تصميم وتنفيذ حاسبة لإجراء العمليات الحسابية على المصفوفات

م.م الماس احمد خليل
جامعة الموصل / كلية التربية الأساسية

تاريخ تسليم البحث : 2005/10/18 ؛ تاريخ قبول النشر : 2006/7/5

ملخص البحث :

قُدمَ البحث في مجال صناعة البرمجيات وتم اختيار موضوع مهم جداً لجميع الاختصاصات بشكل عام واختصاص الرياضيات بشكل خاص ، حيث تم اختيار موضوع المصفوفات والعمليات عليها . والهدف من هذا البحث هو تصميم برنامج سهل الاستخدام من قبل جميع الأشخاص وخاصة من ذوي الاختصاصات المختلفة من دون الحاجة إلى تعلم البرمجة .

يعتبر هذا البرنامج المصمم مشابهاً (من ناحية إمكانية استخدامه لإجراء العمليات الحسابية العادية على الأعداد) ومكملاً (من ناحية إمكانية استخدامه على المصفوفات) لعمل برنامج الحاسبة (Calculator) الموجود ضمن حزمة برامج نظام التشغيل (Windows) بإصداراته المختلفة، حيث يمكن تنصيبه ضمن البرامج التي تعمل تحت هذا النظام . ولقد تم استخدام لغة فيجول بيسك الإصدار السادس(Microsoft Visual Basic 6.0) في عملية البرمجة وذلك للتسهيلات الكبيرة التي تقدمها هذه اللغة وخاصة في مجال صناعة البرمجيات ، حيث تعتبر هذه اللغة من اللغات البرمجية القوية التي تعمل تحت بيئة التشغيل الرسومية وقائم على أساس البرمجة الشيئية (Object oriented programming) .

A Calculator Design for Conducting Mathematical Operations on Matrices

Assistant Lecturer Almas Ahmed Khalil
University of Mosul - College of Basic Education

Abstract:

The present work falls within the field of programming industry which is an important subject selected as suitable for all specializations, particularly mathematics . The subject of matrices and processes on such systems was ; therefore, chosen for investigation . The aim of this work is

to design program easy for use by all users from various specializations without the need for a learning program.

This designed program is similar from the view point of applying it on ordinary mathematical operations in numbers and as complementary from the viewpoint of applying it on matrices for the Calculator program within the different packages of windows operating systems . Which could be installed with the programs functioning under any kind of Windows operating systems . The language of Microsoft Visual basic 6.0 was used in the programming operation due to the great facilities provided by this language specially in the field of programming manufacture . This language is considered to be one of the superior programming languages which work under the graphic operation environment and based on object oriented programming .

1. المقدمة :

يزداد انتشار الحاسبات الالكترونية في العالم بشكل مذهل ويدخل استخدامها يوماً بعد يوم في المجالات الصناعية والتجارية والإدارية وغيرها . ففي كل يوم نجد لها استخداماً جديداً ، حتى أصبحت بصمة الحاسبة واضحة المعالم في جميع الميادين لما تمثلها من أداة فعالة لها تأثيرها في استقبال المعلومات والقيام بجميع العمليات التي تحتاج معالجة وتحليل .

في الآونة الأخيرة ، كثر الحديث حول صناعة البرمجيات ، التي تهتم بتصنيع برمجيات أو برامج الحاسبة والتي بدونها لا يمكن لأجهزة الحاسبة العمل ، ولا يمكن لأي حاسبة أن تؤدي وظائفها المختلفة من عمليات حسابية وتخزين واسترجاع للمعلومات ، فقد أشار (سالم،2002) في مقالته قضية صناعة البرمجيات من خلال عرض لبعض تجارب الدول المتقدمة والنامية في هذا المجال ، بالإضافة إلى تقديم بعض الاقتراحات التي تسهم في تحديد الطريق الصحيح للوصول إلى صناعة برمجيات وطنية تفرض نفسها على المستوى العالمي [3] .

في العديد من المجالات يكون من المناسب أن نتعامل مع البيانات تحت الدراسة على أنها وحدة واحدة وذلك بوصفها في مستطيل يسمى مصفوفة. حيث يوفر استخدام المصفوفات وقتاً وجهداً كبيرين ، كما قد يؤدي إلى بساطة وصغر حجم البرنامج ، ولا تقف أهمية الحاسبة

الالكترونية عند حد القيام بالحسابات بسرعة ودقة ولكن بالإضافة إلى ذلك فأنها تقوم بإجراء حسابات قد تستعصي على البشر كإجراء عمليات رياضية على كمية هائلة من البيانات.

2- المصفوفات والعمليات عليها :

المقصود بالمصفوفة (*Matrix*) بأنها مجموعة من البيانات ليس بالشرط أن تكون قيمتها مهمة بل إن الأهمية تكمن في موقعها ضمن المصفوفة . وان أي مصفوفة تحدد بعدد اسطرها (*Rows*) وأعمدتها (*Columns*) فيمكن أن يقال بأن المصفوفة ذات حجم $n \times m$ حيث إن عدد السطور يساوي n وعدد الأعمدة m ويرمز لعناصر لمصفوفة بالرمز a_{ij} حيث يشير i إلى السطر و j إلى العامود [4] [5] .

يرمز للمصفوفة عادة بالأحرف اللاتينية الكبيرة وتستخدم الحروف اللاتينية الصغيرة لتمثيل عناصر المصفوفة وكما هو مبين في المثال أدناه :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} = [a_{ij}];\ i = 1,2,...,n;\ j = 1,2,...,m$$

ويمكن إيجاد حلول سريعة وفعالة لمجموعة من المعادلات الخطية من خلال استخدام المصفوفة ، ولأجل عرض ما تم إنجازه في هذا البحث يجب التعرف مسبقاً على أهم العمليات التي تم برمجتها وتقديمها بشكل برنامج .

2-1 جمع وطرح المصفوفات Matrix addition and subtraction [2]

في كثير من الأحيان نحتاج إلى عملية جمع مصفوفة مع مصفوفة أخرى، فان هنالك شروطاً يجب توفرها لإنجاز العملية هي أن تكون أبعاد المصفوفة الأولى مساوية لأبعاد المصفوفة الثانية . وكذلك الحال بالنسبة لطرح مصفوفتين وكما يلي :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij} \qquad \text{.....(1)}$$

$$\therefore C = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$$

$$D_{ij} = A_{ij} - B_{ij} \qquad \text{.....(2)}$$

$$\therefore D = \begin{bmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} \end{bmatrix}$$

2-2 ضرب المصفوفات Matrix Multiplication [2]

لضرب مصفوفتين فان شرطاً يجب توفره وهو عدد الأعمدة الموجودة في المصفوفة الأولى يجب أن يكون مساوياً لعدد الصفوف الموجودة من المصفوفة الثانية وكما يلي :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

وبصورة عامة يمكن كتابة حاصل ضرب مصفوفتين حسب المعادلة التالية :

$$C = A \times B \qquad \text{.....(3)}$$

$$C_{ij} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{W} A_{ik} B_{kj} \qquad \text{.....(4)}$$

حيث أن A: المصفوفة الأولى

B: المصفوفة الثانية

C: ناتج ضرب المصفوفتين

i: عداد الصفوف في المصفوفة الأولى

j: عداد الأعمدة في المصفوفة الثانية

k: عداد الأعمدة في المصفوفة الأولى والتي تساوي عداد الصفوف الموجودة في المصفوفة الثانية

N: عدد الصفوف في المصفوفة الأولى

M: عدد الأعمدة في المصفوفة الثانية

W: عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى والتي تساوي عدد الصفوف المصفوفة الثانية

وأما بالنسبة لقسمة مصفوفتين فتمثل كما يلي :

$$C_{ij} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{W} A_{ik}.(1/B_{kj}) \quad \text{.....(5)}$$

3-2 محددة المصفوفة Matrix Determinant

وهي ناتج عن حاصل ضرب عناصر القطر الصغير مطروحاً منه حاصل ضرب عناصر القطر الأعظم ويرمز لها بالنسبة للمصفوفة A بـ | A | . ويمكن حساب محددة مصفوفة ذات الحجم (*2* × *2*) وكما يلي :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$|A| = (a_{11} \times a_{22}) - (a_{12} \times a_{21}) \quad \text{.....(6)}$$

أما إذا زاد حجم المصفوفة عن (*2* × *2*) فهنالك طرق عديدة لإيجاد محددة المصفوفة[4] واشهرها طريقة كاوس في الحذف Gaussian elimination وتعتبر هذه الطريقة من أقدم الطرق المستعملة وأكثرها شيوعاً في حل المعادلات الآنية الخطية ، وعند الحصول على مصفوفة مثلث علوي أو مصفوفة مثلث سفلي يتم إيجاد قيمة المحددة عن طريق ضرب عناصر القطر .

وتعتبر المحددة كمؤشر لبيان كون إن مجموعة المعادلات الخطية هي قابلة للحل متى ما كانت هنالك قيمة للمحددة ، فان كانت القيمة صفراً فان هذه المصفوفة ليس لها مقلوب أي لا يوجد حل لهذه المعادلات [2] .

4-2 معكوس المصفوفة Matrix Inversion

من الأمور المهمة في جبر المصفوفات إيجاد معكوس المصفوفة ، ومن خصائص معكوس المصفوفة أن نتيجة حاصل ضرب المصفوفة في معكوسها يساوي المصفوفة المحايدة (identity matrix) [2]

$$A \cdot A^{-1} = I \quad \text{.....(7)}$$

وفيما يلي الخوارزمية العامة لإيجاد معكوس أي مصفوفة A^{-1} [2]

1. استبدال الصفوف مع بعضها إذا وقع صفر على قطر المصفوفة *A*

2. جمع العنصر الواقع على قطر المصفوفة ضمن الصف الذي تجري عليه العمليات الحسابية واحداً وذلك بقسمة جميع عناصر ذلك الصف على قيمة العنصر الواقع على قطر المصفوفة في ذلك الصف .
3. الحذف بطريقة كاوس أو أي طريقة أخرى .
4. تطبيق النقاط الثلاثة أعلاه على كل صف من الصفوف المصفوفة أي يجب تطبيقها N من المرات إذا كان حجم المصفوفة A يساوى $N \times N$.

3. مراحل البرمجة :

إن تصميم وتنفيذ أي برنامج مهما كان حجمه صغيراً أو كبيراً يتطلب سلوك طريق منهجي منظم والفرق بين أي برنامج وآخر يكمن في الزمن اللازم لانجازه واعتماداً على نوع الأجهزة المتاحة والبرامج الأساسية المتوفرة عليها ويمكن تحديد عملية البرمجة بالخطوات المتسلسلة التالية [7] :

1. تحليل المسألة المطلوب حلها وتعريف جوانبها
2. وضع مخطط شمل لحل المسألة
3. اختيار اللغة المناسبة للبرمجة وكتابة البرامج
4. اختبار البرامج

بعد دراسة المسألة المطلوبة حلها وتخطيط الحل ، وقبل كتابة البرامج يجب تحديد لغة البرمجة التي تلائم المسالة ، ففي هذا البحث تم اختيار لغة Microsoft Visual Basic 6.0 في البرمجة . لان هذه اللغة تتميز بالإضافة إلى مرونتها وسهولتها الكبيرة بالامكانات والميزات التي تسمح للمبرمج بايجاد كل ما يحتاجه في التصميم والبرمجة .

يعتبر لغة Visual Basic اليوم من اللغات الاكثر سهولة في البرمجة لما توفرها هذه اللغة من التوابع الوظيفية الجديدة والتحسينات التي يمكن لها تبسيط بعض الأعمال البرمجية العامة إلى حد بعيد [1] [6] .

وتعتبر هذه اللغة من لغات التي تقوم بصنع البرامج التي تعمل تحت بيئة التشغيل الرسومية GUI (Graphical Unit Interface) ، وهي ما يطلق عليها OOP أو البرمجة الشيئية (Object Oriented Programming) وفيها يتم إنشاء البرامج عن طريق مجموعة من الكائنات المرتبطة والمتاثرة ببعضها البعض [8] .

4. شرح البرنامج :

تم تصميم حاسبة تتميز بسهولة الاستخدام من قبل المستفيد بحيث لا يحتاج إلى أي نوع من المعرفة في لغات البرمجة وهي مصممة بشكل تشبه شكل الحاسبة الاعتيادية والمعروفة من قبل أكثر المستفيدين مما يسهل عليهم فهم واستخدام هذه الحاسبة لأنها تعمل على نفس الآلية .

يمكن تنصيب البرنامج في قائمة البرامج لغرض استخدامها في أي وقت تشاء ، وبعد التنصيب يمكن الدخول إليه من خلال زر Start (ابدأ) وقائمة البرامج وإيجاده ضمن القائمة من خلال الضغط على الزر الأيسر لجهاز الفارة تفتح نافذة البرنامج ويمكننا استخدامها وللتعرف على أجزاء الحاسبة لاحظ الشكل رقم (1) .

يمكن تقسيم عمل الحاسبة المصممة إلى نوعين وكما يلي :

النوع الأول : يمكنها أن تعمل كحاسبة اعتيادية أي إجراء العمليات الحسابية على الأعداد فقط ويمكننا تحويل الحاسبة إلى هذا النوع وذلك بالضغط على زر الأيسر لجهاز الفارة على مؤشر Matrix وإزالة علامة الصح الموجودة عليه وبهذه الطريقة تتحول الحاسبة من حاسبة للمصفوفات إلى حاسبة للأعداد ويمكننا استخدام العمليات أو الأزرار الآتية على الأعداد والموجودة ضمن التصميم :

(/ ، * ، +، − ، % ، back ، sqrt ، C ، = ، . ، 1/x ، +/- ، ومجموعة الأرقام MC، MR، MS ، M+) .

النوع الثاني : ولإجراء العمليات على المصفوفات يجب أن نضع علامة صح على مؤشر Matrix وهذا يذل على أن الحاسبة سوف تتعامل مع المصفوفات فقط أو مع المصفوفات مع الأعداد ، والأزرار الآتية تستخدم في هذا النوع :

(/ ، * ، +، − ، C ، = ، INV، ABC، DET ، MC، MR، MS ، M+) .

فقد تم تصميم هذه الحاسبة لإدخال أي مصفوفة وبأي بعد كان حيث تحدد في البداية قبل إدخال المصفوفة (عدد الصفوف وعدد الأعمدة) لاحظ شكل (1) وبعد ذلك ندخل المصفوفة في شاشة إدخال المصفوفات ، ويكننا خزنها في الذاكرة والتعامل معها فيما بعد كما يمكننا ضرب هذه المصفوفة برقم معين على سبيل المثال أي أننا يمكننا أن نتعامل مع مصفوفة وعدد ويمكننا توضيح الفكرة أكثر من خلال بعض الأمثلة وكما يلي :-

مثال(1): اجمع المصفوفتين أدناه (ونفس الطريقة إذا قلنا اطرح بدلاً من اجمع)

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -11 \\ 0 & 3 & 0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & 5 \\ 3 & 3 & 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 3 & 6 & 25.5 \end{bmatrix}$$

ملاحظة: في حالة أي خطاء في أبعاد المصفوفات لإجراء أي عملية تظهر عبارة (Error) لتوضيح حدوث خطاء في الإدخال .

الحل :

- colums = 3
- rows =2
- إدخال المصفوفة الثانية
- خزنها في الذاكرة(MS أو +M)
- إدخال المصفوفة الأولى
- الضغط على علامة (+) لإجراء عملية الجمع
- قراءة المصفوفة الثانية من الذاكرة(MR)
- الضغط على علامة (=) لإظهار الناتج

هذه الخطوات موضحة في شكل رقم (2) و شكل رقم (3)

مثال(2): لضرب المصفوفتين أدناه :

$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 27 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$$

الحل :

نفس خطوات الحل لعملية الجمع فقط استبدال علامة الجمع بعلامة الضرب كما هو موضح في شكل رقم (4) و شكل رقم (5)

مثال(3): جد معكوس المصفوفة أدناه :

$$\begin{bmatrix} 3 & -6 & 7 \\ 9 & 0 & -5 \\ 5 & -8 & 6 \end{bmatrix}$$

الحل :

- colums = 3
- rows = 3
- إدخال المصفوفة
- الضغط على زر INV سيظهر الناتج مباشرةً على شاشة الإخراج

لاحظ الشكل رقم (6) و الشكل رقم (7).

مثال(4): جد القيمة المطلقة للمصفوفة الموضحة في شكل رقم (7):-

الحل :

- colums = 3
- rows = 3
- إدخال المصفوفة
- الضغط على زر ABC سيظهر الناتج مباشرةً على شاشة اخرج الناتج

لاحظ الشكل رقم (8)

مثال(5): جد المحدد المصفوفة أدناه:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

الحل :

- colums = 3
- rows = 3
- إدخال المصفوفة
- الضغط على زر DET سيظهر الناتج مباشرةً على شاشة اخرج الناتج الخاص بالإعداد

لاحظ الشكل رقم (9) و الشكل رقم (10)

مثال(6): جد ناتج ما يأتي :

$$\left(2*\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\right)+\left(5+\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}\right)=$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 15 & 18 \\ 15 & 24 \end{bmatrix}$$

الحل :

- colums = 2
- rows = 2
- إدخال المصفوفة الثانية
- في شاشة الأعداد ندخل رقم (5)
- الضغط على علامة (+) لإجراء عملية جمع عدد مع مصفوفة
- الضغط على علامة (=) لإظهار الناتج

- خزنها في الذاكرة(MS أو +M)
- colums = 2
- rows = 2
- إدخال المصفوفة الأولى
- في شاشة الأعداد ندخل رقم (2)
- الضغط على علامة (*) لإجراء عملية الضرب عدد مع المصفوفة
- الضغط على علامة (=) لإظهار الناتج
- الضغط على علامة (+) لإجراء عملية جمع المصفوفتين
- قراءة المصفوفة الثانية من الذاكرة(MR)
- الضغط على علامة (=) لإظهار الناتج

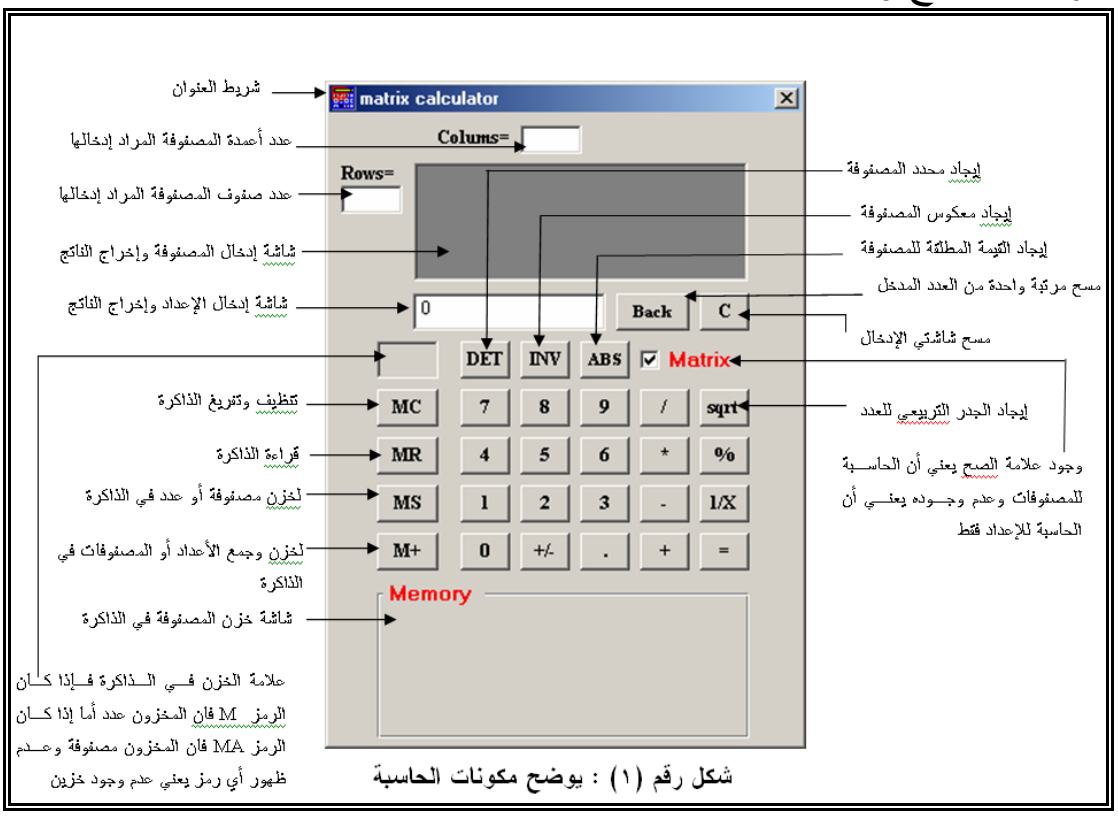
هذه الخطوات موضحة في شكل رقم (11) إلى شكل رقم (15)

الاستنتاجات :

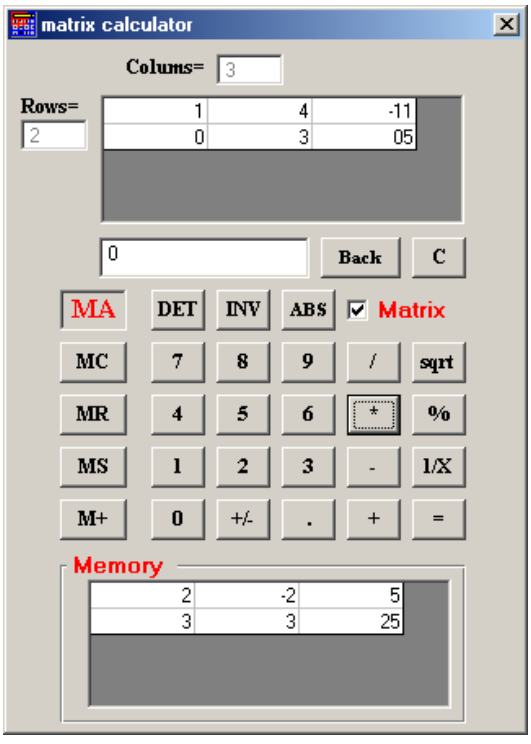
في هذا البحث تم تقديم برنامج يعمل ضمن حزمة برنامج نظام لتشغيل Windows بإصداراته المختلفة ، وهو عبارة عن محاولات جديدة لتحقيق أغراض المستخدمين وخاصة الذين يريدون استخدام المصفوفات لحل مسائلهم الرياضية حيث تضمن هذا البحث تصميم Calculator لإجراء العمليات الحسابية على المصفوفات وبشكل عام .

إن صناعة البرمجيات في العالم العربي بالرغم من أنها مازالت تعمل بالنظام الفردي إلا أن أهميتها لا تقل عن حاجة المنطقة من الناحية التقنية إلى النهوض بصناعة البرامج وتطوير القدرات الفنية لدى المبرمجين .

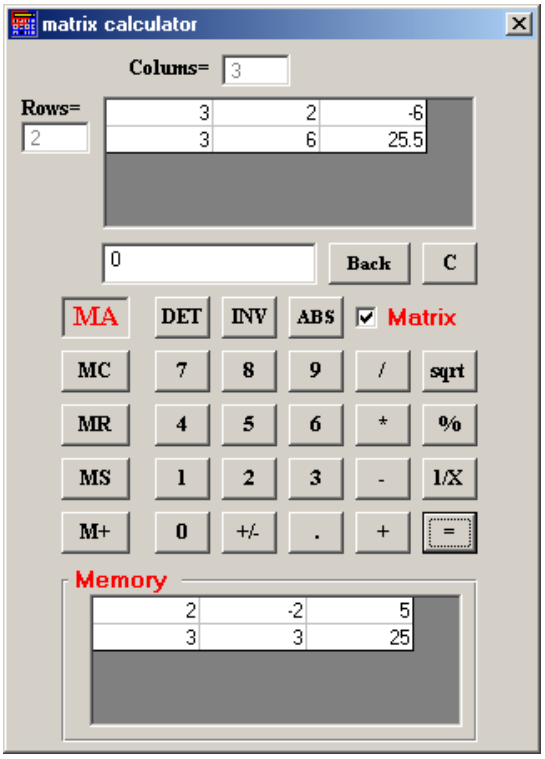
عرض النتائج والشاشات :



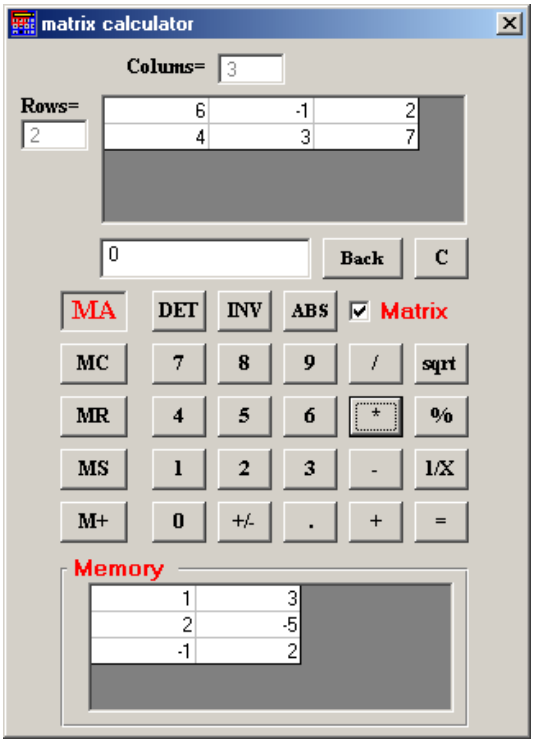
شكل رقم (١) : يوضح مكونات الحاسبة



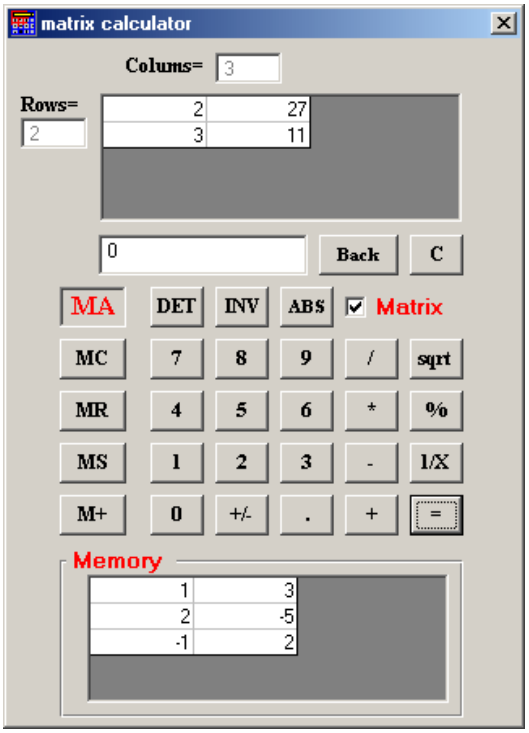
الشكل(2): إدخال مصفوفتين لغرض جمعهما



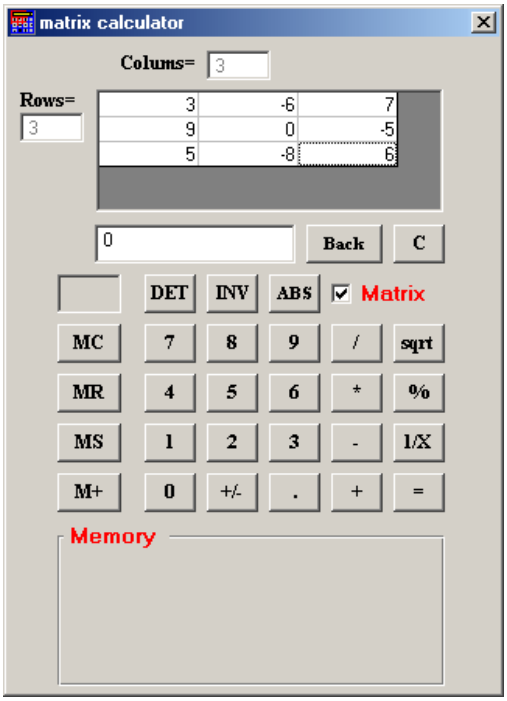
الشكل (3): ناتج جمع المصفوفتين



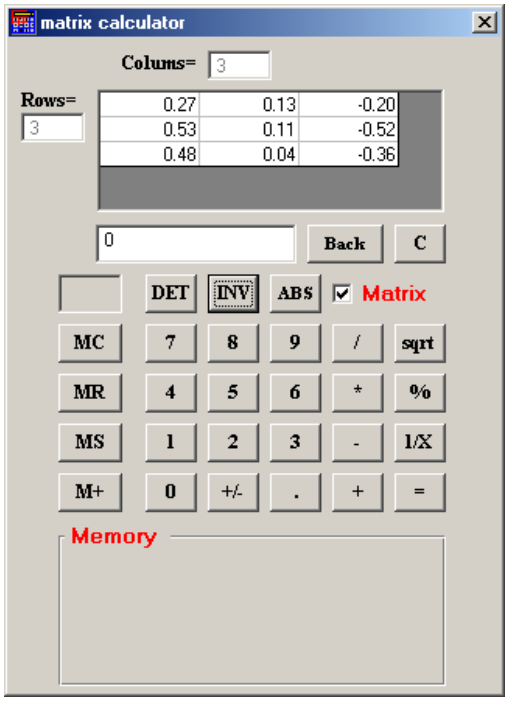
الشكل(4) : إدخال مصفوفتين لغرض ضربهما



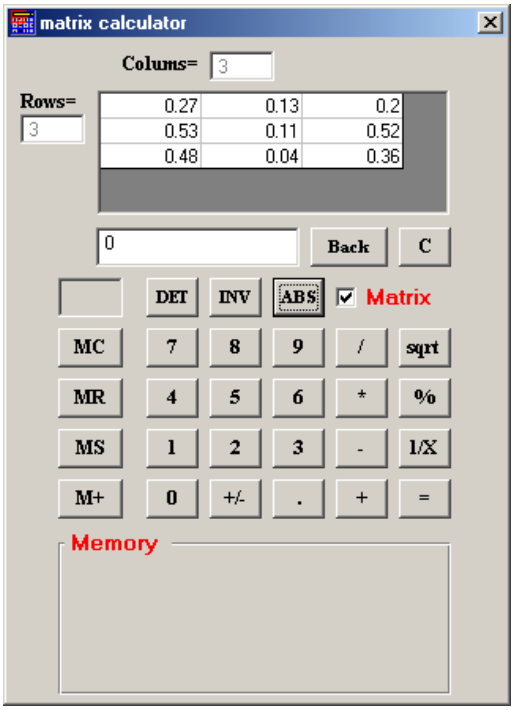
الشكل (5) : ناتج ضرب المصفوفتين



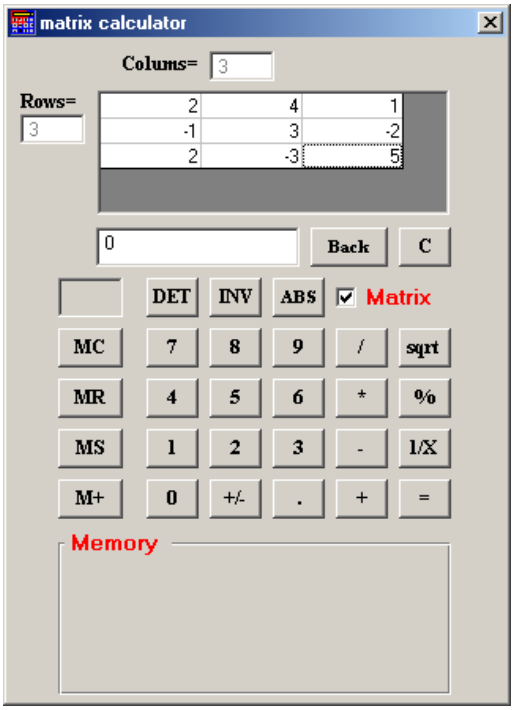
الشكل (6) : إدخال مصفوفة لحساب المعكوس



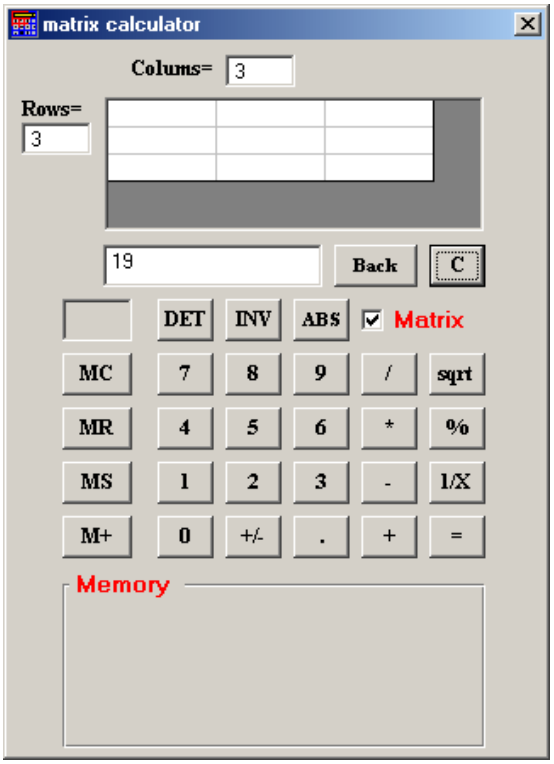
الشكل (7) : ناتج المعكوس



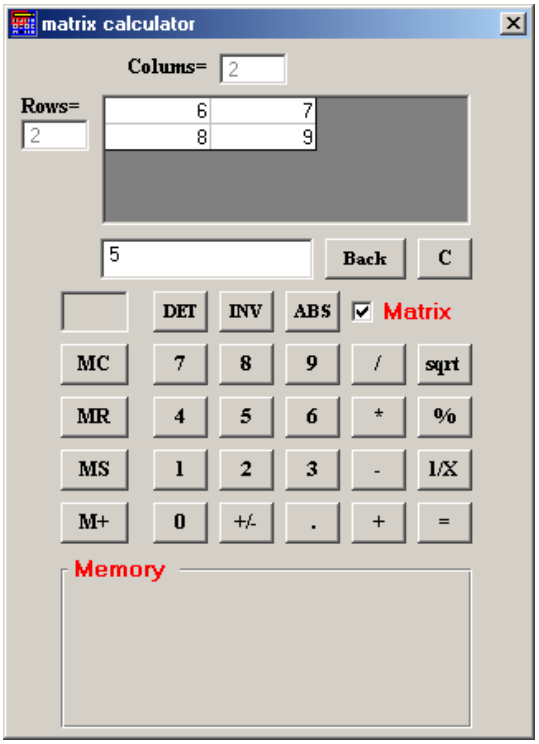
الشكل (8) : ناتج حساب القيمة المطلقة للمصفوفة



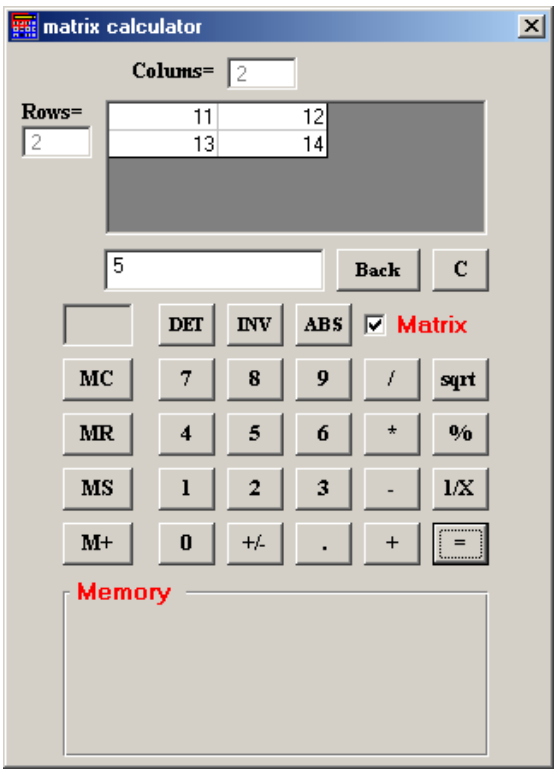
الشكل (9) : ادخل مصفوفة لغرض حساب المحدد



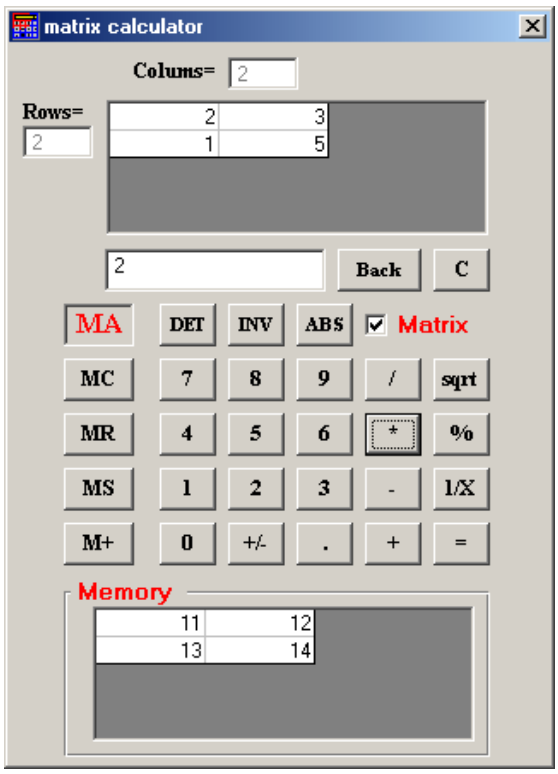
الشكل (10) : ناتج محدد المصفوفة



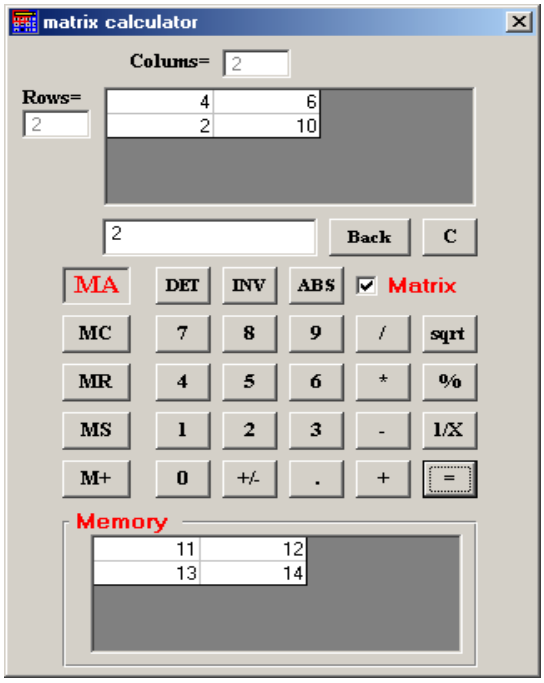
الشكل (11) :إدخال مصفوفة وعدد لغرض الجمع



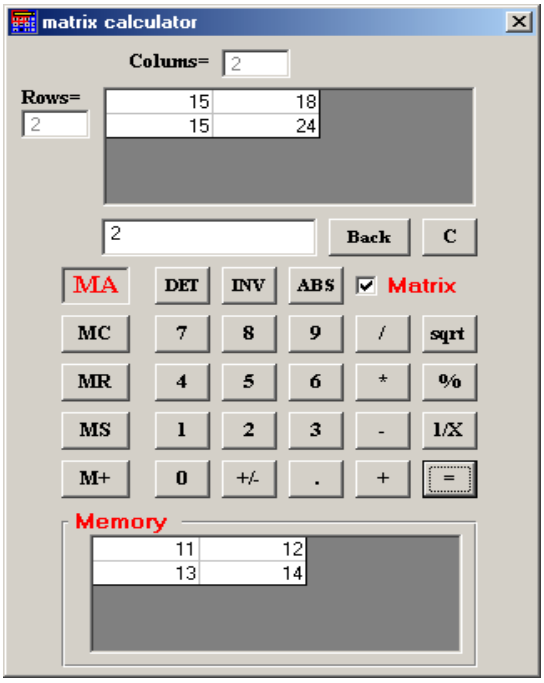
الشكل (12) : ناتج جمع العدد مع المصفوفة



الشكل (13) : إدخال مصفوفة وعدد لغرض الضرب



الشكل (14) : ناتج ضرب العدد مع المصفوفة



الشكل (15) : الناتج النهائي

المصادر:

1. الخطيب ، باسل (2001) ، **تعلم فيجوال بيسك عن طريق الامثلة** ، دار الرضا للنشر ، دمشق ، سوريا .
2. الدلفي ، حسن مجيد حسون ومحمود عطا الله مشكور ، (1999) ، **التحليل الهندسي والعددي التطبيقي** ، الجامعة التكنولوجية ، بغداد ، العراق .
3. سالم ، عبد البديع محمد (2002) ، "**الطريق الى صناعة البرمجيات**" ، مجلة الأهرام ، جامعة عين شمس ، العدد الرابع، مصر .
4. شرابي ، عبد العزيز (1991) ، **الرياضيات الاقتصادية المصفوفات** ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر .
5. كساب ، جلال نعوم وآخرون (1991) ، **مقدمة في الرياضيات المنتهية** ، جامعة الموصل ، الموصل .
6. نشاوي ، محمد اسعد واحمد وضاح (2000) ، **موسوعة مبرمجي فيجوال بيسك الإصدار السادس** ،دار الكتب العلمية ، القاهرة .
7. الوادي ، حمزة عباس (1985) ، **مبادىء ترتيب الحاسبات الالكترونية** ،جامعة البصرة ، العراق .
8. E. BALAGURUSAMY , 1997, **Object- Oriented Programming with C++** , Tate McGraw-Hill publishing Company Limited .