Warith Scientific Journal

استعمال التحليل الطيفي في تقدير طريقة الإمكان الأعظم التقريبية باستخدام المحاكاة

The use of spectral analysis in estimating the approximate maximum possibility method using simulation

مصطفى ستار عبيد رميض
Mustafa Sattar Obaid Rumyed
Mustafa.Sattar@s.uokerbala.edu.iq
جامعة كربلاء / كلية الإدارة و الاقتصاد
Karbala University / College of Administration and Economics

أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد
Asist. Prof. Dr. Enas Abdul Haffuod mohammed
Enas.albasri@uokerbala.edu.iq
جامعة كربلاء / كلية الإدارة و الاقتصاد
Karbala University / College of Administration and Economics

المستخلص:

يهدف البحث الى اختيار افضل انموذج معلمي لتمثيل البيانات كأنموذج للعملية المدروسة وهي أنموذج الانحدار الذاتي AR ، وأنموذج المتوسطات المتحركة MA الخطية ، والأنموذج المختلط ARMA ، وبالاستناد على الأنموذج المفترض يتم تحديد دالة قدرة الطيف (Power Spectrum density) للعملية والتي تمثل دالة معلمات الأنموذج ، لذلك استعملت طريقتين لتقدير دالة الكثافة الطيفية لنماذج السلاسل الزمنية الشائعة وهو انموذج الانحدار الذاتي AR – الاوساط المتحركة MA (الانموذج المختلط) ARMA وهي طريقة الامكان الاعظم التقليدية لدالة كثافة الطيف وفق الدوال الخاصة بهذه النماذج وطريقة الامكان الاعظم وفقا للتوزيع الطبيعي ودالته وتم اختبار الطريقتين باستعمال معياري متوسط مربعات الخطأ النسبي المطلق MAPE (Mean Absolute percentage error) ومتوسط مربعات الخطأ (Mean square error) عن طريق استعمال محاكاة مونت كارلو اذ تم توليد أخطاء عشوائية بطريقة بوكس ميلر بقيم افتراضية لمعلمات النماذج المدروسة ARMA(1,0) ولغاية الأنموذج ARMA(2,2) وهي: $\theta_2, \theta_1, \emptyset_2, \emptyset_1$ وافتراض اربعة حجوم عينات وهي $n_1 = 25$, $n_2 = 50$, $n_3 = 100$, $n_4 = 200$ واربعة قيم للتردد w=[0.25, 0.3, 0.4, 0.5] متمثلة في دالة الطيف ، وتكرار التجربة 1000 مرة . تم التوصل الى طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجام العينات ولجميع قيم ($\emptyset_1$) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (Wi) الافتراضية .وان طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي كانت افضل ولجميع احجام العينات ولكافة قيم ($\emptyset_1 \emptyset_2\ \theta_1\ \theta_2$) في حالة قيم ($W_i$=0.4 , 0.5) كبيرة، اما اذ كانت قيم (W_i=0.25 , 0.3) صغيرة فان لها اثر سلبي من ناحية الكفاءة .

الكلمات المفتاحية: التحليل الطيفي , قوة الطيف , دالة الكثافة الطيفية , طريقة الإمكان الأعظم التقريبية .

Abstract:

This research aims to choose an appropriate parametric model to represent the data as a model for the studied process, which is the AR autoregressive model, the MA linear moving averages model, and the ARMA mixed model .Therefore, two methods were used to estimate the spectral density function for the common time series models, which is the autoregressive model - moving media (mixed model), which is the traditional maximum likelihood method for the spectral density function according to the functions of these models and the maximum probability method according to the normal distribution and its function. The two methods were tested using standard mean squares error MAPE (Mean Absolute percentage error) and mean square error (Mean square error) by using Monte Carlo simulation, where random errors were generated by Box-Miller method with default values for the parameters of the studied models ARMA (1,0) and up to the model ARMA (2,2) It is θ_2, θ_1, $\emptyset_2$, $\emptyset_1$: assuming four sample sizes, which are $n_1 = 25$, $n_2 = 50$, $n_3 = 100$, $n_4 = 200$, and four values of frequency w = [0.25, 0.3, 0.4, 0.5] represented by the spectrum function, And repeat the experiment 1000 times. The greatest possibility method of normal distribution was better than the approximate greatest possibility method for all sample sizes and for all initial ($\emptyset_1$) values, as well as for all default (Wi) values. The method of greatest possibility for normal distribution was better for all sample sizes and for all values of (θ_1 Ø_2 θ_1 θ_2) in the case of (Wi = 0.4, 0.5) values are large, but if the values (Wi = 0.25, 0.3) are small, they have a negative effect in terms of efficiency.

Keywords: Spectral analysis, spectrum power, spectral density function,approximate maximum possibility method.

1-1 المقدمة:

من الآمور الطبيعية والواجبة للحكومات والمؤسسات والشركات التجارية منها والصناعية والتعليمية وغيرها التخطيط لمستقبلها لتحقيق الأهداف الخاصة والعامة وتقديم كافة الخدمات والوصول لحالة العدل والاستقرار للمجتمع والعمل على أتحاذ قرارات التنبؤ بوقوع الأحداث قبل وقوعها في كافة أوجه النشاط التي تخص المجتمع، وتعد السلاسل الزمنية من أهم أساليب التنبؤ حول المستقبل من خلال وقائع الأمس واليوم. من أهم السلاسل الزمنية تلك الخاصة مؤشرات المناخ والمؤشرات الاقتصادية والمبيعات السنوية للشركات بكافة أوجه نشاطاتها والتعليم وحجم السكان وما شابه ذلك. والتغير الذي يحدث في قيم متغير السلسلة الزمنية أو قيم متغيراتها يعتبر دالة في الزمن يمكن تمثيلها بيانياً باتخاذ المحور الأفقي للزمن والرأسي لقيم المتغير.

تعرف السلاسل الزمنية بانها عمليات عشوائية مستقرة قد تكون منفصلة او مستمرة تشكل بمجموعها ترتيب وفق الزمن وان بيانات السلاسل الزمنية هذه لها ذاكرة والتي تشير إلى مدى قوة تأثير الماضي على المستقبل في السلسلة الزمنية. فاذا كان لها ذاكرة قوية ، فإننا نعلم أن تحليل الماضي سيكون مفيدًا حقًا لنا لأنه يمكن أن يخبرنا بما سيحدث في المستقبل. إذا كنت بحاجة إلى تجديد معلومات سريع .

ان السلاسل الزمنية لها ذاكرة قد تكون قصيرة او طويلة و التي قد تعبر بشكل أساسي عن مدى ارتباط النقاط المختلفة على الخط الزمني. مع زيادة المسافة الزمنية بين نقطتين ، وما مدى قوة الارتباط بينهما وهذا ما نشير إليه ب "ذاكرة" البيانات". وهو من المواضيع المهمة جداً لان له تأثيرًا كبيرًا على إمكانية التنبؤ بالبيانات. بعبارة أخرى ، إذا كنت تريد القيام بأشياء مثل التنبؤ ، فأنت بحاجة إلى تقدير الذاكرة وإلا ستحصل على نتائج زائفة للغاية. والسلسلة ذات الذاكرة هي السلسلة الزمنية التي توصف في مجال الزمن (Time Domain) وفي مجال التكرار (Frequency Domain) والتي تركز على دالة التباين المشترك الذاتي ودالة الكثافة الطيفية .

ولتحقيق هدف البحث فقد تم تقسيمه إلى اربع مباحث , أختص الأول منها بمنهجية البحث , فيما خُصّصَ الثاني لتناول الجانب النظري منه , اما المبحث الثالث فقد تناول نتائج المحاكاة اما الرابع فقد اختص بالاستنتاجات و التوصيات .

المبحث الأول:

2. منهجية البحث:

2-1 مشكلة البحث:

توجد في الكثير من المجالات المختلفة التي يتم دراستها في علم الإحصاء ظواهر عديدة ، يصعب على الباحثين دراستها وتحليلها او عدم القدرة على معرفة الطريقة الملائمة لدراستها, وهذا الامر يختلف لاختلاف بيئة البيانات والتطبيقات المختلفة حيث ان مشكلة الدراسة تكمن في ضعف بعض الطرائق التقليدية في إيجاد افضل مقدر يمثل السلسلة الزمنية ذات الذاكرة القصيرة في مجال التكرار لتصبح افضل دقة ومرونة في وصف البيانات وتمثيلها .

2-2 هدف البحث:

ان الهدف من تحليل السلسلة الزمنية في اي مجال سواء اكانت اقتصادية او ادارية او هندسية ...الخ هو البحث عن افضل طريقة لتقدير الأنموذج الرياضي الذي يمثل السلسلة الزمنية بهدف التنبؤ بالمستقبل وبالتالي الاستفادة منها في عمليات التخطيط، و يهدف البحث الى اختيار أنموذج معلمي ملائم لتمثيل البيانات كأنموذج للعملية المدروسة وهي أنموذج الانحدار الذاتي AR ، وأنموذج المتوسطات المتحركة MA الخطية ، والأنموذج المختلط ARMA ، وبالاستناد على الأنموذج المفترض يتم تحـــــديد دالة قدرة الطيف (Power Spectrum density) للعملية والتي تمثل دالة معلمات الأنموذج ، ثم تقدير PSD الخاصة بالأنموذج من خلال تعويض المعلمات المقدرة في الأنموذج بدلالة جبرية لـ **PSD.**

2-3 أهمية البحث

تنبع أهمية الموضوع الى تحديد افضل طريقة تقدير معلمية لتحليل السلسلة الزمنية ذات الذاكرة القصيرة باستعمال طرائق التحليل الطيفي و كذلك تحديد افضل نموذج معنوي للتنبؤ للبيانات التجريبية التي تمثل سرعة الرياح هو انموذج ARMA (1,1) .

المبحث الثاني:

3.الجانب النظري:

3.1 تمهيد: (Preface):

تعرف السلاسل الزمنية على انها عمليات عشوائية مستقرة قد تكون متقطعة او مستمرة مرتبة وفق الزمن. ان معظم السلاسل الزمنية تتضمن أخطاء عشوائية تتبع التوزيع الطبيعي، واخرى قد تكون خليط من التوزيع الطبيعي وتوزيعات اخرى فتكون بأنموذج مختلط يرمز له بـ ARMA(p,q) للدلالة على دمج انموذج الانحدار الذاتي AR(p) **والمتوسطات المتحركة MA(q) .**

يمثل الطيف (Spectrum) معدل مربع دالة كثافة الطيف (SDF) (Spectrum Density Function) **للمتغيرات** المستقلة والتي تمثل تكرار حادثة ما في فترات زمنية منتظمة قد يكون ثابت في نقطة معينة ومتغير في اخرى. يتمثل في الطيف السعوي الذي يمثل حجم الارتفاع والانخفاض في الاشارة، والطيف الطوري يمثل الطيف عند بداية الاشارة، وطيف القدرة ويمثل دالة كثافة الطيف × تباين العملية ، وطاقة الطيف تمثل حالة الصعود والنزول بالإشارة، اما قوة الطيف تمثل مدى الاشارة.

يتم تقدير(قدرة الطيف) لعملية عشوائية باحتساب قيم دالة كثافة قدرة الطيف Power Spectrum Density (PSD) والتي يفترض ان تكون مستقرة ولا تتغير بتغير الزمن ، وهو مقياس توزيع القدرة كدالة تردد Frequency اذ ان (فترات التردد) وتمثل عدد الدورات **W** في الثانية تستخدم مقدراتها في اعادة نمذجة وتصفية العملية العشوائية.

في هذا المبحث سندرج المفاهيم الاساسية للسلاسل الزمنية ومفهوم الذاكرة الطويلة والقصيرة وكذلك تعريف دالة كثافة الطيف والمخطط الدوري وتحويل فورير وطرائق تقدير دالة كثافة الطيف.

3-2 السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة والذاكرة القصيرة: (Long and short memory time series):

تشير الذاكرة (Memory) إلى مدى قوة تأثير الماضي على المستقبل في متغير سلسلة زمنية معينة. إذا كان لديها ذاكرة قوية ، فإننا نعلم أن تحليل الماضي سيكون مفيدًا حقًا لنا لأنه يمكن أن يخبرنا بما سيحدث في المستقبل. عندما نتحدث عن عمليات الذاكرة الطويلة والقصيرة ، فإننا نتحدث بشكل أساسي عن مدى ارتباط النقاط المختلفة على الخط الزمني. مع زيادة المسافة الزمنية بين نقطتين ، ما مدى قوة الارتباط بينهما. وهذا ما نشير إليه بـ (ذاكرة البيانات) والتي تكون ذات تأثير كبير على إمكانية التنبؤ بالبيانات. بعبارة أخرى ، إذا كنا نريد القيام بالتنبؤ ، فأننا بحاجة إلى تقدير الذاكرة وإلا ستحصل على نتائج زائفة في التقدير. [3]

والسلسلة ذات الذاكرة الطويلة هي السلسلة الزمنية لتي توصف في مجال الزمن (Time Domain) وفي مجال التكرار (Frequency Domain) والتي تركز على دالة التباين المشترك الذاتي ودالة الكثافة الطيفية. [18]

لتكن X_t عملية مستقرة في حقل التكرار بدالة الكثافة الطيفية $f(\lambda)$ فان الذاكرة الطويلة تظهر اذا كانت $f(0) = \infty$ ، لذا فان $f(\lambda)$ تكون لها نقطة ثابتة عندما يكون التكرار مساوياً للصفر ، في حين لو كانت $f(0) = 0$ يقال ان X_t ذات ذاكرة متوسطة ، وتكون X_t عملية ذاكرة قصيرة او اعتماد المدى القصير عندما $0 < f(0) < \infty$ اذ ان:[4]

$$\boldsymbol{f(0) = \frac{1}{2\pi}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\gamma(j) = 0}$$

اذ ان $\gamma_j = cov(x_t, x_{t+j})$ تمثل التباين و التباين المشترك الذاتي (Auto variance-covariance) للسلسلة اضافة الى ان التباين المشترك الذاتي تتناقص بشكل بطيء جداً وتتبع القطع الزائد .

وبهذا نرى ان ذاكرة السلاسل الزمنية ذات اهمية لقياس الاعتماد بين كل المتغيرات في السلسلة الزمنية وكذلك تأثير جمع الارتباط في آن واحد . [5]

وقد عرفت في حقل التكرار ان العملية المستقرة X_t ذات ذاكرة طويلة بدالة كثافة الطيف وتكتب بالصيغة :

$$f(\lambda) \sim C_1|\lambda|^{-\alpha} \quad ; \quad 0 < \alpha < 1 \quad ; \quad C_1 > 0 \qquad (1)$$

وتكون بذاكرة قصيرة في حال $\alpha = 0$ ، وذاكرة متوسطه في حال $\alpha < 0$.

أما في حقل الزمن فان العملية المستقرة تعتبر ذات ذاكرة طويلة اذا كان :

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty}|\gamma(j)| = \infty \qquad (2)$$

3-3 التحليل الطيفي (Spectral Analysis):

يعد التحليل الطيفي تقنية لتحليل التباين (σ_x^2) عبر ترددات مختلفة وهو من أكثر الطرائق المستعملة على نطاق واسع لتحليل البيانات المستعملة مع السلاسل الزمنية . وهو وصف الظاهرة باستعمال تغييرات السلاسل الزمنية الدورية فهو يختص بالظواهر التي تتضمن تغييرات دورية تتكرر في فترة زمنية معينة. يقصد بالتحليل الطيفي حساب الموجات أو التذبذبات في مجموعة من البيانات المتسلسلة. حيث يمكن ملاحظة هذه البيانات كدالة لمتغير واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة مثل الإحداثيات المكانية أو الزمانية.

والتحليل الطيفي هو احد اساليب تحليل السلاسل الزمنية باتجاه التكرار (Frequency Domain Analysis) الذي يشير الى الطريقة المعطاة لتقدير دالة الكثافة الطيفية (Spectral Density Function) للسلاسل الزمنية المستقرة والتي تدرس

السلاسل في نطاق التكرار او التردد حيث توصف الدالة للسلسلة الزمنية في حدود سلوك دالة الجيب والجيب تمام ولتكرارات مختلفة من خلال تحويل فورير (Fourier transform) . [7]

وتبرز اهمية التحليل الطيفي في دراسة الظواهر او العمليات المستقرة لمعرفة السلوك الذي تسلكه السلاسل الزمنية وبيان تركيبها وتوضيح اهم المركبات التي تساهم في تباين السلسلة عن طريق مساهمة الترددات المختلفة الاطوال في التباين . فهو يصف توزيع قوة التردد كما يقدم معلومات عن هيكل العملية العشوائية ، اضافة الى كون دوال الطيف لها دور في نظرية التنبؤات الخطية كما ان التحليل الطيفي لا يتطلب افتراضات محددة على هيكل العملية.[7]

يمثل الطيف (Spectrum) مربع معدل دالة كثافة الطيف للمتغير المستقل ، وتمثل قدرة الطيف (حاصل ضرب دالة الكثافة * تباين العملية) وهو مقياس لتوزيع القدرة كدالة للتردد Frequency و (فترات التردد) تمثل عدد الدورات في الثانية يرمز لها بالرمز (w) .

وقد تعرف عملية التحليل الطيفي لسلسلة زمنية أحياناً بالتحليل التوافقي (Harmonic Analysis) ، اي تحليل مضاعفات التردد الأساس (Fundamental Frequency) ، وتعني احتواء التردد على موجات (Waves) له فترات تساوي فترة الاشارة (Signal).

وتعود تسمية تقدير دالة كثافة الطيف (SDF) Spectrum Density Function) الى ما يعرف بمخطط الدورية (Periodgram) اعتماداً على عملية تكرار الحادثة في مدد زمنية منتظمة Periodicities (كاتجاهات الحالة الموسمية في البيانات او الدورية).

وتعد كثافة طيف القدرة (Power Spectral Density) مقياس لتوزيع القدرة على التردد (Frequency) ، والذي يمثل عدد الدورات في وحدة الزمن . [19]

ويمكن استعمال التحليل الطيفي لتحليل السلسلة الزمنية وبيان تركيبها وتوضيح أهم المركبات التي تساهم في تباين السلسلة عن طريق مساهمة الترددات المختلفة الاطوال في التباين. كذلك يساعد في معرفة السلوك الذي تسلكه السلسلة نفسها وذلك بتقدير الدالة الطيفية.

اذا كانت X_t عملية مستقرة ذات المجموع المطلق في سلسلة التباين المشترك الذاتي اي ان $[\sum\{\gamma_k\}_{k=-\infty}^{\infty} < \infty]$ باستعمال تحويل فورير للتباينات الذاتية المشتركة نحصل على الصيغة الاتية وتدعى بقدرة الطيف.[8]

$$P(\omega)=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\gamma_k\, e^{-i\omega k} \qquad -\pi \le \omega \le \pi \tag{3}$$

بعبارة أخرى:

$$P(\omega)=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\gamma_k\,(\mathrm{Cos}\,\omega_k\ -\mathrm{i}\,\mathrm{Sin}\,\omega_k) \quad -\pi \le \omega_k \le \pi \tag{4}$$

ولقيم حقيقية (Real Valued) للسلسلة فأن الصيغة اعلاه تكتب بالشكل الاتي:

$$P(\omega)=\frac{1}{2\pi}\{\gamma_0+2\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_k\ \mathrm{Cos}\,(\omega_k)\} \qquad -\pi \le \omega \le \pi \tag{5}$$

ان طريقة التقدير اللامعلمي في تقدير المعلمة α أولاً لعملية الذاكرة القصيرة. وسنفترض ان دالة الكثافة الطيفية f كالاتي: [12]

$$f(\lambda)=|\lambda|^{-2\alpha}L(\lambda) \tag{6}$$

اذ أن : $0 < L(\lambda) < \infty$ تتغير ببطئ بحيث أن :

$L(\lambda)$ و $\alpha\in(-0.5\,,0.5)$ لـ $\lambda\to 0+$

فاذا كانت $0 < \alpha < 0.5$ فان العملية مستقرة بذاكرة طويلة ومستمرة وانها تبدي اعتمادا موجبا قويا بين المشاهدات البعيدة . اما اذا كانت $-0.5 \leq \alpha \leq 0$ فان العملية قابلة للانعكاس بذاكرة قصيرة وغير دائمة وانها تبدي اعتماداً سالباً بين المشاهدات البعيدة . وفي حين كانت $\alpha = 0.5$ فان العملية غير مستقرة ولكنها قابلة للانعكاس ، وتكون مستقرة وغير قابلة للانعكاس في حال $\alpha = -0.5$ ، والحالة الاخيرة عندما $\alpha = 0$ فانها عملية تشويش ابيض بارتباط ذاتي يساوي صفر. [12]

3-4 دالة كثافة الطيف (The Spectral Density Function) :

ان دالة قدرة الطيف هي تحويل فورير (Fourier Transform) لدالة التباين المشترك الذاتي γ_k وتحسب من دالة الطيف الموضحة في الصيغة الاتية: [15]

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \gamma(e^{-i\omega}) \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \qquad (7)$$

وطالما قدرة الطيــف $P(w)$ لم تحــقق شروط دالة الكثافة الاحتمالية Probability Density Function (p.d.f) والتي هــي:

1. $P(\omega) \geq 0 \quad ; \quad \forall \omega$

2. $\int_{\forall \omega} P(\omega)\, d\omega = 1$

فيلاحظ ان الشرط الاول متحقق ضمن الفترة $[-\pi \;, \pi]$ او الفترة $[0 \;, \pi]$ بسبب اعتمادها على متسلسلة التباينات المشتركة الذاتية للعملية المستمرة فيها. بينما يكون الشرط الثاني غير متحقق وذلك بسبب: [17]

$$\int_{-\pi}^{\pi} p(w)\, dw \neq 1$$

وتسمى الدالة $f(w)$ بدالة الكثافة الطيفية **(Spectral Density Function)** وتعرف بما يأتي:[8]

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_k}{\gamma_0} e^{-i\omega k}$$
$$= \frac{1}{2\pi}\left[1 + \frac{2}{\gamma_0} \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \, Cos(\omega_k)\right] \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \qquad (8)$$

3-5 التقدير الطيفي : (Spectrum Estimation) :

يعد تقدير دالة الطيف، أفضل طرائق تحليل الاشارة، والتي ترددها مضاعفات الاشارة الاصلية وفق اسلوب التجزئة الى مدد متساوية ، وطالما ان الطيف يتعامل مع تردد العملية من الانسب تمثيل الاشارة بدالة الطيف Spectrum Function لكونها أكثر سهولة من الاشارة الأصلية ، والاشارة النقية تكون لها كثافة طيف ثابتة على مدى من الترددات، اذ يعتقد الإحصائيون الاوائل انتساب تقدير كثافة الطيف الى مخطط الدورية (Periodgram) والذي يستند على تكرار العملية العديد من المرات ، ومن خلال تحليل الطيف يمكن الحصول على ضوضاء بيضاء(white noise) . [2]

.

3-6 تحويل – فورير (Fourier Transform):

دالة الطيف Spectrum Function لعملية عشوائية تمثل تحويل فورير لدالة التباين الذاتي عند الزمن المتقطع (Discrete-Time Fourier Transform) (DTFT) لأي موجة بشكل او باخر تكون عبارة عن مجموعة من موجات بصيغة Sin .[9]

الصيغة الرياضية لتحويل فورير لدالة التباين الذاتي المشترك للسلسلة الزمنية X_t تتبع أنموذج الانحدار الذاتي العام :[23]

$$\phi_p(B)X_t = a_t \qquad (9)$$

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\cdots-\phi_p B^p)X_t = a_t \qquad (10)$$

$$X_t = \frac{1}{1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\cdots-\phi_p B^p}\ a_t \qquad (11)$$

ولكتابة تحويل – فورير بصيغة Sin و Cos :

$$\gamma_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \text{ Cos } (w_j t) + \sum_{j=1}^{\infty} B_j \text{ Sin } (w_j t) \qquad (12)$$

$$\text{Cos } (w_j t) = \frac{1}{2}(e^{i\omega jt} + e^{-i\omega jt}) \qquad (13)$$

$$\text{Sin } (w_j t) = -\frac{i}{2}(e^{\omega jt} - e^{-\omega jt}) \qquad (14)$$

يسمى تحويل فورير لدالة التباين الذاتي المشترك بقدرة الطيف (Power Spectrum) خواصها :[10]

1- انها ليست دالة متناقصة

2- $\int_{-\pi}^{\pi} P_x(\text{w}) \neq \gamma_0$

3- تحقق حالة P.d.f

الصيغة العامة لتحويل فورير:

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi}\gamma_x(0) + \frac{1}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_x(k) Cos\ wk \ ; -\pi \le w \le \pi \qquad (15)$$

ويمكن ايجاد التباين المشترك الذاتي باستعمال معكوس تحويل فورير [1]

$$\gamma_x(k) = \int_{-\pi}^{\pi} f_{(W)} e^{i\omega k}\, dw \qquad (16)$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \text{ Cos } (wk)\, f(w)\, dw \ ; \qquad (17)$$

3-7 ادوات اختبار الإستقرارية (Stationary test tools):

سنستعرض في هذه الفقرة بعض ادوات اختبار الإستقرارية وكما يأتي :

3-7-1 : دالة التباين الذاتي المشترك: (The Joint Auto-covariance Function):

$$\gamma_x(k) = E[X_{t-k}, X_t] = \emptyset_1 \gamma_x(k-1) \qquad (18)$$

$$\gamma_x(k) = \sigma_a^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+k} \qquad (19)$$

وعليه فان :

$$\gamma_x(0) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 \qquad (20)$$

3-7-2 : (الدالة المولدة للتباين الذاتي المشترك) :

(The Joint Auto-Covariance generating function)

$$\Upsilon_x(B) = \sigma_a^2 \psi(B)\psi(B^{-1}) \qquad (21)$$

وعليه فان القدرة

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi}|\psi(e^{-i\omega})|^2 \qquad (22)$$

والذي يمثل تحويل فورير لدالة التباين الذاتي المشترك. [6]

وان دالة كثافة قدرة الطيف $f_x(w)$ Power Spectrum density function (PSD)

$f_x(w) = \frac{P_x(w)}{\gamma_x(0)}$ (23)

ميزاتها

a. $f_x(w) \geq 0 \quad \forall w$

b. $\int_{-\pi}^{\pi} f_x(w)\,dw = 1 \quad ; \quad f(-w) = f(w)$

3-7-8 : دالة الارتباط الذاتي : (Auto Correlation function):

باستعمال معكوس تحويل فورير يمكن ايجاد دالة الارتباط الذاتي للعملية والذي يعتمد على الفارق الزمني بين المتغيرات.[6]

$\rho_x(k) = \int_{-\pi}^{\pi} f_x(w) e^{i\omega k} dw$ (24)

بحساب (γ_0) يمكن الحصول على دالة الارتباط الذاتي للسلسلة $\{X_t\}$
وعلى النحو الآتي :[6]

$\rho_{(k)} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} X_i X_{i+k}}{\sum_{i=0}^{\infty} X_i^2}$ (25)

8-3 التقدير المعلمي للطيف: (Parametric Spectrum estimation):

الهدف الرئيس في تقدير طيف عملية عشوائية هو تحديد كثافة قدرة الطيف Power Spectrum Density (PSD) والتي بالإمكان استعمالها في اعادة نمذجة وتصفية عمليات عشوائية مستقرة رتبتيها الاولى والثانية على الاقل لا تتغير بتغير الزمن.[11]

يفترض هذا النهج اختيار أنموذج معلمي ملائم لتمثيل البيانات كأنموذج للعملية المدروسة بالاستناد على النتائج التجريبية ومن النماذج الأكثر شيوعا وهي " أنموذج الانحدار الذاتي AR يعود للنماذج الخطية المستمرة ، وأنموذج المتوسطات المتحركة MA يعود للنماذج غير الخطية ، والأنموذج المختلط ARMA للدلالة عن السلاسل الزمنية المستقرة Stationary Time Series " ، يتم وصفه من خلال عدد قليل من المعلمات ، وبالاستناد على الأنموذج المفترض يتم تحديد (PSD) للعملية والتي تمثل دالة معلمات الأنموذج ، ثم تقدير PSD الخاصة بالأنموذج من خلال تعويض المعلمات المقدرة في الأنموذج بدلالة جبرية لـ PSD.[13]

9-3 اهم نماذج السلاسل الزمنية: (Most of The Time Series Models):

3-9-1 : نماذج الانحدار الذاتي (ARMA (p, 0 Joint Auto Regressive Model:

هي نماذج عشوائية تتعلق بالنماذج الخطية المستمرة ، لها أهمية في مجال تقدير الطيف ، ولتحقيق مقدر جيد يجب احتساب مقدرات تكرارية ولمرات عديدة ومختلفة لتحقيق ضمان عدم التحيز وانخفاض التباين الى ادنى ما يمكن.[14]

ولتحقيق استقراريه السلسلة يجب ان تكون الجذور خارج دائرة الوحدة .

وعند افتراضات معينة للسلسلة المستقرة تؤول الى صيغة الأنموذج ARMA(p,0) يعبر عنها بالصيغة الآتية :

$X_t = \sum_{i=0}^{\infty} \emptyset_i^{j} \, a_{t-i}$ (26)

$\gamma_t = \sum \emptyset_i \, \gamma_{t-i} + a_t \quad ;$ (27)

$\emptyset_i \neq 0 \quad ; \quad i=1,2,\dots,p$

at: سلسلة ضوضاء بيضاء White Noise بمتوسط = 0 ، والتباين = σ^2

دالة كثافة الطيف للنموذج ARMA(1,0)

$f(v) = \sum_{-\infty}^{\infty} \gamma(h) e^{-2\pi i v h} \quad ; \quad -\infty < v < \infty$

اذ ان :

1. $f(v)$ is real. 2. $f(v) \geq 0$

3. $-\frac{1}{2} \leq v \leq \frac{1}{2}$ 4. $f(v) = f(-v)$

2- فان دالة التباين الذاتي للأنموذج :[16]

$\gamma(h) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-2\pi i v h} f(v) dv$ (28)

$f(v) = \frac{\sigma_w^2}{1 - 2\emptyset_1 \cos(2\pi v) + \emptyset_1^2} \quad ; \quad \sigma_w^2 = \gamma(0)$ (29)

ومن خلال $E(Xt_t, X_{t-k})$ نحصل على صيغة التباين الذاتي المشترك وصيغة الارتباط الذاتي للأنموذج وبالتعويض في أبسط رتبة :

تعد دالة الارتباط الذاتي ACF اداة تحديد هوية الأنموذج وفي ضوء سلوك الدالة يشخص نوع الأنموذج الملائم للبيانات. [10]

والدالة المولدة للارتباط الذاتي :

$$\rho_x(B) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho_x(k) B^k = \frac{\gamma_x(k)}{\gamma_x(0)} \qquad (30)$$

فتظهر نماذج ARMA وفق درجاتها وكما يأتي :

أولاً : الإنموذج ARMA(1,0)

$$X_t = \emptyset_1 X_{t-1} + a_t$$

اذ ان : $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$

1- دوال التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA(1,0)

$$\gamma_x(k) = \frac{\sigma_a^2}{(1-\emptyset_1^2)} \emptyset_1^{|k|} \qquad (31)$$

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_a^2}{(1-\emptyset_1^2)} \qquad (32)$$

$$\gamma_1 = \frac{\emptyset_1}{(1-\emptyset_1^2)} \sigma_a^2 \qquad (33)$$

اذ ان : $\emptyset_1, \sigma_a^2$ معلمات الإنموذج

2- دوال الارتباط الذاتي للإنموذج ARMA(1,0) :

$$\rho_x(k) = \emptyset_1^k \qquad (34)$$

$$\rho_1 = \emptyset_1 \qquad (35)$$

ثانياً : الإنموذج ARMA(2,0)

$$X_t = \emptyset_1 X_{t-1} + \emptyset_2 X_{t-2} + a_t$$

لتحقيق شروط الاستقرارية يجب ان تكون جذور المعادلة خارج دائرة الوحدة وفقا للحالات الآتية:-

$\emptyset(B) = 1 - \emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2 \qquad |\emptyset_1| < 2 \; ; \; |\emptyset_2| < 1$

$-2 < \emptyset_1 < 2$

$-1 < \emptyset_2 < 1$

$\emptyset_1 + \emptyset_2 < 1$

$\emptyset_1 - \emptyset_2 < 1$

1- دوال التباين الذاتي المشترك للانموذج (2,0) ARMA

وبنفس الاسلوب المذكور سابقا وبعد تبسيط المعادلات نحصل على :

$$\gamma_0 = \frac{(1-\emptyset_2)}{(1+\emptyset_2)[(1-\emptyset_2)^2 - \emptyset_1^2]} \sigma_a^2 \qquad (36)$$

$$\gamma_1 = \frac{\emptyset_1}{(1+\emptyset_2)[(1-\emptyset_2)^2 - \emptyset_1^2]} \sigma_a^2 \qquad (37)$$

$$\gamma_2 = \frac{\emptyset_2(1-\emptyset_2) + \emptyset_1^2}{(1+\emptyset_2)[(1-\emptyset_2)^2 - \emptyset_1^2]} \sigma_a^2 \qquad (38)$$

2- دوال الارتباط الذاتي للإنموذج (ARMA(2,0 :

$$\rho_1 = \frac{\emptyset_1}{(1-\emptyset_2)} \qquad (39)$$

$$\rho_2 = \frac{\emptyset_1^2 + \emptyset_2(1-\emptyset_2)}{(1-\emptyset_2)} \qquad (40)$$

3-9-2 نماذج ARMA(0,q) : Moving Average Model

هي نماذج عشوائية تعود للنماذج غير الخطية درسه Slutzky عام 1937 ، له اهمية عملية كبيرة في تمثيل سلسلة المشاهدات زمنيا تسمى عمليات المتوسطات المتحركة المحدودة، يتحقق عند وجود عدد من الأوزان لا تساوي صفراً ، تمثل المجموع الجبري لمتغيرات عشوائية مستقلة بمتوسط = 0 وتباين = σ_a^2 .

$$X_t = \theta_q(B) a_t$$

$$\theta_q(B) = \left(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q\right)$$

$\theta_i \neq 0$ ؛ $i = 1,2,\ldots,q$, $-\theta_k = 0$

تكون دائما مستقرة وقابلة للانعكاس اذا كانت جذور المعادلة $\theta_q(B)=0$ خارج دائرة الوحدة . وتظهر نماذج ARMA(0,q) وفق درجاتها وكما يأتي :

أولاً : الإنموذج ARMA(0,1):

1- دوال التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (0,1)

$\gamma_x(k) = -\theta i\, \sigma_a^2$ (41)

$\gamma_0 = (1+\theta_1^2)\sigma_a^2$; $k = 0$ (42)

$\gamma_1 = -\theta_1\, \sigma_a^2$; $k = 1$ (43)

2- دوال الارتباط الذاتي للإنموذج ARMA(0,1) [1]:

$$\rho_k = \frac{(-\theta_k + \theta_1\theta_{k-1} + \cdots + \theta_q\theta_{k-q})}{(1+\theta_1^2+\cdots+\theta_q^2)} \quad (44)$$

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1+\theta_1^2} \quad (45)$$

ثانياً: إنموذج ARMA(0,2)

$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$

شروطها $\theta_1 + \theta_2 < 1$

$\theta_2 - \theta_1 < 1$

$-1 < \theta_2 < 1$

1- دوال التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA(0,2) :

$\gamma_0 = (1+\theta_1^2 + \theta_2^2)\, \sigma_a^2$ (46)

$\gamma_1 = (\theta_1 + \theta_1\theta_2)\, \sigma_a^2$ (47)

$\gamma_2 = -\theta_2\, \sigma_a^2$ (48)

2- دوال الارتباط الذاتي للإنموذج ARMA(0,2) :

$$\rho_1 = \frac{(\theta_1 + \theta_1\theta_2)}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} \quad (49)$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} \quad (50)$$

3-9-3 : النماذج المختلطة: Auto Regressive Moving Average Model ARMA(p,q):

هي النماذج الاكثر اتساعا عبر الزمن ذو P من حدود الانحدار الذاتي، وq من حدود المتوسطات المتحركة . وفق الصيغة الآتية :

$$X_t = \emptyset_1 X_{t-1} + \ldots + \emptyset_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$$

ويمكن تعريفها وفق الصيغة الآتية :

$X_t = \sum_{k=0}^{p} \emptyset_r\, a_{t-r} = \sum_{k=0}^{q} \theta_s\, a_{t-s}$

$\emptyset_p(B)\, X_t = \theta_q(B)\, a_t$

$a_t = X_t - \emptyset_1 X_{t-1} - \ldots - X_p X_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \ldots + \theta_q a_{t-q}$ ؛ $1 \leq t \leq N$

تتضمن عمليات النماذج المختلطة ARMA(P,q) خصائص الأنموذج AR(p) والإنموذج MA(q) وان $\emptyset_p(B)$،$\theta_q(B)$ متعددة الحدود في (B) لمعلمات الإنموذجين.

1- التباين الذاتي المشترك للانموذج المختلط ARMR(p,q) :

$$\gamma_x(k) = \emptyset_1\gamma_{k-1} + \cdots + \emptyset_p\gamma_{k-p} + E(a_t X_{t-k})$$
$$-\theta_1 E(a_{t-1}X_{t-k}) - \cdots - \theta_q E(a_{t-q}X_{t-k})$$

$\gamma_0 = \emptyset_1\gamma_1 + \ldots + \emptyset_p\gamma_p + \sigma_a^2 - \theta_1\gamma_{ax}(-1) - \ldots - \theta_q\gamma_{ax}(-q)$ (51)

2- دوال الارتباط الذاتي لنماذج ARMA(p,q) :

$\rho_k = \emptyset_1\rho_{k-1} + \ldots + \emptyset_p\rho_{k-p} + \frac{\gamma_{ax}(k)}{\gamma_0} - \theta_i\,\gamma_{ax}(k-i) \quad ; k \geq (q+1)$

أولاً: الصيغة الرياضية للإنموذج المختلط ARMA(1,1) : [6]

$X_t = \emptyset_1 X_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$

يجب ان تكون خارج دائرة الوحدة وهذا يقود الى $\emptyset$ (B) =1- $\emptyset_1 B = 0$ لتحقيق الاستقرارية، فان جذور المعادلة

$|\emptyset_1| < 1 \;, \quad -1 < |\emptyset_1| < 1.$

وان جذور المعادلة θ (B) =1- $\theta_1 B = 0$ يجب ان يكون خارج دائرة الوحدة،

$|\theta_1| < 1 \,, \; -1 < \theta_1 < 1$

1- دوال التباين الذاتي المشترك للإنموذج المختلط ARMA(1,1) :

$$\gamma_0 = \frac{(1+\theta_1^2)}{(1-\emptyset_1^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (52)$$

$$\gamma_1 = \frac{(\emptyset_1-\theta_1)(1-\emptyset_1\theta_1)}{(1-\emptyset_1^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (53)$$

$$\gamma_2 = \frac{\emptyset_1(\emptyset_1-\theta_1)(1-\emptyset_1\theta_1)}{(1-\emptyset_1^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (54)$$

$$\gamma_{k\geq 2} = \emptyset_1\,\gamma_{k-1} \qquad (55)$$

2- دوال الارتباط الذاتي للإنموذج المختلط ARMA(1,1) :

$$\rho_x(k) = \frac{(\emptyset_1+\emptyset_1\theta_1^2-\theta_1-\theta_1\emptyset_1^2)}{(1+\theta_1^2-2\emptyset_1\theta_1)} \;؛\; k=1 \qquad (56)$$

$$\rho_x(k) = \emptyset_1\rho_1 \;؛\; k \geq 2 \qquad (57)$$

ثانيا: الإنموذج المختلط ARMA (1,2)

$X_t = \emptyset_1 X_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$

دوال التباين الذاتي المشترك للإنموذج المختلط ARMA(1,2)

$$\gamma_0 = \frac{(1+\theta_1^2+\theta_2^2+\emptyset_1\theta_1\theta_2-\emptyset_1\theta_1)}{(1-\emptyset_1^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (58)$$

$$\gamma_1 = \frac{\emptyset_1-\theta_1+\theta_1\theta_2+\emptyset_1\theta_1^2+\emptyset_1\theta_2^2}{(1-\emptyset_1^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (59)$$

$$\gamma_2 = \frac{\emptyset_1\theta_1\theta_2+\emptyset_1^2+\emptyset_1^2\theta_2+\emptyset_1^2\theta_1^2+\emptyset_1^2\theta_2^2-\emptyset_1\theta_1-\theta_2}{(1+\emptyset_1^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (60)$$

2- دوال الارتباط الذاتي للإنموذج المختلط ARMA(1,2) :

$$\rho_1 = \frac{\emptyset_1-\theta_1+\theta_1\theta_2+\emptyset_1\theta_1^2+\emptyset_1\theta_2^2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2+\emptyset_1\theta_1\theta_2-\emptyset_1\theta_1)} \qquad (61)$$

$$\rho_2 = \frac{\emptyset_1\theta_1\theta_2+\emptyset_1^2+\emptyset_1^2\theta_2+\emptyset_1^2\theta_1^2+\emptyset_1^2\theta_2^2-\emptyset_1\theta_1-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2+\emptyset_1\emptyset_1\theta_1\theta_2-\emptyset_1\theta_1)} \qquad (62)$$

$$\rho_3 = \frac{\emptyset_1^2\theta_1\theta_2+\emptyset_1^3+\emptyset_1^3\theta_2+\emptyset_1^3\theta_1^2+\emptyset_1^3\theta_2^2-\emptyset_1^2\theta_1-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2+\emptyset_1\theta_1\theta_2-\emptyset_1\theta_1)} \qquad (63)$$

ثالثا : الانموذج المختلط ARMA(2,1)

$X_t = \emptyset_1 X_{t-1} + \emptyset_2 X_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$

1- دوال التباين الذاتي المشترك للإنموذج المختلط ARMA(2,1) :

$\gamma_k = \emptyset_1\gamma_{k-1} + \emptyset_2\gamma_{k-2} + \gamma_{ax}(k) - \theta_1\gamma_{ax}(k-1)$

$$\gamma_0 = \emptyset_1\gamma_1 + \emptyset_2\gamma_2 + (1-\theta_1\emptyset_1+\theta_1^2)\sigma_a^2 \qquad (64)$$

$$\gamma_0 = \frac{(1-2\emptyset_1\theta_1+\theta_1^2)}{(1-\emptyset_1^2+\emptyset_2^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (65)$$

$$\gamma_1 = \frac{(\emptyset_1-\theta_1)(1-\emptyset_1\theta_1)-\theta_1(\emptyset_2^2-\emptyset_1^2)}{(1-\emptyset_1)(1-\emptyset_1^2+\emptyset_2^2)}\,\sigma_a^2 \qquad (66)$$

$$\gamma_2 = \frac{\emptyset_1^2(1-\emptyset_1\theta_1+\theta_1^2)-\emptyset_1\theta_1(1-\emptyset_2^2-2\emptyset_2)+\emptyset_2(1-\emptyset_1^2)}{(1-\emptyset_1)(1-\emptyset_1^2+\emptyset_2^2)}\sigma_a^2 \qquad (67)$$

2- دوال الارتباط الذاتي للإنموذج المختلط ARMA(2,1) :

$$\rho_1 = \frac{(\emptyset_1-\theta_1)(1-\emptyset_1\theta_1)-\theta_1(\emptyset_2^2-\emptyset_1^2)}{(1-\emptyset_1)(1-2\emptyset_1\theta_1+\theta_1^2)} \qquad (68)$$

$$\rho_2 = \frac{\emptyset_1^2(1-\emptyset_1\theta_1+\theta_1^2)-\emptyset_1\theta_1(1-\emptyset_2^2-2\emptyset_2)+\emptyset_2(1-\theta_1^2)}{(1-\emptyset_1)(1-2\emptyset_1\theta_1+\theta_1^2)} \qquad (69)$$

رابعا: الصيغة الرياضية للإنموذج المختلط ARMA(2,2) [15]

$$X_t = \emptyset_1 X_{t-1}+\emptyset_2 X_{t-2}+ a_t - \theta_1\, a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

1- التباين الذاتي المشترك للإنموذج المختلط ARMA(2,2) :

$$\gamma_k = \emptyset_1\gamma_{k-1}+\emptyset_2\gamma_{k-2}+\gamma_{ax}^{(k)} - \emptyset_1\gamma_{ax}^{(k)} - \theta_{ax}^{(k-1)} - \theta_{ax}^{(k-2)}$$

$$\gamma_0 = \frac{\emptyset_1(1-\emptyset_2)(\theta_1\theta_2-\emptyset_1\theta_2-\theta_1)+\theta_2(1-\emptyset_2)}{1-\emptyset_1^2+\emptyset_1^2\emptyset_2-\emptyset_2+\emptyset_2^2}\ \sigma_a^2 \qquad (70)$$

$$\gamma_1 = \emptyset_1\gamma_0 + (\theta_1\theta_2 - \theta_1 - \emptyset_1\theta_2)\sigma_a^2 \qquad (71)$$

دوال الارتباط الذاتي للإنموذج المختلط ARMA(2,2):

$$\rho_1 = \emptyset_1 + \emptyset_2\, \rho_1 - \theta_1 \frac{\sigma_a^2}{\gamma_0} + \theta_2\, (\emptyset_1 - \theta_1)\frac{\sigma_a^2}{\gamma_0} \qquad (71)$$

$$\rho_2 = \emptyset_1\, \rho_1 + \emptyset_2 - \theta_2 \frac{\sigma_a^2}{\gamma_0} \qquad (72)$$

3-10 : تقدير معلمات نماذج ARMA:

بعد تحديد الإنموذج التجريبي تكون الخطوة التالية هي تقدير معلمات الإنموذج، ولأجل الحصول على مقدرات . [20] وبفرض لدينا سلسلة المشاهدات $w_n = (w_1, w_2\ w_{3,\dots,}\ w_n)$ مولدة وفق نماذج السلاسل الزمنية ARMA(p,q) بالرتب p,q ، من اشهر الطرائق الاعتيادية لتقدير معلمات النماذج هي طريقة الامكان الاعظم Approximate Maximum likelihood estimate اذ ان توزيع الخطأ فيها معلوم ،الفكرة الرئيسة للطريقة في ايجاد مقدرات دالة الامكان الاعظم لنماذج السلاسل الزمنية. [20]

$$L(\emptyset,\theta,\sigma_a^2) = (2\pi\sigma_a^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_a^2}\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right]$$

ثم الحصول على مقدرات الامكان الاعظم $(\theta^{\wedge}, \hat{\sigma}, \emptyset^{\wedge})$ من خلال تعظيم دالة الكثافة الاحتمالية ، التي تتساوى مع مقدرات المربعات الصغرى (OLS.E) Ordinary Least Squares عند توفر خاصيتي الاستقرارية والانعكاسية.

$$\hat{\emptyset} = \frac{(n-2)\sum_{t=2}^{n} X_t X_{t-1}}{(n-1)\sum_{t=2}^{n} X_t^2} \qquad (73)$$

اذ ان : X_t: تمثل سلسلة المشاهدات مولدة وفق نماذج السلاسل الزمنية المختلطة.

وقد استعمل باحثون دالة الامكان المضبوطة Exact Likelihood Function في الحصول على مقدرات الامكان الدقيقة $(\hat{\sigma}^2, \hat{\theta}, \hat{\emptyset})$ تقوم على عمليات تحويلات لدالة الكثافة الاحتمالية للأنموذج المستقر ARMA(p,q) .

$$L(X_1, X_2, \dots, X_n) = (2\pi\sigma_a^2)^{\frac{-(n-1)}{2}} \left(\frac{1-\emptyset_1^2}{2\pi\sigma_a^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_a^2}\left\{X_1^2(1-\emptyset_1^2) + \sum_{t=2}^{n}(X_t - \emptyset_1 X_{t-1})^2\right\}\right]$$

اما عند توافر فروض نماذج السلاسل الزمنية ، وهي ان السلسلة تتبع التوزيع الطبيعي وفق توزيع خطأ السلسلة اضافة الى توفر صفتي الاستقرارية Stationary والانعكاسية فان طريقة العزوم Yule – Walker مهمة في ايجاد مقدرات العزوم بإحلال عزوم العينة (المتوسط $\bar{X}$ ، والتباين الذاتي المشترك $\gamma_x^{(k)}$، والارتباط الذاتي $\rho_x^{(k)}$) محل عزوم المجتمع المناظرة. [6]

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t = \hat{\mu}$$

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-k}(X_t - \bar{X})(X_t - \bar{X}) \qquad (74)$$

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(X_t - \bar{X})^2 \qquad (75)$$

$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{n}(X_t - \bar{X})^2} \qquad (76)$$

وبحل معادلات العزوم التي ذكرت سابقا الحصول على مقدرات النماذج المدروسة .

المبحث الثالث:

4. الجانب التجريبي:

4-1 تمهيد (Preface):

يتطلب تقدير الكثافة الطيفية معرفة ما إذا كانت السلاسل الزمنية قصيرة أم طويلة الذاكرة. تتميز حالة السلاسل الزمنية للذاكرة القصيرة بأن دالة الارتباط الذاتي يكون باضمحلال سريع في أوقات مختلفة . ولكي نعطي توصيف للذاكرة القصيرة فتم وصف السلسلة المستقرة بحدود دالة كثافة الطيف . في هذا الفصل تم استعمال تجارب محاكاة مونت-كارلو لتحليل سلسلة زمنية ذات ذاكرة قصيرة من خلال تقدير الكثافة الطيفية لمعرفة المركبات الدورية والموسمية المخفية للسلسلة الزمنية .

4-2 مفهوم المحاكاة : (Simulation Concept):

تعتبر المحاكاة عملية تطبيق لخيال المستخدم على واقع افتراضي تجريبي لغرض فحص مشكلة معينة او قياس اداء معين لغرض دراسة السلوك وتعميم النتائج على الواقع الحقيقي ، اي هو عملية تقليد لنظام معين ينطوي بناء تاريخ اصطناعي مع مميزات النظام الحقيقي لغرض فهم ذلك النظام افضل ما يكون ودراسة سلوكه وتطوره بمرور الوقت . وكثيرا ما نجد في الواقع الحقيقي ان هناك عمليات تكون معقدة الفهم والتحليل لذلك فمن الافضل ان نوصف هذه العمليات بصورة مشابهة للصور الحقيقية بنماذج معينة، ففهم الانموذج يحقق لنا قدراً من الادراك للعملية الاصلية او الواقع الحقيقي من خلال محاكاة الانموذج، ومن الطبيعي ان درجة المشابهة بين أي تجربة محاكاة والواقع الحقيقي تعتمد على مدى مطابقة او مشابهة انموذج المحاكاة للنظام الحقيقي. لقد تعددت اساليب المحاكاة ولاسيما بعد التطور السريع الذي حصل في استعمال الحاسبة الالكترونية ولكونها الاسلوب الفعال الذي يمكننا من ادارته بشكل تطبيقي واسع في التطبيق العملي . ومن المبادئ الاساسية للمحاكاة باستعمال الحاسبة وضع برنامج يمثل او يشابه سلوك العملية الحقيقية بشكل مقارب للواقع الحقيقي قدر الامكان، وغالباً ما يكون هذا الواقع معقداً جداً لتمثيله أو تقليده بصورة متقنة في برنامج الحاسبة وعلى الرغم من ذلك فأن اسلوب المحاكاة يمكن ان يعطي معلومات مفيدة حول الواقع الحقيقي الذي يشابهه، ونماذج المحاكاة الاكثر شبيه للواقع الحقيقي تكون اكثر دقة في النتائج والمعلومات المستخلصة منها. ان اول مراحل استعمال اسلوب المحاكاة هو توليد المتغيرات العشوائية قيد الدراسة، كما ان أي تجربة محاكاة ماهي الا عبارة عن نوع معين من انواع المعاينة اذ تسحب هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل للظاهرة المدروسة بأحجام مختلفة من العينات , وتكرار العملية مرات كثيرة بدلا من ان تسحب من المجتمع الحقيقي وبذلك فأن اسلوب المحاكاة يمكن ان يحقق للباحثين حلولا تحليلية وكذلك يؤمن قاعدة تجريبية تكون دليلاً لهم مع القاعدة النظرية لاختيار الاسلوب الملائم او الطريقة الملائمة لتحليل ودراسة بيانات الظواهر التي يدرسونها من خلال مطابقة خصائصها مع الانواع التي طبقت المحاكاة عليها. [19]

4-3 خطوات تجارب المحاكاة (Steps of experiments Simulation):

تمت عملية بناء الأنموذج لدراسة سلوك النظام الحقيقي المدروس باعتماد معايير معينة في تقدير قيم لمعلمات النماذج المفترضة وكما الخطوات الآتية:

اولاً: تحديد لقيم الافتراضية :

تحديد القيم الافتراضية لمعلمات النماذج المفترضة وهي ARMA (1,0) ولغاية الأنموذج ARMA (2,2) وهي $\theta_2, \theta_1, \emptyset_2, \emptyset_1$: وتمثيلها بالمصفوفة A(ij,3) بشرط تحقق الاستقرارية والانعكاسية وتعطى المعلمة الملائمة لكل انموذج وكما في الجدول الآتي:

جدول (4-1) القيم الافتراضية لمعلمات النماذج المفترضة

θ_1	θ_2	$\emptyset_1$	$\emptyset_2$
0.02	- 0.03	0.02	- 0.02
- 0.03	0.02	0.01	- 0.03
- 0.01	0.02	-0.05	- 0.04

ثانياً: اختيار احجام العينات (Sample size)

تم تحديد احجام العينات الافتراضية لتقدير النماذج المفترضة وهي

$n_1 = 25$ ، $n_2 = 50$ ، $n_3=100$ ، $n_4=200$.

ثالثاً : تحديد القيم الافتراضية لقيم التردد (Frequency values)

تم افتراض قيم التردد وفق شروط الاستقرارية بين الصفر والنصف وهي

$$w = [0.25, 0.3, 0.4, 0.5]$$

رابعاً : توليد حد الخطأ العشوائي (Random Error generate)

تم توليد قيم حد الخطأ ϵ_t وفق التوزيع الطبيعي القياسي N(0,1) ومن خلال تحويل Box-Muller للأعداد العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم بتوليد عددين عشوائيين باستعمال الدالة المكتبية (Randn) وتوليد الاخطاء العشوائية وفق المعادلة الآتية:

$$e_{t= (-2\log u_1 \sigma^2)^{1/2} Cos\,(2\,\pi u_2)} \;;\quad 0 < u_1, u_2 < 1 \qquad \ldots (77)$$

خامساً : توليد البيانات (Data Generating)

تم توليد القيم الاولية وتوليد البيانات باستعمال طريقة Box-Muller بالإضافة إلى الدالة المكتبية (Randn) في برنامج ماتلاب حيث تستخدم لتوليد متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي القياسي N (0, 1)، وتعتمد طريقة (Box – Muller) على الأسلوب الآتي:

1. توليد عددين عشوائيين مستقلين U_1، U_2 بحيث يتبعان التوزيع المنتظم للفترة (1، 0) حيث يتم توليد متجه من هذين العددين بحجم العينة المطلوبة (n) أي إن:

$$U_i = \text{rand}(1, n) \qquad \dots (78)$$

2. يمكن تحويل هذين العددين إلى التوزيع الطبيعي القياسي وفقاً لما يأتي:

$$Z_1 = (-2\ln(U_1))^{1/2} \cos(2\pi U_2) \qquad \dots (79)$$

$$Z_2 = (-2\ln(U_1))^{1/2} \sin(2\pi U_2) \qquad \dots (80)$$

حيث أن Z_1، Z_2 متغيران عشوائيان طبيعيان مستقلان وبذلك فان الدالة المشتركة لهما هي:

$$f(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2)} \qquad \dots (81)$$

3. لتحويل المتغير Z من توزيع $N(0,1)$ إلى توزيع $N(\mu, \sigma^2)$ يتم ذلك من خلال العلاقة الاتية:

$$X = \mu + \sigma z \qquad \dots (82)$$

وبالتالي يمكن الحصول على متغير عشوائي يتبع توزيع $N(\mu, \sigma^2)$ اذ ان X يمثل قيم سلسلة زمنية .

سادساً : المقارنة بين الطرائق (Compairing between method)

تمت المقارنة بين الطرائق باستعمال المعايير الآتية :

-1 معياري متوسط الخطأ النسبي المطلق (Mean absolute percentage error)

و هو مقياس لدقة التنبؤ لطريقة في الإحصاء. عادة ما تعبر عن الدقة كنسبة محددة ويتم بواسطة الصيغة الآتية :

$$MAPE = \frac{\%100}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{|A_t - F_t|}{A_t} \qquad \dots (83)$$

اذ ان :

A_t القيمة الحقيقية

A_t *القيمة المدرة*

n حجم العينة

-2 معياري متوسط الخطأ (Mean square error)

و هو مقياس لدقة التنبؤ لطريقة في الإحصاء. عادة ما تعبر عن الدقة كنسبة محددة ويتم بواسطة الصيغة الآتية :

$$MSE = \sum_{i=1}^{n} \frac{(A_t - F_t)^2}{n} \qquad \dots (84)$$

4-4 تحليل نتائج المحاكاة (Analysis of Experiments Results):

تم التقديرات المعلمية ARMA حسب النماذج المدروسة وكما يأتي:

جدول (4-2) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(1,0) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01$				$\emptyset_1 = -0.05$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	1.6293	1.5933	1.8856	1.8791	1.6427	1.6773	1.9116	1.9017	1.6373	1.8575	1.8819	2.4395
n2=50	1.6217	1.6073	1.7245	1.8860	1.5810	1.6006	1.7708	1.6728	1.6696	1.6287	1.8684	2.0620
n3=100	1.6291	1.6320	1.6648	1.5981	1.6412	1.6794	1.6083	1.6840	1.6379	1.7156	1.8047	1.9034
n4=200	1.6475	1.6217	1.6370	1.6067	1.6159	1.6134	1.6611	1.6952	1.6404	1.6755	1.7788	1.9130

جدول رقم (4-3) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(1,0) لمعلمات اللأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01$				$\emptyset_1 = -0.05$			
Wالمفترض	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	1.5828	1.4321	1.5867	1.5127	1.5927	1.5431	1.5906	1.5145	1.6425	1.7267	1.5647	1.8570
n2=50	1.5505	1.4453	1.3971	1.4533	1.5208	1.4194	1.4108	1.3122	1.6439	1.4903	1.4880	1.5136
n3=100	1.5713	1.4367	1.3284	1.2140	1.5716	1.4996	1.2681	1.2542	1.6059	1.5644	1.4422	1.3972
n4=200	1.5672	1.4147	1.2575	1.2092	1.5349	1.4078	1.2988	1.2650	1.6220	1.5020	1.3923	1.4013

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضـــل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجـام العينـات ولجميع قيم ($\emptyset_1$) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (Wi) الافتراضـــية كون متوســـط مربعات الخطأ المطلق لطريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي اقل من متوسط مربعات الخطأ لطريقة الامكان الاعظم التقريبية

جدول رقم (4-4) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(1,0) لمعلمات اللأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01$				$\emptyset_1 = -0.05$			
Wالمفترض	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
25	2.9151	2.8198	4.0418	4.3442	2.9160	3.0805	4.3600	4.4769	3.0034	3.8290	4.1845	8.0773
50	2.7656	2.7205	3.3377	4.0612	2.6251	2.6990	3.4539	3.0835	2.8957	2.7977	3.8597	4.9735
100	2.7135	2.7437	2.9111	2.7160	2.7547	2.8913	2.7046	2.9879	2.7402	3.0298	3.4392	3.8667
200	2.7437	2.6772	2.7652	2.6668	2.6403	2.6492	2.8106	2.9876	2.7195	2.8429	3.2890	3.8174

جدول رقم (4-5) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(1,0) لمعلمات اللأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01$				$\emptyset_1 = -0.05$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1 =25	2.7981	2.3782	3.0232	2.9146	2.7867	2.6677	3.1773	2.9298	3.0288	3.4178	3.0986	4.8571
n2 =50	2.5684	2.2456	2.2624	2.4505	2.4619	2.1754	2.2371	1.9286	2.8408	2.3949	2.5194	2.7538
n3=100	2.5354	2.1644	1.8679	1.5955	2.5478	2.3389	1.7149	1.6803	2.6469	2.5486	2.2440	2.0887
n4=200	2.4889	2.0552	1.6486	1.5170	2.3938	2.0354	1.7308	1.6760	2.6687	2.3067	2.0468	2.0593

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضـــل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجـام العينـات ولجميع قيم ($\emptyset_1$) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (Wi) الافتراضـــية كون متوســـط مربعات الخطأ لطريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي اقل من متوسط مربعات الخطأ لطريقة الامكان الاعظم التقريبية.

جدول (4-6) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(2,0) لمعلمات اللأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02 , \emptyset_2 = -0.02$				$\emptyset_1 = 0.01 , \emptyset_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05 , \emptyset_2 = -0.04$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1 =25	2.2916	1.9977	2.3234	2.7689	2.7678	2.3953	2.4054	2.9737	2.6123	2.4532	2.6218	3.0292
n2 =50	2.2629	2.1003	2.1830	2.6755	2.3052	2.1198	2.1527	2.6908	2.3030	2.4128	2.4568	2.7300
n3=100	2.0904	2.0483	2.1985	2.8091	2.2754	2.0251	2.1621	2.5757	2.2806	2.2294	2.3259	2.7494
n4=200	2.0194	1.8958	2.1533	2.4518	2.0835	1.9821	2.2157	2.4537	2.1893	2.1379	2.3854	2.6615

جدول (4-7) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(2,0) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02 , \emptyset_2 = -0.02$				$\emptyset_1 = 0.01 , \emptyset_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05 , \emptyset_2 = -0.04$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	1.1251	0.9104	1.2771	2.0955	1.5556	1.2058	1.3368	2.4644	1.4141	1.2718	1.6388	2.6283
n2 =50	1.0614	0.9862	1.1073	2.2018	1.1237	0.9808	1.1136	2.0934	1.1329	1.2182	1.3654	2.0306
n3=100	0.9680	0.9489	1.1377	2.0326	1.0994	0.9260	1.0856	2.2007	1.1205	1.0745	1.2862	2.0463
n4=200	0.9072	0.8248	1.1067	1.5117	0.9625	0.8914	1.1541	1.5324	1.0466	1.0171	1.3092	1.8473

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجام العينات ولجميع قيم $(\emptyset_1)$ الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (Wi) الافتراضية متوسط مربعات الخطأ المطلق .

جدول رقم (4-8) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(2,0) لمعلمات الأنموذج $(\emptyset_1)$ وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02 , \emptyset_2 = -0.02$				$\emptyset_1 = 0.01 , \emptyset_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05 , \emptyset_2 = -0.04$			
W	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1=25	6.3216	4.6355	6.4096	10.0047	9.9897	7.2278	6.9241	12.1790	8.2209	7.3616	8.3258	12.0362
n2 =50	5.7878	5.0082	5.1835	8.5830	6.0381	5.1016	5.1078	8.7836	6.1238	6.4387	6.7349	8.6705
n3=100	4.6944	4.4622	5.0826	8.7845	5.4864	4.3306	4.9587	7.4322	5.6480	5.3183	5.7108	8.3468
n4=200	4.2284	3.7116	4.7268	6.2571	4.5196	4.0427	5.0122	6.2978	5.0026	4.7408	5.8008	7.4671

جدول (4-9) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(2,0) لمعلمات الأنموذج $(\emptyset_1)$ وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02 , \emptyset_2 = -0.02$				$\emptyset_1 = 0.01 , \emptyset_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05 , \emptyset_2 = -0.04$			
W	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1 =25	1.9193	1.2295	2.7566	9.0806	4.2354	2.2033	2.8237	12.3621	2.8817	2.6739	4.2426	12.6753
n2 =50	1.6198	1.3984	1.6437	16.1992	1.8687	1.3614	1.7303	7.5218	1.7838	1.8869	2.5263	6.1728
n3=100	1.1409	1.0910	1.5942	6.1554	1.4137	1.0191	1.4576	24.6960	1.5307	1.3612	1.9309	5.6456
n4=200	0.9137	0.7614	1.3276	2.6696	1.0410	0.8675	1.4620	2.7581	1.2133	1.1367	1.8293	4.0636

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجام العينات ولجميع قيم $(\emptyset_1)$ الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (Wi) الافتراضية متوسط مربعات الخطأ (MSE) .

جدول (4-10) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(0,1) لمعلمات الأنموذج $(\emptyset_1)$ وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\theta_1 = 0.02$				$\theta_1 = -0.03$				$\theta_1 = -0.01$			
W	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1=25	1.9500	1.8609	1.9436	1.8421	1.9211	1.8900	1.8285	1.5914	1.9435	1.8172	1.9180	1.8844
n2=50	1.8290	1.8066	1.8233	1.7229	1.7597	1.6601	1.6966	1.5674	1.7770	1.7607	1.7288	1.7660
n3=100	1.7085	1.7533	1.8266	1.7989	1.6623	1.6766	1.6170	1.6746	1.7332	1.7066	1.7493	1.7092
n4=200	1.7001	1.6744	1.7058	1.7645	1.6945	1.6343	1.5424	1.5491	1.6766	1.6553	1.6561	1.5945

جدول (4-11) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(0,1) لمعلمات الأنموذج $(\emptyset_1)$ وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\theta_1 = 0.02$				$\theta_1 = -0.03$				$\theta_1 = -0.01$			
W	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1=25	4.0831	3.2677	1.7214	1.1058	4.4113	3.2866	1.7075	0.9327	4.4118	3.2401	1.7637	1.1471
n2=50	4.0679	3.1563	1.6144	0.9258	4.2388	3.1176	1.5397	0.8808	4.1771	3.0777	1.5570	0.9713
n3=100	4.1206	3.1266	1.5822	0.9263	4.1313	3.1015	1.4778	0.8860	4.2293	3.0797	1.5608	0.9024
N4=200	4.1759	3.0373	1.4989	0.8998	4.1508	3.0761	1.4128	0.7915	4.1022	3.0718	1.4735	0.8061

نلحظ من الجدول المذكور انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي كانت افضل ولجميع احجام العينات ولكافة قيم (θ_1) في حالة قيم الترددات المفترضة (W_i=0.4 , 0.5) كبيرة ، اما اذا كانت قيم الترددات المفترضة (W_i=0.25 , 0.3) صغيرة فان لها اثر سلبي من ناحية الكفاءة.

جدول (4-12) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(0,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\theta_1 = 0.02$				$\theta_1 = -0.03$				$\theta_1 = -0.01$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	4.1741	3.7577	4.4820	4.2191	4.0030	3.8959	3.9201	3.2176	4.1017	3.6142	4.2808	4.3640
n2 =50	3.4898	3.3990	3.6792	3.3079	3.2566	2.9015	3.1233	2.8047	3.2689	3.2759	3.2031	3.5388
n3=100	2.9742	3.1614	3.5299	3.4501	2.8239	2.8765	2.7644	2.9724	3.0648	2.9922	3.1982	3.1056
n4=200	2.9210	2.8449	2.9939	3.2369	2.9072	2.7042	2.4366	2.5063	2.8396	2.7724	2.8186	2.6164

جدول (4-13) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(0,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\theta_1 = 0.02$				$\theta_1 = -0.03$				$\theta_1 = -0.01$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1 =25	18.2585	11.5583	3.2560	1.6685	20.9654	11.7071	3.1476	1.2076	20.9968	11.1520	3.3920	1.8182
n2 =50	17.2379	10.2834	2.7491	0.9879	18.9486	10.0606	2.4732	0.9687	18.1235	9.7730	2.5181	1.1462
n3=100	17.3338	9.9408	2.5715	0.9374	17.4173	9.8024	2.2388	0.8604	18.3500	9.6401	2.4876	0.8946
n4=200	17.6429	9.3179	2.2746	0.8637	17.3886	9.5544	2.0162	0.6685	17.0161	9.5295	2.1998	0.6833

نلحظ من الجدول المذكور انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي كانت افضل ولجميع احجام العينات ولكافة قيم (θ_1) في حالة قيم (W=0.4 , 0.5) كبيرة ، اما اذا كانت قيم (W=0.25 , 0.3) صغيرة فان لها اثر سلبي من ناحية الكفاءة بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ (MSE).

جدول (4-14) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(0,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\theta_1 = 0.02, \theta_2 = -0.03$				$\theta_1 = -0.03, \theta_2 = 0.02$				$\theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.02$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	1.9343	1.9427	2.1380	2.2020	2.0202	1.9428	1.9531	1.6676	2.0279	2.0430	2.0151	1.8118
n2=50	1.7085	1.8416	1.8376	2.0355	1.9493	1.7721	1.7811	1.6355	2.0459	1.9201	1.7854	1.7488
n3=100	1.6066	1.6293	1.7475	1.8512	1.8092	1.8193	1.5991	1.4810	1.7839	1.7743	1.6707	1.6181
n4=200	1.6222	1.6236	1.7600	1.9390	1.7755	1.6508	1.5613	1.5025	1.8092	1.7508	1.6235	1.5128

جدول (4-15) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(0,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\theta_1 = 0.02, \theta_2 = -0.03$				$\theta_1 = -0.03, \theta_2 = 0.02$				$\theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.02$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	1.9343	1.9426	2.1380	2.2018	2.0200	1.9431	1.9531	1.6676	2.0277	2.0433	2.0151	1.8119
n2=50	1.7084	1.8416	1.8376	2.0356	1.9493	1.7720	1.7811	1.6355	2.0459	1.9201	1.7854	1.7490
n3=100	1.6066	1.6292	1.7475	1.8510	1.8090	1.8192	1.5991	1.4809	1.7838	1.7741	1.6707	1.6181
n4=200	1.6221	1.6235	1.7600	1.9391	1.7756	1.6508	1.5613	1.5025	1.8093	1.7508	1.6235	1.5128

يلاحظ من الجدولين اعلاه أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضل من الطريقة الاعتيادية ولجميع احجام العينات ولجميع قيم (θ_1 θ_2) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (W) الافتراضية ، ولو بشكل طفيف جدا.

جدول (4-16) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(0,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\theta_1 = 0.02, \theta_2 = -0.03$				$\theta_1 = -0.03, \theta_2 = 0.02$				$\theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.02$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	4.1512	4.4959	6.0593	6.6735	4.7718	4.4483	4.4913	3.8811	5.0660	4.8577	5.2223	4.5463
n2=50	3.3061	3.7847	3.8053	5.3504	4.3250	3.4882	3.6329	3.2485	4.6415	4.0019	3.4651	3.6870
n3=100	2.7642	2.7730	3.2368	3.8946	3.5287	3.4886	2.6695	2.4788	3.3534	3.2842	2.9427	2.8105
n4=200	2.7205	2.7025	3.2119	3.9541	3.2467	2.8111	2.4918	2.3730	3.3796	3.1757	2.6883	2.4270

جدول (17 – 4) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(0,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\theta_1=0.02, \theta_2=-0.03$				$\theta_1=-0.03, \theta_2=0.02$				$\theta_1=-0.01, \theta_2=0.02$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	4.1505	4.4955	6.0599	6.6720	4.7709	4.4495	4.4910	3.8807	5.0643	4.8589	5.2223	4.5472
n2=50	3.3060	3.7846	3.8054	5.3511	4.3249	3.4877	3.6328	3.2484	4.6410	4.0018	3.4652	3.6874
n3=100	2.7640	2.7729	3.2368	3.8941	3.5282	3.4882	2.6695	2.4786	3.3533	3.2837	2.9427	2.8102
n4=200	2.7203	2.7022	3.2120	3.9544	3.2471	2.8112	2.4918	2.3731	3.3797	3.1755	2.6883	2.4269

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولو بشكل طفيف جدا ولجميع احجام العينات ولجميع قيم ($\theta_1\ \theta_2$) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (W_i) الافتراضية.

جدول (4-18) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(1,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1=0.02, \theta_1=0.02$				$\emptyset_1=0.01, \theta_1=-0.03$				$\emptyset_1=-0.05, \theta_1=-0.01$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	1.8638	1.8706	1.8097	1.8632	1.8191	1.7319	1.6460	1.5904	1.9160	1.8998	2.0884	2.2630
n2=50	1.7629	1.7112	1.7097	1.7397	1.8232	1.6801	1.4618	1.4841	1.7485	1.7875	2.0453	2.0464
n3=100	1.6893	1.6394	1.6559	1.6622	1.6652	1.6181	1.4597	1.4122	1.6992	1.7937	1.9175	1.9941
n4=200	1.6532	1.6870	1.6286	1.6548	1.6708	1.5801	1.4544	1.3908	1.6279	1.7488	1.8901	1.9867

جدول (4-19) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(1,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1=0.02, \theta_1=0.02$				$\emptyset_1=0.01, \theta_1=-0.03$				$\emptyset_1=-0.05, \theta_1=-0.01$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	1.8638	1.8706	1.8097	1.8632	1.8357	1.7488	1.6474	1.5682	1.9020	1.8806	2.0882	2.2767
n2=50	1.7629	1.7112	1.7097	1.7397	1.8357	1.7106	1.4583	1.4475	1.7135	1.7568	2.0505	2.1073
n3=100	1.6893	1.6394	1.6559	1.6622	1.7006	1.6446	1.4564	1.3721	1.6618	1.7583	1.9246	2.0523
n4=200	1.6532	1.6870	1.6286	1.6548	1.7067	1.6144	1.4496	1.3489	1.5894	1.7077	1.8969	2.0490

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي لم تتأثر كثيرا على الرغم من تغير في احجام العينات ولجميع قيم ($\emptyset_1\ \theta_1$) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (W_i) الافتراضية وهي افضل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية.

جدول (4-20) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(1,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1=0.02, \theta_1=0.02$				$\emptyset_1=0.01, \theta_1=-0.03$				$\emptyset_1=-0.05, \theta_1=-0.01$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1-25	3.7958	3.8589	3.5594	3.7406	3.5844	3.2925	2.9163	2.7690	3.9973	3.9346	4.7340	5.5617
n2=50	3.2404	3.0626	3.0397	3.1420	3.4575	2.9731	2.2338	2.3259	3.1888	3.3541	4.3734	4.3554
n3=100	2.9235	2.7501	2.7988	2.8402	2.8311	2.6684	2.1736	2.0449	2.9508	3.3127	3.7621	4.0925
n4=200	2.7626	2.8789	2.6763	2.7682	2.8194	2.5177	2.1344	1.9558	2.6808	3.0923	3.6076	3.9969

جدول (4-21) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(1,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1=0.02, \theta_1=0.02$				$\emptyset_1=0.01, \theta_1=-0.03$				$\emptyset_1=-0.05, \theta_1=-0.01$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	3.7958	3.8589	3.5594	3.7406	3.6514	3.3558	2.9214	2.6939	3.9431	3.8514	4.7356	5.6293
n2=50	3.2404	3.0626	3.0397	3.1420	3.5039	3.0809	2.2238	2.2203	3.0638	3.2468	4.3956	4.6751
n3=100	2.9235	2.7501	2.7988	2.8402	2.9503	2.7551	2.1636	1.9336	2.8247	3.1863	3.7907	4.3334
n4=200	2.7626	2.8789	2.6763	2.7682	2.9408	2.6274	2.1206	1.8412	2.5567	2.9505	3.6337	4.2488

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضـــل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجام العينات ولجميع قيم ($\theta_1\ \theta_2$) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (W_i) الافتراضية.

جدول (4-22) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(1,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = 0.01, \theta_1 = -0.03, \theta_2 = 0.02$				$\emptyset_1 = -0.05, \theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.02$			
W	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1=25	2.0804	1.1666	1.5970	1.8403	1.3442	1.7407	1.4231	1.4704	2.6336	2.0278	1.8895	2.0563
n2=50	1.2186	1.8018	1.8793	1.9112	2.0160	1.8584	1.4394	1.1961	2.1951	1.8634	1.5678	1.8559
n3=100	1.5490	1.3729	1.7183	1.9363	2.2130	1.7424	1.3350	1.2231	1.9205	1.9765	1.9180	1.6709
n4=200	1.3034	1.3308	1.7492	2.0392	1.8067	1.8123	1.3808	1.1477	1.8801	1.9944	1.6980	1.7957

جدول (4-23) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(1,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = 0.01, \theta_1 = -0.03, \theta_2 = 0.02$				$\emptyset_1 = -0.05, \theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.02$			
W	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1=25	2.1018	1.1935	1.4089	1.6693	1.2108	1.7280	1.4977	1.4009	2.2394	2.0617	2.1348	2.1647
n2=50	1.4311	1.7464	1.7841	1.8824	2.0488	1.8494	1.3972	1.1171	2.0668	1.9654	1.6378	2.3522
n3=100	1.5860	1.3560	1.5764	1.8706	2.2510	1.7741	1.3457	1.2402	1.8842	1.9752	2.0118	1.8433
n4=200	1.3315	1.3529	1.6966	2.0496	1.8364	1.8492	1.4309	1.1427	1.9140	1.9744	1.7935	1.8936

يلاحظ من الجدولين اعلاه أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضــل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجام العينات ولجميع قيم (θ_1 θ_2) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (W_i) الافتراضية.

جدول (4-24) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(1,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = 0.01, \theta_1 = -0.03, \theta_2 = 0.02$				$\emptyset_1 = -0.05, \theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.02$			
W	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1=25	5.0808	1.6088	2.8517	3.5313	2.6603	3.5763	2.1223	3.0357	7.5447	4.5588	4.3463	4.8851
n2=50	1.7479	3.4998	3.6070	4.0074	4.3513	3.8411	2.2915	1.7916	5.1318	3.7294	2.5474	5.0108
n3=100	2.5812	1.9500	2.9743	3.9303	5.0311	3.1866	1.8315	1.5790	3.8139	4.4327	3.7621	3.0251
n4=200	1.7981	1.8404	3.0747	4.2786	3.3347	3.3001	1.9248	1.4002	3.5806	4.0203	2.9010	3.3361

جدول (4-25) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(1,2) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = -0.03$				$\emptyset_1 = 0.01, \theta_1 = -0.03, \theta_2 = 0.02$				$\emptyset_1 = -0.05, \theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.02$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	5.0387	1.6751	2.3673	3.0690	2.3404	3.5807	2.3808	2.8810	5.8564	4.7129	4.9886	5.5479
n2=50	2.1889	3.4979	3.3151	3.9228	4.4727	3.7468	2.1639	1.6127	4.7836	3.9921	2.7728	7.7720
n=100	2.6797	1.9064	2.5845	3.6497	5.2099	3.3109	1.8603	1.6526	3.6719	4.4363	4.1462	3.5789
n4=200	1.8886	1.9034	2.8920	4.3466	3.4412	3.4347	2.0711	1.3595	3.7056	3.9432	3.2555	3.6694

نلحظ من الجدولين المذكورين انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضــل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجام العينات ولجميع قيم (θ_1 θ_2) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (W_i) الافتراضية.

جدول (4-26) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(2,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02, \emptyset_2 = -0.02, \theta_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01, \emptyset_2 = -0.03, \theta_1 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05, \emptyset_2 = -0.04, \theta_1 = -0.01$			
w	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.25**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
n1=25	1.7803	1.7621	1.7516	2.1663	1.8825	1.7822	1.4872	1.9976	2.3430	2.5479	2.5032	3.4449
n2=50	2.2952	1.9949	2.0184	2.1129	2.1870	1.6806	1.7837	1.3980	2.0980	2.2688	2.3704	2.5412
n3=100	2.1499	1.9632	1.9505	1.4894	2.2678	1.8631	1.4652	1.3410	2.4360	2.6117	2.5210	2.2321
n4=200	2.1947	2.1245	1.9541	1.9078	2.2078	1.8119	1.5228	1.5018	2.1944	2.2628	2.4277	2.7146

جدول (4-27) متوسط مربعات الخطأ المطلق (MAPE) للأنموذج المختلط ARMA(2,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات المفترضة	$\emptyset_1 = 0.02, \emptyset_2 = -0.02, \theta_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01, \emptyset_2 = -0.03, \theta_1 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05, \emptyset_2 = -0.04, \theta_1 = -0.01$			
W	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	4.1294	1.8980	0.7688	0.7142	2.9837	1.4099	0.6039	0.4164	5.4227	4.5347	2.0278	1.6693
n2=50	6.4068	2.2881	0.8814	0.4982	4.8613	1.7061	0.8669	0.2590	4.6068	4.2819	1.8674	1.2920
n3=100	4.2241	2.0262	0.5807	0.3662	4.7151	1.8894	0.4748	0.1568	5.8322	4.6048	1.7398	1.3793
n4=200	4.5492	2.2243	0.3281	0.2673	4.6466	1.7937	0.2102	0.1891	4.3740	4.2467	1.7749	1.4502

نلحظ من الجدول المذكور انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي كانت افضـــل ولجميع احجام العينات ولكافة قيم ($\theta_1 \emptyset_2\ \theta_1\ \theta_2$) في حالة قيم ($W_i$=0.4 , 0.5) كبيرة، اما اذا كانت قيم (W_i=0.25 , 0.3) صـغيرة فان لها اثر سـلبي من ناحية الكفاءة.

جدول (4-28) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(2,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم التقريبية

المعلمات	$\emptyset_1 = 0.02, \emptyset_2 = -0.02, \theta_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01, \emptyset_2 = -0.03, \theta_1 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05, \emptyset_2 = -0.04, \theta_1 = -0.01$			
w	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	3.4036	3.2209	3.5021	7.5979	4.3263	3.4358	2.6170	6.4515	6.1150	7.1030	6.5251	23.5772
n2=50	5.9967	4.1006	4.2036	5.2982	5.5783	3.0225	3.3890	2.4588	4.8184	5.2250	6.0146	8.2117
n3=100	4.7744	4.0000	3.9224	2.3699	5.8568	3.5597	2.2742	2.1815	6.1247	7.1480	6.3893	5.2639
n4=200	4.9881	4.6460	3.8340	3.8845	4.9660	3.3101	2.3692	2.4598	5.0345	5.1930	5.9829	7.4838

جدول (4-29) متوسط مربعات الخطأ (MSE) للأنموذج المختلط ARMA(2,1) لمعلمات الأنموذج ($\emptyset_1$) وقيم التردد (W) عند احجام العينات المفترضة باستعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي

المعلمات	$\emptyset_1 = 0.02, \emptyset_2 = -0.02, \theta_1 = 0.02$				$\emptyset_1 = 0.01, \emptyset_2 = -0.03, \theta_1 = -0.03$				$\emptyset_1 = -0.05, \emptyset_2 = -0.04, \theta_1 = -0.01$			
w	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5	0.25	0.3	0.4	0.5
n1=25	21.037	4.059	0.908	0.852	9.734	2.353	0.515	0.276	35.802	23.198	4.285	3.877
n2=50	55.166	5.383	1.230	0.369	32.397	3.242	0.999	0.111	29.936	18.845	3.821	2.061
n3=100	21.939	4.406	0.389	0.203	28.805	3.968	0.334	0.035	37.136	23.106	3.085	2.028
n4=200	21.915	5.153	0.134	0.100	22.860	3.256	0.059	0.074	20.117	19.316	3.220	2.143

نلحظ من الجدول المذكور انفاً أن طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي كانت افضـــل ولجميع احجام العينات ولكافة قيم ($\theta_1 \emptyset_2\ \theta_1\ \theta_2$) في حالة قيم (Wi=0.4 , 0.5) كبيرة ، اما اذا كانت قيم (Wi=0.25 , 0.3) صـــغيرة فان لها اثر سـلبي من ناحية الكفاءة.

المبحث الرابع:

5.الاستنتاجات والتوصيات:

5.1 الاستنتاجات:

1- بالاعتماد على نتائج تجارب المحاكاة تبين طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي افضـــل من طريقة الامكان الاعظم التقريبية ولجميع احجام العينات و لجميع قيم ($\emptyset_1$) الابتدائية ، وكذلك لجميع قيم (Wi) الافتراضية .

2- عن طريق نتائج تجارب المحاكاة تبين طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي كانت افضـــل ولجميع احجام العينات ولقيم ($\emptyset_1 \emptyset_2\ \theta_1\ \theta_2$) في حالة قيم ($W_i$=0.4 , 0.5) كبيرة، اما اذا كانت قيم (W_i=0.25 , 0.3) صغيرة فان لها اثر سلبي من ناحية الكفاءة.

5.2 التوصيات:

1- التوسع في تقدير قيم دالة كثافة الطيف لنماذج أخرى على وفق طبيعة الظاهر المبحوثة، مثل أنموذج السير العشوائي (Random Walk)، الإنموذج التربيعي متعدد الحدود (Trend Quadratic)،الإنموذج الأســـي (Exponential Trend)، أنموذج براون للتمهيد الأســـي (Brown's Linear Exp. Smoothing)، أنموذج هولت للتمهيد الأسي(Holt's Linear Exp. Smoothing)،أنموذج التنعيم التربيعي الأسي (Quadratic Exp. Smoothing)، .. الخ.

2- اســـتعمال الطرائق البيزية في تقدير دالة الكثافة الطيفية لنماذج الانحدار الذاتي ونماذج الاوســـاط المتحركة والنماذج المختلطة

3- استعمال طريقة الامكان الاعظم للتوزيع الطبيعي لتقدير معلمات الانموذج المختلط التكاملي (ARIMA)

4- استعمال طريقة الشبكات العصبية الاصطناعية لتقدير دالة الكثافة الطيفية للسلاسل الزمنية ذات الذاكرة القصيرة.

المصادر:

1) Al-Khudairi, Muhammad Qaduri, (2010) “The effect of the parameter on the power function of the spectrum density of the first-order abnormal moving media model - a simulation study, Al-Mansour University College.” (3)

2) Al-Khudairi, Muhammad Qaduri Al-Bazi, Ammar Frederick, (2002) “The effect of the parameter on the spectrum power function of the first-order autoregressive model / experimental study” Al-Mansour University College. (1)

3) Abdul-Majeed H. Al Nassir & Ahlam Ahmed Juma,(2013) " Introduction To Applied Series Analysis".(22)

4) ARTECH, m JOSU, (2020) , "EXACT LOCAL WHITTLE ESTIMATION IN LONG MEMORY TIME SERIES WITH MULTIPLE POLES", Econometric Theory, 00, 2020, 1–35. doi:10.1017/S0266466619000422 (15)

5) Aurelius , Raden; Viadinugroho, Andhika; Rosadi, Dedi, (2021), " Long Short-Term Memory Neural Network Model for Time Series Forecasting: Case Study of Forecasting IHSG during Covid-19 Outbreak ", ICMSDS 2020 Journal of Physics: Conference Series 1863 (2021) 012016 IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/1863/1/012016 (19)

6) Bolboac, Roland; Haller, Piroska , (2023), " Performance Analysis of Long Short-Term Memory Predictive Neural Networks on Time Series Data", Mathematics 2023, 11, 1432. https://doi.org/10.3390/math11061432 https://www.mdpi.com/journal/mathematics.(16)

7) Fjellström, Carmina, (2022), " Long Short-Term Memory Neural Network for Financial Time Series", arXiv:2201.08218v1 [q-fin.ST] (13)

8) G. Ravi Shankar Reddy[1] & Dr. Ramesh War Rao[2],(2014)," Non-Stationary Signal Analysis Using Tvar Model", [1] Dept. Of Ece, Cvr College Of Engineering, Hyderabad, India [2], Vice -Chancellor, Jnt University, Hyderabad, India, International Journal Of Signal Processing, Image Processing And Pattern Recognition. Vol.7, No.2 (2014), Pp.411-430 (30)

9) Inzirillo, Hugo ; De Villelongue, Ludovic , (2022) " An Attention Free Long Short-Term Memory for Time Series Forecasting", arXiv:2209.09548v1 [cs.LG] . (17)

10) Iyer , Vishwanathan ; Chowdhury, Kaushik Roy , (2009), " Spectral Analysis: Time Series Analysis in Frequency Domain ", Analysis: Time Series Analys.(8)

11) Lambert H. Koopmans,(2016), "The Spectral Analysis Of Time Series", Department Of Mathematics, And Statistics, University Of New Mexico Albuquerque, New Mexico 87131 ,Academic Press. (23)

12) Michael A. Hauser(2006) ," Maximum Likelihood Estimators For ARMA And ARFIMA Models" A Monte Carlo Study, Preprint Series / Department Of Applied Statistics And Data Processing, ,Department Of Statistics And Mathematics, Abt. F. Angewandte Statistik U. Datenverarbeitung, Wu Vienna University Of Economics And Business, Vienna. (2)

13) P.M. Robinson , (2018), " LONG-MEMORY TIME SERIES ", _Research supported by a Leverhulme Trust Personal Research Professorship and ESRC Grant R000238212. I thank Fabrizio Iacone for careful checking of bibliographic details and for locating typographical errors. (19)

14) Palma, W. (2007). Long-Memory Time Series: Theory and Methods, John Wiley & Sons: Hoboken, New Jersey (20)

15) Rand R. Wilcox, (2012)" Some Small-Sample Properties Of Some Recently Proposed Multivariate Outlier Detection Techniques" Department Of Psychology, University Of Southern California, U.S.A. Version Of Record First Published 2008: Journal Of Statistical Computation And Simulation, Taylor & Francis.(37)

16) R. D. Martin[1], V.J.Yohai[2],& R.H. Zamar[1,3],(1989) " Min-Max Robust Regression" University of Washington[1],University of Buenos Aires[2], & University of British Columbia,Vol.17,NO.4, 1608-1630. (29)

17) Reza Moosavi,(2011) " Parametric Methods For Power Spectral Density Estimation", (5)

18) T. Baillie , Richard; Cho , Dooyeon ;Rho Seunghwa , (2022), " Combining Long and Short Memory in Time Series Models: the Role of Asymptotic Correlations of the MLEs" , Econometrics and Statistics, https://doi.org/10.1016/j.ecosta.2022.06.001,. (18)

19) T.W. Anderson,(1975),"Maximum Likelihood Estimation Of Parameters of Autoregressive Processes With Moving Average Residuals and Other Covariance Matrices With Linear Structure" The Annals of Statistics , Vol.3, No. 6. 1283-1304.(36)

20) Yohai V´Ictor J.[1] ,Nora Muler[2], Daniel Pe˜naAnd i[3],(2009)," Robust Estimation For ARMA Models" , Universidad Torcuato Di Tella, Universidad Carlos Iii De Madrid And Universidad De Buenos Aires And Conicet , Vol. 37, No. 2, 816–840, Institute Of Mathematical Statistics(34)