Warith Scientific Journal

مقارنة طريقتي(WLS & CVM) لتقديرمعلمات توزيع توزيع احتمالي Inverted Topp Leone- exponentinal مع المحاكاة

Comparison of the two methods (WLSE & CVME) to estimate the parameters of an InvertedTopp-Leone-Exponentinal Probability Distribution with simulation

صفا نجاح عبد الأمير1
Safa Najah Abdul Ameer1
safa.n@s.uokerbala.edu.iq
كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء
College of Administration and Economics
University of Karbala

أ.د شروق عبد الرضا سعيد السباح2
shorouk Abdul Reda Saeed2
Shorouq.a@uokerbala.edu.iq
كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء
College of Administration and Economics
University of Karbala

المستخلص:

تعتبر عملية تركيب التوزيعات من النمذجة الشائعة و المعروفة لتوليد توزيعات جديدة هي التوزيعات المركبة ، حيث استعمل في هذا البحث منهجية لبناء انموذج مقترح جديد من التوزيع توب-ليون المحول (Inverted-Topp-Leone) والتوزيع الاسي (Exponential) وهي العائلة الأسية المعممة الفردية ((The odd generalized exponential family) ويرمز لها (OGE))ليكون مركب يسمى (InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution))ذات المعلمتين معلمة القياس Θ و معلمة الشكل λ ودراسة خصائصه الاحصائية وتقدير معلماته باستخدام طريقتي التقدير مربعات الصغرى الموزونه وكرامر فون باستخدام المحاكاة عليه وبالاعتماد على نتائج المحاكاة تبين ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة هي اكثر كفاءة لتقدير المعلمات.

الكلمات المفتاحية: توزيع(Inverted-Topp-Leone، العائلة الأسية المعممة الفردية (OGE Family)،توزيع(InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution))، و طريقة مربعات الصغرى الموزونة (WLS) وطريقة كرامر فون (CVM).

Abstract:

One of the common and well-known models for generating new distributions is the process of synthesis of distributions, namely complex distributions. In this paper, a methodology was used to build a new proposed model for the inverted-Topp-leone distribution and the exponential distribution, which is the singular generalized exponential family ((single generalized exponential family) and symbolized by (OGE) to be a complex called (InvertedTopp_leone_odd generalized exponential distribution) with two parameters, parameter Measurement Θ and shape parameter λ, And estimating its parameters using weighted least squares estimation methods and Kramer von using simulation on it, Based on the simulation results, it was found that the weighted least squares method is more efficient for estimating parameters.

Keywords: Inverted Topp_leon Distribution, The odd generalized exponential family, InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution, Weighted Least Squares Method (WLS), Cramér-von-Mises-Method of Estimation (CVME).

1-المقدمة :

هناك الكثير من التوزيعات الاحتمالية في علم الإحصاء قد تم التعرف عليها ودراستها و دخولها في كثير من مجالات الحياة ولكن قد نواجه في بعض البيانات مشاكل لعدم الوصول الى نتائج واقعية وذلك لكون التوزيع الاحتمالي غير قادر على دبلجة البيانات وبذلك نقوم باستعمال طرق أخرى وهي خلط او تركيب التوزيعات حيث تستخدم التوزيعات المركبة لتسهيل عملية تحليل البيانات بشكل افضل مما تكون التوزيعات مفردة ويمكن تطبيق عملية التركيب على التوزيعات الاحتمالية المتقطعة والمستمره ويمكن تركيبهما مع بعض وفق شروط معينة. هناك عدة اساليب لعملية التركيب ولكن سوف نقتصر على العائلة الأسية المعممة الفردية (The odd generalized exponential family "OGE")لبناء توزيع احتمالي جديد ذات معلمتين مشكل من توزيعيين مختلفين هما (Inverted-Topp-Leone) كتوزيع اساس والتوزيع الداعم له هو التوزيع الاسي (Exponential) ليكون هذا التوزيع عضوا جديد للعائلة (OGE family).

ليتم تركيب التوزيع ((I.T.L.OGE.D) InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution)) والتعرف على خصائصه وتقدير معلماته باستعمال طرائق التقدير مثل طريقة المربعات الصغرى الموزونه(WLS) وكرامر فون (CVM).

2. منهجية البحث

2.1 مشكلة البحث:

تتلخص مشكلة البحث لوحظ قلة الكتابة وفق منهجية (The odd generalized exponential family) فلابد من تسليط الضوء عليها لبناء توزيع الاحتمالي جديد.وفي الجانب التطبيقي تم اجراء المحاكاة لتقدير معلماته باستعمال طريقة المربعات الصغرى وكرامر فون .

2.2-هدف البحث:

اقتراح توزيع الاحتمالي جديد مركب ((I.T.L.OGE.D) InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution) باستعمال (The odd generalized exponential family) ،اشتقاق الخصائص الرياضية العامة للتوزيع الاحتمالي الاحتمالي وتقدير معلماته.

3. توزيع توب-ليون المعكوس [3](Inverted Topp_leon Distribution)

يعد توزيع توب-ليون (المعكوس) من ضـــمن التوزيعات المحولة التي تســـتعمل في العديد من المجالات و التطبيقات بما في ذلك(العلوم البيولوجية ، مشـــاكل اختبار الحياة ، أخذ عينات المســـح ..... إلخ. ولايجاد توزيع Inverted Topp_leon (Distribution) لنفرض ان Z متغير عشوائي يتبع توزيع (TL) (Distribution Topp_leon) :

$$f_{TL}(z) = 2\theta z^{\theta-1}(1-z)(2-z)^{\theta-1} \;\; ; \;\; 0 \le z \le 1 \, , \theta > 0$$

$$F_{TL}(z) = z^{\theta}(2-z)^{\theta} \;\; ; \;\; 0 \le z \le 1 \, , \theta > 0$$

وباخذ (the transformation) $T = \frac{1}{Z}$ وتم التوصل الى دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f)

$$T \sim ITP(\theta)$$

$$t \ge 0 \, , \theta > 0 \qquad (1) \qquad f(t) = 2\theta t(1+t)^{-1-2\theta}(1+2t)^{-1+\theta}$$

اذ ان :

t: يمثل متغير عشوائي

θ : يمثل معلمة التوزيع

دالة التوزيع التراكمي (CDF) تكتب بالشكل الاتي :

$$F(t) = 1 - \frac{(1+2t)^{\theta}}{(1+t)^{2\theta}} \qquad t \geq 0\,, \theta \qquad (2)$$

4.التوزيع الاسي[2](Exponential Distribution)

يعد التوزيع الاسي من التوزيعات الإحصائية المستمرة ذات أهمية كبيرة في نظرية الاحتمالات ، له تطبيقات إحصائية كثيرة وخاصة في مجالات صفوف الانتظار، النظرية المعولية و العمليات العشوائية....الخ ، و السبب في هذه التسمية ان التوزيع يعتمد على معادلة رياضية اسيه.وان الصيغة الرياضية الخاصة به :

$$x \sim E(\lambda)$$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad ; x \in (0, \infty), \ \lambda > 0 \qquad (3)$$

حيث ان :

X : متغير عشوائي

λ : معلمة التوزيع

و ان الدالة التوزيع التجميعية هي :

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \qquad (4)$$

5. العائلة الأسية المعممة الفردية (The odd generalized exponential family "OGE")[1][4]

ولنفرض ان (x) يمثل متغير عشـــوائي ذو دالة توزيع احتمالية pdf g(x,ϒ) و ϒ تمثل معلمة التوزيع (ϒ >0) و ان دالة التوزيع التراكمي cdf G(x,ϒ) وبذلك تكون الدالة المعولية لها هي :

$$\overline{\mathrm{G}}(\mathrm{x}, \gamma) = 1 - \mathrm{G}(\mathrm{x}, \gamma).$$

ولإيجاد دالة التوزيع التراكمي للتوزيع المقترح للعائلة تكون الصيغة :

$$F(x) = F(\,x; \alpha, \lambda, \gamma) = (1 - e^{-\lambda(\frac{\mathrm{G}(\mathrm{x},\gamma)}{\overline{\mathrm{G}}(\mathrm{x},\gamma)})})^{\alpha} \qquad (5)$$

اما دالة الكثافة الاحتمالية فتكون بالصيغة الاتية :

$$f(x) = f(\,x; \alpha, \lambda, \gamma) = \frac{\lambda \alpha \mathrm{g}(\mathrm{x},\gamma)}{(\overline{\mathrm{G}}(\mathrm{x},\gamma))^2} e^{-\lambda(\frac{\mathrm{G}(\mathrm{x},\gamma)}{\overline{\mathrm{G}}(\mathrm{x},\gamma)})} (1 - e^{-\lambda(\frac{\mathrm{G}(\mathrm{x},\gamma)}{\overline{\mathrm{G}}(\mathrm{x},\gamma)})})^{\alpha-1}$$

$$x; \alpha, \lambda, \gamma > 0 \qquad (6)$$

حيث افترض الباحثون(Muhammad H Tahir et al.(2021)) عندما تكون $\alpha = 1$ فتصبح الصيغة الأساسية تشابه دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الاسي أي ان :

$$F(\,x; \lambda) = 1 - e^{-\lambda x}$$

وبالتالي ان الصيغتين أعلاه يمكن كتابتها بالشكل الاتي :

$$F(x) = F(x;\lambda,\varkappa) = 1 - e^{-\lambda(\frac{G(x,\varkappa)}{\bar{G}(x,\varkappa)})}$$

و

$$f(x) = f(x;\lambda,\varkappa) = \frac{\lambda\alpha g(x,\varkappa)}{(\bar{G}(x,\varkappa))^2} e^{-\lambda(\frac{G(x,\varkappa)}{\bar{G}(x,\varkappa)})}$$

6. توزيع توب-ليون-المعكوس-الاسي((InvertedTopp_leon_Exponenti Distribution (I.T.L.E.D))توزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الاسي العام (I.T.L.OGE.D) InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution)

صيغة دالة التوزيع التراكمي cdf:

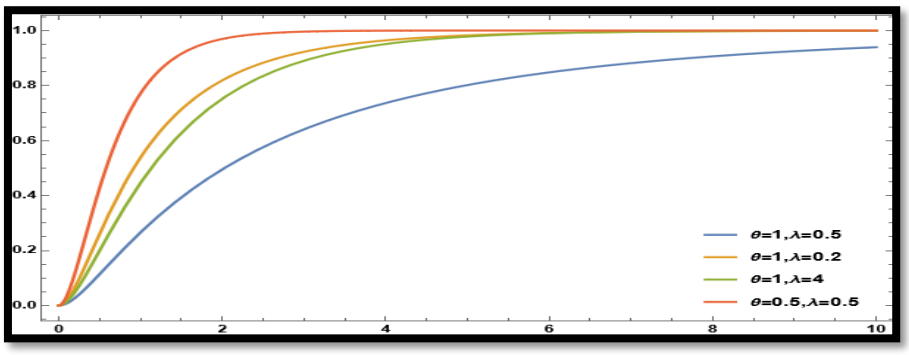
$$F(x) = F(x;\lambda,\theta) = 1 - e^{-\lambda(\frac{G(x,\theta)}{\bar{G}(x,\theta)})}$$

وبالتعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع (I.T.L) والدالة المعولية بالصيغة اعلاه تكون دالة التراكمية للتوزيع المقترح هي :

$$F(x) = F(x;\lambda,\theta) = 1 - e^{-\lambda(\frac{1-(1+2x)^{\theta}(1+x)^{-2\theta}}{(1+2x)^{\theta}(1+x)^{-2\theta}})} \quad (7)$$

وبصيغة أخرى :

$$F(x) = F(x;\lambda,\theta) = 1 - e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)} \quad (8)$$



شكل (1)يبين دالة التوزيع التراكمي(cdf) للتوزيع (I.T.L.OGE) ولقيم مختلفة كما مبينه اعلاه لمعلمة الشكل (Θ) ومعلمة القياس(λ) .

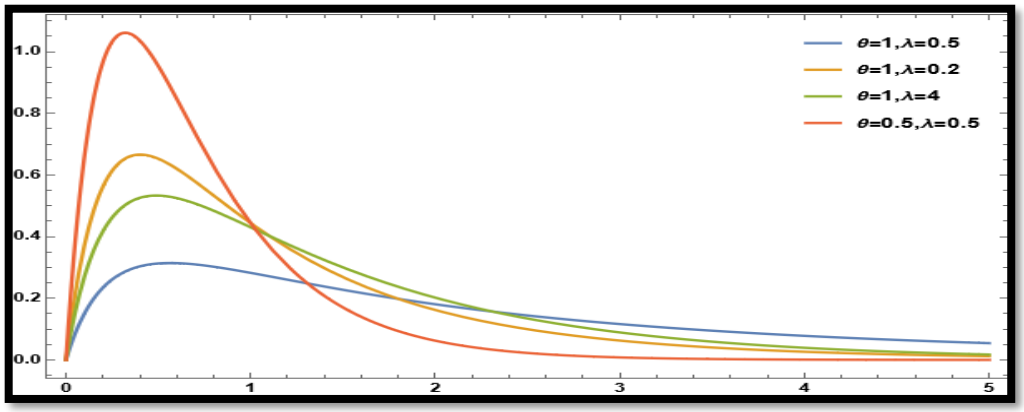
اما صيغة الدالة الكثافة الاحتمالية pdf هي :

$$f(x) = f(x;\lambda,\theta) = \frac{\lambda g(x,\theta)}{\bar{G}(x,\theta)^2} e^{-\lambda(\frac{G(x,\theta)}{\bar{G}(x,\theta)})}$$

بالتعويض عن دالة الكثافة الاحتمالية ودالتي التراكميه والمعولية للتوزيع (I.T.L) في الصيغة أعلاه لتكون دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح pdf هي :

$$f(x) = f(x;\lambda,\theta) = \frac{2\lambda\theta x(1+x)^{-1-2\theta}(1+2x)^{-1+\theta}}{((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta})^2} e^{-\lambda(\frac{1-((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}}{(1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}})} \quad (9)$$

$$f(x) = f(x;\lambda,\theta) = 2\lambda\theta x(1+x)^{2\theta-1}(1+2x)^{-\theta-1}e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)}; \infty < x < 0, \theta, \lambda < 0 \quad (10)$$



شكل (2)يبين دالة الكثافة الاحتمالية(pdf) للتوزيع (I.T.L.OGE) ولقيم مختلفة لمعلمة الشكل (Θ) ومعلمة القياس(λ)

7. خصائص التوزيع المركب (Some properties of the(I.T.L.OGE.D))

7.1 العزم اللامركزي الرائي[5] (Non-central r^{th} moment)

$$M_r = E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x)dx = \int_0^{\infty} x^r \frac{2\lambda\theta x(1+x)^{-1-2\theta}(1+2x)^{-1+\theta}}{((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta})^2} e^{-\lambda(\frac{1-((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}}{(1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}})} dx$$

اذن العزم الرائي يكون :

$$E(x^r) = 2\theta \sum_{j,k,h=0}^{\infty} \gamma_{j,k,h}(h+1)\beta(j+r+2, \theta(h+1)-r) \quad (12)$$

8. طرائق التقدير [6][7][8] (Estimation Methods)

8.1 طريقة المربعات الصغرى الموزونة(Weighted Least Squares Method (WLS)) يمكن تقدير معلمات التوزيع بالطريقة الاتية :

تكون صيغتها بالشكل الآتي :

$$T_w = \sum_{i=1}^{n} w_i\{F(x_i) - \frac{i}{n+1}\}^2 \quad (13)$$

إذ أنّ :

$G(x_i)$ تمثل دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المركب (I.T.L.OGE)

وأنّ :

w_i يمثل الوزن وصيغته هي :

$$w_i = \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)}$$

وبالتعويض بالمعادلة (13) بدالة التوزيع التراكمي تصبح :

$$T_w = \sum_{i=1}^{n} w_i\{(1 - e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)}) - \frac{i}{n+1}\}^2 \qquad (14)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (14) بالنسبة للمعلمة (θ) ومساواتها للصفرو باستعمال برنامج (Mathematica) تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(1-i+n)}(1+n)^2(2+n)(-4e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda \mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + 4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda \mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} - \frac{4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i\lambda \mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{1+n} + 2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda \mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} - 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda \mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i\lambda \mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{1+n}) = 0 \qquad (15)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (14) بالنسبة للمعلمة (λ) ومساواتها للصفرو باستعمال برنامج (Mathematica) تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(1-i+n)}(1+n)^2(2+n)\left(2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} - 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} + \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i}{1+n} - 2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} - \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{1+n}\right) = 0 \qquad (16)$$

المعادلات (15) و (16) تمثل منظومة معادلات لاخطية يصعب حلها الاباستعمال الطرائق العددية فقد استعمل في هذه الرسالة طريقة (Nelder-Mead) للحصول على المقدرات بطريقة المربعات الصغرى الموزونة ($\hat{\lambda}_{WLS}, \hat{\theta}_{WLS}$).

8.2 طريقة گرامر-فون للتقدير ((Cramér-von-Mises-Method of Estimation (CVME))

بالاعتماد على المقدرات الموجودة في الدالة التجميعية (cdf)، ويمكن تقدير معلمات التوزيع بالطريقة الآتية :

$$c(\Theta,\lambda)=\frac{1}{12n}+\sum_{i=1}^{n}\left[F(x_i;\Theta,\lambda)-\frac{2i-1}{2n}\right]^2 \qquad (17)$$

$$c(\Theta,\lambda)=\frac{1}{12n}+\sum_{i=1}^{n}\left[(1-e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)})-\frac{2i-1}{2n}\right]^2 \qquad (18)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة الأولى (18) بالنسبة للمعلمة (Θ) ومساواتها للصفرو بأستعمال برنامج (Wolfram Mathematica) تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الاتي :

$$\frac{\partial L}{\partial\theta}=\sum_{i=1}^{n}(-4e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda\mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}+$$
$$4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda\mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}+$$
$$\frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda\mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n}-\frac{4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}i\lambda\mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n}+$$
$$2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda\mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}-$$
$$2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda\mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}-$$
$$\frac{e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}\lambda\mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n}+$$
$$\frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}i\lambda\mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n})=0 \qquad (19)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (18) بالنسبة للمعلمة (λ) ومساواتها للصفرو باستعمال برنامج (Wolfram Mathematica) تم الحصول على ان المقدر للمعلمة (λ) و يساوي:

$$\frac{\partial L}{\partial\lambda}=\sum_{i=1}^{n}(2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}-2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}-\frac{e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}}{n}+$$
$$\frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}i}{n}-2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}+$$
$$2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}+\frac{e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n}-$$
$$\frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}i(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n})=0 \qquad (20)$$

من المعادلات (19) و (20) تمثل منظومة معادلات لاخطية يصعب حلها الاباستعمال الطرائق العددية فقد استعمل في هذه الرسالة طريقة (Nelder-Mead) للحصول على المقدرات بطريقة (CVME) ($\widehat{\lambda}_{\mathrm{CVM}},\widehat{\Theta}_{\mathrm{CVM}}$) .

9. معيار متوسط مربعات الخطأ (Criterion mean square error (MSE)) :

بالنسبة لدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.OGE) وصيغته كما يأتي:

$$MSE\left(\hat{R}(t_j)\right) = \frac{1}{R}\sum_{j=1}^{R}(\hat{R}(t_j) - R(t_j))^2 ; j = 1,2, \ldots . R \qquad (18)$$

حيث أن:

R: تمثل عدد التكرارات التجربة مساوياً الى (1000) تجربة.

$\hat{R}(t_j)$: تمثل القيم المقدرة لمعلمات حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

$R(t_j)$ تمثل القيم الافتراضية لمعلمات للتوزيع (I.T.L.OGE).

10. تجربة المحاكاة:

سيتم توليد البيانات وفق طريقة القبول والرفض وفي هذا الجانب سيتم تقدير معلمات للتوزيع (I.T.L.OGE) وفق طريقتي مربعات الصغرى الموزونه وكرامر فون لمعرفة افضلية الطريقة من خلال نتائج معايير المقارنة متوسط مربعات الخطأ(MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وباستعمال قيم افتراضية للمعلمتين (Θ=0.5 و λ=0.5) ولاحجام العينات (20,50,80,100).

11. تحليل نتائج عملية المحاكاةAnalysis of Simulation Results :

من النتائج ادناه نبين المقارنة بين طريقتي تقدير (WLS) و(CVM) ولاحجام العينات المختلفة و للمعلمات التوزيع وبيان اكثر طريقة تلائم التوزيع لتقدير معلماته.

جدول (1) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الاول التوزيع (I.T.L.OGE.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة واحجام العينة المختلفة للانموذج هي(θ=0.5 و λ=0.5) .

N	CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	0.5931	0.1114	0.7891	1.113	0.5054	0.0751	0.9578	1.4291
50	0.5673	0.041	0.5349	0.1958	0.5382	0.0315	0.574	0.2559
80	0.5012	0.0182	0.5874	0.1145	0.4958	0.0141	0.5799	0.0856
100	0.5191	0.0153	0.5351	0.0585	0.5014	0.0106	0.5481	0.0447

2. الاستانتاجات والتوصيات:

نلاظ من الجدول اعلاه ان طريقة (**WLS**) هي الافضل في تقدير معلمات التوزيع (I.T.L.OGE.D) باستعمال معيار المقارنة (MSE) .

نوصي الباحثين باستعمال طريقة تقدير مربعات الصغرى الموزونه( ) لتقدير الدالة المعولية او دالة البقاء وباستعمال حجوم عينات صغيرة .

المصادر:

1. Almetwally, Ehab M. 2022. "The Odd Weibull Inverse Topp–Leone Distribution with Applications to COVID-19 Data." Annals of Data Science 9(1): 121–40.
2. "Exponential Distribution." 2008. The Concise Encyclopedia of Statistics: 194–95.
3. Hassan, Amal S., Mohammed Elgarhy, and Randa Ragab. 2020. "Statistical Properties and Estimation of Inverted Topp-Leone Distribution." Journal of Statistics Applications and Probability 9(2): 319–31.
4. Makubate, Boikanyo, Fastel Chipepa, Broderick Oluyede, and Simbarashe Chamunorwa. 2021. "The Marshall-Olkin-Odd Weibull-G Family of Distributions : Model , Properties and Applications The Marshall-Olkin-Odd Weibull-G Family of Distribu- Tions : Model , Properties and Applications." (September).
5. "Zuhair A. Al-Hemyari Abstract." 2009.
6. Based, S. R. (2009). "Straight-Line Regression Based Consider the straight linear regression model". Computing, 115–123. doi: 10.1007/978-0-387-09608-7>
7. Luguterah, A., & Nasiru, S. (2016)." The Odd Generalized Exponential Generalized Linear Exponential Distribution" Albert. Studies: 2017.
8. Zeineldin, R. A., Chesneau, C., Jamal, F., & Elgarhy, M. (2019)." Statistical properties and different methods of estimation for type I half logistic inverted kumaraswamy distribution". Mathematics, 7(10), 1–24. doi: 10.3390/MATH7101002.