بناء أنموذج أمثل لموازنة خط إنتاجي بأسلوب البرمجة الخطية العددية الصحيحة

د.صباح رسول داخل عصام خليل عبد الغني
جامعة ذي قار / كلية الهندسة

المستخلص

يعد هذا البحث الأول من نوعه وطنياً في تطبيق أسلوب البرمجة الخطية العددية الصحيحة لغرض حل مشكلة عدم التوازن في الخطوط الإنتاجية وذلك بإيجاد أفضل توزيع لعناصر محتوى العمل الكلي على محطات العمل المختلفة وفقاً لعلاقات الأسبقية بين العناصر (الأنشطة) .

لقد تم في هذا البحث بناء أنموذج برمجة خطية عددية صحيحة ومن ثم حله بطريقة التفرع والتقيد لغرض تحقيق موازنة مثلى أدتَّ إلى تقليل الزمن الضائع وزيادة كفاءة الخط الإنتاجي .

١ . المقدمة

يستخدم أسلوب برمجة الإعداد الصحيحة [٣] ، [٤] (Integer Programming) لحل المشكلات التي يجب أن تكون فيها القيم المثلى لمتغيرات القرار أعداداً صحيحة (Integer) . وهنالك طرائق عدة لحل الأنموذج العددي الصحيح من بينها طريقة قطع المستوى (Cutting Plane Method) وطريقة التفرع والتقيد Branch and Bound Method.

إن الهدف من موازنة خط الإنتاج (Production line Balance) هو القضاء على ظاهرتي الاختناق (Bottleneck) والزمن الضائع (Idle Time) للحصول على الإنتاج المطلوب [٢] . ورغم وجود طرائق عدة للموازنة ، تبقى الموازنة الكلية (Total Balance) أمراً صعباً من الناحية العملية . لذا لابد من البحث المستمر عن طريقة أكثر فاعلية للوصول إلى موازنة مثلى . ولأن أساليب بحوث العمليات (Operational Research Techniques) قد أثبتت فاعليتها في حل مشكلات المؤسسات الإنتاجية ، لذا يشكل هذا البحث إضافة فرعية في مجال تطبيق أسلوب برمجة الأعداد الصحيحة لموازنة خط إنتاجي.

٢ . هدف البحث

يهدف هذا البحث إلى بناء وتطبيق أنموذج برمجة خطية عددية صحيحة لموازنة خط إنتاجي لغرض تحقيق الاستخدام الأمثل لموارد الخط من خلال التوزيع الأمثل للأنشطة (Tasks) على محطات العمل (work stations) لتقليل الزمن الضائع في مراحل العملية الإنتاجية .

٣ . خط إنتاج محركات الجهد العالي

يمكن تقسيم الأنشطة التي تنجز في خط أنتاج محركات الجهد العالي إلى أعمال ميكانيكية وأخرى يدوية إبتداءاً من استلام المحرك المتضرر وأجراء عملية الفحص وتحديد العطل مروراً بإنتاج الملفات بمواصفات مطابقة للملفات المتضررة وإجراء عمليات الخلع واللحام والطلاء وإعادة تجميع المحرك للعمل بشكل طبيعي .

يتضمن الجدول (١) وصفاً للأنشطة وأزمنتها وعلاقات الأسبقية بينها . إن طاقة خط إنتاج محركات الجهد العالي (Q = 12 motor) لسنة عمل واحدة (L = 346 days) ، أي بزمن دورة ($C_t = L/Q$ = 28.8 days) ، وبذلك فأن العدد النظري الأدنى من محطات العمل (N_t) سيكون :

$$N_t = \sum t_i / C_t = 128 / 28.8 = 4.44 \cong 5 \text{ Stations}$$

الجدول (١) وصف أنشطة خط إنتاج محركات الجهد العالي

ت	رمز النشاط Task symbol	وصف النشاط Task Description	نوع العمل HA=يدوي ME=ميكانيكي	زمن النشاط (يوم) Task Duration t_i	الأنشطة السابقة مباشرة direct preceding Tasks
١	AB	عمليات التفكيك الكلي	HA	١٤	–
٢	CD	إجراء القياسات للجزء الثابت والدوار	ME	١٠	AB
٣	EF	تهيئة الأجزاء الميكانيكية الخارجية	HA	٢٨	CD
٤	GH	معالجة الملفات القديمة	HA	٣	_
٥	IJ	إنتاج الملفات	ME	٥	GH
٦	KL	تهيئة وفحص القلب الحديدي	ME	١٣	IJ
٧	MN	تهيئة مواد التغطيس بالوارنيش ومعداته	ME	٦	IJ
٨	OP	إجراء عمليات اللف والعزل والربط الكهربائي	ME	١٤	IJ
٩	QR	إجراء عمليات تجميع الملفات وتغطيسها بالوارنيش	ME	١٤	EF,KL,MN, OP
١٠	ST	عمليات التشكيل ولف نهايات الأقطاب للملفات	ME	٧	QR
١١	UV	تجميع الملفات داخل القلب الحديدي	ME	٣	ST
١٢	WX	عمليات اللحام وعمل نهايات الأقطاب	HA	٤	UV
١٣	YZ	تجميع المحرك والتشغيل بدون حمل	HA	٧	WX
13 = N				$T = \sum_{i=1}^{13} t_i = 128$ days	

٤ . بناء وتطبيق أنموذج الموازنة بأسلوب البرمجة الخطية العددية الصحيحة

تم بناء وتطبيق أنموذج برمجة خطية عددية صحيحة لغرض موازنة خط إنتاج محركات الجهد العالي بطريقة مثلى أدت إلى تقليل الزمن الضائع (Idle Time) وزيادة كفاءة الخط الإنتاجي .

٥ . افتراضات الأنموذج Model Assumptions

١ . مجموع أزمنة الأنشطة (Task's Durations) المخصصة إلى محطة مساوٍ أو اقل من زمن الدورة (Cycle Time) .

٢ . كل نشاط يخصص إلى محطة واحدة فقط .

٣ . يجب مراعاة قواعد الأسبقية (Precedence Rules) .

٦ . الرموز والمصطلحات

t_i = الزمن الذي يستغرقه النشاط i .

L = زمن الطلبية .

Q = عدد الوحدات (unit) المطلوب تجميعها أو إنتاجها خلال الزمن L .

C_t = زمن الدورة (Cycle Time) .

N = عدد الأنشطة (Number of Tasks) .

N_t = العدد النظري الأدنى من محطات العمل (Theoretical Minimum Number of work Stations)

K = العدد العملي الأقصى من محطات العمل .

T = محتوى العمل الكلي ويمثل مجموع الأزمنة اللازمة لإنجاز جميع الأنشطة .

i = تسلسل النشاط $i = 1,2, , \dots , N$

j = رقم المحطة $j = 1,2,3 , \dots , K$

X_{ij} = ١ إذا خصص النشاط i إلى المحطة j .

= ٠ إذا لم يخصص النشاط i إلى المحطة j .

W = وزن المحطة $W=1,2,3,\dots, K$

٧ . دالة الهدف Objective Function

إن الهدف هو تحديد عدد المحطات التي تناسب الخطة وتؤدي إلى تجميع الأنشطة في محطات عمل متوازنة حيث يخصص وزن (W) للنشاط (i) إذا أنجز في المحطة (١) أصغر من الوزن إذا أنجز في المحطة (٢) وهكذا بالنسبة لباقي المحطات . وبتقليل هذه الأوزان والتي تمثل كلفاً ، تخصص الأنشطة الى محطات العمل حسب علاقات الأسبقية كلما أمكن ذلك . لذا تكون دالة الهدف كما في العلاقة (١) .

دالة الهدف Objective Function :

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{j=1}^{K} W_j \sum_{i=1}^{N} X_{ij} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

وبتطبيق (١) على خط إنتاج محركات الجهد العالي ذي (٥) محطات نحصل على دالة الهدف الموضحة في العلاقة (٢) :

$$\text{Minimize} \quad Z = 1 (X_{1,1} + X_{2,1} + X_{3,1} + X_{4,1} + X_{5,1} + X_{6,1} + X_{7,1} + +X_{8,1} + X_{9,1} + X_{10,1} + X_{11,1} + X_{12,1} + X_{13,1}) + 2 (X_{1,2} + X_{2,2} + +X_{3,2} + X_{4,2} + X_{5,2} + X_{6,2} + X_{7,2} + X_{8,2} + X_{9,2} + X_{10,2} + X_{11,2} + +X_{12,2} + X_{13,2}) + 3 (X_{1,3} + X_{2,3} + X_{3,3} + X_{4,3} + X_{5,3} + X_{6,3} + +X_{7,3} + X_{8,3} + X_{9,3} + X_{10,3} + X_{11,3} + X_{12,3} + X_{13,3}) + 4 (X_{1,4} + +X_{2,4} + +X_{3,4} + X_{4,4} + X_{5,4} + X_{6,4} + X_{7,4} + X_{8,4} + X_{9,4} + X_{10,4} + +X_{11,4} + +X_{12,4} + X_{13,4}) + 5 (X_{1,5} + X_{2,5} + X_{3,5} + X_{4,5} + X_{5,5} + +X_{6,5} + X_{7,5} + X_{8,5} + X_{9,5} + X_{10,5} + X_{11,5} + X_{12,5} + X_{13,5}) \dots\dots (2)$$

٨ . القيود constraints

تخضع دالة الهدف للقيود الآتية :

١ . مجموعة القيود التي تؤكد على أن مجموع أزمنة الأنشطة المخصصة إلى كل محطة عمل يكون مساوياً لزمن الدورة (C_t) أو أقل منه وفق العلاقة (٣)

$$\sum_{i=1}^{N} t_i \; Xij \leq C_t \quad , \qquad \forall\, i \geq j \,,\; j = 1,2, \dots , K \quad \dots\dots\dots (3)$$

بتطبيق العلاقة (٣) على خط إنتاج محركات الجهد العالي نحصل على القيود الموضحة في العلاقات (٤) - (٨) :

$$14X_{1,1} + 10X_{2,1} + 28X_{3,1} + 3X_{4,1} + 5X_{5,1} + 13X_{6,1} + 6X_{7,1} + 14X_{8,1} + + 14X_{9,1} + 7X_{10,1} + 3X_{11,1} + 4X_{12,1} + 7X_{13,1} \leq 28.8 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$10X_{2,2} + 28X_{3,2} + 3X_{4,2} + 5X_{5,2} + 13X_{6,2} + 6X_{7,2} + 14X_{8,2} + 14X_{9,2} + + 7X_{10,2} + 3X_{11,2} + 4X_{12,2} + 7X_{13,2} \leq 28.8 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$28X_{3,3} + 3X_{4,3} + 5X_{5,3} + 13X_{6,3} + 6X_{7,3} + 14X_{8,3} + 14X_{9,3} + 7X_{10,3} + +3X_{11,3} + 4X_{12,3} + 7X_{13,3} \leq 28.8 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$3X_{4,4} + 5X_{5,4} + 13X_{6,4} + 6X_{7,4} + 14X_{8,4} + 14X_{9,4} + 7X_{10,4} + 3X_{11,4} + + 4X_{12,4} + 7X_{13,4} \leq 28.8$ ..... (7)

$5X_{5,5} + 13X_{6,5} + 6X_{7,5} + 14X_{8,5} + 14X_{9,5} + 7X_{10,5} + 3X_{11,5} + 4X_{12,5} + + 7X_{13,5} \leq 28.8$ ..... (8)

٢ . مجموعة القيود التي تؤكد على أن كل نشاط i يجب أن يخصص إلى محطة عمل واحدة فقط وفق العلاقة (9) :

$$\sum_{i=1}^{N} X_{ij} = 1 , \quad \forall i \geq j , \ j = 1,2, \dots , K$$ ..... (9)

بتطبيق العلاقة (٩) على خط إنتاج محركات الجهد العالي نحصل على القيود الموضحة في العلاقات (١٠) - (٢٢) :

$X_{1,1} = 1$ ..... (10)

$X_{2,1} + X_{2,2} = 1$ ..... (11)

$X_{3,1} + X_{3,2} + X_{3,3} = 1$ ..... (12)

$X_{4,1} + X_{4,2} + X_{4,3} + X_{4,4} = 1$ ..... (13)

$X_{5,1} + X_{5,2} + X_{5,3} + X_{5,4} + X_{5,5} = 1$ ..... (14)

$X_{6,1} + X_{6,2} + X_{6,3} + X_{6,4} + X_{6,5} = 1$ ..... (15)

$X_{7,1} + X_{7,2} + X_{7,3} + X_{7,4} + X_{7,5} = 1$ ..... (16)

$X_{8,1} + X_{8,2} + X_{8,3} + X_{8,4} + X_{8,5} = 1$ ..... (17)

$X_{9,1} + X_{9,2} + X_{9,3} + X_{9,4} + X_{9,5} = 1$ ..... (18)

$X_{10,1} + X_{10,2} + X_{10,3} + X_{10,4} + X_{10,5} = 1$ ..... (19)

$X_{11,1} + X_{11,2} + X_{11,3} + X_{11,4} + X_{11,5} = 1$ ..... (20)

$X_{12,1} + X_{12,2} + X_{12,3} + X_{12,4} + X_{12,5} = 1$ ..... (21)

$X_{13,1} + X_{13,2} + X_{13,3} + X_{13,4} + X_{13,5} = 1$ ..... (22)

٣ . مجموعة القيود التي تحدد قواعد الأسبقية وفق العلاقة (٢٣) :

$$\sum_{i=1}^{N} X_{(i+1)} \leq \sum_{i=1}^{N} X_{ij} , \ j = 1,2, \dots , K$$ ..... (23)

بتطبيق العلاقة (٢٣) على خط إنتاج محركات الجهد العالي نحصل على القيود الموضحة في العلاقات (٢٤) – (٣٧) :

$X_{2,1} + X_{2,2} - X_{1,1} \leq 0$ ..... (24)

$X_{3,1} + X_{3,2} + X_{3,3} - X_{2,1} - X_{2,2} \leq 0$ ..... (25)

$X_{5,1} + X_{5,2} + X_{5,3} + X_{5,4} + X_{5,5} - X_{4,1} - X_{4,2} - X_{4,3} - X_{4,4} \leq 0$ ..... (26)

$X_{6,1} + X_{6,2} + X_{6,3} + X_{6,4} + X_{6,5} - X_{5,1} - X_{5,2} - X_{5,3} - X_{5,4} - X_{5,5} \leq 0$ ..... (27)

$X_{7,1} + X_{7,2} + X_{7,3} + X_{7,4} + X_{7,5} - X_{5,1} - X_{5,2} - X_{5,3} - X_{5,4} - X_{5,5} \leq 0$ ..... (28)

$X_{8,1} + X_{8,2} + X_{8,3} + X_{8,4} + X_{8,5} - X_{5,1} - X_{5,2} - X_{5,3} - X_{5,4} - X_{5,5} \leq 0$ ..... (29)

$X_{9,1} + X_{9,2} + X_{9,3} + X_{9,4} + X_{9,5} - X_{3,1} - X_{3,2} - X_{3,3} - X_{3,4} - X_{3,5} \leq 0$ ..... (30)

$X_{9,1} + X_{9,2} + X_{9,3} + X_{9,4} + X_{9,5} - X_{6,1} - X_{6,2} - X_{6,3} - X_{6,4} - X_{6,5} \leq 0$ ..... (31)

$X_{9,1} + X_{9,2} + X_{9,3} + X_{9,4} + X_{9,5} - X_{7,1} - X_{7,2} - X_{7,3} - X_{7,4} - X_{7,5} \leq 0$ ..... (32)

$X_{9,1} + X_{9,2} + X_{9,3} + X_{9,4} + X_{9,5} - X_{8,1} - X_{8,2} - X_{8,3} - X_{8,4} - X_{8,5} \leq 0$ ..... (33)

$X_{10,1} + X_{10,2} + X_{10,3} + X_{10,4} + X_{10,5} - X_{9,1} - X_{9,2} - X_{9,3} - X_{9,4} - X_{9,5} \leq 0$ ..... (34)

$X_{11,1} + X_{11,2} + X_{11,3} + X_{11,4} + X_{11,5} - X_{10,1} - X_{10,2} - X_{10,3} - X_{10,4} - X_{10,5} \leq 0$ ..... (35)

$X_{12,1} + X_{12,2} + X_{12,3} + X_{12,4} + X_{12,5} - X_{11,1} - X_{11,2} - X_{11,3} - X_{11,4} - X_{11,5} \leq 0$ ..... (36)

$X13,1 + X13,2 + X13,3 + X13,4 + X13,5 - X12,1 - X12,2 - X12,3 - X12,4 - X12,5 \leq 0$ ... (37)

$X_{ij} > 0$ and Integer ..... (38)

٩ . <u>حل الأنموذج بطريقة التفرع والتقيد</u>

Model solution by the Branch and Bound Method

تم حل أنموذج البرمجة الخطية العددية الصحيحة بطريقة التفرع والتقيد [٣] ، [٤] ، وقد استخدم البرنامج Win QSP (98) للحصول على الحل الأمثل الموضح في الجدول (٢) .

الجدول (٢) . الحل الأمثل لمشكلة الموازنة بطريقة التفرع والتقيد

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	27.0000	<=	28.8000	1.8000	0
2	C2	28.0000	<=	28.8000	0.8000	0
3	C3	24.0000	<=	28.8000	4.8000	0
4	C4	28.0000	<=	28.8000	0.8000	0
5	C5	21.0000	<=	28.8000	7.8000	0
6	C6	1.0000	=	1.0000	0	1.0000
7	C7	1.0000	=	1.0000	0	1.0000
8	C8	1.0000	=	1.0000	0	2.0000
9	C9	1.0000	=	1.0000	0	3.0000
10	C10	1.0000	=	1.0000	0	3.0000
11	C11	1.0000	=	1.0000	0	3.0000
12	C12	1.0000	=	1.0000	0	4.0000
13	C13	1.0000	=	1.0000	0	4.0000
14	C14	1.0000	=	1.0000	0	3.0000
15	C15	1.0000	=	1.0000	0	5.0000
16	C16	1.0000	=	1.0000	0	5.0000
17	C17	1.0000	=	1.0000	0	5.0000
18	C18	1.0000	=	1.0000	0	5.0000
19	C19	0	<=	1.0000	1.0000	0
20	C20	0	<=	1.0000	1.0000	0
21	C21	0	<=	1.0000	1.0000	0
22	C22	0	<=	1.0000	1.0000	0
23	C23	0	<=	1.0000	1.0000	0
24	C24	0	<=	1.0000	1.0000	0
25	C25	0	<=	1.0000	1.0000	0
26	C26	0	<=	1.0000	1.0000	0
27	C27	0	<=	1.0000	1.0000	0
28	C28	0	<=	1.0000	1.0000	0
29	C29	0	<=	1.0000	1.0000	0
30	C30	0	<=	1.0000	1.0000	0
31	C31	0	<=	1.0000	1.0000	0
32	C32	0	<=	1.0000	1.0000	0

١٠ . تخصيص الانشطه إلى المحطات

تمت عملية تخصيص الأنشطة وعددها (١٣) إلى محطات العمل وعددها (٥) باستخدام الحل الأمثل الموضح في الجدول (٢) . وتتضمن الجداول (٣) ، (٤) ، (٥) ، (٦) ، (٧) تفاصيل التخصيص لكل محطة عمل مع الزمن الضائع فيها :

الجدول (٣) . حمل المحطة – ١ –

النشاط	زمن النشاط (يوم)	الزمن التراكمي (يوم)	الزمن الضائع (يوم)
AB	١٤	١٤	١
CD	١٠	٢٤	
GH	٣	٢٧	

الجدول (٤) . حمل المحطة – ٢ –

النشاط	زمن النشاط (يوم)	الزمن التراكمي (يوم)	الزمن الضائع (يوم)
EF	28	28	0

الجدول (٥) . حمل المحطة – ٣ –

النشاط	زمن النشاط (يوم)	الزمن التراكمي (يوم)	الزمن الضائع (يوم)
IJ	5	5	4
KL	13	18	
MN	6	24	

الجدول (٦) . حمل المحطة – ٤ –

النشاط	زمن النشاط (يوم)	الزمن التراكمي (يوم)	الزمن الضائع (يوم)
OP	14	١٤	0
QR	14	28	

الجدول (٧) . حمل المحطة – ٥ –

النشاط	زمن النشاط (يوم)	الزمن التراكمي (يوم)	الزمن الضائع (يوم)
ST	7	7	7
UV	3	10	
WX	٤	١٤	
YZ	٧	٢١	

١١ . الاستنتاجات

١ . من خلال حل أنموذج البرمجة الخطية العددية الصحيحة بطريقة التفرع والتقيد نلاحظ بأن عناصر محتوى العمل ، أي الأنشطة ، قد وزعت على (٥) محطات عمل وان مجموع أزمنة الأنشطة

في كل محطة لا يتجاوز زمن الدورة ، وبذلك تحقق شرط أساسي من شروط الموازنة .

٢ . في الجداول (٣) ، (٤) ، (٥) ، (٦) و (٧) نلاحظ إن كل نشاط قد خصص لمحطة عمل واحدة فقط مع الأخذ بنظر الاعتبار علاقات الأسبقية بين الأنشطة .

٣ . إن الافتراضات التي اعتمدت في بناء الأنموذج قابلة للتطبيق في مختلف الخطوط الإنتاجية التي تعاني من مشكلة عدم التوازن .

٤ . عند تطبيق الأنموذج عملياً تحقق الاستخدام الأمثل لموارد الخط الإنتاجي من خلال تقليل الزمن الضائع من (٣٠) يوماً سابقاً إلى (١٢) يوماً والقضاء على ظاهرة الاختناق التي كان يعاني منها الخط الإنتاجي .

٥ . تم تحقيق أقصى استفادة من أوقات العاملين بسبب التدفق الفعال للأنشطة وعدم حصول توقفات .

٦ . تم تقليص المساحة المطلوبة للخط الإنتاجي وتحقيق أقصى استفادة من أجزاء الخط بسبب عدم تراكم الخزين وانسيابية العمل في الخط .

Abstract

This paper can be considered the first of its type in our country in the application of Integer Linear Programming for solving the production lines imbalance problem by finding the distribution of the whole work elements on different work stations according to precedence relations among the elements (activities) .

In this paper, an Integer Liner Programming model is built and solved by the Branch and Bound method to achieve an optimal balance that minimizes the idle time and work stations wasted time so that the production line efficiency is increased .

المصادر Rferences

١ . عبدالغني ، عصام خليل ، (٢٠٠٣) ، " بناء أنموذج أمثل لموازنة خط إنتاجي بأسلوب البرمجة الخطية العددية الصحيحة " ، رسالة ماجستير ، مقدمة إلى الجامعة التكنولوجية .

٢ . محسن ، عبدالكريم والنجار ، صباح مجيد ، (٢٠٠٤) ، " إدارة الإنتاج والعمليات " ، دار وائل للطباعة والنشر .

3 . Garfinkel, R.S. and George L. Nemhauser, (1972), " Integer Programming " , Wiley, New York .

4 . Salkin, H. M. , (1975), " Integer Programming " , Addision-Wesley, Reading .