إيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل الدوال متعددة الأهداف بطريقة مولد قطع المستوي المطورة

م.رشيد بشير رحيمه/جامعة ذي قار /ماجستير رياضيات تطبيقية /بحوث عمليات

الخلاصة

تعتبر الدوال متعددة الأهداف من المواضيع المهمة في بحوث العمليات كونها ذات تطبيقات عملية واسعة في مجال الصناعة والإنتاج والتخطيط وغيرها،توجد العديد من الطرق لحل مسائل الدوال متعددة الأهداف يتم الحصول من خلالها على الحل الأمثل للمسألة حيث تكون قيم المتغيرات غالباً أعداد كسرية وليس أعداد صحيحة لكن عندما يضع متخذ القرار شروطاً على المسألة تتطلب كون متغيرات القرار أعداد صحيحة أي آن الحل يكون حل عددي امثل عندها سوف نلجأ إلى استخدام طريقة يتم الحصول من خلالها على الحل العددي الأمثل للمسألة ، تم في هذا البحث إيجاد الحل العددي الأمثل للدوال متعددة الأهداف وذلك من خلال اقتراح طريقة جديدة تعتبر تطويرا لطريقة مولد قطع المستوي لكومري سميت بطريقة تطوير خوارزمية مولد قطع المستوي لكومري وذلك لتحسين اداء الحل إذ إنها لاتعتمد على الحل الابتدائي الناتج بطريقة السمبلكس المعدلة إضافة إلى إن جميع جداول الحل فيها عددية (صحيحة) لذلك تمتاز بسرعتها وسهولة الحل فيها ، كذلك ساعدت هذه الطريقة على اختزال عدد جداول الحل للوصول إلى الحل العددي الأمثل. وتم برمجة طريقة مولد قطع المستوي وطريقة تطويرها بلغة فيجول بيسك .

المقدمة

تعد الدوال متعددة الأهداف إحدى التقنيات التي نجحت بتحليل قرار متعلق بأهداف متعددة وهي أداة فعالة وتعد أسلوبا متطورا ذا مستوى اختبار عال ، إذ أنها تقدم حلا معاصراً لنظام معقد ذي أهداف متعددة وقد تكون متناقضة أحيانا وتحل مشاكل القرار ذات الهدف الواحد أو الأهداف المتعددة.[1]

وان من أهم طرق حل مسائل الدوال متعددة الأهداف هي طريقة البرمجة الهدفية حيث إن الفكرة الأساسية للدوال متعددة الأهداف هي إرساء أهداف عديدة وصياغة دالة انجاز لهذه الأهداف ثم البحث عن حل يصغر مجموع الانحرافات عن الأهداف المحددة لها. [18]

قام [Galbraith & Miller] في عام 1989باستخدام برمجة الأهداف في تخطيط الإنتاج ومقارنتها بأنموذج أخر باستخدام المحاكاة وللأنموذج أربعة أهداف هي (العمل ضمن الطاقة المتاحة و تحقيق الطلب على المنتجات و تقليل كلفة الإنتاج والتخزين و تقليل ساعات العمل الإضافية) .[28]

قام عصام كامل في عام 1989بدراسة تصميم جدران مفاعل نووي عبر عنه بأنموذجآ يحتوي على عدد كبير من المتغيرات (منها نوع مادة الجدار وطول وعرض الجدار) والأهداف (منها تقليل الكلفةو تقليل كمية الضرر الناتج عن التمدد العرضي للتراكيب المجاورة) وأن أهم قيود هذا الأنموذج هي مسافة الأمان والمتطلبات الوظيفية للجدار ، وقد أستخدم طريقة البرمجة الهدفية وطرائق أخرى في حل المشاكل المتعددة الأهداف [3] .

قام [Davis] وآخرون في عام 1992 باستخدام برمجة الأهداف في تخطيط المشاريع بأهدافها المتعددة ، فالعوامل كثيرة تؤثر في تخطيط المشاريع كالمدة والكلفة و العوامل الطبيعية وغيرها . والتي يمكن صياغتها كأهداف ومن ثم استخدام، برمجة الأهداف لحلها [١٢] . قام (Li L. H.) عام 1996 باستخدام طريقة مطورة لحل مسائل الدوال متعددة الأهداف. [22]

وقام عبدالله سليمان العزاز عام ن1996 بتطبيق نموذج برمجة الأهداف الثنائية في اختيار المشروعات في دراسة ما قبل الجدوى.[2]

قام [lee] وآخرون في عام 1997 باستخدام برمجة الأهداف الخطية في نقل المنتجات النفطية وقد أحتوى الأنموذج على [991] متغيرآ و[2154] قيدآ مع ثلاثة مستويات للأولوية[21].

قام [E.A Eschenbach] وآخرون في عام 2000 باستخدام برمجة الأهداف في هندسة الموارد المائية في تصميم خزان مائي وإيجاد السعة المثلى لهذا الخزان وقد تم استخدام الأوليات المفضلة في هذا التصميم [١٣] .قام [S. Bhowmik] وآخرون في عام 2001 باستخدام البرمجة الهدفية في تصميم محطة توزيع الكهرباء. للمشكلة هدفان متناقضان احدهما تقليل عدد المحطات الكهربائية (تقليل الكلفة) و الأخر هو تقليل عدد الانقطاعات في تزويد الطاقة الكهربائية (زيادة المحطات الثانوية و بالتالي زيادة الكلفة) [٨] .

قام [L. Chen] وآخرون في عام 2001 باستخدام البرمجة الهدفية في تصميم التروس الأسطوانية . للمشكلة هدفان متعارضان احدهما تقليل الحجم الأسطواني والهدف الأخر هو تقليل الاهتزازات بين التروس [11] .

قام (Chian-S. Y. and Han-L. L.) عام ٢٠٠١ بدراسة الدوال المتعددة الأهداف الضبابية المقعرة وغير المقعرة .[10]

قام [V.Bhaskar] وآخرون في عام 2001 باستخدام الدالة الجينية في تصميم الوحدة المصنعة للهدروجين ، لأهميتها في تكرير النفط وصناعة الأسمدة . للمشكلة عدة أهداف لوحدة الهدروجين منها تثبيت نسبة الميثان و نسبة البخار ، وغيرها من الأهداف لغرض الحصول على التركيب الأمثل للمركبات الكيماوية الداخلة فيها [9] .

قام (B.Dsouza and T.W Simpson) عام 2003 باستخدام الدالة الجينية في اختيار التصميم الأمثل للطائرات و حيث تدخل بالتصميم عدة عوامل منها سهولة التصنيع وتقليل كلفة التجميع والوقت ، وغيرها [27] .

و قام [k. Omer and U. Mehmet] عام 2003 باستخدام الدوال المتعددة الأهداف (طريقة وزن الأهداف و طريقة منحني باريتو) في تصميم برج كهربائي [truss] حيث يحتوي التصميم على عدة أهداف منها تقليل الوزن والانحراف وغيرها [17] .

قام واثق حياوي عام ٢٠٠٧ بدراسة مشكلة اتخاذ القرار المتعدد الأهداف والتعرف على أهم الطرائق العلمية لحلها.[3]

قام كل من (Fang H. Ch., Jun T.Ch., Yuan L. Sh.) عام ٢٠٠٧ باستخدام البرمجة الهدفية الضبابية لحل مسائل الدوال المتعددة الاهداف ذات الاولويات .[14]

قام رشيد بشير عام ٢٠٠٨ بحل مسائل البرمجة الهدفية بأسلوب مطور يعتمد على المصفوفات في الطريقة المبسطة بدلامن الطريقة الجدولية .[5]

وقام كل من(Mansoori H. , Kohansal M. R. and Ghousi M. F) عام ٢٠٠٩ باستخدام اسلوب البرمجة الهدفية في بعض التطبيقات الزراعية والتي تؤدي الى تحسين المستوى ألمعاشي للمزارع وتقليل العبء عنه تم تطبيق ذلك في إيران.[25]

مشكلة البحث: يمكن إجمالها بكثرة العمليات الحسابية وتعقيدها وكثرة جداول الحل وبالتالي يحتاج متخذ القرار المزيد من الوقت لإيجاد الحل العددي للمشكلة .

هدف البحث :استخدام طريقة مطورة لإيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل الدوال متعددة الأهداف تضمن تقليل العمليات الحسابية وجداول الحل الأمثل بأقل وقت ممكن .

١- طريقة قطع المستوى لكومري: Cutting Plan Method Gomory

إن طريقة قطع المستوي التي توصل إليها العالم (R. E. Gomory) تعتمد بشكل أساس على طريقة السمبلكس أو السمبلكس المعدلة إذ نحصل من خلالهما على حل امثل ذي قيم حقيقية فللحصول على حل عددي امثل صحيح سنبدأ أولا بحل السؤال بطريقة السمبلكس المعدلة بغض النظر عن إن يكون الناتج حلاً عددياً صحيحاً أو لا فإذا كان الحل الأمثل إعداداً صحيحة فان ذلك سيكون هو الحل العددي المطلوب إما إذا كانت بعض قيم ذلك الحل كسوراً فإننا سوف نختار اكبر هذه الكسور ليكون لنا قيدٌ جديدٌ يضاف إلى نهاية أخر جدول توصلنا إليه بطريقة السمبلكس المعدلة حيث يتم بعدها أكمال الحل بالطريقة المقابلة للسمبلكس المعدلة وهكذا نستمر بالحل إلى أن نصل إلى الحل العددي الأمثل.,[24],[19],[6]

أن القيد الثانوي المضاف هو عبارة عن قيد قطع من خلاله يقطع جزء معين من حيز الحل (Solution Space) الذي يحتوي على قيم بأعداد صحيحة وبعبارة أخرى أن القيد الثانوي المضاف يقطع ذلك الجزء من حيز الحل الذي لا يحتوي على قيم عددية صحيحة حيث أن إضافته إلى الجدول يجعل المسألة خاضعة لعدد مختلف من القيود عما كانت عليه المسألة الأصلية ولغرض الحصول على حل امثل للمسألة بقيودها الجديدة نطبق الطريقة المقابلة للسمبلكس المعدلة فإذا تم الحصول على حل عددي صحيح نتوقف وبخلافه يشكل قيد قطع ثانوي آخر وتعاد نفس الخطوات السابقة إلى أن نحصل على حل عددي صحيح امثل بشرط إن أي عملية قطع تتم بوساطة القيد الثانوي المضاف لا تستبعد من منطقة الإمكانات المتاحة أي قيمة عددية. إن الغرض من القطع هو الوصول إلى حيز حل جديد تكون نقاط زواياه ذات قيم عددية صحيحة هذا فضلاً عن شرط أساس عند تطبيق طريقة القطع هو أن تكون معاملات المتغيرات لجميع القيود التي تتضمنها المسألة ذات قيم عددية صحيحة وذلك للتخلص من المعاملات الحقيقية التي قد تؤدي إلى عدم الحصول على حل عددي مقبول [26],[23],[16],[15] , [4].

فإذا كان لدينا نموذج البرمجة الهدفية الآتي:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{k} di$$

$$s.t. \qquad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + d_i = g_i \qquad (i = 1,.,...., k)$$

..... (1 – 1)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + s_{i+k} = b_i \qquad (i = k+1,..., m)$$

$$X_j \geq 0,\ d_i \text{ free}$$

حيث إنn تمثل عدد المتغيرات ،m تمثل عدد القيود فيمكن الوصول إلى الحل العددي الأمثل إذا استخدمنا خطوات طريقة قطع المستوي الآتية:-

١.١- الخطوات الرئيسة لطريقة قطع المستوي :

١-. تكوين دالة انجاز.

٢-. إضافة متغيرات الانحراف الى الأهداف.

٣ – يتم التعويض عن كل متغير انحراف كفرق بين متغيرين غير سالبين .

٤- نجد حلاً للمسألة بتطبيق أسلوب السمبلكس المعدلة.

٥- إذا كانت نتائج الخطوة الأولى ذات قيم عددية صحيحة نتوقف وبذلك نكون قد حصلنا على الحل العددي الأمثل وبعكسه ننتقل للخطوة رقم ٦.

٦- يتم إضافة قيد قطع (قيد ثانوي) secondary constraint يتجه الحل من خلاله الى القيمة العددية الصحيحة.

٧- بعد إضافة قيد القطع الثانوي إلى مجموعة قيود المسألة الأساسية نطبق طريقة المقابلة للسمبلكس المعدلة فإذا كانت النتائج ذات قيم عددية صحيحة نتوقف وبعكسه تتم عملية قطع جديدة نكرر العملية حتى يتم الحصول على الحل العددي الأمثل .

لو فرضنا x_i تمثل المتغيرات الأساسية (Basic Variables) في المسألة

حيث أن $(x_j, j = 1,2,...,n)$

تمتلك قيماً حقيقية ليست عددية يمكن تمثيلها x_iبالمعادلة

$$x_i = \beta_i - \sum a_{ij} s_j \ldots\ldots\ldots (1.2)$$

$$i = 1, 2,..., m$$

$$j = 1, 2,..., n$$

إن B_i تمثل متغيراً ذا قيمة عددية غير صحيحة وكذلك a_{ij} ولنفترض ان f_{ij}, f_i أجزاء كسرية بحيث

$$B_i = [B_i] + f_i \ldots\ldots\ldots\ldots (1.3)$$

$$a_{ij} = [a_{ij}] + f_{ij} \ldots\ldots\ldots\ldots (1.4)$$

حيث إن f_{ij} , f_i قيم تتراوح بين الصفر والواحد

$$0 < f_i < 1$$

$$0 < f_{ij} < 1$$

$[B_i]$ يمثل اكبر عدد صحيح ويكون اقل أو يساوي B_i

$[a_{ij}]$ يمثل اكبر عدد صحيح ويكون اقل أو يساوي a_{ij}

إذ إن $f_{ij} = a_{ij} - [a_{ij}]$

$$f_i = B_i - [B_i]$$

وذلك لأن f_i هو كسر موجب وان f_{ij} هو كسر أيضاً موجب حيث يمكن إن نستنتج بعد تعويض (١.٣) و(١.٤) في المعادلة (١.٢) إلى إن :-

$$f_i - \sum_{j=1}^{n} f_{ij} s_j = x_i - [B_i] + \sum_{j=1}^{n} [a_{ij}] s_j \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(١.٥)$$

وبما إن قيم كل من x_i ، s_j تكون قيماً عددية وكذلك لان الجانب الأيمن من المعادلة يكون عددياً لذا يجب إن يكون الجانب الأيسر للمعادلة أيضاً عددياً

وبما إن $f_{ij} \geq 0 \quad , s_j \geq 0 \qquad \forall\ i, j$

$$\therefore \sum_{j=1}^{n} f_{ij} s_j \geq 0$$

ولأن

$0 \leq f_{ij} \leq 1$

لذا فان الطرف الأيسر للمعادلة (١.٥) يجب ان يكون اقل من واحد

$f_i - \sum f_{ij} s_j \leq f_i \leq 1$

$\therefore\ f_i - \sum f_{ij} s_j \leq 1$

وبما إن الطرف الأيسر يجب إن يكون عددياً لذلك نستنتج

$$f_i - \sum_{j=1}^{n} f_{ij} s_j \leq 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1.٦)$$

$\therefore\ f_i - \sum f_{ij} s_j = 0$

ومن(1.6)

$\sum f_{ij} s_j \geq f_i \Rightarrow - \sum f_{ij} s_j \leq -f_i$

$\therefore\ - \sum f_{ij} s_j + s_i = -f_i$

حيث إن s_j متغير غير أساس.

وان s_i متغير غير سالب يحقق كون القيد ذات قيم عددية صحيحة وتدعى المعادلة الأخيرة بمعادلة قيد القطع الذي ستضاف قيمته إلى نهاية الجدول،

بعد ذلك نحل المسألة بطريقة السمبلكس المقابل Dual Simplex Method لغرض الوصول إلى حل امثل مناسب فإذا تم الحصول على حل عددي امثل نتوقف وبعكسه تعاد الخطوات السابقة من اجل تكوين قيد قطع ثانوي آخر لقطع جزء آخر من حيز الحل بحيث لا يحتوي على أي قيمة عددية غير صحيحة وهكذا نستمر بعمليات القطع المتكررة لحين الوصول إلى حيز تتوفر فيه الحلول العددية المناسبة

أما إذا حصلنا إثناء تطبيق طريقة السمبلكس المقابل على معلومات تشير إلى عدم أمكانية الحصول على حل امثل فنستنتج بأنه لا يمكن الحصول على حل عددي امثل للمسألة الأصلية .

وسنأخذ مثالا يوضح كيفية تكوين قيد قطع ثانوي واستخدامه في الحل بطريقة السمبلكس المعدلة.

مسألة١

$$G_1 : 2x_1 + 2x_2 \geq 100$$
$$G_2 : x_1 + x_2 \geq 50$$
$$S.T.\ \ 2x_1 + x_2 \leq 6$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 12$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \ \ and \ \ \text{integers}$$

نضيف متغيرات الانحراف إلى النموذج ونكون دالة انجاز ونحول النموذج الرياضي الناتج إلى الصيغة القياسية كالأتي:

$$MinZ = d_1^- + d_2^- = 150 - 3X_1 - 3X_2 + d_1^+ + d_2^+$$
$$2X_1 + 2X_2 - d_1^+ + d_1^- = 1000$$
$$X_1 + X_2 - d_2^+ + d_2^- = 50 :$$
$$2X_1 + X_2 + s_1 = 6$$
$$X_1 + 4X_2 + s_2 = 12$$
$$d_1^+, d_1^- \geq 0 \ \text{and integers}$$
$$X_1, X_2, d_2^+, d_2^-, s_1, s_2$$

والآن نفرض : $x_j = -(-x_j)$ ، $t_j = -x_j$ ، $j = 1,2,\ldots,n$

$$d_1^+ = -t_3 , \ d_2^+ = -t_4 :$$

وليكن

وبعد التعويض في النموذج أعلاه نحصل على :

$$Z = -150 + 3t_1 + 3t_2 + -t_3 - t_4$$
$$x_1 = 0 - t_1$$
$$x_2 = 0 - t_2$$
$$d_1^+ = 0 - t_3$$
$$d_2^+ = 0 - t_4$$
$$d_1^- = 100 + 2t_1 + 2t_2 - t_3$$
$$d_2^- = 50 + t_1 + t_2 - t_4$$
$$s_1 = 6 + 2t_1 + t_2$$
$$s_2 = 12 + t_1 + 4t_2$$

وسوف يكون جدول الحل الابتدائي بطريقة السملكس المعدلة للمسألة كما يأتي:

جدول(١.١.١)

basic	sol.	t_1	t_2	t_3	t_4
Z	150	٣	٣	-1	-1
x_1	0	-1	٠	٠	٠
x_2	٠	٠	-1	٠	٠
d_1^+	٠	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	١٠٠	٢	٢	-1	٠
d_2^-	٥٠	١	١	٠	-1
s_1	٦	٢	٢	٠	٠
s_2	١٢	١	٤	٠	٠

الآن سنختار t_1 ليكون المتغير الداخل إلى منطقة الحلول الأساسية إما المتغير الذي يترك الحل فسوف يتحدد من العلاقة الآتية: Min (100/2, 50/2, 6/2, 12/1)

وبذلك سيكون s_1 هو المتغير الخارج وبعد حساب قيم الجدول الجديد سوف نحصل على الجدول الأتي:

جدول(1.1.2)

basic	sol.	s_1	t_2	t_3	t_4
Z	141	-1.50	1.50	-1	-1
x_1	٣	0.50	0.50	٠	٠
x_2	٠	٠	-1	٠	٠
d_1^+	٠	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	٩٤	-1	١	-1	٠
d_2^-	٤٧	-0.50	0.50	٠	-1
s_1	٠	-1	٠	٠	٠
s_2	٩	-0.50	3.50	٠	٠

الآن سنختارt_2 ليكون هو المتغير الداخل إلى منطقة الحلول الأساسية وان المتغير الخارج هو s_2 وبإجراء الحسابات نحصل على الجدول الآتي:جدول(1.1.3)

basic	sol.	s_1	s_2	t_3	t_4
Z	137.14	-1.29	-0.43	-1	-1
x_1	1.71	0.57	-0.14	0	٠
x_2	2.57	-0.14	0.29	٠	٠
d_1^+	0	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	91.43	-0.86	-029	-1	٠
d_2^-	45.71	-0.43	-0.14	٠	-1
s_1	٠	-1	٠	٠	٠
s_2	٠	٠	-1	٠	٠

وكما نلاحظ إن الناتج في الجدول (1.1.3) هو الحل الأمثل غير العددي حيث إن:

x_1= 1.71, x_2=2.57, Z= -162.86

ولأجل الحصول على قيم عددية صحيحة لجميع المتغيرات سوف نكوّن قيد قطع ثانوي يضاف إلى الجدول(1.1.3) الناتج من خوارزمية القطع وتعتمد عملية تكوين القطع على المتغير الأساس ذي القيمة الحقيقية في عمود الحل الذي يمتلك اكبر جزء حقيقي من بين المتغيرات الحقيقية الأخرى ومن جدول (1.1.3) نلاحظ إن الجزء الحقيقي للمتغير x_1 هو 0.71

∴ يكون المتغير x_1 اقرب إلى الحل العددي الصحيح لأنه سوف يقطع حيزاً اكبر ليصل إلى الحل العددي الأمثل.

∴ سوف نختار x_1 لتكوّن معادلة القطع فيكون

$0.57\ s_1 + 0.86s_2 \geq 0.71$

وبضرب المعادلة في١- سيكون $-0.57s_1-0.86s_2 \leq -0.71$

وبتحويل المتراجحة إلى معادلة بإضافة المتغير المهمل sc_1 نحصل على

$-0.57s_1-0.86s_2+sc_1 = -0.71$

إن المعادلة الأخيرة تمثل معادلة القيد الذي سيقطع جزءً معيناً من حيز الحل لكي يقترب إلى الحل العددي الأمثل ويضاف القيد إلى نهاية جدول (1.1.3) فيكون جدول (1.1.4).وكالآتي:

جدول(1.1.4)

basic	sol.	s_1	s_2	t_3	t_4
Z	137.14	-1.29	-0.43	-1	-1
x_1	1.71	0.57	-0.14	0	٠
x_2	2.57	-0.14	0.29	٠	٠
d_1^+	0	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	91.43	-0.86	-029	-1	٠
d_2^-	45.71	-0.43	-0.14	٠	-1
s_1	٠	-1	٠	٠	٠
s_2	٠	٠	-1	٠	٠
sc_1	-0.71	- 0.57	-0.86	٠	٠

الآن سوف نطبق طريقة السمبلكس المقابل على الجدول (1.1.4) وبذلك سوف نحصل على الجدول الأتي:

جدول(1.1.5)

basic	sol.	s_1	sc_1	t_3	t_4
Z	137.50	-1	0.50	-1	-1
x_1	1.83	0.67	-0.17	0	٠
x_2	2.33	-0.33	0.33	٠	٠
d_1^+	0	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	91.67	-0.67	-0.33	-1	٠
d_2^-	45.83	-0.33	-0.17	٠	-1
s_1	٠	-1	٠	٠	٠
s_2	0.83	0.67	-1.17	٠	٠
sc_1	٠	٠	-1	٠	٠

وبما إن الحل الناتج أيضا حل امثل لكنه غير عددي لذلك سوف نكون قطعاً ثان لكومري بالخطوات السابقة نفسها إذ سيكون الصف المولد للقطع هو x_1 لأنه اكبر جزء كسري وبذلك ستكون معادلة القطع

$0.67s_1+0.83sc_1 \geq 0.83$

$-0.67s_1-0.83sc_1 \leq -0.83$

معادل القطع $-0.67s_1 - 0.83sc_1 + sc_2 = -0.83$

∴ سوف تضاف إلى نهاية جدول (١.١.٥) فيكون جدول (1.1.6).

جدول(1.1.6)

basic	sol.	s_1	sc_1	t_3	t_4
Z	137.50	-1	0.50	-1	-1
x_1	1.83	0.67	-0.17	0	٠
x_2	2.33	-0.33	0.33	٠	٠
d_1^+	0	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	91.67	-0.67	-0.33	-1	٠
d_2^-	45.83	-0.33	-0.17	٠	-1
s_1	٠	-1	٠	٠	٠
s_2	0.83	0.67	-1.17	٠	٠
sc_1	٠	٠	-1	٠	٠
SC_2	-0.83	- 0.67	-0.83	٠	٠

وباستخدام طريقة السمبلكس المقابل لتحديد المتغير الخارج والمتغير الداخل سيكون sc_2 هو المتغير الداخل إما sc_1 هو المتغير الخارج، وبإجراء الحسابات ينتج الجدول (1.1.7).

جدول(1.1.7)

basic	sol.	s_1	sc_2	t_3	t_4
Z	138	-0.60	-0.60	-1	-1
x_1	٢	0.80	-0.20	0	٠
x_2	2	-0.60	0.40	٠	٠
d_1^+	0	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	92	-0.40	-0.40	-1	٠
d_2^-	46	-0.20	-0.20	٠	-1
s_1	٠	-1	٠	٠	٠
s_2	2	1.60	-1.40	٠	٠
sc_1	1	0.80	-1.20	٠	٠
sc_2	0	0	-1	٠	٠

إن الحل الناتج في هذا الجدول يمثل الحل العددي الأمثل حيث إن: $x_1= 2, x_2= 2, Z = 138$

وبنفس الاسلوب أعلاه وباستخدام البرنامج المعد بلغة فيجول بيسك تم حل المسألتين الاتيتين (الثانية والثالثة) حيث تم الحصول على الحل العددي الامثل للمسألة الثانية بالجدول الرابع عشر والثالثة بالجدول السابع .

مسألة٢

$$G1: 3x_1 + 2x2 \geq 80$$
$$G2: 3x_1 - x_2 \geq 60$$
$$s.t. \quad 13x_1 - 2x_2 \leq 25$$
$$8x_1 + 3x_2 \leq 30$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 20$$

مسألة٣

$$G1: 2x_1 + 2x2 \leq 100$$
$$G2: x_1 + x_2 \leq 50$$
$$s.t. \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 18$$
$$2x_1 + x_2 \leq 12$$
$$x_1 + x_2 \leq 8$$

٢- طريقة تطوير خوارزمية مولد قطع المستوي لكومري

٢.١- مقدمة

هناك طرائق تقليدية مختلفة لإيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل الدوال المتعددة الأهداف إضافة إلى طرائق غير تقليدية أخرى وتشترك هذه الطرائق جميعها في إنها تستعين بأفضل حل غير عددي مستخرج بطريقة السمبلكس أو(السمبلكس المعدلة) ثم بعد إضافة قيد أو عدة قيود ستصل المسالة إلى الحل العددي الأمثل، إن كان لها حل عددي. أما في هذا البحث سوف نستخدم طريقة

Modify) MSCPA
surrogate cutting Plane Algorithm (Method

حيث إن هذه الطريقة لاتعتمد على الحل غير العددي الأمثل الناتج من حل مسائل البرمجةالهدفية ، إضافة إلى إن هذه الطريقة جميع جداولها عددية وحلها سهل وشامل وفي أكثر الأحيان تختصر عدد الجداول إلى اقل مايمكن للحصول على الحل العددي الأمثل وفيما يأتي خوارزمية الحل بهذه الطريقة .

٢.٢- خوارزمية الحل بطريقة MSCPA:

١- تكوين دالة انجاز.

٢- إضافة متغيرات الانحراف الى الأهداف.

٣ – يتم التعويض عن كل متغير انحراف كفرق بين متغيرين غير سالبين.

٤- يكون جدول الحل الابتدائي كما في طريقة السمبلكس المعدلة.

٥- يتم اختيار العمود المولد والذي يحمل اقل إشارة موجبة في حالة التصغير كما في طريقة السمبلكس المعدلة، في حين يتم اختيار المتغير المرافق لأكبر موجب من قيم صف دالة الهدف بدل اقل موجب وذلك عندما تكون معاملات دالة هدف المسالة اكبر من نظائرها من معاملات جميع القيود أو يكون اختيارها متعرجاً بين اكبر موجب واقل موجب إذا كانت معاملات دالة الهدف اكبر أو مساوية لبعض القيود وليس جميعها.

٦- يتم اختيار السطر المولد حسب طريقة السمبلكس المعدلة (أي اقل موجب) ثم بعد ذلك نقسم عناصر السطر المولد على قيمة محور الارتكاز واخذ دالة العدد الصحيح لكل مقدار لينتج القطع الأول (sc_1) ،في حين نختار السطر الذي يعطي اكبر نسبة من بين النسب الأقل من الواحد والناتجة من قسمة قيم عمود الحلول الأساسية على قيم عمود المتغير الداخل.

ولتوضيح هذه الخطوات نستعرض المسالة (2.1) كمثال وكالآتي:

مسألة (2.1)

$$G_1 : 2x_1 + 2x_2 \geq 100$$
$$G_2 : x_1 + x_2 \geq 50$$
$$S.T.\ \ 2x_1 + x_2 \leq 6$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 12$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \ \ and \ \ \text{int}egers$$

نضيف متغيرات الانحراف إلى النموذج ونكون دالة انجاز ونحول النموذج الرياضي الناتج إلى الصيغة القياسية كالأتي:

MinZ= d_1^-+ d_2^- =150 -3X_1-3X_2 + d_1^+ + d_2^+

2X_1+2X_2 - d_1^++d_1^-=1000

:X_1 + X_2 - d_2^+ + d_2^-= 50

2X_1+X_2+s_1= 6

X_1+4 X_2+s_2=12

,d_1^+,d_1^-,d_2^+,d_2^-, s_1, ≥ 0 and integers

X_1,X_2 s_2

والآن نفـــــــــــــــــــــــــــــــــرض

x_j=-(-x_j)

وليكن

$t_j = -x_j$

j=1, 2, …, n

d_1^+= $-t_3$, **d_2^+=** $-t_4$

Z = -150 $+3t_1 +3t_2 - t_3 - t_4$

x_1= 0 $-t_1$

x_2= 0 $-t_2$

d_1^+=0 $-t_3$

d_2^+=0 $-t_4$

d_1^-=100+2 t_1 **+2** t_2 **-** t_3

d_2^-=50+2 t_1 **+2** t_2 **-** t_4

s_1= 6 + 2 t_1 $+t_2$

s_2=12+ t_1 + t_2

الحل:-

وسوف يكون جدول الحل الابتدائي بطريقة السملكس المعدلة للمسألة كما يأتي:

جدول(2.1.1)

basic	sol.	t_1	t_2	t_3	t_4
Z	150	٣	٣	-1	-1
x_1	0	-1	٠	٠	٠
x_2	٠	٠	-1	٠	٠
d_1^+	٠	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	١٠٠	٢	٢	-1	٠
d_2^-	٥٠	١	١	٠	-1
s_1	٦	(٢)	٢	٠	٠
s_2	١٢	١	٤	٠	٠
sc_1	٣	((١))	٠	٠	٠

والآن نستخدم طريقة السمبلكس المعدلة حيث سنختار المتغير t_1 كمتغير داخل وبقسمة عمود الحل على عمود المتغير الداخل واخذ اقل ناتج قسمة نحدد المتغير الخارج (السطر المولد) وبذلك سيكون عنصر المحور هو (2) كما موشر في الجدول وبقسمة عناصر السطر المولد على عنصر المحور واخذ دالة العدد الصحيح لكل قيمة ينتج القطع الأول (sc_1) وبإجراء الحسابات على الجدول الأول كما في طريقة السمبلكس المعدلة ينتج الجدول الثاني

جدول(2.1.2)

basic	sol.	sc_1	t_2	t_3	t_4
Z	141	-3	٣	-1	-1
x_1	٣	١	٠	٠	٠
x_2	٠	٠	-1	٠	٠
d_1^+	٠	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	٩٤	-2	٢	-1	٠
d_2^-	٤٧	-1	١	٠	-1
s_1	٠	-2	(١)	٠	٠
s_2	٩	-1	٤	٠	٠
Sc_2	٠	-2	((١))	٠	٠

وبما إننا لم نحصل على الحل العددي الأمثل لذلك نستمر لحين الوصول إلى الحل العددي الأمثل كالأتي

جدول(2.1.3)

basic	sol.	sc_1	Sc_2	t_3	t_4
Z	141	٣	-3	-1	-1
x_1	٣	١	٠	٠	٠
x_2	٠	-2	1	٠	٠
d_1^+	٠	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	٩٤	٢	-2	-1	٠
d_2^-	٤٧	١	-1	٠	-1
s_1	٠	٠	-1	٠	٠
s_2	٩	(٧)	-4	٠	٠
Sc_3	١	((١))	-1	٠	٠

جدول(2.1.4)

basic	sol.	t_1	t_2	t_3	t_4
Z	138	-3	٠	-1	-1
x_1	٢	-1	١	٠	٠
x_2	٢	٢	-1	٠	٠
d_1^+	٠	٠	٠	-1	٠
d_2^+	٠	٠	٠	٠	-1
d_1^-	٩٢	-2	٠	-1	٠
d_2^-	٤٦	-1	٠	٠	-1
s_1	٠	٠	-1	٠	٠
s_2	٢	-7	٣	٠	٠

ومن الملاحظ إن الحل الناتج في الجدول الأخير يمثل الحل العددي الأمثل حيث إن:

$x_1 = 2, x_2 = 2, Z = 138$

وبنفس الاسلوب أعلاه وباستخدام البرنامج المعد بلغة فيجول بيسك تم حل المسألتين الثانية والثالثة حيث تم الحصول على الحل العددي الامثل للمسألة الثانية بالجدول الخامس والثالثة بالجدول الرابع .

٣ - مناقشة النتائج

٣.١-الإحصائيات:

كانت إحصائية عدد جداول الحل العددي الأمثل لكل مسألة كالآتي:

رقم المسألة	مسألة١	مسألة2	مسألة3
عدد الجداول بالطريقة الكلاسيكية	7	14	٧
عدد الجداول بالطريقة المطورة	4	٥	٤

3.2-الاستنتاجات:

سوف نذكر في هذا البند أهم الملاحظات والاستنتاجات التي تم التوصل إليها من خلال حل مسائل الدوال المتعددة الأهداف بالطريقتين الكلاسيكية والمطورة:

١-إن طريقة مولد قطع المستوي التي كانت تستخدم لإيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل البرمجة الخطية تم تطويرها واستخدامها لإيجاد الحل العددي لمسائل البرمجة الهدفية .

٢-إن الطريقة الكلاسيكية لإيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل الدوال المتعددة الأهداف المتمثلة بطريقة قطع المستوي لكومري تستعين بالحل الابتدائي غير العددي الأمثل وغالباً ماتكون جداول الحل طويلة ومعقدة،إما الطريقة المطورة فلا تعتمد على حل ابتدائي امثل إضافة إلى سهولة وسرعة الحل بهذه الطريقة لان جميع جداول الحل فيها عددية.

٣- إن عدد جداول الحل العددي الأمثل بالطريقة المطورة اقل أو يساوي عدد الجداول بالطريقة الكلاسيكية.

٤- إن الطريقة الكلاسيكية وبعد إضافة قيد كومري سوف تزيد من عدد المتغيرات للوصول إلى الحل العددي الأمثل إما بالطريقة المطورة سوف تكون عدد

المتغيرات ثابتة عدا إيجاد القطع المولد والذي يجعل جداول الحل عددياً وليست أعدادا حقيقية مما تؤثر في سهولة الحل بهذه الطريقة .

٥ - إن استخدام جداول السمبلكس المعدل في خوارزمية الحل باستخدام الطريقة المطورة أضاف سهولة في أجراء العمليات الحسابية وبالتالي إلى سهولة التنقل من جدول إلى أخر.

٦ -من الملاحظ إن قيمة عنصر المحور في سطر القطع المولد تكون دائما (1)أو (-1)وهذا يحافظ على بقاء القيم في جميع جداول الحل أعداد صحيحة مما يضيف سهولة وسرعة في إيجاد النتائج.

٧ -عملية إيجاد القطع المولد باستخدام خوارزمية الطريقة المطورة تكون بسيطة وهذا يسهل علينا الانتقال إلى جدول جديد وبالتالي يمكننا من الوصول إلى الحل العددي الأمثل للمسألة بعدد اقل أو يساوي عدد الجداول باستخدام الطرق الأخرى.

٨ -ليس هنالك شرط يحدد علامة القيود عند تطبيق طريقة الطريقة المطورة وهذا ما لمسناه في الأمثلة التي تم عرضها حيث تمكنا من إيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل الدوال المتعددة الأهداف بنفس عدد الجداول التي نجد فيها الحل غير العددي الأمثل لهذه المسائل أوأقل.

٣.٣- التوصيات

١-استخدم النموذج المطور لإيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل الدوال المتعددة الأهداف كحالة تطبيقية في اختيار البديل الأفضل لقالب عزل الأسلاك في شركة أور في محافظة ذي قار .

٢-استخدام النموذج المطور في إيجاد الحل العددي الأمثل لتطبيق برمجة الأهداف في نقل المنتجات النفطية .

المصادر

١ - المولى ،محمد عامر محمد جواد ،"تطبيق برمجة الأهداف في نقل المنتجات النفطية "، رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الإدارة الاقتصاد – جامعة بغداد، ص ص٢-١٦ (١٩٩٨).

٢ - العزاز، عبد الله سليمان،" تطبيق نموذج برمجة الأهداف الثنائية في اختيار المشروعات في دراسة ما قبل الجدوى " ، مجلة جامعة الملك عبد العزيز الاقتصاد والإدارة ،م ٩ ،ص ص ٥٧ -٧٩، ١٩٩٦

٣ - لايذ، واثق حياوي ،" دراسة اتخاذ القرار المتعدد الأهداف لاختيار البديل الأفضل لقالب سحب الاسلاك في شركة اور" رسالة ماجستير مقدمة إلى قسم هندسة الإنتاج والمعادن الجامعة التكنولوجية ،ص ص١-١٤ ،(٢٠٠٧).

٤- عودة، أيمان حسن، "أيجاد الحل العددي الأمثل لمسائل البرمجة التربيعية بطريقة مطورة"، رسالة ماجستير مقدمة الى قسم العلوم التطبيقية في الجامعة التكنولوجية، ص ص ١-٢٦، (2007).

٥- رحيمه ، رشيد بشير ،" حل مسائل البرمجة الهدفية الخطية باستخدام المصفوفات " ، مجلة علوم ذي قار ، العدد الاول ،المجلد الاول ، ص ص ٣٩-٥٢،(٢٠٠٧)

٦- Aris B., Ahmad M.H., Shiong K.B. , " Learning Goal Programming Using an Interactive Multimedia Courseware: Design Factors and Students' Preferences ", Department of Educational Multimedia Faculty of Education University Teknologi Malaysia, Malaysian Online Journal of Instructional Technology (MOJIT) Vol. 3, No.1, pp 85-95, April,(2006).

7- Bravo, M. and Gonzalez, I., "Applying stochastic goal programming: a case study on water use planning", European Journal of Operational Research, Vol. 196 No. 3, pp. 1123-1129,(2009).

8- Bhowmik S. , Goswami S. & Bhattacherjee P. , An LP- based Multi-Objective Distribution System Planning using Goal Attainment Method , Electoric Power Components & System , Vol. 29 , PP . 479- 490 , (2001).

9- Bhasker V. ,Gupta S. ,& Ray A. Multi-Objective 0ptimization of an Industrial Wiped Film Poly [ethylene terephthalate) , Computers & Chemical Engineering Vol. 25 , PP . 391-407 , (2001) .

10- Chian-S. Y. and Han-L. L."Method for solving quasi-concave and non-concave fuzzy multi-objective programming problems ",(2001)

csyu@scc1.scc.edu.tw

11- Chong T. , Base I. & Kubo A., Multi-Objective Optimum 0f Cylinder Gear Pairs for Reduction of Gear Size & Meshing Vibration , JS ME , Internation Journal Series C-Mechanical System Machine Element & Manfacturing , Vol. 44, PP. 291- 298, (2001) .

12- Davis K.R. ,Stam A. & Ronald G.A. , Resource Constrained Project Scheduling with Multi-Objective , Computer & Operation Research , Vol. 19 , PP . 667- 660 , (1992) .

13- Eschenbach E.A. , Magee T. , Zagona E. , Goranfio M. & Shane R . , " Multi-Objective Operation of Reservoir Systems Via Goal Programming",(2000) .

http//cadswes.colorado.edu/PDF/River Ware/Operational_Policy_Expression

14- Fang H. Ch., Jun T.Ch., Yuan L. Sh.," A fuzzy goal programming approach to multi-objective optimization problem with priorities, European Journal of Operational Research,(2007)

15-Glover F.," Infeasible/Feasible Search Trajectories and Directional Rounding in Integer Programming", University of Colorado, August (2006), fred.glover@colorado.edu

16- Hamdy A.T.," operations research an introduction " seventh ed. Canada ,by Maxwell publishing company ,(2004) .

17-Kelesoglu ô. & ülker M., Fuzzy Optimization of Geometrical Nonlinear Space Truss Design , Turkish j. Eng . Env . Sci ,Vol. 29 , PP . 321- 329 , (2005) .

," e-Procurement Using Goal

18- Kameshwaran S. and Narahari Y. Programming", eEnterprises Laboratory, Department of CSA

Indian Institute of Science, EC-Web 2003, LNCS 2738, pp. 6–15, 2003

http://lcm.csa.iisc.ernet.in

19- Kuchta D." Robust goal programming", Institute of Industrial Engineering Wroclaw University of Technology, Control and Cybernetics vol. 33 No. 3, (2004)

20- Kameshwaran S., Narahari Y., Rosa Ch. H., Kulkarni D. M.,Tew J. D. ," Multiattribute electronic procurement using goal programming " ,

European Journal of Operational Research vol. 179 ,pp.518–536, (2007)

www.sciencedirect.com

21- Lee S. M. , 23- Pinto J. M. , Grossman I. E . & Park S. A linear Goal ProgrammingModel with Inventory Mangement Industial & Engineering

Chemistry Research , Vol. 35 , PP . 1630 – 1641 , (1997) .
22- Li L. H.,"Technical Note An Efficient Method for Solving Linear Goal Programming Problems", Journal of Optimizations Theory and Applications",Vol. 90,No. 2,pp. 465-469,(1996)
23-Linderoth J. T. , Ralphs T. K. ," Noncommercial Software for Mixed-Integer Linear Programming", January, (2005).
24- Makelab M.K., Marko M.," Synchronous approach in interactive multiobjective optimization", European (Journal of Operational Research, 2006)
25-Mansoori H. , Kohansal M. R. and Ghousi M. F.
"Introducing a lexicographic goal programming for environmental conservation program in farm activities A case study in Iran"
China Agricultural Economic Review, Vol. 1 No. 4, pp. 478-484, (2009)
www.emeraldinsight.com/1756-137X.htm
26-Matthias K ., Maurice Q., Thomas R. Ch ," A parametric integer programming algorithm for bilevel mixed integer programs",(2009)

27- Simpson T.W. & Souza B.D , A Genatic Algorithm Based Method for Product Family Design 0ptimization , Eng . Opt . , Vol. 35 , PP. 1- 18 , (2003) .
28- Tan K. , Khor E. , Lee S. M. & Sathiknnan R. , An Evolutionary Algorithm for Multi-Objective Optimization (2003) .
http :// citeseer.ist.psu.edu/zitzler02evolutionary.html .

Finding the Optimal Integer Solution of Multi-Objective Functions problems by Modify surrogate cutting Plane Algorithm Method (MSCPA)

Rasheed Basheer Reheima- University of Thi Qar

Abstract

Multi-objective functions were important subjects in the filed of operations research since it used in the industrial, production and the planning and so on.

There are many methods for solving multi-objective functions problems that getting the optimal solution of the problem where the values of variables are fractional numbers not integer numbers, But when there are conditions in the problem that requires the result is optimal integer solution, that is the resulted variables values was numerical integer, At that time we must turn to a method that we get from it the integer solution of the problem. The aim of this paper is to finding the optimal integer solution of multi-objective functions with modify (MSCPA) method. , so that this paper finding the optimal integer solution of multi-objective functions by classical method which express by method of cutting plane for Gomory and studied in detail modify MSCPA method to finding the optimal integer solution of multi-objective functions, it is found that modify MSCPA method is better than classical method because it isn't depended to result initial solution by modify simplex method, also all solution tables are integer. Therefore this method makes the calculations easier. So that this method reduced the table's number to arrive the optimal integer solution . This paper also includes programs with Visual Basic language (Microsoft Visual basic 6.0) .