مقدرات الاختبار الاولي لدالة المعولية $R(t)$ للتوزيع الاسي وباستخدام عينات المراقبة من النوع الاول والثاني

زهير عبد الامير الحميري
نظم المعلومات والحاسبات -كلية المنصور الجامعة

جبار عبد مضحي
كلية التربية/ابن الهيثم – جامعة بغداد

الخلاصة

في هذا البحث اقترح مقدر الاختبار الاولي للدالة المعولية ($R(t)$) للتوزيع الاسي ذو المرحلة الواحدة وباستخدام عينات المراقبة من النوع الاول والثاني.

اشتقت معادلات المقدرات المقترحة ودرست عددياً واعطيت بعض النتائج والتوصيات المهمة.

١ –المقدمة

يعد التوزيع الاسي واحدا من التوزيعات المهمة في دراسة المشكلات التي يكون الزمن احد عواملها ، خصوصا في دراسة اختبارات الحياة وتقييمات المعولية حيث يقال للمتغير العشوائي T (الزمن) بانة يسلك وفق التوزيع الاسي اذا كانت الدالة التجميعية (CDF) للمتغير T هي:

$$F_\theta(t)=1-\exp(t/\theta) \qquad ,\ t>0, \qquad \theta>0, \qquad \ldots(1)$$

وبهذا تعد مشكلة تقدير معدل الحياة (المعلمةθ) من المشاكل المهمة والتي اهتم بها العديد من الباحثين ، كذلك مشكلة تقدير دالة المعولية $R(t)$ لايقل اهمية عن مشكلة تقدير معدل الحياة حيث ان:

$$R(t)=P(T>t)=1-F_\theta(t) = e^{-t/\theta} \qquad \ldots(2)$$

الباحث Thompson (٨) افترض توافر بعض المعلومات المسبقة حول المعلمة θ على شكل قيمة اولية (Initial Value) θ_0 ، مقترحا تقدير المعلمة θ بالصيغة الاتية :

$$\tilde{\theta}_T=\varphi(\hat{\theta})\,\hat{\theta}+\left(1-\varphi(\hat{\theta})\right)\theta_0 \quad , \qquad \ldots(3)$$

حيث أن $0\le\varphi(\hat{\theta})\le 1$ دالة وزن تمثل ثقة الباحث بـ θ_0 وان $\hat{\theta}$ أي مقدر جيد لـ θ .

أذا أختيرت $\varphi(\hat{\theta})$ بالشكل التالي :

$$\varphi(\hat{\theta})=\begin{cases}\psi(\hat{\theta}) & ,\quad \text{if } \hat{\theta}\in R ,\\ 1 & ,\quad \text{if } \hat{\theta}\notin R ,\end{cases} \qquad \ldots(4)$$

حيث ان R هو مجال حول θ_o يتم تكوينة وفق قواعد عدة ، فأن $\tilde{\theta}_T$ يأخذ الشكل التالي والمسمى بمقدر الاختبار الاولي :

$$\tilde{\theta}_{II} = \begin{cases} \Psi(\hat{\theta})\hat{\theta} + \left(1-\Psi(\hat{\theta})\right)\theta_o & , \text{ if } \hat{\theta} \in R, \\ \hat{\theta} & , \text{ if } \hat{\theta} \notin R, \end{cases} \qquad \ldots(5)$$

لقد درس المقدر $\hat{\theta}$ والمقدران (3) و (5) من قبل عدد كبير من الباحثين نورد منهم :
Gendenko (4), Bhattacharya and Srivastava (3), Pandy (6), Sinha (7) , Kambo , Handa and Al – Hemyari (1).

ان هدف هذا البحث هو اقتراح عدد من المقدرات لدالة المعولية $R(t)$ ذات الاختبار الاولي تعتمد على العينات المراقبة ومن النوعين الاول والثاني (Type I & Type II) .

٢- المقدر المقترح $\tilde{R}_1(t)$ باستخدام النوع الثاني من عينات المراقبة (Type II)

لتكن $x_1, x_2, \ldots, x_{r1}$ تمثل اوقات اول r_1 من وحدات الفشل وان $n = r_1$ من الوحدات تبقى حتى الوقت x_{r_1} . ان مقدر (MLE) هو:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{T_1}{r_1} \quad , \quad r_1 \neq 0 \quad , \quad T_1 = \sum^{r_1} x_1 + (n + r_1)x_{r_1} \quad , \qquad \ldots..(6)$$

حيث ان T_1 تمثل مجموع الوقت لبقاء n من الوحدات التي تعمل بشكل جيد قبل انتهاء مدة الاختبار وان $E(\hat{\theta}_1) = \theta \,, Var(\hat{\theta}_1/\theta) = \frac{\theta^2}{r_1}$ وان الاحصاءة $2r_1\,(\hat{\theta}_1/\theta)$ تتوزع توزيع مربع كاي بدرجة حرية $2r_1$ انظر (Sinha (7)) .

لقد اقترح الباحث Al-Hemyari (1) المقدر التالي لتقدير المعلمة θ :

$$\tilde{\theta}_1 = \begin{cases} \theta_o & , \quad \text{if } \hat{\theta}_1 \in R_1, \\ K\hat{\theta}_1 & , \quad \text{if } \hat{\theta}_1 \notin R_1, \end{cases} \qquad \ldots(7)$$

حيث بين ان المقدر $\tilde{\theta}_1$ اعلاة افضل من المقدر الكلاسيكي $\hat{\theta}_1$. وان مقدر MLE للدالة $R(t)$ هو :

$$\hat{R}(t) = e^{\frac{-t}{\hat{\theta}}} \qquad \ldots.(8)$$

ولغرض مقارنة مقدر MLE لدالة المعولية اعلاه (8) مع المقدرات التي سيتم دراستها لاحقاً ، اشتقت المعادلات الاتية للمقدر $\hat{R}(t)$:

$$E(\hat{R}(t)) = \frac{2}{(n-1)!}\left(\frac{nt}{\theta}\right)^{\frac{r}{2}} \ Kn\left(2\sqrt{\frac{2nt}{\theta}}\right), \qquad \ldots(9)$$

$$MSE\left(\hat{R}(t)\right) = \frac{2}{(n-1)!}\left(\frac{2nt}{\theta}\right)^{\frac{r}{2}} \ Kn\left(2\sqrt{\frac{2rt}{\theta}}\right) - \left[\frac{2}{(n-1)!}\left(\frac{nt}{\theta}\right)^{\frac{n}{2}} \ Kn\left(2\sqrt{\frac{nt}{\theta}}\right)\right]^2$$
$$+\left[\frac{2}{(n-1)!}\left(\frac{nt}{\theta}\right)^{\frac{n}{2}} \ Kn\left(2\sqrt{\frac{nt}{\theta}}\right) - e^{-t/\theta}\right]^2 . \qquad \ldots(10)$$

ان المقدر المقترح لدالة المعولية $R(t)$ سنرمز له $\tilde{R}_1(t)$ والذي سنحصل علية من تعويض $\tilde{\theta}_1$ في $\tilde{R}_1(t)$ بدلا من $\hat{\theta}$ وكما يلي:

$$\tilde{R}_1(t) = \begin{cases} e^{-t/\theta_\circ}, & \text{if } \hat{\theta}_1 \in R_1 , \\ e^{-t/\hat{\theta}_1} & \text{, if } \hat{\theta}_1 \in \overline{R}_1 , \end{cases} \qquad \ldots(11)$$

وان R هو مجال القبول (acceptance region) ذو الحجم α لاختبار الفرضية $H_\circ : \theta = \theta_\circ \ \text{vs} \ H_1 : \theta \neq \theta_\circ$ والتي يعطى (انظر (2)) كما يلي:

$$R_1 = \left[\theta_\circ \chi^2_{1-\alpha/2,2r_1} / 2r_1 , \theta_\circ \chi^2_{\alpha/2,2r_1} / 2r_1\right] \qquad \ldots(12)$$

حيث ان $\chi^2_{1-\alpha/2},2r_1$, $\chi^2_{\alpha/2},2r_1$ هما الحدان الاعلى والادنى على التوالي لتوزيع مربع كاي بدرجة حرية $2r_1$.

لغرض دراسة المقدر $\tilde{R}_1(t)$ سيتم اشتقاق معادلتي التحيز النسبي والكفاءة النسبية حيث ان معادلة التحيز هي:-

$$E\left(\tilde{R}_1(t) \mid \theta, R\right) = E\left(\tilde{R}_1(t) - R(t)\right)$$

$$= e^{-t/\theta}\begin{Bmatrix} e^{-t/\theta(1/\lambda - 1)}\left(x^2(2r_1,\overline{b}) - x^2(2r_1,\overline{a})\right) + e^{t/\theta} \ 2/(r_1-1)!\left(r_1/k\right)^{r_1 - 1/2}\left(t/\theta\right)^{r_1 - 1/2} \\ \cdot\left[\overline{K}_{r_1-1}\left(2\sqrt{r_1 t/k\theta}\right) - \overline{K}_{r_1-1}\left(2\sqrt{r_1 t/k\theta}\right) - 1\right] \end{Bmatrix} \qquad \ldots(13)$$

كما ان معادلة الكفاءة النسبية للمقدر المذكور اعلاه تعرف كما يلي:

$$EF\left(\tilde{R}_1(t)/\theta,R\right)=MSE\left(\hat{R}(t)/\theta\right)\Big/MSE\left(\tilde{R}_1(t)/\theta,R\right)$$

$$=e^{2t/\theta}\left\{e^{2t/\theta}\ 2\Big/(n-1)!\,(2n)^{n-1/2}\left(t/\theta\right)^{n-1/2}\left[K_{n-1}\left(2\sqrt{2nt/\theta}\right)-2e^{-t/\theta}\left(1/2\right)^{n-1/2}K_{n-1}\left(2\sqrt{nt/\theta}\right)\right]+1\right\}\Big/$$

$$e^{-2t/\theta}\left\{\left(e^{-2t/\theta(1/\lambda-1)}-2e^{-t/\theta(1/\lambda-1)}\right)\left(\chi^2(2r_1,\bar{b})-\chi^2(2r_1,\bar{a})\right)+2e^{2t}\theta\Big/(r_{1-1})!\left(2r_1/k\right)^{n-1/2}\left(1/\theta\right)^{n-1/2}\right\}$$

$$\times e^{\left(K_{n-1}\left(2\sqrt{2r_1t/k\theta}\right)-\bar{K}_{n-1}\left(2\sqrt{2r_1t/k\theta}\right)\right)-2e^{-t/\theta}\left(1/2\right)^{n-1/2}\left(K_{n-1}\left(2\sqrt{r_1t/k\theta}\right)-\bar{K}_{n-1}\left(2\sqrt{r_1t/k\theta}\right)\right)+1}$$

$$\ldots(15)$$

حيث ان:

$$\int_0^{\infty}x^{-r}e^{-(ax+\frac{b}{x})}dx=2\left(\frac{a}{b}\right)k_{r-1}\left(2\sqrt{ab}\right)$$

$$=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^r\,t^{n+2r}}{2^{n+1}\,r!\,(n+r)!}\qquad\ldots(16)$$

وان $K_r(\cdot)$ هي دالة بيزل Bessel function (انظر[9]) المعدلة من الرتبة r

كما ان $a=1,\quad \theta\ b=nt/\quad r=0,1,2,\ldots\ ,\quad ,\ n-r-1\ K_{-r}(\cdot)=K_r(\cdot)$

$$\int_a^b x^{-r_1-1}e^{-\left(\frac{r_1t+x}{\theta k}\right)}dx=2\left(\frac{r_1t}{\theta k}\right)^{\frac{r_1-1}{2}}\bar{K}_{r_1-1}\left(2\sqrt{\frac{r_1t}{\sigma_k}}\right)\qquad\ldots(17)$$

وان $\bar{K}_{r_1}(\cdot)$ هي دالة شبيهة بدالة بيزل اعلاه عدا حدود التكامل ستكون (a , b) وسيتم ايجاد قيم هذه الدالة عدديا كما ان

$$\int_{\bar{a}}^{\bar{b}}f_{2r_1}\left(\chi^2\right)d\chi^2=\int_0^{\bar{b}}f_{2r_1}\left(x^2\right)dx^2-\int_0^{\bar{a}}f_{2r_1}\left(x^2\right)dx^2\quad,$$

$$=\chi^2\left(2r_1,\bar{b}\right)-\chi^2\left(2r_1,\bar{a}\right)\quad,$$

$$\bar{a}=\lambda\left[\chi^2_{1-\alpha/2,2r_1}\right]\qquad,\qquad\bar{b}=\lambda\left[\chi^2_{\alpha/2,2r_1}\right]\qquad,$$

$$\ldots(18)$$

٣- مقدر دالة المعولية $\tilde{R}_2(t)$ باستخدام النوع الاول من عينات المراقبة (TYPE I) :

استكمالاً للبحث سوف تتم دراسة المقدر المقترح في المبحث السابق حيث سيعتمد على مقدر الاختبار الاولي للتوزيع الاسي باستخدام النوع الاول من العينات (TYPE I) او العينة (n,c,T) والتي لها عدد من الوحدات توضع تحت الاختبار واي وحدة تفشل تستبدل بوحدة جديدة مشابهة للوحدة القديمة وان T يمثل زمن العينة التي تستمر مشاهداتها تحت التجربة (أي تحت الفحص) لمدة من الوقت مقدارها T (ساعة) و n يمثل عدد الوحدات الكلي التي توضع تحت الاختبار .

ليكن $x_1, x_2, \ldots, x_{r2}$ يمثل ازمان الوحدات الفاشلة ذات العدد r_2 و r_2 متغير عشوائي متقطع (dr.v) .

ان مقدار دالة الامكان الاعظم لدالة المعولية يكون :

$$\hat{R}(t) = e^{-t/\hat{\theta}}$$

حيث ان $\hat{\theta}_2$ مقدر الـ (MLE) للمعلمة θ هو:-

$$\hat{\theta}_2 = \begin{cases} \dfrac{nt}{r_2} & , \text{ if } r_2 \geq 1, \\ nT & , \text{ if } r_2 = 0, \end{cases} \qquad \ldots(19)$$

وان $\hat{\theta}_2$ متغير عشوائي يتبع توزيع (Poisson) الاتي:

$$p(\hat{\theta}_2/\theta) = \begin{cases} e^{-nT/\theta} & \text{if } r_2 = 0 \\ \left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2} e^{-nT/\theta}/r_2! & \text{if } r_2 \geq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \ldots(20)$$

ان مقدر الاختبار الاولي للمعلمة θ كما درس في (2) لـه الصيغة التالية :

$$\tilde{\theta}_2 = \begin{cases} \theta_\circ & \text{if } \hat{\theta}_2 \in R_2 \\ k\hat{\theta}_2 & \text{if } \hat{\theta}_2 \in \overline{R}_2 \end{cases} \qquad \ldots(21)$$

حيث ان R_2 هو:

$$R_2 = \left[\sigma : (\sigma - \sigma_\circ)^2 \leq \text{MSE}\left(\hat{\sigma}/\sigma_\circ\right)\right]$$ وبالتبسيط نحصل:

$$R_2 = \left(\left[\theta_\circ\left(1 - \left[1 + e^{nT/\theta_\circ}\left[\left(\tfrac{nT}{\theta_\circ}\right)^2 - \tfrac{2nT}{\theta_\circ} + G_1\left(\tfrac{nT}{\theta_\circ}, \infty\right) - 2G_1\left(\tfrac{nT}{\theta_\circ}, \infty\right)\right]\right]^{\frac{1}{2}}\right)\right]\left[\theta_\circ\left(1 - \left[1 + e^{nT/\theta_\circ}\left[\tfrac{nT}{\theta_\circ} - \tfrac{2nT}{\theta_\circ} + G_2\left(\tfrac{nT}{\theta_\circ}, \infty\right) - 2G_1\left(\tfrac{nT}{\theta_\circ}, \infty\right)\right]\right]^{\frac{1}{2}}\right)\right]\right) \qquad \ldots(22)$$

$$C\left(\tfrac{nT}{\theta},\infty\right)=\sum_{r_2=1}^{m}\left(\tfrac{nT}{\theta}\right)^{r_2-1}/r_2(r_2!) \qquad j=0,1,2.$$

...(23) لاي عدد صحيح موجب m

وبهذا يكون مقدر الاختبار الاولي المقترح للدالة $R(t)$ بالاعتماد على المقدر (17) اعلاه كما يلي:-

$$\tilde{R}_2(t)=\begin{cases} e^{-t/\theta_0} & \text{if } \hat{\theta}_2\in R, r_2\geq 0 \\ e^{-tr_2/KnT} & \text{if } \hat{\theta}_2\in \overline{R}, r_2\geq 1 \\ 0 & \text{if } \hat{\theta}_2\in \overline{R}, r_2=0 \end{cases} \qquad \ldots(24)$$

ان معادلتي التحيز والكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_2(t)$ هما:

$$B\left(\tilde{R}_1(t)/\theta,R\right)=e^{-t/\theta_0}-e^{-t/\theta}+\sum_{r_2=1}^{\infty}\frac{1}{r_2!}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-\left(\frac{tr_2}{KnT}+\frac{nT}{\theta}\right)}-\sum_{r_2=1}^{\infty}\frac{1}{r_2!}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-nT/\theta}+e^{-\left(\frac{t}{KnT}+\frac{nT}{\theta}\right)}-e^{\left(\frac{t}{\theta}+\frac{nT}{\theta}\right)}$$

$$\ldots(25)$$

ولتحقيق السهولة في عملية الاشتقاق سيتم استخدام المقدر $\hat{\theta}_3$ انظر (2) بدلا من المقدر $\hat{\theta}_2$ وهو:-

$$\hat{\theta}_3=\frac{nT}{r_2+1} \qquad \text{if } r_2\geq 0 \qquad \ldots(26)$$

سيكون مقدر الاختبار الاولي للمعلمة θ في هذه الحالة كما يلي:-

$$\tilde{\theta}_3=\begin{cases} \theta_0 & ,\text{if } \hat{\theta}_3\in R_2 \\ K\hat{\theta}_3 & ,\text{if } \hat{\theta}_3\in \overline{R}_2 \end{cases} \qquad \ldots(27)$$

وان مقدر المعولية $R(t)$ والذي سيعتمد على المقدر في الفقرة (24) اعلاه هو:

$$\tilde{R}_3(t)=\begin{cases} e^{-t/\theta_0} & ,\text{if } \hat{\theta}_3\in R_2 \quad ,r_2\geq 0, \\ e^{-t(r_2+1)/KnT} & ,\text{if } \hat{\theta}_3\in \overline{R}_2 \quad ,r_2\geq 1 \end{cases} \qquad \ldots(28)$$

حيث ان R_2 كما ورد في العلاقة (18) .

ان معادلتي التحيز والكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ تكون كما يلي:-

$$B\left(\tilde{R}_3(t)/\theta,R\right)=e^{-t/\theta_0}-e^{-t/\theta}+\sum_{r_2=1}^{\infty}\frac{1}{r_2!}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-\left(\frac{t(r_2+1)}{KnT}+\frac{nT}{\theta}\right)}-\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r_2!}e^{-t/\theta}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-nT/\theta}$$

$$\ldots(29)$$

$$EF\left(\tilde{R}_3(t)/\theta,R\right)=\frac{\left\{\sum_{r_2=0}^{\infty}\frac{1}{r_2!}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-\left(\frac{2t(r_2+1)}{nT}+\frac{nT}{\theta}\right)}-2\sum_{r_2=0}^{\infty}e^{-t/\theta}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-\left(\frac{t(r_2+1)}{nT}+\frac{nT}{\theta}\right)}e^{-2t/\theta}\right\}}{\left\{e^{-2t/\theta_0}-2e^{-t/\theta}e^{-t/\theta_0}+e^{-2t/\theta}+\sum_{r_2=1}^{\infty}\frac{1}{r_2!}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-\left(\frac{2t(r_2+1)}{KnT}+\frac{nT}{\theta}\right)}-2\sum_{r_2=1}^{\infty}e^{-t/\theta}\frac{1}{r_2!}\frac{1}{r_2!}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-\left(\frac{2t}{\theta}+\frac{nT}{\theta}\right)}+\sum_{r_2=1}^{\infty}\frac{1}{r_2!}\left(\frac{nT}{\theta}\right)^{r_2}e^{-\left(\frac{2t}{\theta}+\frac{nT}{\theta}\right)}\right\}}$$

$\ldots(30)$

ملاحظة:- ان قيمة $0<K<1$ الواردة في جميع المقدرات تم تحديدها وفق الصيغة المقترحة التالية:-

$$K=1-\frac{\int_{\ell}^{u}\left(\hat{\theta}-\theta_{\circ}\right)^{2}f\left(\hat{\theta}/\theta_{\circ}\right)d\hat{\theta}}{\int_{0}^{\infty}\left(\hat{\theta}-\theta_{\circ}\right)^{2}f\left(\hat{\theta}/\theta_{\circ}\right)d\hat{\theta}}$$

$\ldots(31)$

٤- النتائج العددية : (Numerical Results)

لقد درست معادلات التحيز والكفاءة النسبية للمقدرات $I=1,2,3$ ومن خلال تناول الثوابت الاتية

بالنسبة للمقدر $\tilde{R}_1(t)$:-

$\alpha=0.01, 0.05, 0.1, 0.2$, $n=6,8,10,12$,

$1/\theta=(1/9)(1/9)(18/9)$, $K=0.1(0.1)1.0$,

$\lambda=0.1(0.1)0.9$

بالنسبة للمقدرين $\tilde{R}_3(t),\tilde{R}_2(t)$:-

$q=\left(nT/\theta\right)=1,5,2,2,5,3,3,5,4$, $K=0.1(0.1)1.0$,

$1/\theta=(39/9)(3/9)(72/9)$, $\lambda=0.1(0.1)1.3$,

ومن ملاحظة النتائج الخاصة بالكفاءة النسبية والتحيز للدوال $\tilde{R}_i(t)$ $i=1,2,3$, المبينة في الجداول الاثنا عشر المرفقة طياً :-

١. يتميز المقدر $\tilde{R}_1(t)$ بكفاءة نسبية اعلى من المقدرات الكلاسيكيةعندما $\lambda\cong 1$ ثم تتناقص تلك الكفاءة كلما ابتعدنا عن ذلك الجوار .

٢. ان الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_1(t)$ تكون دالة متناقصة لـ α اعطت اعلى كفاءة نسبية .

٣. ان اعلى قيمة للكفاءة النسبية كانت عندما $t/\theta=3/9$.

٤. ان قيم الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_1(t)$ على قيمة K المحسوبة نظريا وفق العلاقة (28) افضل من بعض القيم التجريبية ل K.

٥. ان قيم التحيز تكون دالة متزايدة بالنسبة لحجم العينة (n) وقد بينت تلك النتائج انها معقولة في جوار $\theta_{\circ}$

٦. اما بالنسبة للمقدر $\tilde{R}_2(t),\tilde{R}_3(t)$ فانهما يتميزان بكفاءة نسبية عالية جدا بالمقارنة مع المقدرات الكلاسيكية $\hat{R}_2(t),\hat{R}_3(t)$ وتكون الكفاءة اعلى مايمكن عندما $\lambda\cong 1$ ثم تتناقص كلما ابتعدنا عن ذلك الجوار .

٧. ان اعلى قيم لكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_2(t)$ نحصل عليها عندما $t/\theta=69/9$ وتقل الكفاءة النسبية كلما كانت t/θ اكبر او اصغر من $69/9$ خارج الجوار $0.1\le K\le 0.5$.

٨. ان اعلى قيم الكفاءة النسبية بالنسبة للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ نحصل عليها عنــدما $\frac{t}{\theta} = \frac{72}{9}$ وتقــل الكفــاءة النسبية كلما كانت $\frac{t}{\theta}$ اكبر او اصغر من $\frac{72}{9}$ خارج الجوار $0.1 \le K \le 0.3$.

٩. ان قيمة الكفاءة النسبية تكون دالة مقعرة بالنسبة الى q وان اعلى قيمة للكفاءة تكون عندما q=3.5 .

١٠. ان التحيز دالة متزايدة بالنسبة الى q وعندما $\lambda \cong 1$ وتبين النتائج انها معقولة في جوار $\theta_\circ$.

المصادر

(1) Al-Hemyari , Z.A. and Al-Jebori , A.N. , (1995) Pretest Estimator of the variance of normal distibution Proc. 7th Conf. ISA-P-I.

(2) Al-Hemyari , Z.A. (1999). Pretest procedure for life testing and reliability evaluation J. college of Education , Must. University , No. 2 , P:55.

(3) Bhattacharya S. K. & Srivastara , V.K. (1974). A preliminary test procedure in life testing. J. Amar.Statist. Assoc. 69, 726-729.

(4) Gendenko , B.V, Belyayev , Ku, K. And Solovyev , A. D. (1969). Mathematical Methods of Reliability Theory. Academic press.

(5) Kambo , N.S. Handa B.R. and AL-Hemyari Z.A. (1990). On Shrunken Estimators for Exponential scale parameter. J. of Statistical Planning and Inference. 24 , p. 78

(6) Pandey, B.N. (1979). On Shrinkage Estimation of normal population variance. Commun. Statist. Theor. Math , A8(4) , pp . 539-365 .

(7) Sinha , S.K. (1986) . Reliability and life testing . Wiley Eastern limited .

(8) Thompson, J.R. (1986). some shrinkage techniques for Estimating the mean J. Amer . Statist . Assoc ., 63,pp.-953-963.

(9) Watson, G.N. (1952), "Atreatise on the Theory of Bessel Functions", Cambridge University Press .

Abstract

In this paper we shall propose some preliminary test estimators for reliability function of exponential distribution when censored samples data are available. In the present paper we shall study the expressions for the bias, mean squared error and efficiency of preliminary test estimators with two types of censored data. Finally numerical results and comparisons for the estimators developed in this paper have been reported.

λ / n	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
6	0.293	0.279	0.325	0.354	0.434	0.508	0.565	0.567	0.559
8	0.942	0.949	0.970	1.051	1.230	1.489	1.710	1.742	1.604
10	0.997	0.998	1.008	1.070	1.241	1.546	1.884	1.996	1.814
12	0.999	1.000	1.005	1.048	1.196	1.510	1.948	2.184	1.986

جدول رقم (1) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_1(t)$ عندما $\alpha=0.05,\ k=0.15,\ t/\sigma=3/9,\ \lambda=0.1(0.1)0.9$

λ / n	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
6	0.291	0.314	0.317	0.354	0.402	0.472	0.536	0.569	0.559
8	0.942	0.948	0.951	1.016	1.145	1.356	1.596	1.740	1.703
10	0.997	0.997	1.004	1.043	1.161	1.392	1.712	1.959	1.941
12	0.999	0.999	1.002	1.029	1.126	1.351	1.720	2.086	2.128

جدول رقم (2) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_1(t)$ عندما $\alpha=0.1,\ k=0.15,\ t/\sigma=3/9,\ \lambda=0.1(0.1)0.9$

λ / n	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
6	0.288	0.312	0.309	0.339	0.375	0.425	0.485	0.534	0.552
8	0.940	0.947	0.955	0.988	1.071	1.220	1.422	1.611	1.687
10	0.997	0.997	1.000	1.022	1.095	1.250	1.494	1.765	1.903
12	0.999	0.999	1.001	1.015	1.073	1.278	1.481	1.824	2.046

جدول رقم (3) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_1(t)$ عندما $\alpha=0.2,\ k=0.15,\ t/\sigma=3/9,\ \lambda=0.1(0.1)0.9$

جدول رقم (4) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_2(t)$ عندما $k=0.1,\ t/\sigma=39/9,\ \lambda=0.1(0.1)1.3$

$q \backslash \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
1.5	3.899	3.899	3.899	3.907	3.964	4.264	4.763	6.039	8.441	10.540	7.545	3.622	1.748
2	13.664	13.664	13.665	13.687	13.865	14.540	16.273	19.895	26.056	30.538	23.855	12.798	6.546
2.5	9.449	9.449	9.449	9.454	9.500	9.666	10.051	10.701	11.490	11.931	11.243	9.216	6.719
3	2.763	2.763	2.763	2.763	2.766	2.777	2.800	2.837	2.876	2.896	2.864	2.748	2.535
3.5	0.760	0.760	0.760	0.760	0.760	0.761	0.762	0.765	0.767	0.768	0.766	0.759	0.743

جدول رقم (5) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_2(t)$ عندما $k=0.2,\ t/\sigma=39/9,\ \lambda=0.1(0.1)1.3$

$q \backslash \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
1.5	3.899	3.899	3.899	3.907	3.964	4.284	4.763	6.039	8.461	10.541	7.545	3.622	1.748
2	13.674	13.674	13.674	13.697	13.875	14.551	16.286	19.915	26.090	30.585	23.879	12.907	6.546
2.5	9.463	9.463	9.463	9.469	9.515	9.682	10.067	10.720	11.512	11.955	11.263	9.230	6.726
3	2.766	2.766	2.766	2.766	2.769	2.780	2.803	2.839	2.879	2.899	2.867	2.750	2.537
3.5	0.760	0.760	0.765	0.760	0.760	0.761	0.763	0.765	0.768	0.769	0.767	0.759	0.743

جدول رقم (6) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_2(t)$ عندما $k=0.3,\ t/\sigma=39/9,\ \lambda=0.1(0.1)1.3$

$q \backslash \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
1.5	3.913	3.913	3.913	3.920	3.978	4.200	4.784	6.072	8.565	10.641	7.596	3.634	1.751
2	14.007	14.007	14.008	14.031	14.219	14.929	16.761	20.630	27.331	30.640	24.914	13.099	6.624
2.5	9.690	9.690	9.690	9.596	9.744	9.919	10.324	11.011	11.845	12.317	11.585	9.445	6.840
3	2.795	2.795	2.795	2.795	2.798	2.795	2.822	2.860	[illegible]	[illegible]	2.888	2.769	2.554
3.5	0.761	0.761	0.761	0.761	0.761	0.762	0.763	0.765	0.768	0.770	0.768	0.760	0.744

جدول رقم (7) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ عندما $k=0.1,\ t/\sigma=54/9,\ \lambda=0.1(0.1)1.3$

ϑ \ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
2	0.495	0.495	0.495	0.495	0.496	0.506	0.552	0.686	1.070	1.673	0.742	0.208	0.075
2.5	1.243	[illegible]	1.243	1.243	[illegible]	1.276	1.367	1.726	2.705	[illegible]	1.870	0.522	0.187
3	3.449	3.449	3.449	3.449	3.458	3.515	2.733	4.345	5.703	7.193	4.570	1.715	0.673
3.5	3.875	3.875	3.875	3.875	3.880	3.909	5.015	4.278	4.733	5.083	4.367	2.647	1.340
4	2.594	2.594	2.594	2.594	2.595	2.602	2.629	2.699	2.784	2.849	2.709	2.208	1.514

جدول رقم (8) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ عندما $k=0.2,\ t/\sigma=54/9,\ \lambda=0.1(0.1)1.3$

ϑ \ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
2	0.495	0.495	0.495	0.495	0.496	0.503	0.553	0.686	1.070	1.573	0.742	0.208	0.075
2.5	1.243	1.243	1.243	1.243	1.248	1.276	1.356	1.726	2.705	4.257	1.871	0.522	0.187
3	3.452	3.452	3.452	3.452	3.460	3.519	3.736	4.344	5.710	7.184	4.575	1.726	0.673
3.5	3.874	3.874	3.874	3.874	3.878	3.908	4.014	4.277	4.732	5.081	4.365	2.646	1.340
4	2.594	2.594	2.584	2.584	2.585	2.593	2.619	2.679	2.773	2.838	2.698	2.201	1.511

جدول رقم (9) يبين الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ عندما $k=0.3,\ t/\sigma=54/9,\ \lambda=0.1(0.1)1.3$

ϑ \ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
2	0.496	0.496	0.496	0.496	0.499	0.509	0.534	0.659	1.077	1.692	0.746	0.208	0.075
2.5	1.246	1.245	1.246	1.245	1.251	1.279	1.391	1.734	2.729	4.294	1.576	0.522	0.187
3	3.107	3.107	3.107	3.107	3.114	3.151	3.336	3.612	4.825	5.824	3.389	1.636	0.659
3.5	2.765	2.765	2.765	2.765	2.767	2.782	2.855	2.864	3.175	3.325	3.066	2.077	1.177
4	1.569	1.569	1.569	1.569	1.570	1.572	1.652	1.594	1.637	1.659	1.610	1.419	1.056

n \ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
6	-0.717	-0.713	-0.680	-0.606	-0.525	-0.476	-0.467	-0.483	-0.501	-0.503
8	-0.717	-0.715	-0.694	-0.625	-0.527	-0.455	-0.439	-0.468	-0.514	-0.550
10	-0.717	-0.717	-0.704	-0.645	-0.538	-0.441	-0.406	-0.437	-0.501	-0.562
12	-0.717	-0.717	-0.710	-0.663	-0.555	-0.436	-0.377	-0.402	-0.476	-0.557

جدول رقم (15) يبين التحيز للمقدر $\tilde{R}_1(t)$ عندما α=0.01, k=0.1, t/σ = 3/9, λ =0.1(0.1)1.0

جدول رقم (11) يبين التحيز للمقدر $\tilde{R}_2(t)$ عندما k=0.4, t/σ =69/9, λ=0.1(0.1)1.3

σ \ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
1.5	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0008	-0.0007	-0.0005	0.0000	0.0007	0.0018
2	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0008	-0.0007	-0.0004	0.0000	0.0003	0.0019
2.5	-0.0008	-0.0008	-0.0008	-0.0009	-0.0008	-0.0008	-0.0008	-0.0007	-0.0005	-0.0003	0.0001	0.0009	0.0019
3	-0.0006	-0.0006	-0.0005	-0.0004	-0.0006	-0.0006	-0.0006	-0.0005	-0.0004	-0.0001	0.0003	0.0011	0.0021
3.5	-0.0004	-0.0004	-0.0004	-0.0004	-0.0004	-0.0004	-0.0003	-0.0003	-0.0002	0.0001	0.0005	0.0013	0.0024

جدول رقم (12) يبين التحيز للمقدر $\tilde{R}_2(t)$ عندما k=0.3, t/σ =63/9, λ=0.1(0.1)1.3

σ \ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
2	-0.0018	-0.0018	-0.0018	-0.0016	[illegible]	-0.0014	-0.0013	-0.0012	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.0021	0.0039
2.5	-0.0019	-0.0018	-0.0018	-0.0016	-0.0018	-0.0016	[illegible]	-0.0017	-0.0013	[illegible]	-0.0001	[illegible]	[illegible]
3	-0.0019	-0.0018	-0.0018	-0.0018	[illegible]	-0.0018	-0.0015	-0.0015	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.0025
3.5	-0.0018	-0.0019	-0.0018	[illegible]	-0.0018	[illegible]	[illegible]	-0.0016	-0.0014	-0.0007	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	-0.0018	-0.0018	-0.0014	-0.0015	-0.0025	-0.0024	[illegible]	[illegible]	-0.0021	[illegible]	[illegible]	0.0012	0.0039