مقارنة لبعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية باستخدام المحاكاة

أ.م.د انتصار عريبي فدعم* بشير فيصل محمد**

المستخلص:

يهدف البحث الى اجراء تقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين بالطرائق المعلمية والمتمثلة بـ (MLM,MOM,RRYM,RRXM,NWLSM) ، وكذلك اجراء تقدير لدالة المعولية بالطرائق اللامعلمية والمتمثلة بـ (EM, PLEM, EKMEM, WEKM, MKMM, WMR, MMO, MMT) .
وتم استخدام اسلوب المحاكاة لغرض المقارنة باستخدام حجوم عينات مختلفة (20,40,60,80,100) والوصول الى افضل الطرائق في التقدير بالاعتماد على المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطا التكاملي (IMSE)، وقد توصل البحث الى ايجاد وزن مقترح معدل (1)، و وزن مقترح معدل (2) لطريقة مقدر كابلن مير التجريبي الموزون (WEKM)، وقد توصل البحث الى ان افضل طريقة معلمية لتقدير دالة المعولية هي طريقة (الامكان الاعظم (MLM))، وبالنسبة لافضل طريقة اللامعلمية هي طريقة (طرائق التجريب (EM)).

Abstract

The research aims to estimate reliability function for the Weibull distribution with two parameters of a parametric methods , namely (MLM, MOM, RRYM, RRXM, NWLSM), as well as an estimate of the reliability function of nonparametric method, namely(EM,PLEM, EKMEM, WEKM, MKMM, WMR, MMO,MMT).

Simulation techniques was used for the purpose of comparison using different samples sizes (20,40,60,80,100) to find the best methods in the estimate based on the index the statistical integral mean square error (IMSE), research has come to find the weight of a proposed rate (1), and Weight proposed rate (2) of the weighted empirical Kaplan Meier estimator method (WEKM), The research found that the parametric method to estimate the reliability function

* عضو هيئة تدريسية /جامعة بغداد/كلية الادارة والاقتصاد/قسم الاحصاء .
** باحث

مقبول للنشر بتاريخ 2011/8/25

which is (Maximum Likelihood (MLM)), and for the best nonparametric method which is
(Empirical methods (EM)).

1. المقدمة وهدف البحث:

ان الفكرة الاساسية للبحث ابتدات من منطلق تطبيقات بحوث العمليات في دراسة وتقييم معولية المكائن المنتجة والتي تتطلب اتخاذ قرارات تستند الى اسس علمية حديثة، وان عدم وجود اسلوب تقدير معولي بالطرائق المعلمية واللامعلمية للمكائن والمعدات ادى الى عدم معرفة ساعات توقف عمل هذه المكائن وماهي الطرائق التي يمكن اعتمادها في التقدير.

وبناءا على ماتقدم فقد ظهرت دراسات سابقة ومستقبلية لكثير من الباحثيين في دراسة وتقدير دالة المعولية بالطرائق المعلمية واللامعلمية ومنهم في عام 2001 اقترح الباحث (القرشي، احسان كاظم) صيغتين لتمكن الباحثين من تقدير دالة المعولية مهما كان حجم بياناتهم ولاسيما عندما يكون حجم البيانات صغيرا من غير الولوج في التوزيعات الاحتمالية النظرية ومقارنة هاتين الصيغتين بالطرائق المعلمية واللامعلمية الاخرى، وفي عام 2006 قام الباحث (Gerulf.k.m) باستخدام الطرائق التجريبية اللامعلمية، وفي عام 2009 قام الباحثان (Mirta Bensic& Dragana Jankov) بتقدير معالم توزيع ويبل باستخدام الطرائق المعلمية وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى الموزونة اللاخطية باستخدام دالة التوزيع التجريبية وكذلك طريقة تخطيط احتمالية ويبل واستخدما اسلوب المحاكاة في التقدير، وفي العام نفسه اجرى الباحث (V.N.A.Naikan) بدراسة وتقدير دالة المعولية بالطرائق اللامعلمية ومن هذه الطرائق طريقة مقدر كابلن مير وطريقة كابلن مير التامينية البسيطة واعطى امثلة تطبيقية لتقدير دالة المعولية بالطريقتين،وايضا في نفس العام قام الباحث (Henry posters) باستخدام الطرائق اللامعلمية واعطاء امثلة تطبيقية واستخدام بيانات حقيقية .

ويهدف البحث الى مقارنة الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين بأستخدام المحاكاة لتحديد الطرائق المثلى.

2. طرائق التقدير Methods Of Estimation

في هذا البحث نستعرض الطرائق المختلفة لتقدير دالة المعولية بالطرائق المعلمية واللامعلمية، ولتقدير دالة المعولية بالطرائق المعلمية لابد من تقدير معلمات توزيع ويبل ذي المعلمتين للبيانات الكاملة، أما عن تقدير دالة المعولية بالطرائق اللامعلمية فأنها تقدر مباشرةً، وذلك لعدم استنادها على تقدير المعلمات، وفيما يأتي طرائق التقدير المختلفة:-

1-2 الطرائق المعلمية Parametric Methods

1-1-2 طريقة الامكان الأعظم (Maximum Likelihood Method, MLM) [1][5][8]:

تعد طريقة الامكان الأعظم من الطرائق المهمة في التقدير لما تتميز به من خصائص وصفات كثيرة ومنها الثبات والاتساق غالباً وليس دائماً، فإذا أفترضنا أن $t_1, t_2, \dots, t_n$ تمثل عينة عشوائية بحجم n مسحوبة من مجتمع له دالة الكثافة الأحتمالية $f(t_i;\ \theta)$ حيث أن θ تمثل معلمة النموذج المجهولة، اي ان:

$$L = \prod_{i=1}^{n} f\left(t_i, \theta\right) \quad \dots\dots (1)$$

حيث L : دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة.

ولتكن $\hat{\theta}$ مقدر الأمكان الأعظم للمعلمة θ التي تعظم دالة الأمكان L، أي أن مقدر الامكان الاعظم للمعلمة θ هو الحل للمعادلة الآتية :

$$\frac{\partial Log_e L}{\partial \theta} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

والآن سنقوم بتطبيق طريقة الامكان الاعظم لمقدرات معلمات توزيع ويبل طبقاً إلى دالة توزيع ويبل ذي المعلمتين حيث ستكون دالة الإمكان كالآتي:

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n; \beta, \alpha) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\beta}{\alpha^{\beta}} t_i^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta}} \quad \dots\dots (3)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة (3) وبتفاضل الدالة بالنسبة للمعلمتين وبالمساواة بالصفر نحصل على المعادلتين المقدرتين الآتيتين:

$$\frac{\partial Log_e L}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^{n} Log_e t_i - \frac{1}{\alpha}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta} \, Log_e t_i = 0 \quad \ldots\ldots (4)$$

$$\frac{\partial Log_e L}{\partial \alpha} = -\frac{n}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta} = 0 \quad \ldots\ldots (5)$$

وبعد تبسيط المعادلة (5) نحصل على مقدر معلمة القياس $\hat{\alpha}$:

$$\hat{\alpha}_{ML} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\beta}_{ML}}}{n} \quad \ldots\ldots (6)$$

وبتعويض قيمة معادلة (6) في معادلة (4) نحصل على المعادلة الاتية :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(t_i^{\beta} Log_e t_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}} - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Log_e t_i = 0 \quad \ldots\ldots (7)$$

تحل المعادلة (7) أعلاه بأحدى الطرائق العددية المستخدمة لحل المعادلات الرياضية الغير خطية (مثل طريقة نيوتن رافسون)، للحصول على مقدر لمعلمة الشكل $\hat{\beta}_{ML}$، ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية كما يأتي :

$$\hat{R}(t)_{ML} = e^{-\left(\frac{t}{\hat{\alpha}_{ML}}\right)^{\hat{\beta}_{ML}}} \quad \ldots\ldots (8)$$

2-1-2: طريقة العزوم (Method of Moments, MOM) [1][8]:

طريقة العزوم هي تقنية أخرى شائعة الاستخدام في مجال مقدرات المعلمات. فأذا كانت اوقات الفشل $t_1, t_2, \ldots, t_n$ تمثل مجموعة من البيانات لعينة عشوائية، أذاً يصبح المقدر غير المتحيز للعزم الأساسي k^{th} هو:

$$\hat{m}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i^{k}$$

. حيث $\hat{m}_k$ تمثل تقدير m_k .

وأن العزم k^{th} لتوزيع ويبل ذي المعلمتين هو :

$$\mu_k = \alpha^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{\beta}\right) \quad \ldots\ldots (9)$$

حيث $\Gamma(.)$: تمثل دالة كاما

ويمكن الحصول على المتوسط والتباين لتوزيع ويبل ذي المعلمتين، اذ أن العزم الاول μ_1 يمثل المتوسط وهو :

$$Mean = \mu = \mu_1 = \alpha^1 \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) .$$

أما التباين :

$$Variance = \sigma^2 = \mu_2 - (\mu_1)^2 = \alpha^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right]$$

ونحصل على دالة بدلالة β فقط حينما نقسم التباين على مربع المتوسط وكما يأتي :

$$\frac{\sigma^2}{\mu^2} = \frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} \quad \ldots\ldots (10)$$

ونحصل على معامل الأختلاف عند أخذ الجذور التربيعية للمعادلة (10) :

$$CV = \frac{\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} \quad \ldots\ldots (11)$$

والان يمكننا بناء جدول لـ CV متعدد من خلال أستخدام معادلة (11) لقيم β المختلفة. وللحصول على مقدر β ، فأننا نحتاج الى حساب معامل الأختلاف $(CV)_d$ لبيانات متوفرة.

نقارن قيم $(CV)_d$ بـ قيم CV المجدولة التي تم حسابها وذلك للحصول على مقدر لمعلمة الشكل $\widehat{\beta}_{MOM}$.
وبعد ذلك يمكن الحصول على مقدر معلمة القياس $\widehat{\alpha}$ باستخدام مايأتي :

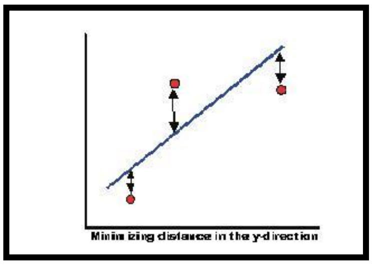
$$\widehat{\alpha}_{MOM} = \frac{\bar{t}}{\Gamma(1+\frac{1}{\widehat{\beta}_{MOM}})} \quad ......(12)$$

ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية التقريبي كما يأتي:

$$\widehat{R}(t)_{MOM} \simeq e^{-\left(\frac{t}{\widehat{\alpha}_{MOM}}\right)^{\widehat{\beta}_{MOM}}} \quad ......(13)$$

3.1.2: طريقة انحدار الرتبة على Y (Rank Regression on Y Method, RRYM)[1][7]:

تتطلب طريقة أنحدار الرتبة على Y خط مستقيم ملائم (كفوء) رياضياً الى مجموعة نقاط البيانات، مثلاً مجموع مربعات مسافة الأنحرافات العمودية من النقاط الى الخط الأصغر، وكما موضح في الشكل الآتي :



الشكل (2-6).تقليل مسافة الانحرافات العمودية[7]

نفرض بأن مجموعة من أزواج بيانات$(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),\dots,(X_n,Y_n)$ تم الحصول عليها وحددت نقاط بياناتها، حيث y المتغير المعتمد و x المتغير المستقل، ومن ثم سنطبق مبدأ المربعات الصغرى الذي يقلل المسافة العمودية بين نقاط البيانات والخط المستقيم الملائم الى البيانات، وأفضل خط مستقيم ملائم الى هذه البيانات هوالخط المستقيم

$$\widehat{y}_i = \widehat{a} + \widehat{b}x_i$$

لفهم العلاقة بين الـCDF والمعلمتين (α,β) لدالة توزيع ويبل ذي المعلمتين وباجراء التحول اللوغارتمي المزدوج لها نحصل على :

$$Log_e\{-Log_e[1-F(t)]\} = -\beta Log_e\alpha + \beta\, Log_e t ......(14)$$

ويمكن الحصول على $\widehat{b}$ و $\widehat{a}$ من خلال المعادلتين الآتيتين :

$$\widehat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - \widehat{b}\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{y} - b\bar{x} ......(15)$$

$$\widehat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}} ......(16)$$

وفي هذه الحالة نحصل على قيم y_i من المعادلة (14) و x_i من المعادلة (14). والـ F(t) مقدرة من رتبة الوسيط وكما يأتي :

$$F(t)\% = \frac{i-0.3}{n+0.4} * 100\% ......(17)$$

عندما يتم الحصول على $\widehat{a}$ و $\widehat{b}$ ، يمكن الحصول على مقدر β و α من المعادلتين الاتيتين :

$$\widehat{\beta}_{RRY} = \widehat{b} ......(18)$$

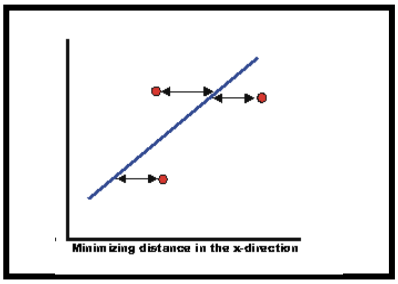
$$\widehat{\alpha}_{RRY} = e^{-\frac{\widehat{a}}{\widehat{\beta}_{RRY}}} ......(19)$$

وعليه يمكن الحصول على مقدر دالة المعولية التقريبي وكالآتي :

$$\widehat{R}(t)_{RRY} \simeq e^{-\left(\frac{t}{\widehat{\alpha}_{RRY}}\right)^{\widehat{\beta}_{RRY}}} ......(20)$$

4.1.2: طريقة انحدار الرتبة على X (Rank Regression on X Method, RRXM) fiıfifi7fi :

طريقة انحدار الرتبة على X مشابهه لطريقة أنحدار الرتبة على Y مع وجود أختلاف من حيث مجموع مربعات مسافات الانحرافات الافقية من النقاط الى الخط الأصغر ، بدلا من الانحرافات العمودية، وكما في الشكل الآتي :



الشكل (2-7). تقليل مسافة الانحرافات الأفقية[7]

إذ في هذه الطريقة نعد x المتغير المعتمد والـ y المتغير المستقل، ومن ثم سنطبق مبدأ المربعات الصغرى الذي يقلل المسافة الأفقية بين نقاط البيانات والخط المستقيم الملائم الى البيانات، وأفضل خط مستقيم ملائم الى هذه البيانات الخط المستقيم $\hat{x}_i = \hat{a} + \hat{b}y_i$

ويمكن الحصول على $\hat{a}$ و $\hat{b}$ من خلال المعادلتين الآتيتين :

$$\hat{a} = \bar{x} - \hat{b}\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - b\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \quad \text{.......(21)}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sum_{i=1}^{n} {y_i}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n}} \quad \text{.......(22)}$$

وفي هذه الحالة نحصل على قيم y_i من المعادلـة (14) و x_i من المعادلة (14)، والـ F(t) مقدرة من رتبة الوسيط وكما في المعادلة (17) .

وعندما يتم الحصول على $\hat{a}$ و $\hat{b}$، يمكن الحصول على مقدر β و α من المعادلتين الاتيتين :

$$\hat{\beta}_{RRX} = \frac{1}{\hat{b}} \quad \text{.......(23)}$$

$$\hat{\alpha}_{RRX} = e^{-\frac{\hat{a}}{\hat{b}} * \frac{1}{\hat{\beta}_{RRX}}} \quad \text{.......(24)}$$

وعليه يمكن الحصول على مقدر دالة المعولية التقريبي وكما يأتي :

$$\hat{R}(t)_{RRX} \simeq e^{-\left(\frac{t}{\hat{\alpha}_{RRX}}\right)^{\hat{\beta}_{RRX}}} \quad \text{.......(25)}$$

5.1.2: طريقة المربعات الصغرى اللاخطية الموزونة بأستخدام دالة التوزيع التجريبية (Nonlinear Weighted Least Squares Using The Empirical Distribution Function Method, NWLSM) fiıfifiı2fi :

وتعد هذه الطريقة من الطرائق الحديثة في تقدير معلمات توزيع ويبل، أذ إستخدمت لأول مرة من قبل الباحثان (Mirta Bensic & Dragana Jankov)، وفي هذه الطريقة مجموع أختلافات المربعات الصغرى للتوزيع النظري والتجريبي يقلل خلال $(\alpha,\beta) \in \theta$، ولكي تكون الطريقة أكثر دقة، نفترض بأن Ti=1,...,n عنده توزيع ويبل ذي المعلمتين.

في هذه الطريقة نشير الى التوزيع التجريبي $\hat{F}(t)$ للعينة العشوائية $(T_1, T_2, \ldots, T_N)$:

$$\hat{F}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{\{T_i \le t\}} \quad \text{.......(26)}$$

حيث أن : I_A : هو رمز دالـة مؤشر المجموعة (A ={$T_i \le t$}) .

ومن خلال دالة توزيع ويبل ذي المعلمتين والمعطاة في معادلة (3-2)، حيث المعلمات (α,β) غير معلومة ويمكن الحصول على مقدراتهما بتقليل الدالة اللاخطية الموزونة الآتية:

$$\sum_{i=1}^{n} wi\left(\hat{a}+\hat{b}x_i-y_i\right)^2 = min(a,b)\sum_{i=1}^{n} wi\left(\hat{a}+\hat{b}x_i-y_i\right)^2 \quad \text{.................(27)}$$

حيث أن :

$$F=\sum_{i=1}^{n} wi\left(\hat{a}+\hat{b}x_i-y_i\right)^2 \quad \text{...(28)}$$

$$w_i = \sqrt{\frac{n}{\hat{F}(t)(1-\hat{F}(t))}} \quad \text{...(29)}$$

وبتفاضل المعادلة (28) ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\sum_{i=1}^{n} wi\left(\hat{a}+\hat{b}x_i-y_i\right) = -\sum_{i=1}^{n} wi(y_i-a-bx_i)=0 \quad \text{..........................(30)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} wi\left(\hat{a}+\hat{b}x_i-y_i\right)*x_i = -\sum_{i=1}^{n} wi(y_ix_i-ax_i-b{x_i}^2)=0 \quad \text{...............(31)}$$

وبتبسيط المعادلة (30) و(31) نحصل على :

$$\sum_{i=1}^{n} w_iy_i = a\sum_{i=1}^{n} w_i + b\sum_{i=1}^{n} w_ix_i \quad \text{...(32)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_iy_ix_i = a\sum_{i=1}^{n} w_ix_i + b\sum_{i=1}^{n} w_i{x_i}^2 \quad \text{..................................(33)}$$

وبحل المعادلتين (32) و(33) آنياً نحصل على مقدر $\hat{a}$ و $\hat{b}$ وكما يأتي :

$$\hat{a}=\frac{\sum w_iy_i}{\sum w_i}-\hat{b}*\frac{\sum w_ix_i}{\sum w_i} \quad \text{...(34)}$$

$$\hat{b}=\frac{\sum w_i\sum w_ix_iy_i-\sum w_ix_i\sum w_iy_i}{\sum w_i\sum w_i{x_i}^2-(\sum w_ix_i)^2} \quad \text{...(35)}$$

وعندما يتم الحصول على $\hat{a}$ و $\hat{b}$ ، يمكن الحصول على مقدر α و β من المعادلتين الاتيتين :

$$\hat{\beta}_{NWLS}=\hat{b} \quad \text{...(36)}$$

$$\hat{\alpha}_{NWLS}=e^{-\frac{\hat{a}}{\hat{\beta}_{NWLS}}} \quad \text{... (37)}$$

وعليه يمكن الحصول على مقدر دالة المعولية التقريبي وكما يأتي :

$$\hat{R}(t)_{NWLS}\simeq e^{-\left(\frac{t}{\hat{\alpha}_{NWLS}}\right)^{\hat{\beta}_{NWLS}}} \quad \text{...(38)}$$

2.2 الطرائق اللامعلمية Nonparametric Methods

1.2.2: طرائق التجريب (Empirical Methods,EM) [2][6][1]:

إن طرائق التجريب تسمى أيضاً بأسم النماذج اللامعلمية أو النماذج الحرة التوزيع، والهدف منها الأستنتاج المباشر لتوزيع الفشل ودالة المعولية ودالة المخاطرة من خلال أوقات الفشل، وسيتم عرض طرائق التجريب، والطرائق اللامعلمية من خلال أنواع البيانات الآتية:

1. البيانات الكاملة غير المبوبة(غير المجمعة) Ungrouped complete data.

أفرض بأن $(t_1,t_2,\dots,t_n)$ هي أوقات فشل في العينة العشوائية ، وأن عدد الوحدات الباقية فـي الوقت t_i هو $(n-i)$. ودالة المعولية $R(t)$ هي ببساطة جزء من الوحدات الباقية عند الوقت t_i ويمكن تقديرها بالصيغة الآتية:

$$\hat{R}(t_i)=\frac{n-i}{n}=1-\frac{i}{n} \quad \text{...(39)}$$

ودالة الفشل التراكمية هي :

$$F(t_i)=1-R(t_i)=\frac{i}{n} \quad \text{...(40)}$$

لذلك $F(t_n) = n/n = 1$ وهناك أحتماليـة صفرية لأية وحدات باقيـة بعد t_n . و طالما أن البيانات كاملة فأننا يمكن أن نفترض أن أوقات الفشل ستظهر متساوية الفئات $(t_0,t_1),(t_1,t_2),\dots,(t_n,t_\infty)$،
من الممكن تقدير الدالة التراكمية لتوزيع الفشل (المعتمد على دالة الكثافة التراكمية المتماثلة (Symmetrical CDF)) وكالاتي:

$$\hat{R}(t_i) = 1 - F(t_i) = 1 - \frac{i-0.5}{n} \qquad (41)$$

وفي هذه الطريقة سوف نعتمد على تقدير دالة المعولية باستخدام المعادلة (41) [2].

2. البيانات الكاملة المبوبة (المجمعة) grouped complete data .
وسوف نعتمد البيانات الكاملة غير المبوبة (غير المجمعة) في بحثنا هذا .

ثانياً: طريقة مقدر مضروب الحدود (Product Limit Eftimator Method ,PLEM) :

وتسمى هذه الطريقة بالطريقة المختزلة حيث تمكن لويس عام 1987 من تقدير دالة المعولية بأختزال المعادلة الاتية:

$$\hat{R}(t_i) = 1 - \frac{i}{n+1} = \frac{n+1-i}{n+1} \qquad (42)$$

ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية وبدون بتر وبالصيغة الآتية:

$$\hat{R}(t_{i-1}) = \frac{n+2-i}{n+1} \qquad (43)$$

وبقسمة المعادلة (42) على المعادلة (43) نحصل على :

$$\frac{\hat{R}(t_i)}{\hat{R}(t_{i-1})} = \frac{\frac{n+1-i}{n+1}}{\frac{n+2-i}{n+1}} = \frac{n+1-i}{n+2-i}$$

أو :

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n+1-i}{n+2-i} * \hat{R}(t_{i-1}) \qquad (44)$$

حيث أن :
$\hat{R}(t_i)$ = أحتمال (بقاء الوحدة حتى الوقت t_i) = أحتمال (أن الوحدة لن تفشل خلال الوقت t_i الى t_{i+1} بشرط بقائها حتى الوقت t_i) * أحتمال (بقاء الوحدة حتى الوقت t_{i-1}) .
وعليه يمكن تقدير دالة المعولية وبالصيغة الاتية :

$$\hat{R}(t_i) = \left[\frac{n+1-i}{n+2-i}\right]^{\delta_i} * \hat{R}(t_{i-1})\ ;\ i = 1,2,\dots,m \qquad (45)$$

حيث ان : $R(0)=1$.
m : العدد الكلي لقيم رتب اوقات الفشل، n : العدد الكلي لاوقات الفشل .
$\delta_i = 1$: إذا حدثت حـالات فشل في الوقت t_i / $\delta_i = 0$: إذا حدثت حالات مراقبة فـي الوقت t_i .

ثالثاً: طريقة مقدر كابلن ميرالتجريبي
The Empirical Kaplan Meier Eftimator Method,EKMEM :

أقترح كابلن ومير عام (1958) مقدر لـ $F_1(.)$ الذي هو حدود جدول الحياة، وفترات الوقت تكون مأخوذة بصورة صغيرة جداً، بحيث أن كل المشاهدات t_i تقع ضمن هذه الفترات، والمقدرات تزداد عدداً وتذهب الى الصفر في طول فترات الوقت[3]، "أفرض أن لدينا n من الوحـدات في تجربــة ورتبت الأوقات المشاهــدة لهـذه الوحـدات n من t_1 الى t_n "[11]. ومقدر كابلن- مير هو مقدر تجريبي لامعلمي، ويمكن الحصول على معادلة دالة المعولية كالآتي :

$$\hat{R}(t_i) = 1 - F_1(t) \qquad (46)$$

$$\hat{R}(t_i) = \prod_{i:Ti\le t}\left(\frac{n-i}{n-i+1}\right)^{I=[\delta(i)=0\ or\ 1]}\ ;i = 1,\dots,m \quad for \quad t \le T_{(n)} \qquad (47)$$

حيث أن :

m : العدد الكلي لقيم رتب اوقات الفشل.

ومن الملاحظ مقدر $\widehat{R}(t_i)$ لدالة المعولية يمكن تقديره من المعادلة (47) وعندما $\delta(i) = 1$ هذا يعني ليس هناك مراقبة حدثت، واذا $\delta(i) = 0$ لكل i هذا يعني هناك مراقبة حدثت.وتعد طريقة مقدر كابلن مير التجريبية من الطرق الشائعة جداً [3] ، وربما يستخدم مقدر كابلن- مير في البحث الطبي لقياس جزء من حياة المرضى لفترة زمنية معينة بعد العلاج، وربما يقيس عالم الاقتصاد لطول الفترة الزمنية التي يبقى فيها الناس عاطلين بعد خسارة العمل، وربما يقيس المهندس الوقت حتى الفشل الذي يصيب المنتج أو المركب[9].

رابعاً: طريقة مقدر كابلن مير التجريبي الموزون
The Empirical Weighted Kaplan-Meier Eftimator Method, WEKM :fiıfi[13][4]

إن طريقة مقدر كابلن – مير عدلت لاحقاً بواسطة السيد Bahrawar Jan في اطروحته للدكتوراه والمعنونة بأسم ((مقدر كابلن – مير الموزون)) في عام 2004 إذ قام بأعطاء وزن لمقدر كابلن مير، ومن ثم استخدم الباحثون M.Shafiq&S.Shah&Alamgir مقدر كابلن- مير الموزون في عام 2007 حيث استخدم المقدر في الاعطال الكثيرة والامراض الخطيرة، والطريقة سهلة جداً وبسيطة للتطبيق في تحليل بيانات الفشل الفعلية.وتفترض بيانات اوقات مشاهدة $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ سواء كانت مراقبة أم غير مراقبة، حيث يعرف مقدر كابلن مير الموزون لتقدير دالة المعولية بالصيغة الآتية :

$$\widehat{R}(t) = \prod_{i:Ti\leq t} wi\left(\frac{n-i}{n-i+1}\right)^{I=[\delta(i)=0\ or\ 1]} \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad for \quad t \leq T_{(n)} \quad \dots\dots\dots (48)$$

حيث أن :

m : العدد الكلي لقيم رتب اوقات الفشل .

$\left(t_{(i)}, \delta(i)\right), i = 1,2, \dots, n$.

وحيث أن :

n : تمثل عدد الازواج المرتبة من المشاهدات $\left(t_{(i)}, \delta(i)\right)$ في فترات الوقت وهذا يعني :

$t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$.

وكما يمكن ايجاد W_i عن طريق الصيغة الآتية :

$W_i = \left(\frac{n-si}{n}\right)$.

إذ أن :

s_i : يمثل عدد الوحدات الفاشلة ويساوي واحد (s_i=1) عندما تكون البيانات من نوع البيانات الكاملة (Complete Data) .

ومن ثم نحصل على الصيغة الاتية عند ترتيب اوقات الفشل :

$(t_1, s_1), (t_2, s_2), \dots (t_i, s_i)$; i=1,…,n

خامساً: طريقة مقدر كابلن مير المحدث
The Modified Kaplan-Meier Eftimator Method, MkMM :[11]fiıfi

إن مقدر كابلن مير في اوقات الفشل الاخيرة ستكون $R(t_i) = 0$ و $F(t_i) = 1$. وهذا المقدر له قاعدة تشائمية ولايمكن أن يخطط (بدون تعديل) على ورقة الاحتمال، وحتى دالة الكثافة التراكمية (CDF) لنماذج المعولية القياسية المتماثلة تقترب من الواحد، عندما يقترب الوقت من اللانهاية ، وأفضل مقدر لكابلن مير تخطيطي يمكن الحصول عليه بواسطة تعديل مقدرات كابلن مير لكي تتحول الى مقدرات رتبة المتوسط لتخطيط بيانات اختبار الحياة، وعليه فأن مقدر دالة المعولية يعطى بالصيغة الآتية :

$$\widehat{R}(t_i) = \frac{n+0.7}{n+0.4} \prod_{T_i\leq t} \frac{n-i+0.7}{n-i+1.7} ; i = 1, \dots, m \dots\dots\dots (49)$$

حيث ان :

n : العدد الكلي لاوقات الفشل .

m : العدد الكلي لقيم رتب اوقات الفشل .

فعندما قيمة الـ$\widehat{R}(t_i)$ محسوبة فيمكن تقدير دالة الكثافة التراكمية بواسطة الصيغة الاتية :

$\widehat{F}(t_i) = 1 - \widehat{R}(t_i)$..(50)

سادسا : طريقة تقدير موزون لدالة المعولية A weighted Eftimation Method for reliability function ,WMR :[10][13]

في هذه الطريقة نبدأ بحالة بسيطة وسهلة التطبيق. إذا ليس هناك مشاهدات مُرَاقبة في العينة العشوائيةِ مِنْ حجم n ، وأن دالة التوزيع التجريبية (EDF) تكتب بالصيغة الآتية :

$\widehat{F}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I\{T_i \le t\}$

....(51)

حيث أن:

I : دالة المؤشر الذي يأخذ القيمة 1 عندما يحقق الشرط، عدا ذلك تكون قيمته صفر، وأن مقدر دالة المعولية يمكن الحصول عليه ببساطة عن طريق المعادلة الآتية :

$\widehat{R}(t) = 1 - \widehat{F}(t) = 1 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I\{Ti \le t\}$

....(52)

ومن الملاحظ انه $\widehat{R}(t)$ والـ $\widehat{F}(t)$ تستخدم الوزن (weighted) المساوي لـــ $\left(\frac{1}{n}\right)$ لكل نقطة عينة .

سابعاً: الطريقة المعدلة (1) Modified Method One ,MMO- [13]

ان التقدير اللامعلمي لدالة المعولية في هذه الطريقة المقترحة يعتمد على استخدام دالة التوزيع التجريبية (EDF) والمعرفة بالصيغة الآتية [12] :

$\widehat{S}_{(t_i)} = \sum_{i=1}^{n} I_{\{T_i \le t\}}$..(53)

حيث أن I : دالة المؤشر والذي يأخذ القيمة 1 عندما يحقق الشرط، عدا ذلك تكون قيمته صفر، وأن مقدر دالة المعولية يمكن الحصول عليه ببساطة عن طريق المعادلة الآتية :

$\widehat{R}(t_i) = \prod_{i:t_{i \le t}} W_i\left(\frac{n-i}{n-i+1}\right); i = 1, \dots, m$..(54)

حيث أن :

m : العدد الكلي لقيم رتب اوقات الفشل .

n : العدد الكلي لاوقات الفشل .

وكما يمكن أيجاد w_i لكل t_i عن طريق اقتراح وزن معدل من قبل الباحث (للوزن المقترح من قبل السيد Bahrawar Jan في عام (2004) والذي تم استخدامه في طريقة مقدر كابلن مير التجريبي الموزون سابقاً) وكما موضح بالصيغة الاتية [14]:

$..w_i = \left(\frac{n_i - s_i}{n_i}\right)$

ككما ويمكن الحصول على الوزن المعدل المقترح من قبل الباحث وبالصيغة الاتية:

$...w_i = \left(\frac{n_i - \widehat{S}_{(t_i)}}{n_i}\right)$

خوارزمية تقدير دالة المعولية للطريقة المعدلة (1) :

الخطوة الاولى : نرتب اوقات الفشلt_i ترتيبا تصاعدياً .

الخطوة الثانية : يتم حساب قيم دالة التوزيع التجريبية Empirical Distribution Function لكل اوقات الفشلt_i وبحسب الصيغة الاتية :

$.\widehat{S}_{(t_i)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{\{T_i \le t\}}$.

الخطوة الثالثة : يتم الحصول على اوزان اوقات الفشل t_i بحسب الصيغة الآتية :

$...w_i = \left(\frac{n_i - \widehat{S}_{(t_i)}}{n_i}\right)$

الخطوة الرابعة : نحصل على مقدر دالة المعولية بحسب الصيغة الاتية :

$$.\hat{R}(t_i) = \prod_{i:t_{i\leq t}} W_i\left(\frac{n-i}{n-i+1}\right); i = 1, \dots, m$$

الخطوة الخامسة : توقف.

ثامناً: الطريقة المعدلة (2) ـ Modified Method Tow,MMT

في هذه الطريقة المقترحة نقوم بأعطاء وزن لمقدر كابلن- مير وأن الوزن لمقدر كابلن مير السابق يعرف كما في الصيغة الاتية :

$$. \quad W_i = \left(\frac{n-si}{n}\right)$$

كما وأن دالـــة وزن جديدة تفترض تغير في التعريف والوزن المقترح هو تعديل مقدر كابلن – مير ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية ببساطة عن طريق الصيغة الآتية :

$$\hat{R}(t) = \prod_{i:Ti\leq t} wi\left(\frac{n-i}{n-i+1}\right)^{I=[\delta(i)=0 \text{ or } 1]} \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad for \quad t \leq T_{(n)} \qquad \text{..........(55)}$$

حيث يمكننا ايجاد الوزن لكل مشاهدة عن طريق الوزن المعدل للوزن المقترح من قبل (السيد محمد شفيق في عام (2007)) وكما موضح في الصيغة الاتية [14]:

$$.wi = 1 - sin\left(\frac{c_i * p_i}{n}\right)$$

ككما ويمكن الحصول على الوزن المعدل المقترح من قبل الباحث وبالصيغة الاتية:

$$.wi = 1 - sin\left(\frac{n-i}{n}\right)$$

وان السبب باختيار دالة (Sin) من خلال دراساتي السابقة للبحوث وجد الباحث انها اعطت افضل النتائج للوزن المقترح المعدل لمقدر كابلن-مير ومن خلال عدة تجارب ولحجوم عينات مختلفة.

حيث ان :

$$.\left(t_{(i)}, \delta(i)\right), i = 1, 2, \dots, n$$

n : تمثل عدد الازواج المرتبة من المشاهدات $\left(t_{(i)}, \delta(i)\right)$ في فترات الوقت وهذا يعني :

$$.t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$$

خوارزمية تقدير دالة المعولية للطريقة المعدلة (2) :

الخطوة الاولى : نرتب اوقات الفشل t_i ترتيبا تصاعدياً .

الخطوة الثانية : يتم الحصول على اوزان اوقات الفشل ti بحسب الصيغة الاتية :

$$.wi = 1 - sin\left(\frac{n-i}{n}\right)$$

الخطوة الثالثة : نحصل على مقدر دالة المعولية بحسب الصيغة الاتية .

$$.\hat{R}(t) = \prod_{i:Ti\leq t} wi\left(\frac{n-i}{n-i+1}\right)^{I=[\delta(i)=0 \text{ or } 1]} \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad for \quad t \leq T_{(n)}$$

الخطوة الرابعة : توقف .

2-المحاكاة Simulation :

المرحلة الأولى :

وهي المرحلة الأساس التي تعتمد عليها خطوات البرنامج وأجراءاته (Procedures) وفيما يأتي خطوات هذه المرحلة :-

أولاً : جرى أختيار قيم أفتراضية أولية مختلفة للمعلمتين (معلمة القياس α و معلمة الشكل β) وجرى تشكيل تسع حالات مبينة في الجدول الآتي:-

جدول رقم (1)

Cases الحالات	β معلمة الشكل	α معلمة القياس
I.	2	3
II.	2	3.5
III.	2	4
IV.	2	3.5
V.	2.5	4
VI.	2.5	4.5
VII.	3.5	4.5
VIII.	3.5	5
IX.	3.5	5.5

ثانياً: جرى اختيار خمسة حجوم عينات مختلفة (صغيرة، ومتوسطة، وكبيرة)

n=20, 40, 60, 80, 100

المرحلة الثانية :

في هذه المرحلة يجري توليد المشاهدات العشوائية (البيانات) بطريقة التحويل المعكوس وعلى وفق توزيع ويبل ذي المعلمتين وكما يأتي :

أولاً: توليد أرقام عشوائية U_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0, t)

$$U_i \sim U_{(0,1)} \quad ,i = 1,2, \dots ,n$$

U_i : يمثل متغير عشوائي مستمر يتم توليده بإستخدام الحاسبة الألكترونية على وفق الصيغة الآتية :-

$$U = RND(1) \quad \text{...(3-1)}$$

ثانياً : تحويل البيانات المولدة من الخطوة (أولاً) التي تتبع التوزيع المنتظم الى توزيع ويبل بمعلمتين بإستخدام دالة التوزيع التجميعية لتوزيع ويبل وحسب طريقة التحويل المعكوس الآتية :-

$$F(x) = 1 - \exp[-(\frac{t}{\alpha})^{\beta}] \quad \text{...(3-2)}$$

ومن ثم فأن

$$U = 1 - \exp[-(\frac{t}{\alpha})^{\beta}] \text{...(3-3)}$$

الدالة في (3-3) ماهي الا دالة الاحتمال التراكمي لتوزيع ويبل ذي المعلمتين ومنها نستنتج :

$$\exp\left[[-(\frac{t}{\alpha})^{\beta}\right] = 1 - U$$

وبأخذ لوغارتم الطرفين نحصل على:

$$.-(\frac{t}{\alpha})^{\beta} = \log(1-U)$$

$$.\because (1-U) \equiv U$$

$$\therefore \ -(\frac{t}{\alpha})^{\beta} = log(U)$$

$$-(\frac{t}{\alpha}) \quad = \log(U)^{\frac{1}{\beta}}$$

$$t = -\alpha * log(U)^{\frac{1}{\beta}} \text{...(3-4)}$$

المرحلة الثالثة :

في هذه المرحلة يتم تقدير المعلمات لتوزيع ويبل ذي المعلمتين (α,β) بالطرائق المعلمية.

المرحلة الرابعة :

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة المعولية بالطرائق المعلمية واللامعلمية وحسب صيغ طرائق التقدير المذكورة سابقاً.

المرحلة الخامسة :

تكرر هذه العملية لـ (1000) مرة على وفق البرنامج المذكور في الملحق (2).

المرحلة السادسة :

تجري في هذه المرحلة المقارنة بين المقدرات المستحصلة لمعلمة الشكل β ومعلمة القياس α لتوزيع ويبل ذي المعلمتين ودالة المعولية لها باستخدام المعيار الاحصائي الآتي :-

1- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة للمعلمات توزيع ويبل ذي المعلمتين (معلمة الشكل β ومعلمة القياس α) :

$$MSE(\hat{\beta}) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{\beta}-\beta)^2.$$

$$MSE(\hat{\alpha}) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{\alpha}-\alpha)^2.$$

حيث ان :

L : تمثل عدد التكرارات لكل تجربة والمساوية لـ 1000مرة .

2- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة المعولية :

$$MSE\left(\hat{R}(t)\right) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{R}_i(t)-R(t))^2.$$

اذ ان :

L: تمثل عدد التكرارات لكل تجربة والمساوية لـ 1000مرة .

$\hat{R}_i(t)$ مقدر $R(t)$ بحسب الأسلوب المستخدم في التقدير .

حيث ستتم مناقشة نتائج إسلوب المحاكاة المستخدم في مقارنة بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية المستخدمة لتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين، وتمت الدراسة بإستخدام حجوم عينات مختلفة (20,40,60,80.100) ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000)، وقيم إفتراضية أولية مختلفة أيضاً لمعلمات التوزيع وتحديد أفضلية الطرائق من خلال المعيار الإحصائي وهو متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE).

$$\boldsymbol{IMES}\left(\hat{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{t})\right) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{r}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}(\hat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{i}(\boldsymbol{ti})-\boldsymbol{R}(\boldsymbol{ti}))^2\right\}.$$

$$= \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{r}\boldsymbol{MSE}(\hat{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{ti}))$$

حيث أن :

L : تمثل عدد مرات تكرار التجربة .

n_t : هي معبرة عن حدود المتغير (t_i) من الحد الادنى الى الحد الاعلى .

جدول (1)

يبين متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لتقدير دالة المعولية لجميع الطرائق وحجوم العينات لجميع الحالات

		الطرائق المعلمية						الطرائق اللامعلمية								
cases	n	MLM	MOM	RRYM	RRXM	NWLSM	BEST	EM	PLEM	EKMEM	WEKM	MKMM	WMR	MMO	MMT	BEST
I	20	0.00080	0.00088	0.00160	0.00128	0.00178	MLM	0.05577	0.05942	0.06683	0.43927	0.05723	0.06683	0.08815	0.09537	EM
	40	0.00044	0.00048	0.00074	0.00062	0.00088	MLM	0.00854	0.01002	0.01079	0.22170	0.00912	0.01079	0.01369	0.03167	EM
	60	0.00028	0.00030	0.00048	0.00041	0.00060	MLM	0.00203	0.00263	0.00280	0.12466	0.00226	0.00280	0.00349	0.01832	EM
	80	0.00021	0.00022	0.00034	0.00031	0.00046	MLM	0.00051	0.00077	0.00081	0.07670	0.00061	0.00081	0.00101	0.01305	EM
	100	0.00017	0.00018	0.00027	0.00024	0.00038	MLM	0.00015	0.00025	0.00026	0.05034	0.00019	0.00026	0.00031	0.01034	EM
II	20	0.00055	0.00063	0.00119	0.00093	0.00132	MLM	0.06227	0.06605	0.07386	0.45654	0.06378	0.07386	0.09623	0.10365	EM
	40	0.00027	0.00030	0.00057	0.00045	0.00073	MLM	0.01114	0.01279	0.01366	0.23452	0.01179	0.01366	0.01694	0.03646	EM
	60	0.00018	0.00020	0.00032	0.00027	0.00044	MLM	0.00334	0.00407	0.00429	0.13442	0.00362	0.00429	0.00516	0.02198	EM
	80	0.00010	0.00011	0.000182	0.000151	0.000274	MLM	0.00181	0.00225	0.00234	0.08974	0.00198	0.00234	0.00271	0.01841	EM
	100	0.00009	0.00010	0.000179	0.000148	0.000266	MLM	0.00042	0.00061	0.00064	0.05664	0.00049	0.00064	0.00075	0.01310	EM
III	20	0.00035	0.00040	0.00081	0.00061	0.00091	MLM	0.06676	0.07064	0.07871	0.46815	0.06832	0.07871	0.10178	0.10932	EM
	40	0.00020	0.00022	0.00043	0.00033	0.00054	MLM	0.01307	0.01483	0.01576	0.24319	0.01376	0.01576	0.01929	0.03984	EM
	60	0.00012	0.00013	0.00028	0.00022	0.00040	MLM	0.00441	0.00523	0.00548	0.14108	0.00473	0.00548	0.00647	0.02461	EM
	80	0.00009	0.00010	0.00018	0.00015	0.00027	MLM	0.00181	0.00225	0.00234	0.08974	0.00198	0.00234	0.00271	0.01841	EM
	100	0.000077	0.000081	0.00014	0.00012	0.00020	MLM	0.00081	0.00106	0.00110	0.06102	0.00090	0.00110	0.00126	0.01513	EM

تتمة جدول (1)

يبين متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لتقدير دالة المعولية لجميع الطرائق وحجوم العينات لجميع الحالات

		الطرائق المعلمية						الطرائق اللامعلمية								
cases	n	MLM	MOM	RRYM	RRXM	NWLSM	BEST	EM	PLEM	EKMEM	WEKM	MKMM	WMR	MMO	MMT	BEST
.VII	20	0.0000085	0.0000122	0.0000509	0.0000282	0.0000618	MLM	0.081985	0.086148	0.095038	0.505759	0.083653	0.095038	0.120298	0.128247	EM
	40	0.0000031	0.0000038	0.0000151	0.0000085	0.0000228	MLM	0.020213	0.022315	0.023459	0.271534	0.021045	0.023459	0.027765	0.051529	EM
	60	0.0000023	0.0000027	0.0000072	0.0000050	0.0000107	MLM	0.008859	0.009953	0.010294	0.163065	0.009290	0.010294	0.011664	0.033944	EM
	80	0.0000014	0.0000016	0.0000045	0.0000031	0.0000074	MLM	0.004914	0.005572	0.005716	0.107510	0.005172	0.005716	0.006310	0.026581	EM
	100	0.0000013	0.0000015	0.0000037	0.0000027	0.0000062	MLM	0.003101	0.003538	0.003612	0.075842	0.003272	0.003612	0.003919	0.022611	EM
.VIII	20	0.0000036	0.0000051	0.0000224	0.0000114	0.0000278	MLM	0.082335	0.086502	0.095411	0.506566	0.084005	0.095411	0.120718	0.128672	EM
	40	0.0000019	0.0000025	0.0000111	0.0000060	0.0000171	MLM	0.020387	0.022495	0.023644	0.272168	0.021222	0.023644	0.027968	0.051798	EM
	60	0.0000013	0.0000015	0.0000051	0.0000031	0.0000087	MLM	0.008974	0.010073	0.010416	0.163567	0.009407	0.010416	0.011795	0.034163	EM
	80	0.0000009	0.0000011	0.0000036	0.0000023	0.0000070	MLM	0.004999	0.005662	0.005808	0.107923	0.005260	0.005808	0.006407	0.026774	EM
	100	0.00000062	0.00000072	0.0000019	0.0000013	0.0000035	MLM	0.003169	0.003610	0.003684	0.076191	0.003341	0.003684	0.003995	0.022790	EM
IX	20	0.0000024	0.0000035	0.0000227	0.0000101	0.0000298	MLM	0.082558	0.086728	0.095648	0.507081	0.084230	0.095648	0.120986	0.128943	EM
	40	0.0000013	0.0000016	0.0000073	0.0000036	0.0000116	MLM	0.020498	0.022610	0.023762	0.272573	0.021335	0.023762	0.028097	0.051970	EM

60	0.00000052	0.00000062	0.0000022	0.0000014	0.0000037	MLM	0.009048	0.010150	0.010495	0.163888	0.009482	0.010495	0.011879	0.034303	EM
80	0.00000049	0.00000057	0.0000018	0.0000011	0.0000036	MLM	0.005055	0.005720	0.005866	0.108186	0.005316	0.005866	0.006468	0.026898	EM
100	0.00000037	0.00000042	0.0000012	0.0000009	0.0000025	MLM	0.003213	0.003656	0.003731	0.076414	0.003386	0.003731	0.004044	0.022904	EM

4- مناقشة نتائج المحاكاة :

تم الحصول على النتائج المبينة في الجدول (1) والذي يبين متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لجميع الحالات والمتكونة من (9 حالات) بالقيم الافتراضية الاولية ولحجوم العينات المختلفة (20,40,60,80,100) ولتجربة عدد مكرراتها (L=1000) .

من خلال النتائج المبينة في الجدول (1) نلاحظ ما يأتي :

1. يتضح مما تقدم وبالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ان افضل طريقة معلمية للتقدير التـــي تمتلك اكثر عدد مرات افضليـــة هي طريقـــة (الامكان الاعظم (MLM))، وان افضل طريقة اللامعلمية للتقدير والتي تمتلك اكثر عدد مرات افضلية هي طريقة (طرائق التجريب (EM)).
2. اما عن الطرائق المعدلة رقم (1) و(2) والتي اظهرت نتائجها لمتوسط مربعات الخطا التكاملي (IMSE) افضل من نتائج متوسط مربعات الخطا التكاملي للطريقة اللامعلمية (طريقة مقدر كابلن مير التجريبي الموزون (WEKM)) ، وذلك من خلال اقتراح وزن معدل لمقدر كابلن-مير التجريبي الموزون بالطرق المعدلة وكما مبينة في الجانب النظري .
3. ومن خلال تجربة المحاكاة تبين ان طريقة تقدير موزون لدالة المعولية وطريقة مقدر كابلن- مير التجريبي تعطي نفس نتائج متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE).
4. ومن خلال تجربة المحاكاة تبين ان الطرق المعلمية هي الأفضل من الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية لأنها تعطي اقل متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE).
5. يتضح مما تبين في الجدول (1) ان الطريقة الافضل مابين جميع الطرائق المعلمية واللامعلمية لمقدر دالة المعولية هي الطريقة المعلمية (طريقة الامكان الاعظم (MLM)).

الاستنتاجات:

1. في جميع طرائق التقدير المعلمية واللامعليمة نلاحظ كلما ازداد حجم العينة تقترب المقدرات لدالة المعولية من قيم دالة المعولية الافتراضية (الحقيقية) وهذا يتحقق مع النظرية الاحصائية.
2. تفوقت نتائج الطرائق اللامعلمية المعدلة (1) و(2) باعطائهما وزن مقترح معدل لطريقة مقدر كابلن – مير التجريبي الموزون، والذي يعطي افضلية للطرائق المقترحة بأقتراب مقدراتها لدالة المعولية من قيم دالة المعولية الافتراضية الحقيقية، ولجميع حجوم العينات المختلفة (الصغيرة والمتوسطة والكبيرة) .
3. اظهر الجانب التجريبي وبالإعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ان افضل طريقة معلمية لتقدير دالة المعولية التي تمتلك اكثر عدد مرات افضلية هي طريقة (الامكان الاعظم MLM) بزيادة حجم العينة .
4. اظهر الجانب التجريبي وبالإعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ان افضل طريقة لامعلمية لتقدير دالة المعولية التي تمتلك اكثر عدد مرات افضلية وهي طريقة (طرائق التجريب (EM)).
5. ومن خلال دراسة الجانب التجريبي تبين ان الطريقة اللامعلمية (طريقة تقدير موزون لدالة المعولية (WMR)، وطريقة مقدر كابلن- مير التجريبي (EKMEM))، تعطي نتائج متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) نفسها.
6. تفوقت الطريقة المعدلة (1) والطريقة المعدلة (2)، والتي تعطي اقل متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) من متوسط مربعات الخطـأ التكاملي للطريقة اللامعلمية وهي طريقة (مقدر كابلن- مير التجريبي الموزون (WEKM)).

المصادر العربية :

1. السعدي، بشير فيصل محمد (2010)،(بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي)، رسالة ماجستير في بحوث العمليات مقدمة الى كلية الادراة والاقتصاد – جامعة بغداد.
2. القرشي ، إحسان كاظم شريف (2001)، (الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة البقاء)، أطروحة دكتوراه فلسفة في الأحصاء مقدمة الى كلية الأدارة والأقتصاد في الجامعة المستنصرية .

المصادر الاجنبية :

1. Arthur, V. Peterson, Jr.,(1977)," Expressing the Kaplan-Meier Estimator as a Function Of Empirical Sub survival Functions",Journal of the American Statistical Association, Vol. 72, No. 360, pp. 854- 858.
2. Bahrawar, J., and Shah ,S. W. A., and Shuhrat Shah and Qadir, M.F,(2005)," Weighted Kaplan Meier Estimation Of Survival Function In Heavy Censoring", Pak. J. Statist., Vol. 21(1) pp 55-63.
3. Diane, I. G & Lonnie, C.V.,(1981)," A simulation study of estimators for the 2- parameter weibull distribution ",IEEE Transaction on reliability,Vol.R-30,No.1.
4. Ebeling, C. E.,(1997),"An introduction to reliability and maintainability engineering", University of Dayton, McGraw-Hill Companies.
5. Estimation Of The Weibull Parameters, http://www.weibull.com /LifeDataWeb/estimation of_the_weibull_parameter.htm
6. Al-Fawzan, M.A., (2000), "Methods for Estimating the Parameters of the Weibull Distribution", King Abdul-Aziz City for Science and Technology, Riyadh, Saudi Arabia.
7. Henry posters,(2009)," Reliability engineering-part 14",fellow member & officer , American society quantity library.
8. Huang, M.L., (2008),"A weighted Estimation Method For Survival Function ", Applied Mathematical Sciences ,Vol.2,No.16,page 753-762.
9. Kaplan and Meier ,(1977) ,"Empirical model fitting - distribution free (Kaplan-Meier) approach", Engineering Statistic Handbook, http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/apr/section2/apr215.htm.
10. Mirta Bensic & Dragana Jankov,(2009)," Parameter estimation for a three-parameter Weibull distribution - a comparative study",Department of Mathematics, University of Osijek, Trg Lj. Gaja 6, 31 000 Osijek, Croatia

11. Rodriguez, G.,(2001)," Non-Parametric Estimation in Survival Models", paper by Email: grodri@princeton.edu.
12. Shafiq, M. & Shah, S. &Alamgir, (2007)," Modified Weighted Kaplan- Meier Estimator", Pak.j.stat.oper.res., Vol.III,No.1,pp39-44.

……………………………………………………………..

……………………………………………………..

………………………………………