0.144	0.201	0.245
40	1.890	0.225	0.263	0.195	0.220	0.203	0.206	0.143	0.178	0.234
41	1.450	0.206	0.244	0.141	0.220	0.203	0.203	0.125	0.161	0.172
42	2.450	0.200	0.161	0.115	0.205	0.189	0.190	0.124	0.156	0.142
43	5.340	0.183	0.154	0.113	0.182	0.168	0.169	0.103	0.142	0.141
44	0.770	0.174	0.120	0.109	0.179	0.164	0.166	0.092	0.135	0.135
45	3.560	0.147	0.101	0.096	0.100	0.091	0.093	0.072	0.112	0.120
46	4.450	0.131	0.093	0.095	0.097	0.089	0.091	0.060	0.100	0.119
47	3.550	0.131	0.075	0.087	0.071	0.064	0.066	0.060	0.099	0.109
48	2.560	0.089	0.008	0.037	0.058	0.053	0.054	0.055	0.066	0.047
49	1.330	0.087	0.008	0.021	0.055	0.050	0.051	0.045	0.064	0.028
50	2.890	0.038	0.005	0.012	0.044	0.040	0.040	0.024	0.027	0.016



شكل (3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير للبيانات الحقيقية

من الجدول (4) والشكل (3) يتضح الآتي:

1. تناقص قيم دالة البقاء مع الزمن وبصورة واضحة وهذا ما يطابق سلوك هذه الدالة كونها متناقصة مع الزمن .
2. القيم المقدرة لدالة البقاء لجميع الطرائق تقترب من قيم دالة البقاء الحقيقية.
3. القيم المقدرة لدالة البقاء بموجب طريقة توقع بيز في ظل دالة خسارة انتروبي عامة افضل من باقي الطرائق البيزية كونها اكثر اقتراب لدالة البقاء الحقيقية.
4. كلما قلت مدة بقاء المريض في المستشفى، زاد احتمال بقائه على قيد الحياة. فالمريض الذي بقي راقداً في المستشفى مدة (1) يوم كان احتمال بقائه على قيد الحياة (99%) ، والمريض الذي كانت مدة بقائه في المستشفى (3) اسابيع كان احتمال بقائه على قيد الحياة (2.7%).

10.الاستنتاجات والتوصيات :

1- ان اعلى مدة بقاء للمصاب بامراض القلب الاقفارية هي ثمانية أسابيع وثلاثة أيام واقل مدة بلغت يوماً واحداً وكمدة بقاء شائعة بين المرضى المصابين هي ثلاثة أيام .

2- نلحظ في الجانب التطبيقي لهذه الرسالة تناقص قيم دالة البقاء بصورة واضحة وهذا ما يطابق سلوك هذه الدالة كونها دالة متناقصة مع الزمن .

3- كلما قلت مدة بقاء المريض في المشفى زاد احتمال بقاءه على قيد الحياة فالمريض الذي بقي راقداً في المشفى مدة يوم واحد كان احتمال بقائه في المشفى ثلاثة أسابيع كان احتمال بقائه على قيد الحياة 2.7% .

4- نلحظ بأن قيم متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE للمعلمات ولدالة البقاء يتناقص بزيادة حجم العينة وهذا ما يتطابق مع النظرية الإحصائية .

5- اعتماد الدراسة لدى وزارة الصحة للافادة منها في تفسير سلوك أنواع أخرى مقاربة لأمراض القلب الاقفارية .

6- استعمال طريقة توقع بيز لإيجاد مقدرات التوزيعات المركبة ومنها توزيع القنصل كوماراسوامي

المصادر

1- العبادي ، كرم ناصر ، 2021 م، التقدير البيزي لتوزيع ليندلي ذو ثلاث معلمات مع تطبيق عملي ، رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء .

2- نجم عبد عليوي ، سامي عطية سيد ،2017م ، مقارنة بين مقدرات بيز القياسية وطريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمة توزيع ماكسويل بأستخدام المحاكاة ، مجلة ميسان للدراسات الاكاديمية ،32، جامعة ميسان قسم الرياضيات

3-Amin, A. A. (2020). Bayesian analysis of double seasonal autoregressive models. *Sankhya B*, *82*(2), 328-352.

4-Ismail, S. K., AL-Sabbah, S. A., Moahammed, S. M., Nassif, M M., & Ramadan, E. Q. (2022). Estimation of exponential Pareto parameters. *International Journal of Nonlinear Analysis and Applications*, *13*(1), 2385-2394.

5- Li, C.P.& Hao ,H.B.(2019).E-Bayesian estimation and hierarchical Bayesian estimation of Poisson dist. Parameter under entropy loss function . IJAM,49,369-374.

6- Mahmoud, M. A., Mohammed, A. A., & Abraheem, S. K. (2022). A comparative study on numerical, non-Bayes and Bayes estimation for the shape parameter of Kumaraswamy distribution. *International Journal of Nonlinear Analysis and Applications*, *13*(1), 1417-1434.

7- Rashid, A., & Jan, T. R. (2015). A New Three Parameter Consul Kumaraswamy Distribution with Application. *Int. J. Modern Math. Sci*, *13*(4), 366-376 .