Warith Scientific Journal

استخدام طريقة الإمكان الاعظم في تقدير دالة المعولية للتوزيع نصف الطبيعي والمقارنة مع طريقة العزوم مع تطبيق عملي

Using the of Maximum Likelihood Method in estimating the reliability function of the Half normal distribution and comparing it with the Moment Method with a practical application

مصطفى طالب عبد علي
Mustafa Talib Abd Ali
Talibmustafa681@gmail.com
كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء
College of Administration and Economics
University of Karbala

أ.د. عواد كاظم شعلان الخالدي
Dr. Awad Kazem Shaalan Al-Khalidi
alkhalidyawad16@gmail.com
كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء
College of Administration and Economics
University of Karbala

المستخلص:

هذا البحث يهدف الى استخدام توزيع نصف الطبيعي (Half-normal Distribution) كأنموذج للفشل تقدير معلمة التوزيع دالة المعولية لهذا التوزيع بطريقتين وهي (طريقة الامكان الاعظم، طريقة العزوم). تم اجراء مقارنة بين مقدرات هذه الطريقتين بتوظيف اسلوب المحاكاة بطريقة (مونت - كارلو Monte Carlo) لغرض المفاضلة بين هذه الطريقتين باستعمال المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error) وتم التوصل الى ان مقدر الامكان الاعظم هو الأفضل لامتلاكه اقل متوسط مربعات خطأ مقارنة بالمقدر الاخر، تم اجراء اختبارات حسن المطابقة للبيانات التي تمثل اوقات الفشل لبعض المكائن في الشركة العامة للصناعات الكهربائية باستخدام برنامج (Mathematica 12.2) وتبين ان اوقات الفشل تخضع للتوزيع نصف الطبيعي وباستعمال طريقة الامكان الاعظم تم اجراء تقدير للمعلمات الانموذج وحساب هذه المقدرات للبيانات الحقيقية لأنها تم صياغة دالة المعولية للمكائن قيد الدراسة .

الكلمات المفتاحية/ الامكان الاعظم، التوزيع النصف طبيعي، المعولية، طريقة العزوم

Abstract:

This research aims to use the half-normal distribution as a model for failure to estimate the distribution parameter, the reliability function of this distribution, in two ways, namely (the method of greatest possibility, the method of determination). A comparison was made between the estimators of these two methods by employing the simulation method (Monte Carlo) for the purpose of comparison between these two methods by using the statistical measure of mean square error (Mean Square Error). The other, tests of good conformity to the data that represent the failure times of some machines in the General Company for Electrical Industries were carried out using the program (Mathematica 12.2). The reliability function of the machines under study.

Key word/ Maximum Likelihood Method, Half normal distribution, the reliability, Moment Method.

1- المقدمة

ان التطور الذي يشهده العالم خاصة في حقل العلوم والتكنولوجيا ادى الى ظهور العديد من الاجهزة الالكترونية والمعدات وكذلك المكائن المعقدة والتي يتم استخدامها في مجالات عديدة كالطب والهندسة وحقول الاتصالات وغيرها. ومن الطبيعي فان هذه الاجهزة معرضة للعطل وهذا من شأنه ان يؤدي الى توقف العمل بها وبالتالي تزايد النفقات وانخفاض الانتاج وهذا بدوره يؤدي الى خسائر مادية وضيعات بالوقت والجهد وغيرها، لذلك فان قياس معولية الجهاز يعد من الامور الاساسية التي من شأنها تطوير هذا الجهاز. ومن هنا جاءت اهمية المعولية، فان معرفة المعولية للماكنة او الجهاز او المكون يجعل بالإمكان التنبؤ بالعدد الامثل الكلي للمكائن العاملة والعاطلة في أي وقت فضلا عن دراسة تأشير العطلات والتوقفات الفجائية التي من الممكن ان

تتعرض لها المكائن او الاجهزة اثناء العمل والبحث عن الاساليب والطرائق التي تضمن لهذه المعدات تحقيق الاهداف التي صممت من اجلها. فضلا عن مقارنة معولية المنتوج الحالي مع معولية المنتوج السابق وبالتالي التعرف على مدى التطور او التدهور في المنتوج، فضلا عن اهميتها في درء المخاطر عن حياة الانسان، حيث كانت لها اهمية بارزة في حل مشاكل نظرية البقاء (Survival Theory) وتحليل جداول الحياة. ان البقاء والمعولية لهما خاصية واحدة وهي قياس أمد الحياة، أي انهما يتشابهان في ايجاد طول العمر او مدة الحياة سواء للماكنة او النظام او الكائن الحي. اما اختلاف البقاء عن المعولية فيكمن في أمثليه نظام المعولية في حالة النظام متعدد الاجزاء لأن هثل هذه الامثلية تتمثل في عدد ومواقع اجزاء النظام وسهولة ايجاد البديل لهذه الاجزاء والمعالجة السريعة لها مما يجعل النظام امثل، وهذا الامر الذي لا يمكن ايجاده في البقاء لان النظام عبارة عن كائن حي لا يمكن ترتيب اجزاءه وايصاله الى حالة الامثلية. وعليه فان دراسة موضوع المعولية والربط بين الجانبين النظري والتجريبي امر في غاية الاهمية لأنه يعد مؤشر لبيان كفاءة وقدرة الجهاز او الماكنة او النظام على العمل من دون عطل لفترة زمنية طويلة وبالتالي يؤدي الى الاستثمار الامثل لغرض زيادة الانتاجية لهذه الانظمة . وفي هذا البحث تم استعمال دالة التوزيع النصف طبيعي (Half Normal Distribution)(HN) في تقدير دالة المعولية ، الامر الذي يعد الاول من نوعه على حد علم الباحث وباستعمال طرائق مختلفة للتقدير وهي كل من طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method)(ML)، طريقة العزوم (Moment Method) (MO).

2- منهجية البحث

2-1 مشكلة البحث

تتلخص مشكلة البحث بتحديد افضل طريقة بتقدير دالة المعولية للتوزيع النصف الطبيعيHalf Normal Distribution وبيان مدى استمرار عمل المكائن في الشركة العامة للصناعات الكهربائية اي تقدير العمر الزمني للمكائن لحين توقفها عن العمل قيمة عطلها.

2-2 هدف البحث

يهدف هذا البحث الى:

أ- تقدير دالة المعولية لتوزيع النصف الطبيعي (HN) باستخدام طريقتين مختلفة للتقدير وبالتالي المقارنة بين هاتين الطريقتين من أجل الوصول الى الطريقة الافضل في تقدير دالة المعولية.
ب- تقدير العمر الزمني للمكائن العاملة في الشركة العامة للصناعات الكهربائية.

2-3 هيكلية البحث

تم تقسيم البحث الى ثلاث مباحث: تضمن المبحث الاول تناول الجانب النظري للبحث، في حين تضمن المبحث الثاني الجانب التجريبي للبحث، اما المبحث الثالث تضمن الجانب العملي للبحث، وتم ختام البحث بالاستنتاجات والتوصيات.

المبحث الاول: الاطار النظري للبحث

3- تمهيد [2]

من اهم الاركان الاساسية لعملية الاستدلال الإحصائي هي عملية التقدير "Estimation" نلاحظ ان العديد من المجتمعات تكون كبيرة جدا او غير محددة مما يؤدي الى عدم القدرة على دراستها بصورة دقيقة وشاملة. حيث يلجا الباحث في مثل هذه الحالات الى استعمال اسلوب سحب عينات من تلك المجتمعات تحمل الخصائص التي تميز المجتمعات تحت الدراسة ثم تقدير معلماتها من اجل الوصول الى استنتاجات ذات خصائص مقبولة. ان من أهم أهداف الاستدلال الإحصائي الحصول على مقدرات ذات خصائص جيدة وفي حالة وجود اكثر من طريقة لتقدير معلمة ما فانه سيؤدي الى دراسة المفاضلة بين هذه المقدرات لاختيار الافضل منها اعتماداً على معايير احصائية منها التحيز (Bias) والتباين (Variance)، ومتوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error) ومتوسط مطلق الخطأ النسبي (Mean Absolute Percentage Error).

وان عملية التقدير تقسم الى نوعين هما :

اولاً:- التقدير بفترة "Interval Estimation"

ثانياً:- التقدير بقطة "Point Estimation"

والذي يمكن تعريفة انة "ايجاد قيمة عددية واحدة تستعمل لتقدير معلمة المجتمع المناظرة "وهو الاسلوب المستعمل في هذا البحث

1-3 مفاهيم اساسية

تعرف المعولية (Reliability) [3] [11] والتي هي من دوال الفشل بأنها احتمال بقاء النظام (الماكنة) في العمل خلال الفترة الزمنية [t,0]، وان دالة المعولية التي يرمز لها R (t) هي دالة موجبة، مستمرة، رتيبة، متناقصة وقيمها تقع بين الصفر والواحد الصحيح، ويعبر عنها رياضيا بالصيغة التالية:

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt \qquad \text{.....(1)}$$

كما ان مجموع كل من دالة المعولية ودالة الكثافة التجميعية للفشل *CDF* ($F(t)$) يساوي للواحد الصحيح . بين ما فيها دالة الكثافة للفشل (Failure Density Function) والتي تعرف كالاتي:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t<T<t+\Delta t)}{\Delta t} \qquad \text{.....(2)}$$

وهذه الدالة لها خصائص دالة الكثافة الاحتمالية ($p.d.f$) ، كذلك يعد متوسط الفترة الزمنية حتى حدوث الفشل (*Mean Time To Failure*) هو من دوال الفشل وهو عبارة عن القيمة المتوقعة لوقت فشل النظام قبل حدوث العطل والذي من الممكن استخراجه بدلالة دالة المعولية مباشرة كما موضح كآلاتي :

$$E(t) = \int_0^{\infty} tf(t)dt \qquad \text{.....(3)}$$

ومن دوال الفشل الأخرى هي معدل الفشل (Failure Rate) وتسمى ايضا" دالة المخاطرة (Hazard Rate) وهي احتمال فشل النظام (الماكنة) خلال الفترة [t, t+Δt]، علما" بان الماكنة تعمل (لم تفشل) حتى الوقت t ، ورياضيا" فأن دالة المخاطرة h (t) تعطى بالصيغة الاتية :

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R(t) - R(t+\Delta t)}{R(t).\Delta t} \qquad \text{... ... ... (4)}$$

2-3 التوزيع النصف طبيعي(HN) Half Normal Distribution [4] [5]

ان التوزيع النصف الطبيعي له ماض متناثر ولكنه متعدد يعود تاريخه إلى أواخر الأربعينيات من القرن الماضي، على الرغم من فشله في أن يصبح نقطة محورية للبحوث الكبيرة حتى الستينيات. ويعد التوزيع كحالة خاصة مشتقة من التوزيع الطبيعي Normal Distribution التي تكون فيها المتغير العشوائي ذو قيمة موجبة دائما، وقد تم استخدام التوزيع نصف الطبيعي لدراسة الظواهر المختلفة، بما في ذلك الانحرافات في تصنيع اجزاء السيارات،

وقد تم استخدامه كأداة نمذجة في بعض المجالات كالاقتصاديات والصناعة وعلم وظائف الأعضاء ومراقبة الجودة. كما تم استخدام التوزيع النصف الطبيعي في إحصائيات بايز كتوزيع مسبق للانحرافات المعيارية لبعض التوزيعات.

وان ودالة الكثافة الاحتمالية (pdf) لتوزيع HN ذو المعلمة (θ) لها الصيغة التالية:

$$f(x,\theta) = \frac{2}{\pi}\,\theta\, e^{-\frac{x^2\theta^2}{\pi}} \quad ، \quad x > 0 \,،\theta > 0 \qquad \text{.....(5)}$$

حيث أن حيث أن θ معلمة القياس للتوزيع.

$$\int_0^{\infty} f(x,\theta)\,dx = \int_0^{\infty} \frac{2}{\pi}\,\theta\, e^{-\frac{x^2\theta^2}{\pi}} dx \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (6)$$

$$= \frac{2}{\pi}\,\theta \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2\theta^2}{\pi}} dx \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (7)$$

3-3 تقديـر دالة المعولية لتوزيع نصف الطبيعي

سـيتم في هذا المبحث التطرق الى بعض طرائق التقدير التقليدية لتقدير دالة المعولية لتوزيع نصـف الطبيعي ، وبشـكل عام تعتمد هذه الطرائق في التقدير على افتراض مفاده ان المعلمة المطلوب تقديرها هي كمية ثابتة وليسـت متغيرة ومثل هذا التقدير يتم بالاعتماد على بيانات العينـة المشاهدة فقط دون الحاجة الى معرفـة معلومات مسبقة عن هذه المعالم ومن هذه الطرائق طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم .

3-3-1 طريقة الإمكان الاعظـم Maximum Likelihood Method (ML) [9] [10]

تعد هذه الطريقة من الطرائق المهمة في التقدير كونها تتضمن خصائص جيدة منها الثبات ، الكفاءة العالية والاتساق أحيانا" ولكن بشكل عام ان مقدر الإمكان الأعظم يتصف بخاصية الثبات، اي ان اذا كانت $\hat{\theta}$ هي مقدر الإمكان الأعظم للمعلمة θ وان $K(\theta)$ هي إحدى الدوال في فضاء المعلمة Ω فأن $K(\hat{\theta})$ هي مقدر الإمكان الأعظم للداله $K(\theta)$، اذا كان التطبيق متباين .

وباستخدام هذه الحقيقة يمكن ايجاد مقدر الامكان الاعظم لدالة المعولية R(t) لتوزيع نصف الطبيعي من خلال إحلال المقدر $\hat{\theta}$ وكالاتي : ان دالة الامكان (Likelihood Function) لتوزيع نصف الطبيعي تكون بموجب الصيغة الاتية:

$$L(\underline{x};\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (8)$$

$$L(\underline{x};\theta) = \left(\frac{2\theta}{\pi}\right)^{n} e^{-\frac{\theta^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\pi}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (9)$$

اذ ان $\underline{x}$ يمثل متجه المتغيرات العشوائيـة باعتبار ان $(x_i, i = 1,2,\dots\dots,n)$ هي عينة عشوائية تتوزع توزيع نصف طبيعي$x_i \sim HN(\theta)$.

وبأخذ اللوغارتم الطبيعي فان :

$$Ln\, L(\underline{x};\theta) = n\, Ln\left[\frac{2\theta}{\pi}\right] - \frac{\theta^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\pi}$$

وباشتقاق الدالة بالنسبة للمعلمة θ ينتج:

$$\frac{\partial Ln\, L(\underline{x};\theta)}{\partial\theta} = \frac{n}{\hat{\theta}} - \frac{2\hat{\theta} \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\pi} = 0$$

$$\frac{n}{\hat{\theta}} = \frac{2\hat{\theta} \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\pi}$$

بضرب الطرفين ب$\hat{\theta}$

$$n = \frac{2\hat{\theta}^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\pi}$$

$$\hat{\theta}^2 = \frac{n\,\pi}{2\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

$$\hat{\theta}_{ML} = \left(\frac{n\,\pi}{2\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (10)$$

ولذلك فأن مقدر الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation) لدالة المعولية R(t) يتم إيجاده عن طريق التعويض المباشر عن قيمة $\hat{\theta}$ في صيغة دالة المعولية للتوزيع النصف طبيعي وبذلك يكون مقدر الإمكان الأعظم لدالة المعولية هو:

$$\hat{R}_{ML}(x_i) = 1 - Erf[\frac{\hat{\theta}_{ML} x_i}{\sqrt{\pi}}] \quad \dots\dots\dots\dots (11)$$

$$\hat{R}_{ML}(x_i) = 1 - Erf\left[\left(\frac{n}{2\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right)^{\frac{1}{2}} x_i\right] \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (12)$$

2-3-3 طريقة العزوم (Mo) Method of moments [1] [7]

وهي من الطرائق الشائعة اذ يعد Johan and Bernaolli (1748-1667) من أوائل العلماء الذين استعملوا هذه الطريقة في ابحاثهم وتعتمد هذه الطريقة على إيجاد عزوم المجتمع عند الصفر (العزوم الخام) ومن ثم مساواتها بعزوم العينة عند الصفر، وبذلك سيتم الحصول على عدد من المعادلات لعدد المعالم المجهولة وبحل هذه المعادلات يتم إيجاد المقدرات اذ انها تمثل الحلول الناتجة

فإذا كانت عزوم المجتمع تعطى بالعلاقة الآتية:

$$M_K = E(X_K) \quad \dots\dots\dots\dots\dots (13)$$

وعزوم العينة هي μ_K ، K تمثل عدد المعلمات

ولايجاد مقدر المعلمة θ لتوزيع HN بهذه الطريقة فكالاتي:

$$\mu_1 = \widehat{M}_K(X_1, X_2, \dots\dots\dots, X_n)$$

اي ان :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\hat{\mu} = \bar{X}$$

وبالمقارنة مع العزم الاول الخاص بتوزيع HN نحصل على :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{\theta}$$

وبالتعويض عن قيمة $\hat{\mu}_1$ بما يساويها فان:

$$\bar{X} = \frac{1}{\theta}$$

وبذلك فان :

$$\hat{\theta}_{Mo} = \frac{1}{\bar{X}} = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (14)$$

ويمكن ايجاد مقدر دالة المعولية $\hat{R}_{Mo}$ عن طريق التعويض عن قيمة $\hat{\theta}$ في المعادلة الخاصة بدالة المعولية لتوزيع النصف طبيعي وبذلك يكون مقدر العزوم لدالة المعولية هو:

$$\hat{R}_{Mo}(x_i) = 1 - Erf\left[\frac{\hat{\theta}_{Mo} x_i}{\sqrt{\pi}}\right] \quad \dots\dots\dots\dots\dots (15)$$

$$\hat{R}_{Mo}(x_i) = 1 - Erf\left[\frac{\frac{x_i}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}}{\sqrt{\pi}}\right] \quad \dots\dots\dots\dots\dots (16)$$

4-3 اختبارات حسن المطابقة (Goodness of Fit Tests)

1-4-3 اختبار مربع كاي X^2 [6]

من اجل معرفة فيما اذا كانت البيانات تتوزع توزيعا النصف الطبيعي HN تم اختبارها وفق اختبار X^2 لحسن المطابقة الذي يعتبر من اكثر الاختبارات الاحصائية شيوعا واستخداما وذلك لاهميته البالغة ودقة نتائجه .

ان مبدا هذا الاختبار هو تحديد الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة فاذا كان الفرق صغير جدا يتحقق على ضوءه مطابقة البيانات للتوزيع المفترض , وان الصيغة الرياضية لاختبار X^2 يمكن توضيحها بالمعادلة الاتية :

$$\mathcal{X}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (17)$$

حيث ان :

O_i : تمثل التكرار المشاهد للفئةi

E_i تمثل التكرار المتوقع للفئةi

Kتمثل عدد الفئات

2-4-3 اختبار كولموكوروف_ سميرنوف لحسن المطابقة Kolmogorov Smirnov Test [6]

وان مبدأ هذا الاختبار هو عملية مقارنة دالة التوزيع التجميعية النظرية $F_0(x_j)$ مع دالة التوزيع التجميعية $F_n(x_j)$ و إن احصاءة الاختبار يمكن حسابها من الصيغة الآتية-:

$$K = Maximum\ |F_0(x_j) - F_n(x_j)| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

حيث ان القيمة الناتجة من المعادلة الرياضية أعلاه يتم مقارنتها مع قيم جدوليه محددة مسبقا وخاصة بهذا النوع من الاختبارات ضمن مستوى معنوية محدد.

3-4-3 اختبار اندرسون دارلنك Anderson Darling Test [8]

وهو عبارة عن اختبار عام يستخدم لاختبار فيما إذا كانت البيانات قيد الدراسة تخضع لتوزيع إحصائي معين. ويعمل هذا الاختبار على المقارنة بين دالة التوزيع التجميعية المشاهدة مع نظيرتها المتوقعة وذلك من خلال تطبيق الصيغة الرياضية الآتية:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2\,i-1)[\ln F(x_i) + \ln(1 - F(x_{n-i+1}))] \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

4-4-3 اختبار كرامر فون ميسس Carmer-von mises Test [8]

وهو عبارة عن اختبار عام يستخدم لاختبار فيما إذا كانت البيانات قيد الدراسة تخضع لتوزيع إحصائي معين، ويتم حساب احصاءة الاختبار من خلال الصيغة التالية:

$$W_d^* = n\sum_{i=0}^{n}[F_n(x) - F(x)f(x)] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

المبحث الثاني: الإطار التجريبي للبحث

4 ـ المفهوم العام للمحاكاة

يمكن تعريف المحاكاة على أنها عملية بناء أنموذج يشـــبه الواقع الحقيقي إلى حد كبير وبعبارة أخرى يمكن القول بان المحاكاة عملية إعطاء صـــورة بديلة لنظام معين دون إعطاء صـــورة لذلك النظام الذي هو عبارة عن علاقة دالية تشـــمل مجموعة الأجزاء التي تعرف بأنها مكونات ذلك النظام وبصـــورة عامة فان مفهوم المحاكاة يســـتند على علاقات رياضـــية ودالية ومنطقية تصـــف التجربة المراد دراســـتها تعمل داخل الحاسب الالكتروني لذلك نلاحظ مؤخرا تطور وتعدد أســـاليب المحاكاة نتيجة التطور السريع في الحواسيب الالكترونية. وغالبا ما يستعمل اسلوب المحاكاة لملاحظة وتحديد التغيرات التي تحدث على صياغة المشكلة عند تنفيذها عمليا كما تعد المحاكاة أسلوبا من أساليب اختبار التجربة قبل تطبيقها واقعيا على بيانات حقيقية وبذلك تعطي المحاكاة للباحث قاعدة تجريبية تضـــاف للقاعدة النظرية لكي تمكن الباحث من تحديد الاســـلوب الملائم لدراســـة تلك التجربة. وبالنســـبة الى موضـــوع دراســـتنا فتتضـــمن بناء تجربة المحاكاة على أربع مراحل أساسية ومهمة لتقدير المعلمة (θ) لتوزيع HN وبالتالي دالة المعولية للتوزيع R(t) وهي كالأتي:

<u>المرحلة الأولى (مرحلة تعيين القيم الافتراضية)</u>

تعد هذه المرحلة من المراحل الأساسية والمهمة التي تعتمد عليها المراحل الأخرى آلاتية من برنامج بناء تجربة المحاكاة، إذ يتم تعيين القيم الافتراضية الحقيقية وكما يأتي:

<u>أولا: تحديد قيم افتراضية للمعلمة(θ)</u>

تم اختيار قيم افتراضية للمعلمة والتي تتمثل بأخذ 4 تجارب لقيمة المعلمة وهي كالاتي:

$A_1(\theta = 0.01)$، $A_2(\theta = 0.1)$، $A_3(\theta = 1)$، $A_4(\theta = 2.5)$.

ثانياً : اختيار حجم العينة (n)

تم اختيار حجوم مختلفة للعينة بشكل يتناسب مع معرفة مدى تأثير حجم العينة مع دقة وكفاءة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير المستعملة في هذه الدراسة فقد أخذت حجم عينة تتصف بالصغر وهي (n=20) وحجوم عينات متوسطة وهي (n=75) وأخذت حجوم عينة كبيرة وهي (n=250) وحجم عينة كبير جدا (n=1000).

ثالثاً :- اختيار عدد تكرارات التجارب (N)

تم اختيار عدد مرات تكرار تجربة المحاكاة وهي (N=1000).

المرحلة الثانية : (مرحلة توليد البيانات)

في هذه المرحلة يتم توليد بيانات عشوائية عن طريق معكوس الدالة التوزيعية لتوزيع HN وكما يأتي :

وبافتراض u=F(x)

اذ إن u تمثل متغيراً عشوائياً ومستمراً ومنتظماً ومعرفاً على المدة (0,1) فأن الصيغة(3-1) تصبح كالأتي :

$$u = Erf\left[\frac{\theta x}{\sqrt{\pi}}\right] \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (21)$$

وبحل الصيغة بدلالة المتغير x ينتج:

$$x = \frac{\sqrt{\pi}}{\theta} Inverce\ Erf[u] \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (22)$$

المرحلة الثالثة (مرحلة إيجاد المقدرات)

يتم في هذه المرحلة تقدير كل من المعلمة (θ) لتوزيع HN ومن ثم دالة المعولية للتوزيع عن طريق طرائق التقدير المتناولة في الجانب النظري.

المرحلة الرابعة (مرحلة المقارنة)

يتم في هذه المرحلة المقارنة بين المقدرات المستحصلة لدالة المعولية لتوزيع HN التي تم الحصول عليها من المرحلة الثالثة إذ تم استعمال معيارمتوسط مربعات الخطأ Mean square Error (MSE) لإجراء المقارنة اذ ان الطريقة الفضلى هي التي تمتلك اقل مجموع مربعات خطا.

والصيغة العامة لهذا المعيار بالنسبة لدالة المعولية يمكن التعبير عنها بالصيغة الرياضية الاتية:

$$MSE[\hat{R}(t_j)] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{R}_i(t_j) - R_i(t_j)\right)^2, \quad j = 1,2,\dots\dots,n \quad \dots\dots\dots\dots\dots (23)$$

اذ ان:

$R_i(t_j)$ تمثل القيم الحقيقية (الافتراضية) لدالة المعولية لتوزيع HN.

$\hat{R}_i(t_j)$: تمثل القيم المقدرة لدالة المعولية لتوزيع HN حسب الطريقة المستخدمة للتقدير.

N: تمثل عدد تكرارات التجربة والمساوية الى (1000).

n: تمثل عدد مشاهدات التجربة (قيم t_j او (حجم العينة).

وللوصول الى المقدر الأفضل لتقدير دالة البقاء ولكون (MSE) يحسب لكل (t_j) من الزمن فقد تمت المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة بواسطة المقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) الذي هو عبارة عن تكامل للمساحة الكلية لـ(t_j) واختزالها بقيمة واحدة معبرة عن الزمن الكلي وان صيغة هذا المقياس هي:

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{S}_i(t_j) - S_i(t_j)\right)^2] \quad \dots\dots\dots\dots\dots (24)$$

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} MSE[\hat{S}(t_j)] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

1-4 استعراض نتائج المحاكاة :

لغرض تطبيق الطرائق المعتمدة في البحث وتحديد المقدر الأفضل من بين مقدرات دالة المعولية لهذه الطرائق قام الباحث أولاً بأجراء المحاكاة على مشاهدات مولده عشوائياً (simulation) وتم حساب مقدرات دالة المعولية لطريقتين ثم تم تحديد المقدر الأفضل الذي تم التوصل اليه في تجربه المحاكاة عن طريق المعيار الإحصائي (IMSE) لكل عينة ولجميع قيم (t) المستعملة بعد تنفيذ برنامج بلغة Wolfram Mathematica اعد لهذا الغرض وبوبت النتائج في جداول وكانت نتائج مقدرات دالة المعولية ومتوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لكل منها.

جدول (1-4) دوال المعولية الافتراضية والمقدرة ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وحجوم العينات كافة للتوزيع النصف الطبيعي HN Distribution عندما θ=0.01

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
20	3.5397	0.7776	0.7698	0.7737	0.0009	0.0011	
	4.2875	0.7323	0.7230	0.7277	0.0012	0.0016	
	4.7743	0.7033	0.6932	0.6983	0.0015	0.0019	
	7.1188	0.5700	0.5569	0.5641	0.0027	0.0035	
	IMSE				0.00370	0.00282	**MOM**

تابع لجدول (1-4)

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
75	35.3968	0.7776	0.7735	0.7738	0.0001	0.0002	
	42.8748	0.7323	0.7275	0.7277	0.0002	0.0003	
	47.7431	0.7033	0.6980	0.6982	0.0002	0.0003	
	48.6919	0.6976	0.6923	0.6925	0.0002	0.0003	
	IMSE				0.00057	0.00039	**MOM**

تابع لجدول (1-4)

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
250	35.3968	0.7776	0.7695	0.7712	0.0002	0.0002	
	42.8748	0.7323	0.7226	0.7247	0.0002	0.0002	
	47.7431	0.7033	0.6926	0.6949	0.0003	0.0003	
	48.6919	0.6976	0.6869	0.6892	0.0003	0.0003	
	IMSE				0.00046	0.00053	**ML**

تابع لجدول (4-1)							
n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
1000	35.3968	0.7766	0.7769	0.7776	0.0000	0.0000	
	42.8748	0.7310	0.7315	0.7323	0.0000	0.0000	
	47.7431	0.7019	0.7024	0.7033	0.0000	0.0000	
	48.6919	0.6963	0.6968	0.6976	0.0000	0.0000	
	IMSE				0.00002	0.00003	ML

من الجدول (4-1) نلاحظ:

1- ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع HN باستخدام طرائق التقدير المعتمدة كافة قد أظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه الدالة للانموذج الاول عندما θ=0.01 ولكافة أحجام العينات المفترضة ، فضلاً عن ذلك نلاحظ أن أغلب متوسطات تقديرات دالة المعولية بالطريقتي التقدير تقترب من القيم الافتراضية لهذه الدالة بازدياد حجم العينة.

2- ان قيم متوسطات مربعات الخطأ MSE تكون متناقصة بازدياد حجم العينة ولطرائق التقدير كافة وهذا ما يتوافق مع النظرية الاحصائية.

3- افضلية طريقة الامكان الاعظم ML في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي IMSE عند احجام العينات (n=250, 1000) في حين كانت الافضلية لطريقة العزوم عند حجم العينة (n=20,75).

4- تقارب قيم متوسطات مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وعند مختلف احجام العينات وتكون الافضلية لاحدى الطرق بفارق بسيط جدا مما يدل على ملائمة هذه الطرائق في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN

جدول (4-2) دوال المعولية الافتراضية والمقدرة ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وحجوم العينات كافة للتوزيع النصف الطبيعي HN Distribution عندما θ=0.1

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
20	0.7894	0.7914	0.8122	2.978	0.0021	0.0016	
	0.7669	0.7691	0.7920	3.306	0.0025	0.0020	
	0.7627	0.7650	0.7882	3.367	0.0026	0.0020	
	0.7413	0.7437	0.7689	3.683	0.0031	0.0024	
	IMSE				0.004797	0.004043	MOM

تابع لجدول (4-2)							
n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
75	0.8158	0.8151	0.8122	2.978	0.0002	0.0003	
	0.7959	0.7951	0.7920	3.306	0.0003	0.0003	
	0.7922	0.7914	0.7882	3.367	0.0003	0.0003	
	0.7732	0.7724	0.7689	3.683	0.0003	0.0004	
	IMSE				0.000756	0.00089	ML

\

تابع لجدول (4-2)							
n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
250	0.8156	0.8151	0.8122	2.978	0.0001	0.0001	
	0.7958	0.7952	0.7920	3.306	0.0001	0.0001	
	0.7920	0.7915	0.7882	3.367	0.0001	0.0001	
	0.7731	0.7724	0.7689	3.683	0.0001	0.0001	
	IMSE				0.000214	0.00021	MOM

تابع لجدول (4-2)							
n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
1000	0.8113	0.8100	0.8122	2.978	0.0000	0.0000	
	0.7909	0.7896	0.7920	3.306	0.0000	0.0000	
	0.7871	0.7857	0.7882	3.367	0.0000	0.0000	
	0.7677	0.7662	0.7689	3.683	0.0000	0.0000	
	IMSE				0.00006	0.00007	ML

من الجدول (4-2) نلاحظ:

1- ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع HN باستخدام طرائق التقدير المعتمدة قد أظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه الدالة للانموذج الاول عندما $\theta=0.1$ ولكافة أحجام العينات المفترضة ، فضلاً عن ذلك نلاحظ أن أغلب متوسطات تقديرات دالة المعولية بطرائق التقدير تقترب من القيم الافتراضية لهذه الدالة بازدياد حجم العينة.

2- ان قيم متوسطات مربعات الخطأ MSE تكون متناقصة بازدياد حجم العينة ولطرائق التقدير وهذا ما يتوافق مع النظرية الاحصائية.

3- افضلية طريقة الامكان الاعظم ML في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي IMSE عند احجام العينات (n=75, 1000) في حين كانت الافضلية لطريقة العزوم MO عند حجم العينة (n=20, 250).

4- تقارب قيم متوسطات مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وعند مختلف احجام العينات وتكون الافضلية لاحدى الطرق بفارق بسيط جدا مما يدل على ملائمة هذه الطرائق في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN.

جدول (4-3) دوال المعولية الافتراضية والمقدرة ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وحجوم العينات كافة للتوزيع النصف الطبيعي HN Distribution عندما $\theta=1$

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
20	0.8752	0.8724	0.8663	0.211	0.0006	0.0005	
	0.8700	0.8671	0.8607	0.220	0.0006	0.0006	
	0.8314	0.8277	0.8194	0.286	0.0010	0.0009	
	0.8298	0.8260	0.8177	0.289	0.0010	0.0009	
	IMSE				0.003898	0.003178	MOM

تابع لجدول (4-3)							
n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
	0.9028	0.9021	0.9020	0.154	0.0001	0.0001	
	0.8673	0.8665	0.8663	0.211	0.0001	0.0001	

75	0.8618	0.8609	0.8607	0.220	0.0002	0.0001	
	0.8208	0.8197	0.8194	0.286	0.0003	0.0002	
	IMSE				0.000906	0.000800	**M0M**

تابع لجدول (4-3)

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
250	0.8642	0.8648	0.8663	0.211	0.0001	0.0001	
	0.8586	0.8591	0.8607	0.220	0.0001	0.0001	
	0.8167	0.8174	0.8194	0.286	0.0001	0.0001	
	0.8149	0.8156	0.8177	0.289	0.0001	0.0001	
	IMSE				0.000353	0.000277	**MOM**

تابع لجدول (4-3)

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
1000	0.8671	0.8663	0.8663	0.211	0.0000	0.0000	
	0.8616	0.8607	0.8607	0.220	0.0000	0.0000	
	0.8205	0.8194	0.8194	0.286	0.0000	0.0000	
	0.8188	0.8177	0.8177	0.289	0.0000	0.0000	
	IMSE				0.000035	0.000022	**MOM**

من الجدول (4-3) نلاحظ:

1- ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع HN باستخدام طرائق التقدير المعتمدة كافة قد أظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه الدالة للأنموذج الاول عندما $\theta=1$ ولكافة أحجام العينات المفترضة ، فضلاً عن ذلك نلاحظ أن أغلب متوسطات تقديرات دالة المعولية بطرائق التقدير كافة تقترب من القيم الافتراضية لهذه الدالة بازدياد حجم العينة.

2- ان قيم متوسطات مربعات الخطأ MSE تكون متناقصة بازدياد حجم العينة ولطرائق التقدير كافة وهذا ما يتوافق مع النظرية الاحصائية.

3- افضلية طريقة العوزم MO في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي IMSE في جميع احجام العينات (n=20, 75,250,1000).

4- تقارب قيم متوسطات مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة مما يدل على ملائمة هذه الطرائق في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN.

جدول (4-4) دوال المعولية الافتراضية والمقدرة ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وحجوم العينات كافة للتوزيع النصف الطبيعي HN Distribution عندما $\theta=2.5$

n	ti	R-real	Reliability		MSE		Best
			R_ML	R_MOM	MSE_ML	MSE_MOM	
20	0.7970	0.7954	0.8131	0.119	0.0034	0.0039	
	0.7668	0.7650	0.7850	0.137	0.0043	0.0050	
	0.7646	0.7628	0.7829	0.138	0.0044	0.0051	
	0.6826	0.6805	0.7058	0.189	0.0073	0.0084	

	IMSE	0.007802	0.008822	**ML**

تابع لجدول (4-4)							
n	**ti**	**R-real**	**Reliability**		**MSE**		**Best**
			R_ML	**R_MOM**	**MSE_ML**	**MSE_MOM**	
75	0.8103	0.8073	0.8131	0.119	0.0002	0.0002	
	0.7818	0.7784	0.7850	0.137	0.0003	0.0002	
	0.7798	0.7763	0.7829	0.138	0.0003	0.0002	
	0.7017	0.6971	0.7058	0.189	0.0005	0.0004	
	IMSE				0.000813	0.000547	**MOM**

تابع لجدول (4-4)							
n	**ti**	**R-real**	**Reliability**		**MSE**		**Best**
			R_ML	**R_MOM**	**MSE_ML**	**MSE_MOM**	
250	0.8148	0.8150	0.8131	0.119	0.0001	0.0001	
	0.7869	0.7871	0.7850	0.137	0.0001	0.0001	
	0.7849	0.7851	0.7829	0.138	0.0001	0.0001	
	0.7085	0.7087	0.7058	0.189	0.0002	0.0002	
	IMSE				0.000368	0.000269	**MOM**

تابع لجدول (4-4)							
n	**ti**	**R-real**	**Reliability**		**MSE**		**Best**
			R_ML	**R_MOM**	**MSE_ML**	**MSE_MOM**	
1000	0.8130	0.8126	0.8131	0.119	0.0000	0.0000	
	0.7849	0.7844	0.7850	0.137	0.0000	0.0000	
	0.7828	0.7824	0.7829	0.138	0.0000	0.0000	
	0.7057	0.7051	0.7058	0.189	0.0001	0.0000	
	IMSE				0.000088	0.000043	**MOM**

من الجدول (4-4) نلاحظ:

1- ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع HN باستخدام طرائق التقدير المعتمدة قد أظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه الدالة للانموذج الاول عندما $\theta=2.5$ ولكافة أحجام العينات المفترضة ، فضلاً عن ذلك نلاحظ أن أغلب متوسطات تقديرات دالة المعولية بطرائق التقدير كافة تقترب من القيم الافتراضية لهذه الدالة بازدياد حجم العينة.

2- ان قيم متوسطات مربعات الخطأ MSE تكون متناقصة بازدياد حجم العينة ولطرائق التقدير وهذا ما يتوافق مع النظرية الاحصائية.

3- افضلية طريقة لطريقة العزوم MO في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي IMSE عند احجام العينات (n=75,250,1000) في حين كانت الافضلية لطريقة الامكان الاعظم ML عند حجم العينة (n=20).

4- تقارب قيم متوسطات مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير وعند مختلف احجام العينات وتكون الافضلية لاحدى الطرق بفارق بسيط جدا مما يدل على ملائمة هذه الطرائق في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN.

من الجداول (4-1) الى (4-4) نلاحظ:

1- ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع HN باستخدام طرائق التقدير المعتمدة قد أظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه الدالة ولكافة أحجام العينات المفترضة ، فضلاً عن ذلك نلاحظ أن أغلب متوسطات تقديرات دالة المعولية بطرائق التقدير كافة تقترب من القيم الافتراضية لهذه الدالة بازدياد حجم العينة.
2- ان قيم متوسطات مربعات الخطأ MSE وقيم متوسطات مربعات الخطأ التكاملي IMSE تتزايد مع ازدياد قيمة المعلمة θ.
3- افضلية طريقة العزوم MO في تقدير دالة المعولية لتوزيع HN لامتلاكها اكثر عدد في مرات الافضلية وبواقع 11 مرة من اصل 16 تليها طريقة الامكان الاعظم ML وبواقع 5 مرات.

المبحث الثالث :الجانب التطبيقي

5-المقدمة

يتضمن هذا الفصل قسمين اساسيين، إذ يحتوي الاول عرضا للنتائج التي تم الحصول عليها باستعمال اسلوب المحاكاة (مونتَّ كارلو) وذلك من اجل المقارنة بين طرائق تقدير دالة المعولية والقيام بتحليل تلك النتائج فقد تمت المقارنة على أساس احد المعايير الإحصائية وهو معيار مجموع مربعات الخطأ (MSE) (Mean Square Error) وبحسب هذا المعيار فان الطريقة التي تمتلك اقل مجموع مربعات أخطاء هي الفضلى.

يشتمل الثاني على تطبيق توزيع HN على بيانات حقيقية متمثلة بعينة بحجم 67 تمثل المحركات الكهربائية لحين حصول الفشل في هذه الأجهزة في مدة الضمان بعد البيع وللمدة من (1/1/2011) لغاية (1/1/2012) ،ونلاحظ أن هذه البيانات تحتوي على تذبذب، وتم الحصول على هذه البيانات من سجلات الشركة العامة للصناعات الكهربائية /قسم المبيعات .

5-1 نبذة تعريفية

تأسست الشركة العامة للصناعات الكهربائية في 18/8/1965 ويكون موقعها ومركزها الرئيسي في محافظة بغداد / الوزيرية وتتمتع بالشخصية المعنوية والاستقلال المالي والإداري وممولة ذاتياً وتؤول ملكيتها للدولة وتهدف الشركة إلى الإسهام في دعم الاقتصاد الوطني من خلال إنتاج أجهزة ومعدات كهربائية لأجل بلوغ أعلى مستوى من النمو في العمل والإنتاج وكذلك لرفع مستويات الأداء الاقتصادي الوطني ، واهم الأنشطة الإنتاجية للشركة هي المحركات الكهربائية وأجهزة تكييف الهواء ، وتعمل الشركة ى خطوات حثيثة نحو الأمام بتنفيذ مشاريع جديدة ومستقبلية لإنتاج منتجات جديدة تسد متطلبات السوق المحلية مع الحصول على التكنولوجيا الحديثة لمواكبة التطور السريع في العالم حالياً .

5-2 جمع البيانات

جمعت البيانات من قبل الشركة العامة للصناعات الكهربائية / قسم المبيعات – فرع خدمات ما بعد البيع وقد تم اختيار عينة بحجم (67) تشمل المحركات الكهربائية لحين حصول الفشل في هذه الأجهزة خلال فترة الضمان بعد البيع من (1/1/2011) لغاية (1/1/2012) ، والجدول الاتي يوضح البيانات الحقيقية قيد البحث.

جدول (5-1) فترة عمل المحركات الكهربائية لحين حصول الفشل (بالايام).

2	11	19	24	30	81	98
32	40	46	61	69	82	100
5	13	20	25	124	84	108
33	41	51	62	71	86	110
6	14	21	27	73	90	117
34	42	52	63	129	91	119
9	15	22	28	74	92	120
35	43	54	66	78	93	

10	18	23	29	79	97	
39	45	60	68	134	150	

والجدول الاتي يبين ابرز احصاءات عينة البيانات الحقيقية:

جدول (5-2) احصاءات البيانات

Min	**2**
Mean	**58.015**
Variance	**1395.5**
Skewness	**0.4582**
Kurtosis	**2.2278**
Median	**52**
Max	**150**

5-3 اختبار البيانات

تم اختبار البيانات بواسطة برنامج ماثماتيكا لبيان ملائمتها للتوزيع موضوع البحث وكذلك حالاته الخاصة، وقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit) والذي يتضمن اربع اختبارات وهي (اختبار كاي سكوير ، اختبار كولوموكروف سميرنوف ، اختبار اندرسون دارلينج واختبار كرامر فون ميسس وبحسب الصيغ (15)، (16)،(17) و(18) الواردة في المبحث الاول.

وبحسب الفرضية الاتية:

$$H_0 : t \sim HN$$

$$H_1 : t \nsim HN$$

وتم حساب جميع النتائج الخاصة بالاختبارات بواسطة برنامج (Wolfram Mathematica) ، ويوضح الجدول (5-3) ادناه قيم اختبارات حسن المطابقة الوارد ذكرها انفا.

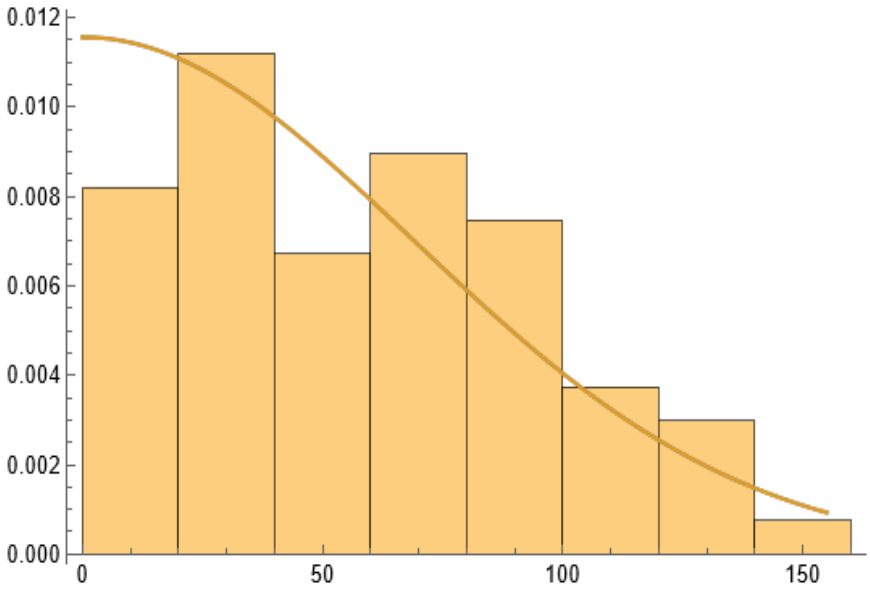
جدول (5-3) نتائج اختبارمدى ملائمة البيانات الحقيقية لتوزيع HN

TEST	STATISTIC	P-VALUE
ANDERSON-DARLING	0.819081	0.466704
CRAMÉR-VON MISES	0.131303	0.451931
KOLMOGOROV-SMIRNOV	0.093065	0.575096
χ^2	3.76119	0.926415

ومن خلال اختبارات فرضية العدم وحسب المعايير اعلاه وجدنا أن:

- تظهر نتائج اختبار فرضية العدم وحسب المعايير المذكورة قبول هذه الفرضية لتوزيع HN حيث نلاحظ أن قيمة P-Value كانت أكبر من 0.05 حيث بلغت (0. 926 حسب معيار χ^2) (0.467 حسب معيار A_d^*) و(0. 452 حسب معيار W_d^*) وكذلك الأمر بالنسبة الى احصاء الاختبار عند مقارنتها مع القيمة الجدولية ولمستوى معنوية 0.05.
- تم بعد ذلك تقدير معلمة التوزيع باستعمال طريقة الامكان الاعظم وحسب الصيغة (2-23) وقد تبين الاتي:
- أن القيمة المقدرة للمعلمة ($\hat{\theta} = 0.017$) كانت متوافقة مع القيم الافتراضية للمعلمات الموضحة في جانب المحاكاة.

والشكل التالي يبين دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع نصف الطبيعي ومدى ملائمتها للبيانات الحقيقية



شكل (5-1) دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع نصف الطبيعي ومدى ملائمتها للبيانات الحقيقية

5-4 تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية

بعد ان تبين من القسم التجريبي افضلية طريقة الامكان الاعظم في تقدير دالة المعولية لتوزيع نصف الطبيعي HN، تم تقدير دالة المعولية والدوال المرتبطة بها بواسطتها للبيانات الحقيقية وباستعمال برنامج (Wolfram Mathematica) تم الحصول على قيم مقدر دالة المعولية للبيانات كما مبينة في الجدول (5-4) ادناه

جدول (5-4) قيم مقدر دالة المعولية والدالة التوزيعية للبيانات الحقيقية

i	ti	pdf	CDF	R	h
1	2	0.011559	0.023123	0.976877	0.011832
2	5	0.010384	0.35718	0.64282	0.016154
3	6	0.011533	0.057766	0.942234	0.01224
4	9	0.010314	0.367529	0.632471	0.016307
5	10	0.01152	0.069293	0.930707	0.012377
6	11	0.010241	0.377807	0.622193	0.01646
7	13	0.011465	0.103776	0.896224	0.012793
8	14	0.010168	0.388011	0.611989	0.016614
9	15	0.011443	0.11523	0.88477	0.012933
10	18	0.009856	0.428067	0.571933	0.017233
11	19	0.011417	0.12666	0.87334	0.013073
12	20	0.009775	0.437883	0.562117	0.017389
13	21	0.01136	0.149439	0.850561	0.013356
14	22	0.009692	0.447616	0.552384	0.017546
15	23	0.011328	0.160783	0.839217	0.013498
16	24	0.009608	0.457266	0.542734	0.017703
17	25	0.011293	0.172093	0.827907	0.013641
18	27	0.009523	0.466832	0.533168	0.01786

19	28	0.011177	0.205803	0.794197	0.014073
20	29	0.009348	0.485703	0.514297	0.018177
21	30	0.011133	0.216958	0.783042	0.014218
22	32	0.009259	0.495007	0.504993	0.018335
23	33	0.011088	0.228069	0.771931	0.014364
24	34	0.008799	0.540164	0.459836	0.019136
25	35	0.01104	0.239133	0.760867	0.01451
26	39	0.008705	0.548916	0.451084	0.019298
27	40	0.01099	0.250148	0.749852	0.014657
28	41	0.008513	0.566134	0.433866	0.019622
29	42	0.010939	0.261113	0.738887	0.014804
30	43	0.007923	0.615453	0.384547	0.020604
31	45	0.010885	0.272024	0.727976	0.014952
32	46	0.007823	0.623326	0.376674	0.020769
33	51	0.010829	0.282881	0.717119	0.0151
34	52	0.007723	0.631099	0.368901	0.020934
35	54	0.010711	0.304422	0.695578	0.015399
36	60	0.007622	0.638771	0.361229	0.0211
37	61	0.010649	0.315103	0.684897	0.015549
38	62	0.007318	0.661182	0.338818	0.0216
39	63	0.010586	0.325721	0.674279	0.0157
40	66	0.007115	0.675616	0.324384	0.021935
41	68	0.010521	0.336274	0.663726	0.015851
42	69	0.007014	0.68268	0.31732	0.022103
43	71	0.0023	0.927675	0.072325	0.031807
44	73	0.00681	0.696504	0.303496	0.02244
45	74	0.006608	0.709922	0.290078	0.022778
46	78	0.002014	0.938451	0.061549	0.032727
47	79	0.006506	0.716479	0.283521	0.022948
48	81	0.006104	0.741698	0.258302	0.023631
49	82	0.006004	0.747752	0.252248	0.023802
50	84	0.001754	0.947862	0.052138	0.033651
51	86	0.005806	0.759561	0.240439	0.024146
52	90	0.005707	0.765318	0.234682	0.024318
53	91	0.005512	0.776536	0.223464	0.024664
54	92	0.005318	0.787365	0.212635	0.025011
55	93	0.004939	0.807877	0.192123	0.025709
56	97	0.004846	0.812769	0.187231	0.025884
57	98	0.004754	0.817569	0.182431	0.026059
58	100	0.004663	0.822278	0.177722	0.026235

59	108	0.004305	0.840208	0.159792	0.02694
60	110	0.001089	0.970285	0.029715	0.036638
61	117	0.004218	0.844469	0.155531	0.027117
62	119	0.004046	0.852732	0.147268	0.027472
63	120	0.003397	0.882461	0.117539	0.028902
64	124	0.003245	0.889103	0.110897	0.029262
65	129	0.002746	0.910042	0.089958	0.030529
66	134	0.002614	0.915401	0.084599	0.030894
67	150	0.002549	0.917982	0.082018	0.031076

يتبين من الجدول (5-4) الأتي:

1- ان العمود الرابع يمثل دالة المعولية R(t) وهي متناقصة بزيادة الزمن بصورة واضحة (اي تتناسب عكسيا مع الزمن) وهذا مايطابق سلوك هذه الدالة كونها متناقصة مع الزمن.
2- ان العمود الثالث يمثل قيم دالة الكثافة التجميعية CDF للفشل (اللامعولية) وهي متزايدة مع الزمن(اي تتناسب طرديا مع الزمن).
3- ان مجموع دالة المعولية R(t) ودالة الكثافة التجميعية CDF (اللامعولية) يساوي واحداً اي ان احدهما متمم للآخر.

6-الاستنتاجات والتوصيات

6-1 الاستنتاجات

1-ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع HN باستخدام طرائق التقدير المعتمدة كافة قد أظهرت متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه الدالة ولكافة أحجام العينات المفترضة

2-اظهرت النتائج تقاربا بين مقدرات طرائق التقدير عند زيادة حجم العينة.

3-أظهرت نتائج تجارب المحاكاة ان قيم المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) تتناقص بزيادة حجم العينة وهذا ينسجم مع النظرية الأحصائية.

4-أظهرت نتائج تجارب المحاكاة أن قيم دالة المعولية تتناقص بزيادة زمن الأشتغال t وأن قيمتها تقع ضمن الفترة [0,1] وهذا ينسجم مع الجانب النظري المتعلق بخواص دالة المعولية.

6-2 التوصيات

1-أجراء بحث لتقدير دالة المعولية لتوزيع HN على بيانات مراقبة لغرض المقارنة بينها وبين تقديرات البيانات الكاملة بأستخدام نفس اساليب التقدير.

2-أجراء بحوث تطبيقية في حقل العمل وخاصة في المجال الطبي بأستخدام اساليب تقدير دالة المعولية (البقاء) نفسها المستخدمة في هذا البحث لبيانات حقيقية تتبع توزيع HN وفقاً لما تم الوصول اليه من نتائج تخص عملية التقدير.

3-مقارنة تقديرات توزيع HN لدالة المعولية مع تقديرات توزيعات اخرى ولذات البيانات او غيرها.

7- المصادر

7-1 المصادر العربية

1- -1Al-Jumaili, Saba Sabah Ahmed (2007), "Some moderate parameter methods for the Rayleigh failure model for complete data and monitored data of the first type using simulation," advanced master's thesis to the College of Administration and Economics, University of Baghdad

2- Al-Ani, Noha Raouf Zakir (2000) "Estimating the reliability function to calculate preventive maintenance timings for some Babel factory machines in the General Company for Battery Manufacturing," Master's thesis, College of Administration and Economics - University of Baghdad.

3- المصادر الاجنبية 2-7

4- Afify ,E.E. ,(2006), "Note on the Exponential Distribution" ,Faculty of Engineering Menowfiya University, shibeen,EL.Koom.
5- Byers, R. H. (2014). Half-Normal Distribution. Wiley StatsRef: Statistics Reference Online.
6- HalfNormalDistribution—Wolfram Language Documentation
7- Famoye ،F. (2000). Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic series distribution. Computational statistics & data analysis ،33(1) ،59-67.
8- Jean Diebolt, Armelle .G. , Philippe .N., Pierre R.(2003), Improving Probability Weighted moment.
9- Meeker ،W. Q. ،& Escobar ،L. A. (2014). Statistical methods for reliability data. John Wiley & Sons
10- Naylor ،T. H. ،Burdick ،D. S. ،& Sasser ،W. E. (1967). Computer simulation experiments with economic systems: the problem of experimental design. Journal of the American Statistical Association ،62(320) ،1315-1337.
11- Reshi ،J. A. ،& Ahmed ،A. (2015). Characterization ،Reliability and Information measures of Even-Power Weighted Generalized Gamma Distribution
12- Wahayeb, B.R. (1978), "Some Models for Accelerated Life Testing",M.Sc. Thesis, University Of Baghdad.