التحليل الإحصائي لتجارب القياسات المكررة المحتوية لبيانات مفقودة باستخدام الطرائق اللامعلمية*

أ.م.د. سجى محمد ** م.م. عبد القادر احمد***

المستخلص:

هذا البحث يستعرض أساليب لامعلمية لتحليل تجارب القياسات المكررة وهي التجارب التي تكرر فيها الوحدات التجريبية من خلال تعريضها لسلسلة من المعالجات المختلفة واذا تم تسجيل الوحدات التجريبية المشاهدة تحت الدراسة عند أوقات مختلفة فيطلق عندئذ عليها بالبيانات الطولية(longitudinal data)،ان ظهور مشكلة القيم الفقودة تضيف صعوبة في بحوث القياسات المكررة.هناك ثلاثة أساليب لتقدير القيم المفقودة وهي أسلوب (CCA) وأسلوب (LOCF) وأسلوب(CSA) وقد تعددت الإحصاءات لاختبار عدم وجود فرق أو تأثير بين المعالجات (الأوقات) بالاعتماد على عدد المعالجات سواء كانت معالجتين(نقطتين زمنيتين)وفي حالة البيانات التي تعاني فقداناً في بعض مشاهداتها مهما كان نوعه كذلك في حالة اختبار ثلاثة معالجات (أوقات) فأكثر ولمجموعة واحدة او مجموعتين او أكثر والتي تعاني بياناتها فقداناً في بعض مشاهداتها من النوع MCAR وقد طبقت هذه الإحصاءات على بيانات تجارب طبية حقيقة.

Abstract

This research provides nonparametric procedures that the experimental to analyze repeated measurements the experiments which is subjects are repeated where series of different treatments, and if the subjects or units observed under different times is called then the (longitudinal data),the appearance of missing data problem adds difficulty to the measurements repeated measures researches. There are three methods for estimating the missing values (CCA) , (LOCF) and (CSA) procedures

* البحث مستل من رسالة ماجستير / أستخدام الاختبارات اللامعلمية في القياسات المكررة المتضمنة قيم مفقودة .

** عضو هيئة تدريسية / جامعة بغداد / كلية الادارة والاقتصاد .

*** عضو هيئة تدريسية / كلية التقنيات الصحية والطبية / هيئة التعليم التقني .

مقبول للنشر بتاريخ 2011/11/2

possibly there are numerous test statistics for testing there are no difference or effect between treatments (times) the case that have some observations suffering from missing some of observations ,and for testing three treatments (times) or more for one group and two groups and more for the case that have some observations suffering from missing of type MCAR. these statistics have been applied to medical experiments on real data.

1. المقدمة:

يطلق مصطلح القياسات المكررة بشكل واسع على البيانات التي فيها الاستجابة لكل وحدة تجريبية او مفردة تشاهد عند مناسبات متعددة او تحت شروط متعددة كما في الدراسات الطبية والتربوية والسيكولوجية والكيميائية والحياتية وعلم النفس وعلم الاجتماع ،اما مصطلح البيانات الطولية فيستعمل لوصف القياسات المكررة التي متى ما كان عامل الوقت يمثل المعالجة او الشرط التجريبي، لذلك يمكن ينظر للبيانات الطولية كحالة خاصة من القياسات المكررة.

هنالك عقبتان رئيسيتان في تحليل البيانات في بحوث القياسات المكررة اولهما ان تحليل البيانات يكون معقد بسبب الارتباط بين القياسات المكررة لنفس الوحدة التجريبية وثانيهما هي انه في اغلب الاحيان لايمكن السيطرة على الظروف للحصول على القياسات كاملة لذلك ربما تكون البيانات غير موزونة او ناقصة كما في البيانات الطولية حيث الاستجابة للمفردة ربما تكون مفقودة عند واحدة او اكثر من نقاط الزمن مثال على ذلك في علم السموم او الدراسات الوراثية حيث ان حجم العائلة يكون متغير اكثر مما هو ثابت عندئذ القياسات المكررة لاتكون ثابتة عبر الوحدات التجريبية.

2. هدف البحث:

تهدف هذه الدراسة الى تحليل تجارب القياسات المكررة (البيانات الطولية-longitudinal data) التي تحوي على قيم مفقودة إذ ان كل مفردة تشاهد عند نقطتين زمنتين أو أكثر وان كل مشاهدة معرضة للفقدان اذ يتم تقدير القيم المفقودة باستعمال بعض اساليب التقدير وذلك في حالة التجارب بمعالجتين ولمجموعة واحدةسواء كانت البيانات مفقودة عشوائياً (MAR) او مفقودة عشوائياً بالكامل (MCAR) وفي حالة اكثر من معالجتين ولمجموعة واحدة وفي حالة اكثر من معالجتين وباكثر من مجموعة واحدة وقد تم استعمال بعض الطرائق اللامعلمية لجميع الحالات المذكورة لمعرفة فيما اذا كانت المتغيرات المشاهدة تتغير خلال الزمن من خلال الفرضية المصاغة بانه لايوجد تغير خلال الزمن ام لا .من خلال تطبيق هذه الطرائق على بيانات طبية اخذت من الواقع الميداني وتفسير نتائجها.

3. الجانب النظري

3-1-أنواع البيانات المفقودة:[9][11][12][13][16][17][19]

3-1أنواع البيانات المفقودة:[9][11][12][13][16][17][19]

هنالك تصنيفات عدة للقيم المفقودة هذه التصيفات تؤثر على اسلوب التقدير المثالي للعمل بالقيم المفقودة .

3-1-1البيانات المفقودة عشوائيا Data Missing At Random(MAR):

الحالات التي تحتوي على بيانات غير كاملة يجب معاملتها بصورة مختلفة عن حالات البيانات الكاملة.ان نمط البيانات المفقودة عشوائيا يمكن متابعتها او تنبؤها من متغيرات أخرى في قاعدة البيانات بدلا من كونها متصفة الى متغير معين التي عليه البيانات المفقودة.عرف (Rbuin 1976)[19] البيانات المفقودة عشوائيا (MAR) بأنه احتمال الاستجابة تكون مفقودة يعتمد على القياسات المشاهدة X^o لكنه مستقل عن القياسات المفقودة X^m.

2-1-3البيانات المفقودة عشوائيا بالكامل :

Data Missing Complete At Random(MCAR)

تعرض البيانات التي تعاني من MCAR مستوى اعلى من العشوائية من الذي تعرضه MAR ، تكون البيانات مفقودة عشوائيا بالكامل عند احتمال الأستجابة مستقل عن X^o وX^m وبكلام أخر ،اي ان احتمال الاستجابة تكون مفقودة لا يعتمدعلى القياسات المشاهدة وغير المشاهدة.أن أغلب البيانات التي تعاني من القياسات المفقودة عشوائيا بالكامل تكون لأسباب تقنية كانكسار انابيب الاختبار او السجلات غير الواضحة.....الخ، في بعض الأحيان يدعى الفقدان العشوائي بالكامل (MCAR) بعدم ألاستجابة المنتظم .

2-3اختبار الفقدان العشوائي الكامل TEST MCAR:[10][12]

اقترحت هذه الطريقة من قبل (Diggle,1989)[10]لاختبار ان الفقدان للمشاهدات داخل كل مجموعة من مجاميع التجربة ولكل نقطة من نقاط الزمن هو فقدان عشوائي بالكامل MCAR .نطلق على البيانات بانها كاملة اذا كانت القياسات موجودة لكل وحدة في كل مجموعة عند الوقت T_s حيث(s=1,…t) وهذا يؤدي الى مصفوفة متكاملة من القياسات باتجاهين $X_{ks}(k=1,\dots,n;s=1,\dots,t)$ اذ أنX_{ks} تمثل القياس *sth* عند *kth* منn من الوحدات .

اما الشكل الشائع للبيانات الغير كاملة والتي تظهر خلال الاسقاطات أو سلسلة من القياسات هي بشكل X_{ks} $(k=1,\dots,n;\ s=1,\dots t_k)$ إذ ان X_{ks} هي المشاهدة عند الزمن t_k وان كل $t_k < t$.ان الهدف الاساسي هو لاختبار ان الاسقاطات داخل كل مجموعة هي عشوائية بالكامل وذلك بتطبيق اختبارات منفصلة عند كل نقطة من نقاط الزمن ضمن كل مجموعة من المجاميع ومن ثم تحليل العينة الناتجة من قيم الـ **P-Values** وتتلخص خطوات هذه الطريقة كالاتي

1-ايجاد R_w ; w=1,…,t-1 التي تمثل عدد المفردات التي تكررت لـw من المرات أو اكثر ($w \geq t_k$)

2- ايجاد r_w التي تمثل عدد المفردات التي تكررت لـw من المرات ($t_k=w$)

3- اذا تحقق الشرط التالي فانه يتم الأختبار

$$1 \leq r_w < R_w$$

4- ايجاد دالة $h_w(k)$

$$h_w(k)=\frac{1}{w}\sum_s^w X_{ks}$$

5– حساب متوسط الدوال $\overline{h}_w$ لـ $\binom{R_w}{r_w}$ من التوافيق

$$\bar{h}_w = \frac{1}{r_w}\sum_{k=1}^{r_w} h_w^{(k)}$$

6-اعطاء رتب لقيم $\bar{h}_w$

7- حساب قيمة P-Value

$$\text{P-Value} = \frac{r(\bar{h}_w)}{\binom{R_w}{r_w}}$$

$r(\bar{h}_w)$ تمثل رتبة متوسط دوال المفردات التي شوهدت لـ w من المرات بين $\binom{R_w}{r_w}$ من التوافيق

اما اذاكانت $\binom{R_w}{r_w}$ كبيرة وصعبة الى الواقع التطبيقي عند ذلك سيتم سحب m-1 من الأختيارات العشوائية لـ r_w من قيم $h_w(k)$ ويتم حساب الـ P-Values.

$$\text{P-Value} = \frac{r(\bar{h}_w)}{m}$$

تكرار ماورد اعلاه لـ w =1,…,t-1 من المرات للحصول على مجموعة من قيم الـ P-Values.

8- استعمال اختبار كولموكوروف –سمير نوف[19][20] لأختبار فرضية هل ان قيم الـ P-Values تتوزع توزيعاً منتظماً ضمن الفترة (0,1)

H_0:قيم P-Values تتوزع توزيع منتظم

H_1:قيم P-Values لا تتوزع توزيع منتظم

باستعمال الأحصاءة

$$D_+ = \text{Sup}|\hat{F}(P) - P|$$

وبما أن اختبار كولموكوروف –سمير نوف يستخدم للتوزيعات المستمرة لذلك سيتم استعمال طريقة Barnard's Monte Calro[3][4][14] لتغلب على هذه المشكلة والتي تتلخص باعطاء رتبة لأحصاءة الأختبار للقيم المشاهدة D_+ بين m-1 من الأحصاءات المحسوبة من بين القيم المتولدة بالمحاكاة الناتجة من مجموعة من التوزيعات المنتظمة المتقطعة ومن ثم أيجاد مستوى المعنوية

$$\alpha = \frac{r(D_+)}{m} \quad (1)$$

فاذا كانت هذه القيم لـ P-Values تتوزع حسب التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1) فان الفقدان عشوائي بالكامل .

3-3 الاساليب المستعملة لتحليل البيانات التي تحتوي على بيانات مفقودة:

هنالك اساليب عدة لتقدير المشاهدات المفقودة في بيانات القياسات المكررة (البيانات الطولية) ويمكن تلخيصها كما يلي :

3-3 -1اسلوب تقدير الحالة الكاملة:[5][6][13] Complete Case Analysis(CCA)

هذا الاسلوب يستند على أساس حذف كل المفردات التي فيها على الاقل مشاهدة واحدة مفقودة وبالتالي لم تعد هنالك قيم مفقودة في مجموعة البيانات التي سيتم تحليلها وكل الصيغ الخاصة بتحليل المشاهدات الكاملة يمكن أستعمالها ولكن يعاب على هذا الاسلوب لتقدير أنه سيؤدي إلى خسارة عدد كبير من المعلومات .

3-3 -2 اسلوب تقدير بتعويض القيمة المفقودة بأخر مشاهدة : [5][6][12][13]

Last Observation Carried Forward (LOCF)

ويشار لها في بعض المصادر Last Value Carried Forward (LVCF) وهي تقوم على أساس تعويض المشاهدة المفقودة بأخر مشاهدة تم قياسها وبالتالي لم يعد هنالك قيم مفقودة وسيصبح لدينا بيانات كاملة إذ يمكن إستعمال الصيغ الخاصة بالمشاهدات الكاملة لأجل التحليل ولكن يعاب على هذه الطريقة هو تعويض المشاهدات المفقودة ببيانات مخمنة والمقصود بذلك انه لا توجد زيادة حقيقية بالمعلومات .

3-3 -3 اسلوب تقدير المجموعة الكاملة:[5][6] Complete Set Analysis(CSA)

وهي طريقة احصائية تأخذ بنظر الاعتبار جميع البيانات المشاهدة والبيانات التي تعاني من وجود قيم مفقودة لذلك تتطلب هذه الطريقة الى إجراءات احصائية صعبة تقنياً ، وعند اجراء التحليل نحتاج الى مؤشر λ ليؤشر سواء ما أذا المشاهدة مفقودة أم لا .

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{أذا } X \text{ غير مفقودة (Observed)} \\ 0 & \text{أذا } X \text{ مفقودة (Missing)} \end{cases}$$

3-4 تجارب القياسات المكررة لمجموعة واحدة تشاهد عند نقطتين زمنيتين:[5]

Experiments Repeated Measurements For One Group Of Subjects With Two Times

أن تجارب القياسات المكررة لمجموعة واحدة متجانسة من المشاهدات التي تشاهد عندمعالجتين(نقطتين زمنيتين) والتي تكون أبسط انواع تصاميم البيانات الطولية ، والذي يدعى بتصميم الازواج المرتبطة (Matched Pairs Design) والذي يتضمن تجميع أستجابتين للوحدة التجريبية الواحدة كما في حالة المقارنة بين معالجة السيطرة(دواء قياسي ، Placebo أو معالجة العدم) من ناحية والمعالجة التي تحت الاهتمام من ناحية أخرى ، أو عندما تجمع البيانات قبل وبعد المعالجة لمجتمعات معينة وتسمى في بعض المصادر Before – After design لأحتساب ما إذا كان التغير في السلوك معنوياً عند فترة معينة من الزمن ، المتجهات العشوائيـــــة; $\underline{X}_k=(X_{k1}\ ,\ X_{k2})$; k=1,…, n تكون مستقلة والمشاهدات X_{ks} لكل مفردة من المفردات تتوزع توزيعاً حدياً F_S ;S=1,2.

3-4-1احصاءات الاختبارباستعمال الاسلوبين CCA و LOCF:

هنالك أحصاءات اختبار لامعلمية لتحليل التصاميم التي فيها المفردات (Subjects) قد شوهدت عند شرطين (معالجتين او نقطتين زمنيتين) وكلا المشاهدتين لأحدى المفردات (Subjects) معرضة للفقدان وعندما يكون الفقدان عشوائياً(MAR) او عشوائياً بالكامل(MCAR) وذلك عند استعمال احد الاسلوبين اماسلوب تقدير الحالة الكاملة CCA اواسلوب تقدير التعويض بأخر مشاهدة LOCF.

3-4-1-1احصاءة T_n^F:[5][7]

لأختبار فرضية عدم وجود فرق بين نقطتين زمنيتين أي ليس هنالك أي تغيير مع الزمن في تصميم الازواج المرتبطة (Matched Pairs) يمكن وضع فرضية العدم كالاتي:

$$H_0^F: F_1 = F_2 \qquad (2)$$

تستعمل الاحصاءة T_n^F لاختبار الفرضية اعلاه

$$T_n^F = \frac{\overline{R}_{\cdot 2}-\overline{R}_{\cdot 1}}{\sqrt{\frac{S_{n,0}^2}{n}}} = \sqrt{n}\ \frac{\overline{R}_{\cdot 2}-\overline{R}_{\cdot 1}}{S_{n,0}} \qquad (3)$$

إذ أن

n : عدد مفردات التجربة ، $\overline{R}_{\cdot s}$: متوسط رتب R_{ks}, k=1, … , n عند نقطة الزمن s .

$$\overline{R}_{\cdot s} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} R_{ks}$$

R_{ks} : رتبة المشاهدة X_{ks}

$$R_{ks} = \frac{1}{2} + \sum_{q=1}^{n}\sum_{u=1}^{2} c\left(X_{ks} - X_{qu}\right) \quad ;q=1,\ldots,n.$$

اذ ان c تعرف بأنها دالة الحساب (Counting Function) والتي تعرف كما يلي :

$$c = \frac{1}{2}[c^{+}(x) + c^{-}(x)]$$

الاستمرارية من اليسار لدالة الحساب

$$c^{-}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

الاستمرارية من اليمين لدالة الحساب

$$c^{+}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$S^2_{n,0} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n} \left(R_{k2} - R_{k1} - \overline{R}_{\cdot 2} + \overline{R}_{\cdot 1}\right)^2 \qquad (4)$$

أن أحصاءة T_n^F للعينات الكبيرة تتوزع التوزيع الطبيعي القياسي N (0,1) عند فرضية العدم H_0^F ، وترفض فرضية H_0^F أذا كانت قيمة T_n^F المحسوبة اكبر من قيمة Z الجدولية ،وللعينات ذات الحجم الصغير والتي حجمها من ضمن جداول قيم t وتحت فرضية العدم H_0^F فأن احصاءة T_n^F تتوزع توزيع t_{n-1} وترفض فرضية H_0^F أذا كانت قيمة T_n^F المحسوبة اكبر من قيمة t_{n-1} الجدولية عند مستوى معنوية محدد.

2-1-4-3 اختبار ويلكوكسن للأزواج المرتبطة:[21]

Wilcoxon Matched- Pairs Signed-Rank Test

لتطبيق أختبار Wilcoxon Matched -Pairs Signed-Rank في تصميم الازواج المرتبطة أوتصاميم (before - after) قبل – بعد يتطلب n من المفردات (أو n من الازواج للمفردات المرتبطة) التي تمتلك قيم فترة / نسبة (كل نتيجة يحصل عليها تحت أحد شرطي التجربة) ،قيمة الفرق بين مشاهدات كل مفردة (أو زوج المفردات المرتبطة) يتم حسابها بطرح نتيجة المفردة الواقعة تحت الشرط الثاني من نتيجتها عند الشرط الاول .

ويستعمل هذا الاختبار[1] لأختبار فرضية العدم .

$$Ho:\theta_D = 0 \qquad (5)$$

أختبار الفرضية سيكون بأختيار أقل قيمة بين المجموع الرتب الموجبة $\sum R+$ ومجموع الرتب السالبة $\sum R-$ والتي ستمثل قيمة T المحسوبة وتقارن مع قيمة T الجدولية التي تؤخذ من جدول Wilcoxon Matched - Pairs Signed-Rank .

أذا كان حجم عينة الدراسة كبير فأن التوزيع الطبيعي يستخدم لتقريب احصاءة T .

[1]-للمزيد من المعلومات راجع المصدر (21)

$$Z = \frac{T-\frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (6)$$

وعند استعمال معامل الاستمرارية

$$Z = \frac{\left|T-\frac{n(n+1)}{4}\right|-0.5}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (7)$$

اذا كانت الفروق |D| وبين المفردات لها المقدار نفسه (Ties) لأثنين أو أكثر من الحالات المرتبطة عندئذ فأنه من الضروري تعديل أحصاءة الاختبار .

$$Z = \frac{T-\frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}-\frac{\sum_{j=1}^{\ell} t_j^3-\sum_{j=1}^{\ell} t_j}{48}}} \quad (8)$$

j : ترتيب القيم المتساوية ، ℓ:عدد التكررات .

t_j: عدد العناصر في كل j من القيم المتساوية.

أن كل من قيم Z المحسوبة من الصيغ السابقة تقارن مع قيمة Z الجدولية وترفض الفرضية العدم عندما تكون قيمة Z المحسوبة أكبر من قيمة Z الجدولية .

3-1-4-3 اختبار الاشارة ذو الحدين لعينتين غير مستقلتين: [20]

The Binomial sign Test for Two Dependent Samples

يتطلب هذا الاختبار n من المفردات التي لها نتيجتين (n من الازواج المفردات المرتبطة) وكلا النتيجتين يتم تمثيلها بـX_1 ، X_2 على التوالي ثم يتم بعد ذلك حساب الفرق D لكل زوج من الازواج ويتم تمثيل الفروق بـ D^+(اذا كان $X_2 < X_1$) و D^- (اذا كان $X_2 > X_1$) ، اما نسبة المفردات التي تحصل على أشارة فرق موجبة تمثل بـπ^+ ونسبة المفردات التي تحصل على أشارة فرق سالبة تمثل بـ π^- .

اما الفرضية التي وضعت للأختبار فهي :

$$Ho: \pi^+ = 0.5 \quad (9)$$

ان إحصاءة الاختبار تطبق لأجل الحصول على إحتمالية للحصول على x والتي تمثل عدد أشارات الفرق الموجبة(ذات توزيع ثنائي الحدين (Binomial Dist)) لمجموعة بحجم n من الدرجات .

$$P(X \geq x) = \sum_{r=x}^{n} \binom{n}{x} (\pi^+)^x (\pi^-)^{n-x} \quad (10)$$

$\pi^+ \pi^-$, : كل منها يمثل قيم الفرضية لنسبة الفروق بين أشارة الموجب والسالب .

n : تمثل عدد أشارة الفرق ، x : تمثل عدد أشارة الفروق الموجبة .

ترفض فرضية العدم اذا كانت القيمة الاحتمالية للحصول على قيمة أكبر من أو تساوي x هي أقل من القيمة المحددة بـ α .

2-4-3 احصاءات الاختبارباستعمال اسلوب (CSA):

من أهم الاحصاءات التي تستعمل لتحليل بيانات الازواج المرتبطة التي تعاني من وجود قيم مفقودة بأستعمال اسلوب تقدير المجموعة الكاملة CSA هي :

1-2-4-3احصاءة T_a: [2] [7]

في حالة وجود مشاهدات مفقودة في الازواج المرتبطة $X_j = (X_{1j}, X_{2j})'$ j= 1, ... , N, تستعمل إحصاءة T_aوالتي تدعى أختبار الحالات المتاحة (available Cases Test) لأختبار فرضية H_0^F (2) .

$$T_a = \frac{T_a^*}{s_a} \qquad (11)$$

$$T_a^* = \overline{R}_2^a - \overline{R}_1^a \qquad (12)$$

$$\overline{R}_i^a = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{N} \lambda_{ij} R_{ij}^a$$

λ_{ij} مؤشر يأخذ القيمة (1) اذا كانت X_{ij} مشاهدة ويأخذ القيمة (0) أذا كانت X_{ij} مفقودة .

أما R_{ij}^a فتمثل رتبة X_{ij} بين كل $n_1 + n_2$ من القيم المشاهدة لـ X_{1j} و X_{2j} كما موضحة سابقاً .

n_i تمثل عدد المشاهدات غير المفقودة لكلا المتغيرين

$$n_i = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij} \qquad i = 1,2$$

$$S_a^2 = \frac{1}{(n_1 n_2)^2} \sum_{j=1}^{n} \{\lambda_{1j}\lambda_{2j}[(n_1 R_{2j}^a - n_2 R_{1j}^a) - (n_1 \overline{R}_{22}^a - n_2 \overline{R}_{12}^a)]^2 + \lambda_{2j}(1-\lambda_{1j}) n_1^2 (R_{2j}^a - \overline{R}_{21}^a)^2 + \lambda_{1j}(1-\lambda_{2j}) n_2^2 (R_{1j}^a - \overline{R}_{11}^a)^2\} \qquad (13)$$

$\overline{R}_{22}^a$: متوسط رتب R_{2j}^a لأزواج المشاهدات الكاملة .

$$\overline{R}_{22}^a = \frac{1}{nc} \sum_{j=1}^{nc} \lambda_{1j} \lambda_{2j} R_{2j}^a$$

n_c : عدد المشاهدات الكاملة .

$$n_c = \sum_{j=1}^{n_c} \lambda_{1j} \lambda_{2j}$$

$\overline{R}_{21}^a$: متوسط رتب مشاهدات X_{2j} .

$$\bar{R}^{a}_{21} = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{n_2} \lambda_{2j} R^{a}_{2j}$$

ان كل من $\bar{R}^{a}_{12}$ و $\bar{R}^{a}_{11}$ تحسب بنفس التعاريف اعلاه .

ان إحصاءة T_a تتوزع توزيعاً مقارباً (Asymptotic) لتوزيع الطبيعي القياسي عند فرضية العدم ،لذلك نرفض فرضية العدم اذا كانت قيمة T_a المحسوبة أكبر من قيمة Z الجدوليةعند مستوى معنوية محدد .

5-3 تجارب القياسات المكررة (البيانات الطولية) في حالة مجموعة واحدة تشاهد لأكثر من نقطتين زمنيتين:[5]

Experiments Repeated Measurements For One Group Of Subjects With More Than Two Times

في هذا التصميم سنبحث مجموعة واحدة لها n من المفردات المقاسة عند أكثر من نقطتين زمنيتين أي t من نقاط الزمن s=1, … ,t إذ يمكن التعبير عن بيانات هذه التجربة بشكل n من المتجهات المستقلة .

$\underline{X}_k = (X_{k1}, \dots, X_{kt})'$; k = 1, … , n

$X_{ks} \sim F_s(x)$; s = 1, … , t

$F_s(x)$: دالة التوزيع الحدية للمشاهدة k

1-5-3 احصاءات الاختبار:

أهم احصاءات الاختبار التي تستعمل لتحليل البيانات ذات القيم المفقودة لمجموعة واحدة شوهدت لاكثر من نقطتين زمنيتين والتي تعاني من مشكلة الفقدان العشوائي بالكامل MCAR هي:

1-1-5-3 احصاءة Wald-Type Statistic(WTS) للعينات الكبيرة: [20][15][5]

تستعمل إحصاءة Wald-Type Statistic لأختبار الفرضية اللامعلمية H_0^F وللعينات ذات الحجم الكبير(n>200) والتي تنص على عدم وجود تأثير للوقت (أي ليس هنالك تغيير مع الوقت) والتي يمكن صياغتها باستعمال دوال التوزيع الحدية بالشكل الآتي :

$$H_0^F: F_1 = \cdots = F_t \qquad (14)$$

ان إحصاءة Wald-Type Statistic (WTS) تأخذ الصيغة الاتية :

$$Q_n(P_t) = \frac{1}{nt^2}\left(\underline{\bar{R}}_{\cdot} - \frac{N+1}{2}\,\underline{1}_t\right)' \left[P_t \hat{V}_n P_t\right]^{-} \left(\underline{\bar{R}}_{\cdot} - \frac{N+1}{2}\,\underline{1}_t\right) \qquad (15)$$

n: عدد مفردات العينة ، N:عدد المشاهدات، N=n.t

P_t : مصفوفة التمركز (Centering Matrix) من درجة txt $\qquad P_t = I_t - \frac{1}{t}J_t$

$$\hat{V}_n = \frac{1}{N^2(n-1)}\sum_{k=1}^{n}\left(\underline{R}_k - \underline{\bar{R}}_{.}\right)\left(\underline{R}_k - \underline{\bar{R}}_{.}\right)' \qquad (16)$$

$\underline{\bar{R}}_{.}$: متجه متوسطات الرتب $\bar{R}_{.s}$

$$\bar{R}_{.s} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} R_{ks}$$

ان الاحصاءة اعلاه تستعمل عند تطبيق اسلوب CCA واسلوب LOCF اما عند تطبيق اسلوب تقدير المجموعة الكاملة فيجب اعادة حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك كالاتي:

$$\hat{V}_n = \left(\hat{v}_n(s,s')\right)_{s,s'=1,\dots,t} \qquad (17)$$

$$\hat{v}_n(s) = \hat{v}_n(s,s) = \frac{n}{N^2\lambda_{.s}(\lambda_{.s}-1)}\sum_{k=1}^{n}\lambda_{ks}\left(R_{ks} - \bar{R}_{.s}\right)^2$$

$$\hat{v}_n(s,s') = \frac{n}{N^2K_{s,s'}}\sum_{k=1}^{n}\lambda_{ks}\lambda_{ks'}\left(R_{ks} - \bar{R}_{.s}\right)\left(R_{ks'} - \bar{R}_{.s'}\right)$$

$$\lambda_{.s} = \sum_{k=1}^{n}\lambda_{ks}$$

$$N = \sum_{k=1}^{n}\sum_{s=1}^{t}\lambda_{ks} \qquad (18)$$

$$\bar{R}_{.s} = \frac{1}{\lambda_{.s}}\sum_{k=1}^{n}\lambda_{.s}\,R_{ks}\;;\quad s = 1,\dots,t \qquad (19)$$

$$K_{s,s'} = (\lambda_{.s}-1)(\lambda_{.s'}-1) + \Lambda_{ss'} - 1 \quad , \quad \Lambda_{ss'} = \sum_{k=1}^{n}\lambda_{ks}\lambda_{ks'}$$

ان أحصاءة $Q_n(P_t)$ تتوزع توزيعاً مقارباً(Asymptotically) لتوزيع مربع كاي بدرجة حرية $(t-1)$; x^2_{t-1} عند فرضية العدم . نرفض فرضية العدم H_0^F اذا كانت قيمة $Q_n(P_t)$ المستخرجة أكبر من قيمة x^2_{t-1} الجدولية وعند مستوى معنوية محدد.

2-1-5-3 احصاءة ANOVA-Type Statistic(ATS) للعينات ذات الحجم المتوسط أو الصغير :[5][20][23]

لأختبار الفرضية اللامعلمية H_0^F (14) وللعينات ذات حجم متوسط أو صغير تستعمل إحصاءة (ATS) ANOVA-Type Statistic لهذا الغرض إذ ان الصيغة العامة لأحصاءة (ATS) هي كالاتي:

$$F_n(P_t) = \frac{n}{tr(P_t\hat{V}_n)}\,\underline{\hat{P}}'P_t\underline{\hat{P}} \qquad (20)$$

اويمكن كتابتها بالشكل التالي

$$F_n(P_t) = \frac{n}{N^2 tr(P_t\hat{V}_n)}\sum_{s=1}^{t}\left(\bar{R}_{.s} - \frac{N+1}{2}\right)^2 \qquad (21)$$

اذ ان$\bar{P}$ متجه تأثيرات المعالجة النسبية المقدرة ويتمثل بالشكل الاتي :

$$\hat{P}_s = \frac{1}{N}\left(\bar{R}_{.s} - \frac{1}{2}\right) \ ; \quad s = 1, \dots, t \qquad (22)$$

وتستعمل الاحصاءة اعلاه عند تطبيق اسلوب CCA و LOCF اما عند تطبيق اسلوب تقدير تحليل المجموعة الكاملةCSA فأنه بالاضافة الى اعادة حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك مع اثبات انها مصفوفة PSD[2] فانه يجب اعادة حساب متجه تأثيرات المعالجة النسبية المقدرة كالاتي

$$\hat{P}_s = \frac{1}{N\lambda_{.s}} \sum_{k=1}^{n} \lambda_{ks}\left(R_{ks} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{N}\left(\bar{R}_{.s} - \frac{1}{2}\right) \qquad (23)$$

إن إحصاءة$F_n(P_t)$ تتوزع توزيعاً تقاربياً لتوزيع F المركزي وبدرجة حرية $\hat{f}$ $F(\hat{f}, \infty)$ اذ ان

$$\hat{f} = \frac{[tr(P_t \hat{V}_n)]^2}{tr(P_t \hat{V}_n P_t \hat{V}_n)}$$

ترفض فرضية العدم H_0^F اذا كانت قيمة $F_n(P_t)$ أكبر من قيمة $F(\hat{f}, \infty)$ الجدولية وعند مستوى معنوية محدد .

$$F(\hat{f}, \infty) = \frac{x_{\hat{f}}^2}{\hat{f}}$$

6-3 تجارب القياسات المكررة (البيانات الطولية) في حالة مجموعتين فأكثر والتي تشاهد عند أكثر من نقطتين زمنيتين:[5][6]

Experiments Repeated Measurements For Several Groups Of Subjects With More Than Two Times

لتجارب تصاميم القياسات المكررة التي تتضمن مجموعتين فأكثر a , ... ,$i=1$ (العامل A) وكل مجموعة تتضمن $k=1, \dots, n$ من المفردات والتي تشاهد عند $s=1, \dots, t$ من المناسبات (نقاط الزمن، العامل T) اذأن النتائج تكون مرتبة في متجهات عشوائية

$\underline{X}_{ik}=(X_{ik1}, \dots, X_{ikt})'; \ i=1, \dots, a \ ; \ k=1, \dots, n$

حيث يفترض هذه المتجهات بأن تكون مستقلة ، وأن دوال التوزيع الحدية للمركبات X_{iks} يشار لها بـ $F_{is}(x)$.

1-6-3احصاءات الاختبار:

ان من أهم إحصاءات الاختبار التي تستعمل لتحليل البيانات ذات القيم المفقودة والتي تعاني من مشكلة الفقدان العشوائي بالكامل MCAR هي كما يلي :

1-1-6-3احصاءة(Wald-Type Statistic (WTS للعينات الكبيرة: [5] [6]

2-للمزيد من المعلومات راجع المصدر(18)

لإختبار الفرضيات في حالة العينات الكبيرة (n_i >200)كما يلي:

3-6-1-1-1اختبار تأثير العامل A (المجموعة):

لأختبار فرضية العدم والتي تنص على انه لا يوجد تأثير للمجموعة فان هذه الفرضية تصاغ كما يلي :

$$H_0^F(A): \bar{F}_{1\cdot} = \cdots = \bar{F}_a \qquad (24)$$

لأختبار الفرضية اعلاه وللعينات ذات الحجم الكبير فأن إحصاءة Wald-Type Statistic (WTS) تستعمل لهذا الغرض .

$$Q_n(A) = n\underline{\hat{g}}' P_a [P_a \hat{\Sigma}_n P_a]^- P_a \underline{\hat{g}} \qquad (25)$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \frac{n_i}{\hat{\sigma}_i^2} \left(\bar{R}_{i\cdot\cdot} - \frac{1}{\sum_{\ell=1}^{a}(n_\ell/\hat{\sigma}_\ell^2)} \sum_{\ell=1}^{a} \frac{n_\ell}{\hat{\sigma}_\ell^2} \bar{R}_{\ell\cdot\cdot}\right)^2 \qquad (26)$$

n تمثل عدد مفردات التجربة ، $n=\sum_{i=1}^{a} n_i$ وان $\underline{\hat{g}}$ متجه متوسط التأثيرات الحدية.

$$\hat{g}_i = \frac{1}{t}\sum_{s=1}^{t} \hat{p}_{is} = \frac{1}{t}\sum_{s=1}^{t} \frac{1}{N}\left(\bar{R}_{i\cdot s} - \frac{1}{2}\right) \qquad (27)$$

$$\bar{R}_{i\cdot s} = \frac{1}{n_i}\sum_{k=1}^{n_i} R_{iks} \ ; \ k=1, \ldots , n_i \qquad (28)$$

$$\hat{\Sigma}_n = \left(P_a \otimes \frac{1}{t}\underline{1}_t'\right)\hat{V}_n \left(P_a \otimes \frac{1}{t}\underline{1}_t\right) \qquad (29)$$

$$\hat{V}_n = \bigoplus_{i=1}^{a} \frac{n}{n_i}\hat{V}_i \qquad (30)$$

$$\hat{V}_i = \frac{n}{N^2 n_i (n_i - 1)} \sum_{k=1}^{n_i}\left(\underline{R}_{ik} - \underline{\bar{R}}_{i\cdot}\right)\left(\underline{R}_{ik} - \underline{\bar{R}}_{i\cdot}\right)' \qquad (31)$$

$$\underline{\bar{R}}_{i\cdot} = \frac{1}{n_i}\sum_{k=1}^{n_i} \underline{R}_{ik} = \frac{1}{n_i}\sum_{k=1}^{n_i} (R_{ik1}, \ldots, R_{ikt})'$$

ان كل من $\underline{R}_{ik}$ و $\underline{\bar{R}}_{i\cdot}$ يمثلان متجة رتب مشاهدات المفردة ***kth*** لـ ***t*** من نقاط الزمن، متجه متوسطات رتب مشاهدات المجموعة ***i*** على التوالي.

تستعمل الصيغة (25) عند تطبيق اسلوب CCA واسلوب LOCF اما عند تطبيق اسلوب تقدير تحليل المجموعة الكاملةCSA فأن مصفوفة التباين المشترك تحسب كالاتي:

$$\hat{V}_i = \left(\hat{v}_i(s, s')\right)_{s,s'=1,\ldots,t} \qquad (32)$$

$$\hat{v}_i(s) = \hat{v}_i(s,s) = \frac{n_1}{N^2\lambda_{1.s}(\lambda_{1.s}-1)} \sum_{k=1}^{n_1} \lambda_{iks}(R_{iks} - \overline{R}_{i.s})$$

$$\hat{v}_i(s,s') = \frac{n_1}{N^2K_1(s,s')} \sum_{k=1}^{n_1} \lambda_{iks}\lambda_{iks'}(R_{iks} - \overline{R}_{i.s})(R_{iks'} - \overline{R}_{i.s})$$

$$N = \sum_{i=1}^{a} \sum_{k=1}^{n_1} \sum_{s=1}^{t} \lambda_{iks} \quad (33)$$

$$\overline{R}_{i.s} = \frac{1}{\lambda_{1.s}} \sum_{k=1}^{ni} \lambda_{iks} R_{iks} \quad (34)$$

$$\lambda_{i.s} = \sum_{k=1}^{ni} \lambda_{iks}$$

$$K_i(s,s') = (\lambda_{i.s} - 1)(\lambda_{i.s'} - 1) + \Lambda_i(s,s') - 1$$

$$\Lambda_i(s,s') = \sum_{k=1}^{n_1} n_i \lambda_{iks} \lambda_{iks'}$$

ان إحصاءة Q_n (A) تتوزع توزيعاً مقارباً(Asymptotically) لتوزيع مربع كاي X^2_{a-1} عند فريضة العدم $H_0^F(A)$ لذلك نقارن قيمة Q_n (A) المحسوبة مع قيمة χ^2_{a-1} الجدولية فنرفض الفرضية اذا كانت قيمة Q_n (A) أكبر من قيمة χ^2_{a-1} الجدولية وعند مستوى معنوية معين (α).

3-6-1-1- 2 اختبار تأثير العامل T الوقت :

3-6-1-1-2-1اختبار معدل تأثير الوقت:

لإختبار عدم وجود تأثير معدل الوقت ويقصد بذلك أن معدلات التوزيعات عند *a* من المجاميع تكون متساوية لكل نقاط الزمن *t* فان فرضية العدم تصاغ كما يلي

$$H_0^F(T): \overline{F}_{.1} = \cdots = \overline{F}_{.t} \quad (35)$$

فاللعينات ذات الحجم الكبير يمكن إختبار فرضية العدم $H_0^F(T)$ بإستعمال إحصاءة Wald-Type Statistic (WTS) التي تأخذ الشكل التالي:

$$Q_n(T) = \frac{n}{N^2} \underline{\tilde{R}}'_{..} P_t [P_t \hat{S}_t P_t]^- P_t \underline{\tilde{R}}_{..} \quad (36)$$

$$\underline{\tilde{R}}_{..} = \frac{1}{a}\sum_{i=1}^{a} \underline{\overline{R}}_{i.} = \frac{1}{a}\sum_{i=1}^{a}(\overline{R}_{i.1}, \dots, \overline{R}_{i.t})'$$

$$\underline{\overline{R}}_{i.} = \frac{1}{n_1}\sum_{k=1}^{n_1} \underline{R}_{ik} = \frac{1}{n_1}\sum_{k=1}^{n_1}(R_{ik1}, \dots, R_{ikt})'$$

$$\hat{S}_t = \left(\frac{1}{a}\underline{1}'_a \otimes I_t\right)\hat{V}_n\left(\frac{1}{a}\underline{1}_a \otimes I_t\right) = \frac{1}{a^2}\sum_{i=1}^{a} \hat{V}_i \quad (37)$$

ان الصيغة (36) تستعمل في حالة تطبيق اسلوب CCA واسلوب LOCF اما عند استعمال طريقة CSA فانه يجب اعادة حساب N , $\overline{R}_{i.s}$, , $\hat{V}_i$ كما في الصيغ(33)(34)(32) للاخذ بنظر الاعتبار وجود القيم المفقودة.

ان إحصاءة $Q_n(T)$ تتوزع توزيعاً مقارباً (Asymptotically) لتوزيع مربع كاي وبدرجة حرية (t-1) (χ^2_{t-1})، فأن كانت قيمة $Q_n(T)$ المحسوبة أكبر من قيمة (χ^2_{t-1}) الجدولية وعند مستوى معنوية محدد ترفض فرضية العدم $H_0^F(T)$.

2-2-1-1-6-3 اختبارالتأثير البسيط للوقت (Simple Time Effect):

لإختبار فرضية عدم وجود تأثير للوقت في المجموعة (*i*) يمكن ان تصاغ الفرضية كما يلي :

$$H_0^F(T_i): F_{i1} = \cdots = F_{it} \tag{38}$$

لإختبار فرضية $H_0^F(T_i)$ يمكن إستعمال إحصاءة WTS .

$$Q_n(T_i) = \frac{n_i}{N^2}\overline{R}_{i.}' P_t[P_t\hat{V}_i P_t]^- P_t \overline{R}_{i.} \tag{39}$$

ان الصيغة (39) تستعمل عند تطبيق اسلوب CCA واسلوب LOCF اما عند استعمال اسلوب CSA فانه يجب اعادة حساب N , $\overline{R}_{i.s}$, $\hat{V}_i$ كما في الصيغ(33)(34)(32) .

إن إحصاءة $Q_n(T_i)$ تتوزع توزيعاً مقارباً لتوزيع مربع كاي وبدرجة حرية (t-1)، (χ^2_{t-1}) لذلك يمكن رفض الفرضية بمقارنة $Q_n(T_i)$ مع قيمة (χ^2_{t-1}) الجدولية وعند مستوى معنوية محدد فترفض الفرضية اذا كانت قيمة$Q_n(T_i)$ أكبر من (χ^2_{t-1}) الجدولية ($Q_n(T_i) > \chi^2_{t-1}$) .

3-1-1-6-3اختبار التفاعل بين العامل A و T (المجموعة والوقت):

بحث فيما اذا كانت الجوانب لمنحنيات الزمن(Profiles) لمجاميع المعالجة هي مختلفة نقوم بأختبار الفرضية بانه لا يوجد تفاعل بين عامل المجموعة وعامل الوقت ويمكن أن تصاغ كما يلي :

$$H_0^F(AT): F_{is} = \overline{F}_{i.} + \overline{F}_{.s} - \overline{F} \tag{40}$$

إحصاءة (WTS) تستعمل لإختبار تأثير التفاعل بين العاملين A و T (المجموعة والوقت)

$$Q_n(AT) = \frac{n}{N^2}\overline{R}_{.}'\, C'_{At}[C_{AT}\hat{V}_n\, C'_{At}]^- C_{AT}\, \overline{R}_{.} \tag{41}$$

$$\overline{R}_{.} = \left(\overline{R}_{1.}, \ldots, \overline{R}_{a.}\right)' = \left(\overline{R}_{1.1}, \ldots, \overline{R}_{1.t}, \ldots, \overline{R}_{a.1}, \ldots, \overline{R}_{a.t}\right)'$$

ان الصيغة (41) تستعمل عند تطبيق اسلوب CCA واسلوب LOCF اما عند استعمال طريقة CSA فانه يجب اعادة حساب N , $\overline{R}_{i.s}$, $\hat{V}_i$ كما في الصيغ(33)(34)(32) للاخذ بنظر الاعتبار وجود القيم المفقودة.

ان احصاءة $Q_n(AT)$ تتوزع توزيعاً مقارباً لتوزيع مربع كاي وبدرجة حرية (a-1)(t-1) ($\chi^2_{(a-1)(t-1)}$) وبمقارنة قيمة $Q_n(AT)$ مع قيمة$\chi^2_{(a-1)(t-1)}$ الجدولية وعند مستوى معنوية محدد يمكن التوصل الى قرار معين.

3-6-1-2احصاءة ANOVA-Type Statistic للعينات ذات الحجم المتوسط أو الصغير: [6][5]

لاختبار الفرضيات في حالة حجوم العينات المتوسطة والصغيرة ($n_i \leq 200$)لمجموعتين اواكثر تشاهد لاكثر من نقطتين زمنيتين.

3-6-1-2-1اختبار تأثير العامل A (المجموعة) :

يمكن إستعمال إحصاءة ANOVA-Type Statistic لإختبار فرضية العدم $H_0^F(A)$ (24) التي تأخذ الصيغةالعامة الاتية :

$$F_n(A) = \frac{n}{tr(P_a\hat{\Sigma}_n)}\underline{\hat{g}}'P_a\underline{\hat{g}} = \frac{a}{(a-1)\sum_{i=1}^{a}\hat{\sigma}_i^2/n_i}\sum_{i=1}^{a}(\overline{R}_{i..} - \tilde{R}\,...)^2 \qquad (42)$$

إن إحصاءة $F_n(A)$ تتوزع توزيعاً تقاربياً (Approximate) لتوزيع $F(\hat{f}_A, \hat{f}_0)$ عند فرضية العدم $H_0^F(A)$ ، حيث ان:

$$\hat{f}_A = \frac{(a-1)^2}{1+a(a-2)[\sum_{i=1}^{a}(\hat{\sigma}_i^2/ni)^2/(\sum_i^a\hat{\sigma}_i^2/ni)^2]}$$

$$\hat{f}_0 = \frac{(\sum_{i=1}^{a}\hat{\sigma}_i^2/n_i)^2}{(\sum_{i=1}^{a}(\hat{\sigma}_i^2/n_i)^2/(n_i-1))}$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{k=1}^{n_1}(\overline{R}_{ik} - \overline{R}_{i..})^2$$

$$\overline{R}_{i..} = \frac{1}{n_1}\sum_{k=1}^{n_1}\overline{R}_{ik.}$$

ان الصيغة (42) تستعمل عند تطبيق اسلوب CCA واسلوب LOCF اما عند استعمال اسلوب CSA فانه يجب اعادة حساب $\underline{\hat{g}}$ ، $\hat{\Sigma}_n$ للاخذ بنظر الاعتبار وجود القيم المفقودة.كذلك يتم حساب $\overline{R}_{ik.}$

$$\overline{R}_{ik.} = \frac{1}{t}\sum_{s=1}^{t}\lambda_{iks}\ R_{iks}$$

عندها ترفض فرضية العدم $H_0^F(A)$ (24) اذا كانت قيمة$F_n(A)$ المحسوبة اكبر من قيمة $F(\hat{f}_A, \hat{f}_0)$ الجدولية عند مستوى معنوية محدد .

3-6-1-2-2-1اختبار معدل تأثير الوقت:

لاختبار فرضية العدم $H_0^F(T)$ (35)لإختبار معدل تأثير الوقت يكون بإستعمال إحصاءة ANOVA-Type Statistic ذات الصيغة العامة الاتية :

$$F_n(T) = \frac{n}{N^2tr(P_t\hat{S}_t)}\underline{\tilde{R}}'..P_t\,\underline{\tilde{R}}.. = \frac{n}{N^2tr(P_t\hat{S}_t)}\sum_{s=1}^{t}(\tilde{R}_{..s} - \tilde{R}\,...)^2 \qquad (43)$$

ان الصيغة (43) تستعمل عند تطبيق اسلوب CCA واسلوب LOCF اما عند استعمال اسلوب CSA فانه يجب اعادة حساب $\mathbf{N}$ كما في الصيغة(33) ، كما يتم اعادة حساب مصفوفة $\hat{\mathbf{S}}_t$ للاخذ بنظر الاعتبار وجود القيم المفقودة من خلال حساب مصفوفة $\hat{\mathbf{V}}_i$ كما في الصيغة(32) واعادة حساب متجه.$\underline{\overline{\mathbf{R}}}$. من خلال اعادة حساب متوسط $\overline{\mathbf{R}}_{i.s}$ كما في الصيغة (34).

إحصاءة $\mathbf{F_n(T)}$ تتوزع توزيعاً تقاربياً (Approximate) لتوزيع $\mathbf{F}(\hat{f}_T,\infty)$ عند فرضية العدم $\mathbf{H_0^F(T)}$

$$\hat{f}_T = \frac{[tr(\mathbf{P}_t\hat{\mathbf{S}}_t)]^2}{tr(\mathbf{P}_t\hat{\mathbf{S}}_t\,\mathbf{P}_t\hat{\mathbf{S}}_t)}$$

لذلك نرفض فرضية العدم $\mathbf{H_o^F(T)}$ اذا كانت قيمة$\mathbf{F_n(T)}$ المحسوبة اكبر من قيمة $\mathbf{F}(\hat{f}_T,\infty)$ الجدولية عند مستوى معنوية محدد .

$$F(\hat{f}_T,\infty) = \frac{x^2_{\hat{f}_T}}{\hat{f}_T}$$

3-6-1-2-2-2اختبار تأثير الوقت البسيط (Simple Time Effect):

لأختبار فرضية العدم $\mathbf{H_o^F(T_i)}$ (38) لأستقصاء التأثير البسيط للوقت داخل المجاميع المختلفة فأن إحصاءة (ATS) تأخذ الصيغة الاتية عند استعمال اسلوبي CCA,LOCF

$$\mathbf{F_n(T_i)} = \frac{\mathbf{n_i}}{\mathbf{N^2 tr(P_t\hat{V}_i)}}\,\underline{\overline{\mathbf{R}}}_{\mathbf{i.}}^{\prime}\,\mathbf{P}_t\,\underline{\overline{\mathbf{R}}}_{\mathbf{i.}} \qquad (44)$$

ان حساب مصفوفة التباين المشترك المقدرة $\hat{\mathbf{V}}_i$ كما في الصيغة رقم (30) اما عند استعمال طريقة CSA فانه يجب اعادة حساب $\mathbf{N}$، $\hat{\mathbf{V}}_i$, $\overline{\mathbf{R}}_{i.s}$ كما في الصيغ (33)(32)(34) للاخذ بنظر الاعتبار وجود القيم المفقودة.

ان إحصاءة $\mathbf{F_n(T_i)}$ تتوزع توزيعاً تقاربياً (Approximate) لتوزيع $F(\hat{f}_i,\infty)$.

$$\hat{f}_i = \frac{[tr(\mathbf{P}_t\hat{\mathbf{V}}_i)]^2}{tr(\mathbf{P}_t\hat{\mathbf{V}}_i\,\mathbf{P}_t\hat{\mathbf{V}}_i)}$$

وبمقارنة قيمة $\mathbf{F_n(T_i)}$ المحسوبة مع قيمة $\mathbf{F}(\hat{f}_i,\infty)$ الجدولية نرفض فرضية العدم $\mathbf{H_o^F(T_i)}$ اذا كانت قيمة$\mathbf{F_n(T_i)}$ المحسوبة اكبر من قيمة $\mathbf{F}(\hat{f}_i,\infty)$.

$$F(\hat{f}_i,\infty) = \frac{x^2_{\hat{f}_i}}{\hat{f}_i}$$

3-6-1-2-3اختبار التفاعل بين العاملين A و T (المجموعة والوقت) :

لإختبار فرضية العدم $\mathbf{H_o^F(AT)}$ (40) فان احصاءة ATS تأخذ الشكل الاتي عند استعمال اسلوبي CCA و LOCF:

$$\mathbf{F_n(AT)} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{tr(T_{AT}\hat{V}_n)}}\,\underline{\hat{\mathbf{P}}}\,\mathbf{T_{AT}}\,\underline{\hat{\mathbf{P}}} \qquad (45)$$

$$\mathbf{T_{AT}} = \mathbf{C'_{AT}}\,[\mathbf{C_{AT}}\,\mathbf{C'_{AT}}]^{-}\mathbf{C_{AT}} = \mathbf{P}_a \otimes \mathbf{P}_t$$

اما عند استعمال طريقة CSA فانه يجب اعادة حساب مصفوفة التباين المشترك $\widetilde{\mathbf{V}}_{\mathbf{n}}$ ومتجه تأثيرات المعالجة النسبية$\widehat{\mathbf{P}}$ للاخذ بنظر الاعتبار وجود القيم المفقودة.

$$\widehat{\mathbf{P}}_{is}=\frac{1}{N\lambda_{i,s}}\sum_{K=1}^{n_i}\lambda_{iks}\left(\mathbf{R}_{iks}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{N}\left(\overline{\mathbf{R}}_{i.s}-\frac{1}{2}\right)$$

إن إحصاءة (ATS) تتوزع توزيعاً تقاربياً لتوزيع $F(\hat{f}_{AT},\infty)$ عند فرضية العدم $\mathbf{H}_{o}^{F}(\mathbf{AT})$

$$\hat{f}_{AT}=\frac{[tr(T_{AT}\,\widehat{V}_n)]^2}{tr(T_{AT}\,\widehat{V}_n\,T_{AT}\,\widehat{V}_n)}$$

لذلك نرفض فرضية العدم $\mathbf{H}_{o}^{F}(\mathbf{AT})$ (38) اذا كانت قيمة$\mathbf{F}_{n}(\mathbf{AT})$ المحسوبة اكبر من قيمة $F(\hat{f}_{AT},\infty)$ الجدولية وبمستوى معنوية محدد .

4-الجانب التطبيقي

نتعرف في الجانب التطبيقي على نوعية البيانات[1] المتاحة لغرض تطبيق اساليب التحليل للقياسات المكررة المحتوية لقيم مفقودة حيث طبقت الصيغ الواردة في الجانب النظري وبحسب الأمكانية المتاحة في توفير البيانات ولتعزيز الجانب النظري ببيانات واقعية قام الباحث بزيارة ميدانية الى - دائرة مدينة الطب- دائرة المختبرات التعليمية ، مستشفى الجراحات التخصصية.

4-1بيانات القياسات المكررة في حالة مجموعة واحدة تشاهد لنقطتين زمنيتين:

لقد تم جمع البيانات عن المرضى المصابين بالفشل الكلوي حيث تم قياس نسبة اليوريا بالدم قبل اجراء عميلة الديلزة بفترة يومين وبعد اجراء عملية الديلزة ولنفس الفترة والديلزة هي عبارة جهاز يوضع لاجل تصفية الدم من الفضلات والأملاح ليتخلص الجسم منها.

عند استعمال اسلوب الحالة الكاملة CCA واسلوب التعويض بالمشاهدة الاخيرة LOCF واسلوب المجموعة الكاملة CSA على البيانات وبتطبيق جميع الاحصاءات الواردة في البحث.

من خلال مقارنة النتائج الواردة في الجدول (1) مع القيم الجدولية تم رفض فرضية العدم ولجميع الاساليب المستعملة في التحليل ، اي ان هنالك تأثير للوقت على المرضى المصابين بالفشل الكلوي.

الأستراتيجية									الاحصاءة
CSA			LOCF			CCA			
القيم الجدولية	التوزيع المحاذي	النتائج المستخرجة	القيم الجدولية	التوزيع المحاذي	النتائج المستخرجة	القيم الجدولية	التوزيع المحاذي	النتائج المستخرجة	
مستوى المعنوية			مستوى المعنوية			مستوى المعنوية			

جدول رقم(1)

نتائج تجربة الديلزة باستعمال الاستراتيجيات CCA,LOCF,CSA

			0.05	0.01			0.05	0.01			0.05	0.01
T_n^F	28.446	t_{30}	2.042	3.464	14.2216	t_{34}	2.033	3.608	-	-	-	-
W.M.P.S.R	4.8599	Z	1.96	2.58	4.8599	Z	1.96	2.58	-	-	-	-
B.s.t	5.56776	Z	1.96	2.58	5.56776	Z	1.96	2.58	-	-	-	-
T_1	-	-	-	-	-	-	-	-	27.296	Z	1.96	2.58

2-4بيانات للقياسات المكررة لمجموعة من المفردات شوهدت لاكثر من نقطتين زمنيتين:

لقد تم جمع البيانات من مديرية المختبرات التعليمية لدائرة مدينة الطب على مجموعة من الحوامل حيث تم قياس نسبة الحديد لدى المرأة الحامل وعلى اربع فترات وهي الشهر الأول-الشهر الثالث-الشهر السادس-

الشهر التاسع.إذ لوحظ انخفاض في نسبة الحديد كلما زادت فترة الحمل. والتي اظهرت بعد اختبارها بالاختبار

الموضح في الفقرة(3-2) بان بياناتها تعاني من مشكلة الفقدان العشوائي بالكامل (MCAR) اذ أن $D_+=0.619$ وبمقارنتها مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$ والتي تساوي 0.708 فاننا لا نستطيع رفض فرضية العدم .

من خلال مقارنة النتائج الواردة في الجدول (2) مع القيم الجدولية تم رفض فرضية العدم ولجميع الاساليب المستعملة في التحليل ،اي ان هنالك تاثير لفترة الحمل على نسبة الحديد لدى المرأة الحامل.

الاحصاءة	الأستراتيجية

جدول رقم (2)

نتائج تجربة فقر الدم عند النساء الحوامل باستعمال الاستراتيجيات CCA,LOCF,CSA

	CCA				LOCF				CSA			
	النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية مستوى المعنوية		النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية مستوى المعنوية		النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية مستوى المعنوية	
			0.05	0.01			0.05	0.01			0.05	0.01
$F_n(P_t)$	226.2461	$\frac{\chi_2^2}{2}$	3.688	5.298	214.3181	$\frac{\chi_2^2}{2}$	3.688	5.298	231.03403	$\frac{\chi_2^2}{2}$	3.688	5.298

3-4 بيانات القياسات المكررة لمجموعتين شوهدت لاكثر من نقطتين زمنيتين

تم جمع البيانات لمجموعتين من الذكور والاناث للمصابين بهذا المرض ولأربع فترات الأسبوع الأول- الشهر الأول - الشهر الثالث-الشهر السادس مع دراسة مدى استجابتهم للعلاج، والتي اظهرت بعد اختبارها كما في الفقرة (3-2) بان بياناتها تعاني من مشكلة الفقدان العشوائي بالكامل (MCAR) وبمقارنة $D_+ = 0.6178$ للمجموعة الأولى مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$ والتي تساوي0.708 و$D_+ = 0.2932$

للمجموعة الثانية مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$ والتي تساوي **0.828** فاننا لا نستطيع لرفض فرضية العدم.

من خلال مقارنة النتائج الوردة في الجدول (3) لبيانات مجموعتين من المفردات شوهدت لاربع اوقات مع القيم الجدولية لاختبار الفرضيات $H_0^F(AT)$، $H_0^F(T_i)$، $H_0^F(T)$،$H_0^F(A)$ ،لذلك لانستطيع رفض فرضية العدم $H_0^F(A)$ ولجميع الاساليب المستعملة في التحليل اي انه ليس هنالك تاثير للمجموعة (ذكور كانت او اناث)من ناحية استجابتهم للعلاج للمرضى المصابين باللوكيميا، اما فرضية $H_0^F(T)$ فقد رفضت باستعمال جميع الاساليب اي ان هنالك تأثير للوقت على المرضى المصابين باللوكيميا من خلال دراسة نسبة الخلايا اللمفاوية لديهم ولاربع فترات ،وايضا رفضت فرضية $H_0^F(T_i)$ اي ان هنالك تاثير للوقت ضمن كل مجموعة من المجموعتين ، اما فرضية $H_0^F(AT)$ فعند استعمال اسلوب CCA فقد رفضت عند مستوى معنوية 0.01 ولم نستطع رفض الفرضية عند مستوى معنوية 0.05 ، وعند استعمال اسلوبي LOCF و CSA فاننا لم نسطيع رفض الفرضية اي ليس هنالك تاثير للتفاعل بين مجموعتي الذكور والأناث والوقت.

جدول رقم(3)

نتائج تجربة المرضى المصابين باللوكيميا باستعمال الاستراتيجيات CCA,LOCF,CSA

الاحصاءة	الأستراتيجية												
		CCA				LOCF				CSA			
	التأثير	النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية / مستوى المعنوية		النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية / مستوى المعنوية		النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية / مستوى المعنوية	
				0.05	0.01			0.05	0.01			0.05	0.01
ATS	A	0.18439	F(1,58)	5.3	8.524	0.1190	F(1,77)	5.25	8.4	0.0112	F(1, 77)	5.25	8.4
	T	267.059	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	205.20	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	234.526	$\chi_3^2/3$	3.116	4.27
	T_1	126.717	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	81.90	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	76.888	$\chi_3^2/3$	3.116	4.27
	T_2	35.9573	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	31.743	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	43.210	$\chi_3^2/3$	3.116	4.27
	AT	3.8443	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	2.0948	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	1.207	$\chi_3^2/3$	3.116	4.27

4-4تجربة للقياسات المكررة لثلاث مجموعات من المفردات شوهدت لاكثر من نقطتين زمنيتين :

تُعد صبغة ١-هايدروكسي فينازين إحدى مشتقات الفينازين وهي ناتج أيضي ثانوي من الجرثومة ***P.aeruginosa***، تُعد جرثومة ***Pseudomonas aeruginosa*** مسبباً لكثير من الإصابات (خمج المسالك البولية، التهاب الأذن الوسطى، التهاب الحروق والتهاب الجروح) تظهرهذه الجرثومة لدى المصابين بمرض ابيضاض الدم وتمتلك هذه الجرثومة مقاومة عالية لمدى واسع من المضادات الحياتية ، ومن خلال تجربة معرفة تأثير تراكيز مختلفة من ١-هايدروكسي فينازين في وظائف الكبد للجرذان البيض لما لهذه الصبغة من دور مهم في أمراضية هذه الجرثومة وتوفير الحماية للجرثومة من الجراثيم الأخرى في موقع الإصابة، تم قياس تراكيز مختلفة من صبغة 1-هايدروكسي فينازين (50,30,20) في وظائف كبد الجرذان البيض من خلال قياس فاعلية **Serum Glutamate -Pyruvate Transminase (SGPT)** وعلى ثلاث فترات **(8,4,2)**.
والتي اظهرت بعد اختبارها كما في الفقرة(3-2) بان بياناتها تعاني من مشكلة الفقدان العشوائي بالكامل (**MCAR**) وبمقارنة $D_{+}=0.25$ للمجموعة الأولى مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha=0.2$ والتي تساوي **0.684** و$D_{+}=0.169$ للمجموعة الثانية مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$ والتي تساوي **0.929** و$D_{+}=0.488$ للمجموعةالثالثة مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$ والتي تساوي**0.929** فاننا لا نستطيع لرفض فرضية العدم.
لتجربة ثلاث مجموعات من المفردات شوهدت لثلاث اوقات فمن خلال مقارنة النتائج الوردة في الجدول **(4)** مع القيم الجدولية لاختبار الفرضيات $\mathbf{H_0^F(A)}$، $\mathbf{H_0^F(T)}$، $\mathbf{H_0^F(T_i)}$، $\mathbf{H_0^F(AT)}$ ،لذلك سترفض فرضية العدم $\mathbf{H_0^F(A)}$ ولجميع الاساليب المستعملة في التحليل اي انه هنالك تاثير للمجاميع (التراكيز)على افراز انزيم **SGPT** بسبب استعمال تراكيز مختلفة من صبغة 1-هايدروكسي فينازين وحقنها للجرذان البيض، اما فرضية $\mathbf{H_0^F(T)}$ فقد رفضت باستعمال جميع الاساليب اي ان هنالك تأثير للوقت على افراز انزيم **SGPT** وللفترات الثلاث،وايضا رفضت فرضية $\mathbf{H_0^F(T_i)}$ اي ان هنالك تاثير للوقت ضمن كل مجموعة من مجموعات التراكيز الثلاث ، اما فرضية $\mathbf{H_0^F(AT)}$ فلا نستطيع رفض فرضية العدم، اي ليس هنالك تاثير للتفاعل بين المجموعات (التراكيز) **(50,30,20)** والفترات التي تم قياسها فيها**(8,4,2)**.

جدول رقم (4)

نتائج تجربة تركيز صبغة 1-هايدروكسي فينازين في وظائف الكبد للجرذان البيض باستعمال الاستراتيجيات CCA,LOCF,CSA

الاحصاءة		الأستراتيجية											
		CCA				LOCF				CSA			
	التأثير	النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية مستوى المعنوية 0.05	0.01	النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية مستوى المعنوية 0.05	0.01	النتائج المستخرجة	التوزيع المحاذي	القيم الجدولية مستوى المعنوية 0.05	0.01
ATS	A	14.564	F(2,55)	3.96	5.86	15.848	F(2,69)	889.3	5.71	22.293	F(2,68)	3.891	5.715
	T	347.17	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	240.322	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	811.063	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298
	T_1	25.609	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	17.977	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	58.001	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298
	T_2	56.874	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	46.063	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	135.589	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298
	T_3	42.328	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	23.792	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298	100.656	$\chi_2^2/2$	3.688	5.298
	AT	1.1324	$\chi_4^2/4$	2.785	3.715	1.794	$\chi_3^2/3$	3.116	4.27	0.9767	$\chi_4^2/4$	2.785	3.715

5- الاستنتاجات

1- من خلال تنفيذ تجربة الديلزة في حالة مجموعة بمعالجتين(نقطتين زمنيتين) وباستعمال الا ستراتيجيتين CCA و LOCF تم التوصل الى أن كل من أحصاءة T_n^F و أحصاءة W.M.P.S.R و أحصاءة B.s.t اعطت الاستنتاج نفسه وهو أن هنالك تأثير على المرضى المصابين بالفشل الكلوي بعد اجراء عملية الديلزة مما ادى الى تقليل نسبة اليوريا بالدم . وكذلك عند تطبيق استراتيجية CSA وبأستعمال أحصاءة T_a تم التوصل الى نفس الاستنتاج اعلاه.

2- لبيانات فقر الدم عند النساء الحوامل ولمجموعة واحدة شوهدت عنداكثر من نقطتين زمنيتين وعند استعمال احصاءة ATS تم التوصل الى أنه توجد فروق معنوية بين نقاط الزمن المختلفة اي هنالك اختلاف في نسبة الحديد لدى المرأة الحامل بين الفترات الزمنية الاربع(الشهر الاول_الشهر الثالث_الشهر السادس_الشهر التاسع) اذ لوحظ انخفاض في نسبة الحديد كلما ازدادت فترة الحمل.

3- لتجربة مجموعتين شوهدت لاكثر من نقطتين زمنيتين والتي تتمثل بالمرضى المصابين باللوكيميا ولمجموعتين من الذكور والأناث والتي شوهدت لأربع أوقات(الاسبوع الاول_الشهر الاول_الشهر الثالث_الشهرالسادس) وعند استعمال احصاءة ATS فقد تم التوصل الى أنه لاتوجد فروق معنوية بين المجموعات اي ليس هنالك تاثير للجنس لمدى الاستجابة للعلاج،والتوصل أيضاً أنه توجد فروق معنوية بين نقاط الزمن أي أنه هنالك أختلاف بين الفترة الزمنية للعلاج اذ كان هنالك تأثير للوقت لمدى استجابة المرضى للعلاج وهذا ينطبق على معدل تأثير الوقت والتأثير البسيط للوقت ولأختبار معنوية التفاعل بين المجموعة والوقت فان احصاءة ATS توصلت الى نتيجتين مختلفتين من حيث رفض او قبول الفرضية اما عند تطبيق اسلوبي LOCF وCSA تم التوصل الى انه لا توجد فروق معنوية للتفاعل بين مجموعي الذكور والاناث والفترة الزمنية للعلاج .

4- لتجربة ثلاث مجموعات شوهدت لثلاث من نقاط الزمن والتي تتمثل بدراسة ثلاثة تراكيز مختلفة (50,30,20)من صبغة 1-هايدروكسي فينازين في وظائف الكبد للجرذان البيض تقاس لثلاث فترات وعند استعمال احصاءة ATS فقد تم التوصل الى أنه توجد فروق معنوية بين المجموعات أي أن هنالك اختلافات بين تاثيرات المجموعات (التراكيز) على انزيم SGPT اذ كلما يزداد تركيز صبغة 1-هايدروكسي فينازين يزداد تركيز انزيم SGPT وتعزى هذه الزيادة بسبب تسربه الى مجرى الدم نتيجة التلف الناجم في الخلايا الكبدية بفعل الاصابة، والتوصل أيضاً أنه توجد فروق معنوية بين نقاط الزمن أي أن هنالك أختلاف بين تأثيرات الزمن على تركيز انزيم SGPT وذلك من خلال زيادة هذا الانزيم خلال الفترات الثلاث وهذا ينطبق لمعدل تأثير الوقت والتأثير البسيط للوقت، وانه لاتوجد فروق معنوية للتفاعل بين مجموعات التراكيز والفترات الزمنية الثلاث أي أن ليس هنالك اختلافات بين تاثيرات للتفاعل بين مجموعات التراكيز والفترات الزمنية الثلاث على انزيم SGPT.

5- يلاحظ في جميع التجارب بان عامل الوقت يؤثر في التجربة ويسبب في رفض H_O بمعنى وجود تاثير للوقت في المجموعة i وهذا ما تبينه نتائج الجداول(3)(4).اما بالنسبة للتفاعل لم يكن هنالك تأثيرله.

6- من خلال استعراض جميع الاحصاءات يمكن اعتبار الاحصاءة T_a في حالة تجارب القياسات المكررة لمجموعة واحدة تشاهد عند نقطتين زمنيتين بأنها افضل احصاءة وذلك لانها تأخذ بنظر الاعتبار اسلوب تقدير المجموعة الكاملة (CSA) والذي يأخذ جميع البيانات المشاهدة والبيانات التي تعاني من وجود القيم المفقودة.

7- ان افضل احصاءة لتجارب القياسات المكررة في حالة مجموعة واحدة مشاهدة لاكثر من نقطتين زمنيتين وفي حالة مجموعتين فأكثر والتي تشاهد عند اكثر من نقطتين زمنيتين وفي حالة العينات الكبيرة فهي احصاءة(WTS) .اما في حالة العينات ذات الحجم المتوسط والصغير فأن افضل احصاءة

هي (ATS) وذلك لانها تأخذ بنظر الاعتبار اسلوب تقدير المجموعة الكاملة (CSA) والذي يأخذ جميع البيانات المشاهدة والبيانات التي تعاني من وجود القيم المفقودة .

المصادر

1. جاسم،عبدالقادر احمد.2010" استخدام الاختبارات اللامعلمية في القياسات المكررة المتضمنة قيم مفقودة".

2. 2-Akritas, Michael.Kuha,J.Osgood,W.2002. "A Noparametric Approach to Matched Missing Value".SocioLogical Methods & Research, vol. 30, no. 3:425-454
3. 3-Barnard, G. A., (1963), "Discussion on Professor Bartlett's Paper," Journal of the Royal Statistical Society, Series B,vol. 25: 294.
4. 4-Besag, J. and P. J. Diggle, (1977), "Simple Monte Carlo Tests for Spatial Pattern",Applied Statistics, vol .26: 327-333.
5. 5-Brunner,E. Domhof,S.langer,f. 2002.Nonparametric Analysis of Longitudinal Data in Factorial experiments.John Wiley & Sons.
6. 6-Brunner,E. Domhof,S. Osgood,W.2002." Rank Procedure for Repeated Measures With Missing Values". SocioLogical Methods & Research. vol. 30 ,no. 3
7. 7-Brunner, E. and M. L. Puri. 1996. "Nonparametric Methods in Design and Analysis of Experiments." Handbook of Statistics, vol. 13, edited by S. Ghosh and C.R. Rao. Amsterdam: North-Holland.
8. 8-Brunner, Edgar, U. Munzel, and M. L. Puri. 1999. ``Rank-Score Tests in Factorial Designs With Repeated Measures.'' Journal of Multivariate Analysis. vol ,70: 286-317.
9. 9-Charles S. Davis.2002.Statistical Methods for the Analysis of Repeated Measurements. Springer-Verlag. New York
10. 10-Diggle, Peter J.1989."Testing for Random Dropouts in Repeatd Measurements data." Biometrics. vol.45:1255-1258.
11. 11-Diggle, Peter J.,M.G.Kenward.1994."Informative drop-out in longitudinal data analysis". Appl.Statist.vol.43,no.1:49-93
12. 12-Diggle, Peter J., K.-Y. Liang, and S. L. Zeger. 1994. Analysis of Longitudinal Data. Oxford,UK: Oxford University Press.
13. 13-Hirshikesh Chakraborty ,Hong Gu.(2009)."A Mixed Model Approach for Intent-to-Treat Analysis in Longitudinal Clinical Trials with Missing Values "Research Triangle Institute" أنترنيت.
14. 14-Hope, A.C.A. 1968. "A Simplified Monte Carlo Significance Test Procedure". Journal of the Royal Statistical Society. Series B, vol.30:581-598
15. 15-Julio M.Singer,Frederico Z.Poleto and Patricia Rosa."Parametric and nonparametric Analyses of Repeated Ordinal Categorical Data".أنترنيت
16. 16-Lindsey, James K. 1993. Models for RepeatedMeasurements. Oxford, UK: Oxford University Press .
17. 17-Little, J. R., & Rubin, D. (1987). Statistical analysis with missing data. New York: Wiley.
18. 18-Petre J.Greet Molenberghs.(1993)."Transformtion of Non Positive semidefinite Correlation Matrices".Commun.Statist.-Theory meth.vol.22(4):965-984.
19. 19-Rubin, D. B. (1976). "Inference and missing data". Biometrika. vol. 63: 581–592.

20. 20-shaha, D.A .& madan L. V.(2004).''nonparametric analysis of ordinal data in designed factorial experiments'' .The American Phytopathological Socity.vol.94,no.1.
21. 21-Sheskin,D.J.(200) .Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures .second ed.,champan&hall/cRc
22. 22-Siegel,Sidney.(1988).Nonparametric Statistics For Behavioral Sciences. second ed.,McGraw-Hill Book Company.
23. 23-Stefanie Hayoz.(2007)."Behavior of nonparametric tests in longuitudinal designs".15th European Young Statisticians Meeting.

....

....

....