Warith Scientific Journal

بناء توزيع احتمالي Inverted Topp Leone- exponentinal مع تطبيق تجربة المحاكاة

Building an InvertedTopp-Leone-Exponentinal Probability Distribution With simulation experience application

صفا نجاح عبد الأمير
Safa Najah Abdul Ameer
safa.n@s.uokerbala.edu.iq
كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء
College of Administration and Economics, University of Karbala

أ.د شروق عبد الرضا سعيد السباح
Shorouk Abdul Reda Saeed
Shorouq.a@uokerbala.edu.iq
كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء
College of Administration and Economics, University of Karbala

المستخلص:

تعتبر عملية تركيب التوزيعات من النمذجة الشائعة و المعروفة لتوليد توزيعات جديدة هي التوزيعات المركبة ، حيث استعمل في هذا البحث منهجية لبناء انموذج مقترح جديد من التوزيع توب-ليون المحول (Inverted-Topp-Leone) والتوزيع الاسي (Exponential) وهي العائلة الأسية المعممة الفردية ((The odd generalized exponential family) ويرمز لها (OGE))ليكون مركب يسمى ((InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution)ذات المعلمتين معلمة القياس ϴ و معلمة الشكل λ وتم دراسة خصائصه الاحصائية والدالة المعولية وتم تقدير الدالة المعولية باستخدام طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Methodواجراء المحاكاة عليه, وبالاعتماد على نتائج المحاكاة تبين ان (MLE) هي الطريقة المثلى لتقدير الدالة.

الكلمات المفتاحية: توزيع(Inverted-Topp-Leone)، العائلة الأسية المعممة الفردية (OGE Family)،توزيع(InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution) ،دالة معولية ، طريقة الإمكان الاعظم (MLE)..

Abstract: The process of fitting distributions is one of the common and well-known models for generating new distributions, which are the complex distributions. In this research, a methodology was used to build a new proposed model of the Inverted-Topp-Leone distribution and the Exponential distribution, which is the single generalized exponential family ((The odd generalized exponential family) and symbolized by (OGE) to be a compound called (InvertedTopp_leon_odd generalized Exponential Distribution) with two parameters, the measurement parameter ϴ and the shape parameter λ, and its statistical properties and the dependency function were studied, and the reliability function was estimated using the Maximum Likelihood Method and a procedure The simulation on it, and based on the simulation results, it was found that (MLE) is the best way to estimate the function.

Keywords: Inverted Topp_leon Distribution, The odd generalized exponential family, InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution, Reliability function, Maximum likelihood Estimation(MLE).

1-المقدمة :

هناك الكثير من التوزيعات الاحتمالية في علم الإحصاء قد تم التعرف عليها ودراستها و دخولها في كثير من مجالات الحياة ولكن قد نواجه في بعض البيانات مشاكل لعدم الوصول الى نتائج واقعية وذلك لكون التوزيع الاحتمالي غير قادر على دبلجة البيانات وبذلك نقوم باستعمال طرق أخرى وهي خلط او تركيب التوزيعات حيث تستخدم التوزيعات المركبة لتسهيل عملية تحليل البيانات بشكل افضل مما تكون التوزيعات مفردة ويمكن تطبيق عملية التركيب على التوزيعات الاحتمالية المتقطعة والمستمره ويمكن تركيبهما مع بعض وفق شروط معينة. هناك عدة اساليب لعملية التركيب ولكن سوف نقتصر على العائلة الأسية المعممة الفردية The odd generalized exponential family "OGE")لبناء توزيع احتمالي جديد ذات معلمتين مشكل من توزيعيين مختلفين هما(Inverted-Topp-Leone) كتوزيع اساس والتوزيع الداعم له هو التوزيع الاسي (Exponential) ليكون هذا التوزيع عضوا جديد للعائلة (OGE family).

ليتم تركيب التوزيع (((I.T.L.OGE.D) InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution) والتعرف على خصائصه وتقدير معلماته باستعمال طرائق التقدير مثل طريقة الإمكان الأعظم " Maximum Likelihood Method " ويرمز لها اختصارا " MLMو اجراء المحاكاة عليه.

2-مشكلة البحث:

تتلخص مشكلة البحث لوحظ قلة الكتابة وفق منهجية (The odd generalized exponential family) فلابد من تسليط الضوء عليها لبناء توزيع الاحتمالي جديد.وفي الجانب التجريبي تم اجراء المحاكاة لتقدير الدالة المعولية باستعمال طريقة الامكان الاعظم .

3-هدف البحث:

اقتراح توزيع الاحتمالي جديد مركب (I.T.L.OGE.D) InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution) باستعمال (The odd generalized exponential family)، اشتقاق الخصائص الرياضية العامة للتوزيع الاحتمالي والدالة المعولية لهما بطريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method.

4-الجانب النظري

4.1 توزيع توب-ليون المعكوس (Inverted Topp_leon Distribution)[4]

يعد توزيع توب-ليون (المعكوس) من ضمن التوزيعات المحولة التي تستعمل في العديد من المجالات و التطبيقات بما في ذلك (العلوم البيولوجية ، مشاكل اختبار الحياة ، أخذ عينات المسح ..... إلخ. ولايجاد توزيع Inverted (Topp_leon Distribution) لنفرض ان Z

متغير عشوائي يتبع توزيع (TL) (Distribution Topp_leon) :

وتمثل معادلة رقم (1) دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع Topp_leon ومعادلة (2) دالة التوزيع التراكمي وكما الاتي :

$$f_{TL}(z) = 2\theta z^{\theta-1}(1-z)(2-z)^{\theta-1} \;; \qquad 0 \le z \le 1\,, \theta > 0 \qquad (1)$$

$$F_{TL}(z) = z^{\theta}(2-z)^{\theta} \;; \qquad 0 \le z \le 1\,, \theta > 0 \qquad (2)$$

وباخذ (the transformation) $T = \frac{1}{z}$ وتم التوصل الى دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع Inverted Topp_leon

$$T \sim ITP(\theta)$$

$$f(t) = 2\theta t(1+t)^{-1-2\theta}(1+2t)^{-1+\theta} \qquad (3) \qquad t \ge 0\,, \theta > 0$$

اذ ان :

t: يمثل متغير عشوائي

θ : يمثل معلمة التوزيع

دالة التوزيع التراكمي للتوزيع Inverted Topp_leon (CDF) تكتب بالشكل الاتي :

$$F(t) = 1 - \frac{(1+2t)^{\theta}}{(1+t)^{2\theta}} \qquad t \ge 0\,, \theta \qquad (4)$$

4.2 التوزيع الاسي[2](Exponential Distribution)

يعد التوزيع الاسي من التوزيعات الإحصائية المستمرة ذات أهمية كبيرة في نظرية الاحتمالات ، له تطبيقات إحصائية كثيرة وخاصة في مجالات صفوف الانتظار، النظرية المعولية و العمليات العشوائية....الخ ، و السبب في هذه التسمية ان التوزيع يعتمد على معادلة رياضية اسيه.وان الصيغة الرياضية الخاصة به :

$$x \sim E(\lambda)$$

ومعادلة رقم (5) تمثل الدالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي ومعادلة رقم (6) تمل الدالة التراكمي للتوزيع كما الاتي:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad ; \qquad x \in (0, \infty), \;\; \lambda > 0 \qquad (5)$$

حيث ان :

X : متغير عشوائي

λ : معلمة التوزيع

و ان الدالة التوزيع التجميعية هي :

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \qquad (6)$$

4.3 الدالة المعولية[3] (Reliability function)

تعريف الدالة المعولية على انها احتمال عدم فشل ماكنة الى وقت t حيث (t>0) . وان المعنى الواسع لدالة المعولية هو مقياس لاداء عمل الماكنة. ويرمز لها بالرمز R(t)،نفرض T متغير عشوائي وله توزيع احتمالي F(t) ويشير الى وقت الفشل ، ويمكن لدالة المعولية التعبير عنها رياضيا :

$$R(t) = P\,(T > t)$$

وان الدالة التجميعية:

$$R(t) = 1 - F\,(t) \qquad (7)$$

4.4 العائلة الأسية المعممة الفردية (The odd generalized exponential family "OGE")[1][5]

ولنفرض ان (x) يمثل متغير عشوائي ذو دالة توزيع احتمالية pdf g(x,ɤ) و ɤ تمثل معلمة التوزيع (ɤ >0) و ان دالة التوزيع التراكمي cdf G(x,ɤ) وبذلك تكون الدالة المعولية لها هي :

$$\overline{G}(x,\gamma) = 1 - G(x,\gamma).$$

ولإيجاد دالة التوزيع التراكمي للتوزيع المقترح للعائلة تكون الصيغة :

$$F(x) = F(\,x;\alpha,\lambda,\gamma) = \left(1 - e^{-\lambda\left(\frac{G(x,\gamma)}{\overline{G}(x,\gamma)}\right)}\right)^{\alpha} \qquad (8)$$

اما دالة الكثافة الاحتمالية فتكون بالصيغة الاتية :

$$f(x) = f(\,x;\alpha,\lambda,\gamma) = \frac{\lambda\alpha g(x,\gamma)}{(\overline{G}(x,\gamma))^{2}} e^{-\lambda\left(\frac{G(x,\gamma)}{\overline{G}(x,\gamma)}\right)}\left(1 - e^{-\lambda\left(\frac{G(x,\gamma)}{\overline{G}(x,\gamma)}\right)}\right)^{\alpha-1}$$

$$x;\alpha,\lambda,\gamma > 0 \qquad (8)$$

حيث افترض الباحثون[6](Muhammad H Tahir et al.)(2021) عندما تكون $\alpha = 1$ فتصبح الصيغة الأساسية تشابه دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الاسي أي ان :

$$F(x;\lambda) = 1 - e^{-\lambda x}$$

وبالتالي ان الصيغتين أعلاه يمكن كتابتها بالشكل الاتي :

$$F(x) = F(x;\lambda,\gamma) = 1 - e^{-\lambda\left(\frac{G(x,\gamma)}{\bar{G}(x,\gamma)}\right)}$$

و

$$f(x) = f(x;\lambda,\gamma) = \frac{\lambda\alpha g(x,\gamma)}{(\bar{G}(x,\gamma))^2} e^{-\lambda\left(\frac{G(x,\gamma)}{\bar{G}(x,\gamma)}\right)}$$

4.5 توزيع توب-ليون-المعكوس-الاسي (InvertedTopp_leon_Exponential Distribution (I.T.L.E.D))توزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الاسي العام InvertedTopp_leon_ odd generalized Exponential Distribution) (I.T.L.OGE.D)

صيغة دالة التوزيع التراكمي cdf:

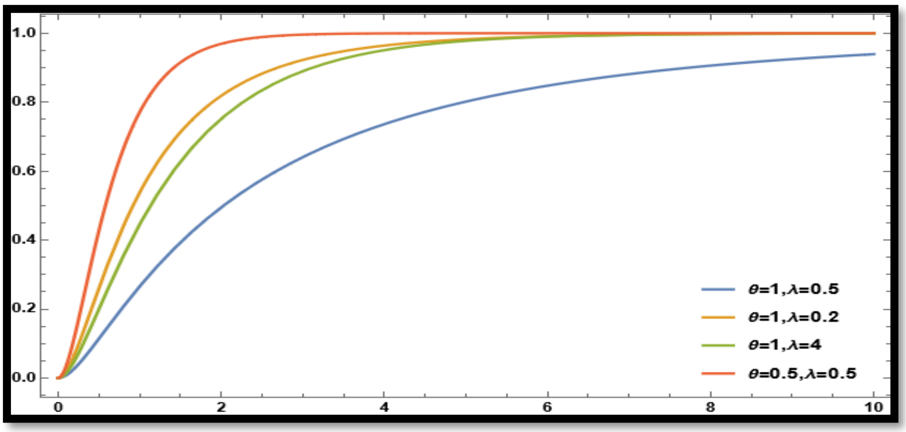
$$F(x) = F(x;\lambda,\theta) = 1 - e^{-\lambda\left(\frac{G(x,\theta)}{\bar{G}(x,\theta)}\right)}$$

وبالتعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع (I.T.L) والدالة المعولية بالصيغة اعلاه تكون دالة التراكمية للتوزيع المقترح هي :

$$F(x) = F(x;\lambda,\theta) = 1 - e^{-\lambda\left(\frac{1-(1+2x)^{\theta}(1+x)^{-2\theta}}{(1+2x)^{\theta}(1+x)^{-2\theta}}\right)} \quad (9)$$

وبصيغة أخرى :

$$F(x) = F(x;\lambda,\theta) = 1 - e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)} \quad (10)$$



شكل (1)يبين دالة التوزيع التراكمي(cdf) للتوزيع (I.T.L.OGE) ولقيم مختلفة كما مبينه اعلاه لمعلمة الشكل (Θ) ومعلمة القياس(λ) .

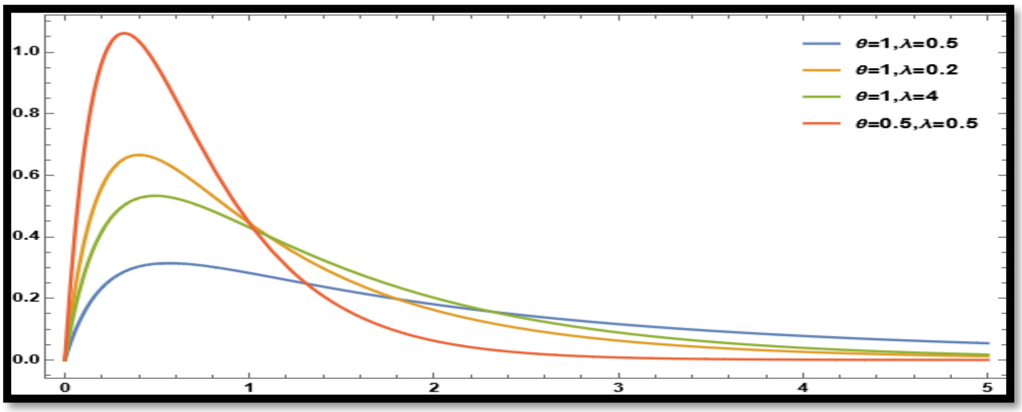
اما صيغة الدالة الكثافة الاحتمالية pdf هي :

$$f(x) = f(\,x;\lambda,\theta) = \frac{\lambda g(x,\theta)}{\bar{G}(x,\theta)^2}\,e^{-\lambda\left(\frac{G(x,\theta)}{\bar{G}(x,\theta)}\right)}$$

بالتعويض عن دالة الكثافة الاحتمالية ودالتي التراكميه والمعولية للتوزيع (I.T.L) في الصيغة أعلاه لتكون دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح pdf هي :

$$f(x) = f(\,x;\lambda,\theta) = \frac{2\lambda\theta x(1+x)^{-1-2\theta}(1+2x)^{-1+\theta}}{((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta})^2}\,e^{-\lambda\left(\frac{1-((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}}{(1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}}\right)} \qquad (11)$$

$$f(x) = f(\,x;\lambda,\theta) = 2\lambda\theta x(1+x)^{2\theta-1}(1+2x)^{-\theta-1}e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)}; \qquad \infty < x < 0, \theta, \lambda < 0$$
(12)



شكل (2)يبين دالة الكثافة الاحتمالية(pdf) للتوزيع (I.T.L.OGE) ولقيم مختلفة لمعلمة الشكل (ϴ) ومعلمة القياس(λ)

4.6 خصائص التوزيع المركب ((Some properties of the(I.T.L.OGE.D)

4.6.1 العزم اللامركزي الرائي (Non-central r^{th} moment)

تعرف بأنها العزوم حول نقطة الاصل عندما تكون هناك قيمة ثابته تساوي صفر فعند العزم الاول حول نقطة الاصل نحصل على الوسط الحسابي ،وعند العزم الثاني نحصل على العزم الثاني حول نقطة الاصل ((E(x2) والعزوم اللامركزية الزوجية تكون موجبة اما الفردية تكون اما سالبة او مساوية للصفر.

$$M_r = E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x)dx = \int_0^{\infty} x^r\,\frac{2\lambda\theta x(1+x)^{-1-2\theta}(1+2x)^{-1+\theta}}{((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta})^2}\,e^{-\lambda\left(\frac{1-((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}}{(1+x)^{-2\theta}(1+2x)^{\theta}}\right)}dx$$

اذن العزم الرائي يكون :

$$E(x^r) = 2\theta\sum_{j,k,h=0}^{\infty}\gamma_{j,k,h}(h+1)\beta(j+r+2,\theta(h+1)-r) \qquad (13)$$

4.6.2 دالة المعولية للتوزيع المركب (I.T.L.OGE.D) (Reliability function)([R(x)]

$$R(x) = e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)} \qquad (14)$$

4.7 طرائق التقدير (Estimation Methods)

4.7.1 طريقة ألامكان الاعظم((Maximum likelihood Estimation(MLE)

يمكن تقدير معلمات التوزيع بالطريقة الاتية :

لنفرض ان $x_1, x_2, \dots \dots \dots x_n$() عينة عشوائية بحجم n مأخوذه من التوزيع (I.T.L.OGE.D) فان دالة الإمكان الأعظم يرمز لها بالرمز (L) فأن الدالة الاحتمالية المشتركة للعينة العشوائية تكون :

$$L(x_1, x_2, \dots \dots \dots x_n, \lambda, \Theta) = f(x_1, \lambda, \Theta), f(x_2, \lambda, \Theta) \dots \dots . . f(x_n, \lambda, \Theta)$$

$$(15) L(x_i, \lambda, \Theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \lambda, \Theta)$$

وبتعويض دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع (I.T.L.OGE.D) في الصيغة أعلاه فتكون :

$$L(x_i, \lambda, \Theta) = \sum_{i=1}^{n} \left[2\lambda\Theta x(1+x)^{2\theta-1}(1+2x)^{-\theta-1} e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)}\right]$$

$$L(x_i, \lambda, \Theta) = (2\lambda\Theta)^n \sum_{i=1}^{n} \left[x(1+x)^{2\theta-1}(1+2x)^{-\theta-1} e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)}\right]$$

ناخذ اللوغارتم لطرفي المعادله أعلاه فتكون :

$$\log L = n\log(2\lambda\Theta) + \sum_{i=1}^{n} \log x_i + (2\theta - 1)\sum_{i=1}^{n} \log(1+x_i) - (\Theta + 1)\sum_{i=1}^{n} \log(1+2x_i)$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} \log(e^{-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)})$$

$$= n\big(log(2) + log(\Theta) + log(\lambda)\big) + \sum_{i=1}^{n} \log x_i + 2\Theta \sum_{i=1}^{n} \log(1+x_i) - \sum_{i=1}^{n} \log(1+x_i) - \Theta \sum_{i=1}^{n}(1+2x_i) - \sum_{i=1}^{n}(1+2x_i) + \sum_{i=1}^{n}(-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)) \qquad (16)$$

ثم يأخذ المشتقة الجزئية الأولى للمعادلة اعلاه للمعلمات (Θ و λ) و نساويها للصفر فتصبح:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{n}{\hat{\theta}} + 2\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Log}[1+x_i] - \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Log}[1+2x_i] - \lambda \sum_{i=1}^{n} (2\mathrm{Log}[1+x_i](1+x_i)^{2\hat{\theta}}(1+2x_i)^{-\hat{\theta}} - \mathrm{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\hat{\theta}}(1+2x_i)^{-\hat{\theta}}) = 0 \ (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = n + \frac{n}{\hat{\lambda}} - \sum_{i=1}^{n}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} = 0 \quad (18)$$

يمكن الحصول على مقدر الإمكان الأعظم للدالة البقاء بتعويض المقدرات فتكون الصيغة كالاتي :

$$R(x) = e^{-\hat{\lambda}_{ML}((1+2x)^{-\hat{\Theta}_{ML}}(1+x)^{2\hat{\Theta}_{ML}}-1)} \quad (19)$$

4.8 معيار متوسط مربعات الخطأ ((Criterion mean square error (MSE) :

بالنسبة لدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.OGE) وصيغته كما يأتي:

$$MSE(\hat{R}(t_j)) = \frac{1}{R}\sum_{j=1}^{R}(\hat{R}(t_j) - R(t_j))^2 \,; j = 1,2, \ldots\ldots R \qquad (20)$$

4.9 معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي((Criterion Integral Mean Squared Error (IMSE):

لكون (MSE) يحسب لكل (t_j) من الزمن فأن (IMSE) يمثل بمثابة التكامل للمساحة الكلية ل(t_j) واختزالها بقيمة واحدة تعتبر عامة للزمن ، او معبرة عن الزمن الكلي وصيغة هذا المقياس كما يأتي:

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{K}\sum_{I=1}^{K}\{\frac{1}{R}\sum_{I=1}^{R}(\hat{R}(t_j) - R(t_j))^2\} \qquad (21)$$

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K} MSE(\hat{R}(t_j))$$

حيث أن:

R: تمثل عدد التكرارات التجربة مساوياً الى (1000) تجربة.

K : تمثل ع مشاهدات التجربة (قيم t_j)

$\hat{R}(t_j)$: تمثل القيم المقدرة لمعلمات حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

$R(t_j)$ تمثل القيم الافتراضية لمعلمات للتوزيع (I.T.L.OGE).

5-تجربة المحاكاة:

في هذا الجزء من البحث تم استعمال برنامج (mathematica) لتحليل البيانات حيث تم توليد البيانات وفق طريقه القبول والرفض في هذا الجانب سيتم تقدير الدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.OGE) وفق طريقة تقدير الامكان الاعظم لمعرفة افضلية الطريقة من خلال نتائج معايير المقارنة متوسط مربعات الخطأ(MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وباستعمال قيم افتراضية للمعلمتين (ϴ=0.5 و λ=0.5) .

5.1 td تحليل نتائج عملية المحاكاةAnalysis of Simulation Results :

من الجداول ادناه نوضح القيم المولدة والدالة المعولية مقرة بطريقة (MLE) واحجام العينات (20,50,80,100) وبأستعمال القيم الافتراضيه للمعلمات (ϴ=0.5 و λ=0.5) ومتوسط لهذه القيم و تم استخراج متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) للدالة ولاحجام العينات (20,50,80,100) لبيان افضل حجم عينه موجود للانموذج كما مبين ادنا:

جدول (1) يمثل القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للانموذج هي(ϴ=0.5 و λ=0.5)

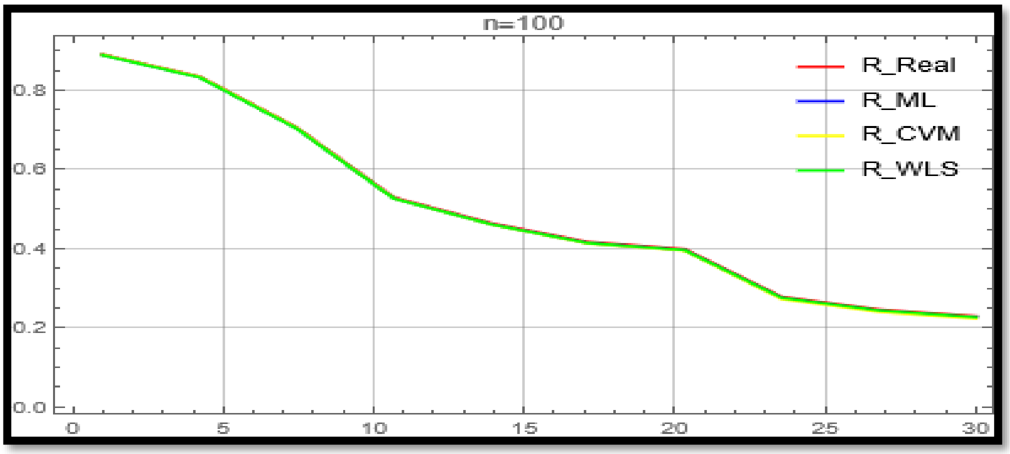
T	R_real	ML			
		20	50	80	100
1.40347	0.89055	0.89305	0.89670	0.89127	0.88962
2.10891	0.83485	0.83873	0.84358	0.83584	0.83360
4.20044	0.70606	0.71230	0.71894	0.70725	0.70429

8.80082	0.52930	0.53470	0.54285	0.52942	0.52697
11.32060	0.46442	0.46799	0.47664	0.46374	0.46187
13.60940	0.41682	0.41856	0.42755	0.41545	0.41411
14.60190	0.39874	0.39970	0.40880	0.39708	0.39596
23.86530	0.27776	0.27299	0.28204	0.27410	0.27462
27.47170	0.24578	0.23970	0.24831	0.24165	0.24260
29.68320	0.22888	0.22222	0.23048	0.22453	0.22570
Mean	0.49932	0.49999	0.50759	0.49803	0.49693

جدول (2) يمثل متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية و أحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين و للأنموذج هي (Θ=0.5 و λ=0.5)

تسلسل	MSE			
	20	50	80	100
1	0.00147	0.00076	0.00035	0.00028
2	0.00286	0.00148	0.00069	0.00055
3	0.00617	0.00321	0.00148	0.00120
4	0.00871	0.00449	0.00205	0.00170
5	0.00883	0.00450	0.00206	0.00171
6	0.00867	0.00435	0.00201	0.00166
7	0.00856	0.00426	0.00198	0.00163
8	0.00729	0.00335	0.00163	0.00130
9	0.00680	0.00304	0.00151	0.00118
10	0.00650	0.00287	0.00144	0.00112
IMSE	0.00659	0.00323	0.00152	0.00123

من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.OGE.D بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.0012335077) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.49693)



شكل (3) يمثل منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الأول عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المحول-المفرد الأسي العام

6. الاستنتاجات والتوصيات:

اظهرت نتائج المحاكاة و بالاعتماد على جدول الرتب ان طريقة الإمكان الأعظم هي الفضلى وبأستعمال معايير المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وللتوزيع (I.T.L.OGE.D) وبذلك يمكن تطيق الانموذج الاحتمالي عليى بيانات حقيقية وتقدير دالته المعولية .

نوصي الباحثين باستعمال طريقة الامكان الاعظم لتمثيل البيانات الحقيقية في مجالات عديدة وباستعمال هذا التوزيع (I.T.L.OGE.D) وايضا تقدير معلمات والمقارنة بين طرائق التقدير مثل طريقة المربعات الصغرى وطريقة مربعات الصغرى الموزونه وباحجام عينات مختلفة وكذلك نوصي الباحثين بأستعمال العائلة الاسية المفردة لتركيب توزيعات مختلفة وبالاعتماد على التوزيع الاسي.

المصادر:

1. **Almetwally, Ehab M. 2022. "The Odd Weibull Inverse Topp–Leone Distribution with Applications to COVID-19 Data." *Annals of Data Science* 9(1): 121–40.**
2. **"Exponential Distribution." 2008. *The Concise Encyclopedia of Statistics*: 194–95.**
3. **"Zuhair A. Al-Hemyari Abstract." 2009.**
4. **Hassan, Amal S., Mohammed Elgarhy, and Randa Ragab. 2020. "Statistical Properties and Estimation of Inverted Topp-Leone Distribution." *Journal of Statistics Applications and Probability* 9(2): 319–31.**
5. **Makubate, Boikanyo, Fastel Chipepa, Broderick Oluyede, and Simbarashe Chamunorwa. 2021. "The Marshall-Olkin-Odd Weibull-G Family of Distributions : Model , Properties and Applications The Marshall-Olkin-Odd Weibull-G Family of Distribu- Tions : Model , Properties and Applications." (September).**
6. **. Khan, S., Balogun, O. S., Tahir, M. H., Almutiry, W., & Alahmadi, A. A. (2021)." An alternate generalized odd generalized exponential family with applications to premium data. Symmetry", 13(11), 1–26. doi: 10.3390/sym13112064**