مجلة
كلية التــراث الجامعة

مجلة علمية محكمة
متعددة التخصصات نصف سنوية
العدد الأربعون
30 آب 2024
ISSN 2074-5621

رئيس هيئة التحرير
أ.د. جعفر جابر جواد

مدير التحرير
أ.م. د. حيدر محمود سلمان

رقم الايداع في دار الكتب والوثائق 719 لسنة 2011

مجلة كلية التراث الجامعة معترف بها من قبل وزارة التعليم العالي والبحث العلمي بكتابها المرقم (ب 3059/4) والمؤرخ في (2014/ 4/7)

معالجة مشكلة التعدد الخطي في إنموذج إنحدار الحرف جاما المقيد بإستعمال طريقة الإمكان الأعظم المقيدة باستخدام المحاكاة

الباحثة ميفان شكور عبدالله الباحث سهيل نجم عبود

قسم الإحصاء/كلية الإدارة والإقتصاد

المستخلص

يصنف إنموذج إنحدار جاما Gamma Ridge Regression بإنه إنموذج إنحدار غير خطي وذلك لأن المتغير المعتمد لايتبع التوزيع الطبيعي ويختلف عن الإنحدار الخطي في إن قيمة μ_i للمتغير المعتمد Y يمكن إستبدالها بدالة ربط $g(\mu_i) = \eta$ إذ إن η هي تركيبة خطية من المتغيرات المستقلة والغرض منها هو تقليل قيمة التباين وجعله أكثر إستقرارا ومن أكثر المشاكل شيوعا التي تواجه الباحث وتؤثر بشكل سلبي على المعلمات المقدرة للإنموذج في تحليل الإنحدار هي مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية بالإضافة الى إن وجود قيود مفروضة على المعلمات تؤثر بشكل مباشر على تقدير معلمات الإنموذج , تناول البحث تقدير معالم إنموذج إنحدار الحرف جاما المقيد في ظل وجود مشكلة التعدد الخطي عبر إستخدام طريقتين للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم (MLE) (Maximum Likelihood) والإمكان الأعظم المقيدة (RMLE) (Restricted Maximum Likelihood) بالإضافة الى ذلك تم الإعتماد على متوسط مربعات الخطأ MSE كمعيار للمقارنة بين طرائق التقدير لمعلمات الإنموذج , وتم تطبيق اسلوب محاكاة مونت كارلو لتوليد بيانات تعاني من مشكلة التعدد الخطي بأحجام مختلفة في ظل عوامل مؤثرة أخرى (درجة الإرتباط , عدد المتغيرات التفسيرية) .

الكلمات الدالة : إنموذج إنحدار جاما GRM, مقدر الإمكان الأعظم MLE, مقدر الإمكان الأعظم المقيد RMLE.

Abstract

The Gamma Ridge Regression model is classified as a non-linear regression model because the dependent variable does not follow a normal distribution. It differs from linear regression in that the value of μ_i for the dependent variable Y can be replaced by a link function $g(\mu_i) = \eta$, since η is a linear combination of independent variables and the purpose is to reduce the contrast value and make it more stable.

One of the most common problems facing the researcher that negatively affects the estimated parameters of the model in regression analysis is the problem of multicollinearity between the explanatory variables. In addition, the presence of restrictions imposed on the parameters directly affects the estimation of the model parameters. The research dealt with estimating the parameters of the gamma regression model restricted in The problem of multicollinearity remained through the use of two estimation methods, which are the Maximum Likelihood method (MLE) and the Restricted Maximum Likelihood (RMLE) method. In addition, the mean square error (MSE) was relied upon as a standard for comparison between the estimation methods for the model parameters, and the Monte Carlo simulation method was applied to generate Data suffer from the problem of multicollinearity of different sizes in light of other influential factors (degree of correlation, number of explanatory variables).

Keywards: Gamma Regression Model GRM,Maximum Likelihood Estimator MLE,Restricted Maximum Likelihood RMLE.

المبحث الاول
المنهجية العلمية

أولا: مقدمة

يفترض عند التعامل مع إنموذج إنحدار جاما إن المتغيرات التفسيرية غير مرتبطة, لكن في بعض الأحيان يكون هناك ترابط تام او شبه تام بين المتغيرات التفسيرية مما يؤدي إلى حدوث مشكلة التعدد الخطي (Multicollinearity) إن إستخدام طريقة الأمكان الأعظم التقليدية (MLE) لتقدير المعلمة متجه المعالم β لإنموذج إنحدار

جاما GRM يكون عن طريق متوسطات خوارزمية المربعات الصغرى المعاد وزنها (IRLS) هذه الطريقة تقلل من وزن مجموع مربعات الخطأ لكن MLE تعطينا مقدر غير مستقر إذا أشتبه في إن β ممكن أن تتبع قيد خطي مثل FB=f إذ إن f متجه من العناصر المعلومة بدرجة m×1 و F مصفوفة ذات رتبة كاملة بدرجة m×p في هذه الحالة سوف نستخدم طريقة الأمكان الأعظم المقيدة RMLE للإستفادة من المعلومات السابقة المتوفرة عن المعلمات, ولغرض المقارنة بين معالم الإنموذج تم إستخدام معيار المقارنة MSE لبيان أي الطريقتين أعطت أفضل تقدير.

ثانيا: مشكلة البحث

من أهم المشاكل التي تواجه الباحث في تقدير معلمات إنموذج إنحدار الحرف جاما المقيد هي مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية إذ يصعب معه التوصل إلى تقدير سليم لمعلمات الإنموذج , إذ إن إستخدام طرق التقدير العادية ومنها طريقة الإمكان الأعظم (MLE) سوف تعطي مقدرات ذات تباينات عالية وبالتالي لن يتمكن الباحث من معرفة أي المتغيرات التفسيرية ذات تاثير على إنموذج الإنحدار .

ثالثا:اهمية البحث

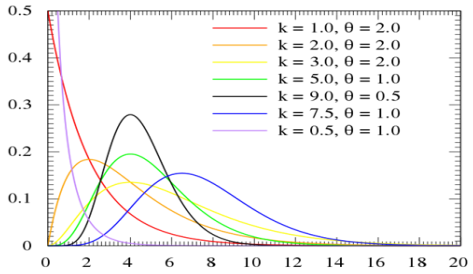
يهدف البحث إلى إيجاد مقدر جيد لإنموذج إنحدارالحرف جاما المقيد عن طريق إستخدام طريقة الإمكان الأعظم المقيد (RMLE) للحصول على افضل مقدر للإنموذج وسيتم إستخدام معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين طريقة الإمكان الأعظم المقيد وطريقة الإمكان الأعظم الإعتيادية .

المبحث الثاني
الجانب النظري

أولا: توزيع جاما

في نظرية الإحتمالات والإحصاء ، يعد توزيع جاما توزيع إحتمالي مستمر وإسمه مشتق من إسم الدالة الرياضية جاما التي تظهر في معادلته ، ويستعمل بمرونة كبيرة في تحليل المتغيرات العشوائية الموجبة مثل قياس المهل الزمنية كأوقات الإنتظار لدى المطاعم أو مكاتب الخدمات وكذلك يستخدم بشكل واسع في المجال الطبي إذا كان متغير الإستجابة Y_i يتبع توزيع جاما (Gamma dist.) ذو المعلمتين فإن له دالة كثافة إحتمالية (pdf) تعطى بالشكل التالي(هرمز 1990 ; عبد الجبار 2020) :

$$f(Y,\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}} Y^{\alpha-1} e^{-Y/\beta} \qquad Y \geq 0 \qquad \alpha, \beta > 0 \qquad (1)$$



الشكل (1) دالة p.d.f لتوزيع جاما

إذ إن Y متغير مستمر منحرف بشكل موجب معتمد يتبع توزيع جاما بالمعلمات (α , β) ويكتب بالشكل الآتي $Y \sim G(\alpha,\beta)$.

ثانيا : إنموذج إنحدار جاما

يعتبر إنموذج إنحدار جاما Gamma Regression Model (GRM) إمتدادا لموضوع النماذج الخطية المعممة (Generalized linear model) (GLM) , إذ إن النماذج الخطية المعممة تختلف عن الإنحدار الخطي المعروف كون إن توزيع المتغير التابع يشترط أن ينتمي إلى العائلة الأسية وإن القيم المتوقعة μ_i للمتغير العشوائي Y تستبدل بدالة ربط $\eta_i = g(\mu_i)$ وإن η هي تركيبة خطية من المتغيرات المستقلة , والهدف من دالة الربط هو لجعل تباين الخطأ اكثر إستقرارا , بالإضافة إلى إنه يمكن إختيار توزيع الخطأ الخاص بالإنموذج بصورة مستقلة عكس الإنحدار الخطي الذي يشترط أن يكون توزيع الخطأ توزيعا طبيعيا .

ولكون توزيع جاما هو شكل محدد من عائلة التوزيعات الأسية قام العالمان Hardin و Hilbe عام 2007 بصياغة معادلة رقم (1) لتصبح بالشكل الآتي(Hardin &Hilbe2007) :

$$f(Y,\mu,\phi)= \quad Y\geq 0 \quad \frac{1}{\Gamma(\phi)^{-1}}\left(\frac{1}{\mu\phi}\right)^{\phi^{-1}} Y^{\phi^{-1}-1}\ e^{-Y/\mu\phi} \quad (2)$$

بإفتراض إن $\alpha = \phi^{-1}$

$\beta = \mu\phi$

إذ تمثل ϕ معلمة (معامل) التشتت

μ الوسط الحسابي

وتعطى دالة الكتلة الإحتمالية للعائلة الأسية بالشكل التالي(Qasim et al 2021) :

$$f(Y,\theta,\phi)=\exp\left[\frac{Y\theta-b(\theta)}{a(\phi)}+c(Y,\phi)\right] \quad (3)$$

تمثل θ معلمة الموقع و$b(\theta)$ تمثل الدالة التراكمية (c.d.f) للمتغير Y وإن :

$\theta=\frac{1}{\mu}$ $\quad b(\theta) = -\ln(\mu)$

$a(\phi) = -\ \phi$ تمثل القيمة الثابتة المطلوبة لتقدير الخطأ المعياري

$$C(Y,\phi) = \frac{1-\phi}{\phi}\ln(Y) - \frac{\ln(\phi)}{\phi} - \ln\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)$$

و يمكن كتابة المعادلة (3) بالشكل التالي :

$$f(Y,\theta,\phi) = \left[\frac{y/\mu-(-\ln(\theta))}{-\phi} + \frac{1-\phi}{\phi}\ln(Y) - \frac{\ln(\phi)}{\phi} - \ln\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right] \quad (4)$$

وبالتالي فإن التوقع والتباين يأخذ الصيغة التالية(Yasin et al 2022) :

$$E(Y)=b'(\theta) = \frac{\partial b}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial\theta} = \frac{-1}{\mu}\times(-\mu^2) =\mu \quad (5)$$

$$b''(\theta) = \frac{\partial^2 b}{\partial\mu^2}\left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right) + \frac{\partial b}{\partial\mu}\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial\theta^2}\right) = 0(1)^2 + (1)(-\mu^2) = -\mu^2$$

$$Var(Y)=a(\phi)V(\mu) = -\phi\ b''(\theta)=(-\phi)\ (-\mu^2\ )=\phi\ \mu^2 \quad (6)$$

ويمكن كتابة دالة الربط للمتوسط للمتغير التفسيري Y الذي يتبع إنموذج جاما بالشكل التالي(عبد الجبار 2020; Yasin et al 2022) :

$$g(\mu_i)= \left(\frac{1}{\mu_i}\right) = x_i^T\beta \qquad i=1,2,3,\ldots.n \quad (7)$$

وإن x_i تمثل صفوف مصفوفة المتغير $X = \left(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip}\right)^T$

X : مصفوفة المتغير التفسيري من الدرجة $n \times (p+1)$

$\underline{\beta}$: المتجه العامودي لمعاملات الإنحدار من الدرجة $(p+1)\times 1$

و دالة الإمكان الأعظم MLE :

$$L=I(\ y_i\ ,\ \phi\ )= \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{y_i/\mu_i-(-\ln(\mu_i))}{-\phi}\right) + \frac{1-\phi}{\phi}\ln(y_i) - \frac{\ln(\phi)}{\phi} - \ln\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right\} \quad (8)$$

يتم حساب MLE عن طريق متوسطات خوارزمية المربعات الصغرى المعاد وزنها (IRLS)

$$\hat{\beta}_{ML} =(X^T\widehat{W}X)^{-1}\ X^T\ \widehat{W}y^* \quad (9)$$

إذ إن:

$\widehat{W} = diag\{(1/\mu_i^2)\mu_i^2\}$

$y^*=\hat{\eta}_i +(y_i - \hat{\mu}_i)/\hat{\mu}_i^2$

$\hat{\mu}_{i=}\ [x_i^T\ \hat{\beta}_{ML}\ ]^{-1}$ هي المتغيرات المعدلة التي تستعمل دالة ربط معكوسة

$\eta_i = x_i'\beta \quad , \quad i = 1,2,\ldots.,$

ومصفوفة التغاير لـــ $\hat{\beta}_{ML}$ تكون :

$$Cov\ (\hat{\beta}_{ML}) =\hat{\phi}\ (X^T\widehat{W}X)^{-1} \quad (10)$$

أما القيمة المقدرة لمعامل التشتت $\hat{\phi}$ فتحسب بالمعادلة :

$$\widehat{\phi} = \frac{1}{n-q}\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\widehat{\mu}_i)^2}{(\widehat{\mu}_i)^2} \qquad (11)$$

q=p+1

p عدد المتغيرات المستقلة

ويتم إستخراج متوسط مربعات الخطأ (MSE) :

$$E(L_{ML}{}^2)=E(\widehat{\beta}_{ML}-\beta)^T(\widehat{\beta}_{ML}-\beta)$$

$$=tr(X\widehat{W}X)^{-1}=\widehat{\emptyset}\sum_{j=1}^{p}\frac{1}{\lambda_j} \qquad (12)$$

λ_j: القيمة الذاتية للمصفوفة ($X^T\ \widehat{W}\ X$)

الملاحظة المسجلة على إستخدام طريقة MLE بوجود مشكلة التعدد الخطي هي إن قيمة MSE تكون كبيرة نتيجة لزيادة الترابط بين المتغيرات المفسرة مما يؤدي إلى أن تكون قيمة λ_j صغيرة بعبارة أخرى كلما كان التعدد الخطي كبير زادت قيمة MSE لـ MLE .

ثالثا :مشكلة التعدد الخطي

تعد مشكلة التعدد الخطي (Maulticollinearity) من أكثر المشاكل شيوعا التي تواجه الباحث ، وتظهر هذه المشكلة عندما تكون هناك علاقة خطية بين إثنين أو أكثر من المتغيرات التفسيرية إذ يصعب فصل أثر هذه المتغيرات على متغير الإستجابة Y ، فيصعب الحصول على قيمة محددة لمصفوفة المعلومات أو مصفوفة فشر $(X'X)$ ، وتحدث في البيانات التي تكون على شكل بيانات مقطعية Cross Section Data والبيانات التي تكون على شكل سلاسل زمنية Time Series , ويشترط أن تكون عدد المعالم المراد تقديرها أقل من حجم العينة قيد الدراسة وتكون على نوعين تعدد خطي تام وتعدد خطي شبه تام (كاظم ومسلم 2002):

$$rank(X) = (p+1) < n$$

rank(X) : يمثل رتبة المصفوفة X

رابعا :اختبار وجود مشكلة التعدد الخطي

أهم الإختبارات المستخدمة للكشف عن وجود مشكلة التعدد الخطي هو إختبار فراير وكلوبر (Farrar-Glauber) ويعتمد هذا الإختبار على إحصاءة χ^2 بإختبار الفرضية (جاتيرجي وبرايس 1989 ; كاظم ومسلم 2002) :

$H_0: (X_j)$ Orthogonal (X_j متعامدة)

$H_1: (X_j$ Not Orthogonal) (X_j غير متعامدة)

وتتلخص صيغة الإختبار بالشكل التالي :

$$\chi_0{}^2 = -\left[n-1-\frac{1}{6}(2p+5)\right]\ln|(D)| \qquad (13)$$

إذ إن

n: حجم العينة

p :عدد المتغيرات المستقلة

Ln D: تمثل اللوغارتم الطبيعي لمحددة مصفوفة معاملات الإرتباط بين المتغيرات التفسيرية

إذ إن:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & r_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad (14)$$

ثم تقارن قيمة $\chi_0{}^2$ مع قيمة χ^2 الجدولية بدرجة حرية $\frac{p(p-1)}{2}$ ومستـوى معنوية معين.

رابعا : مقدر الإمكان الأعظم المقيد

إحدى الطرق المستخدمة لإثبات كفاءة المقدر هي بإستخدام المعلومات السابقة كأن تكون المعلومات لها علاقة بمعاملات الإنحدار , إن الهـدف الأسـاسي هـو تقـدير المعـامل β عندما تخضع β إلى قيـد خطي (Nyquist1991):

$F_r'\beta = f_r$ إذ إن

f_r اعداد ثابتة

F_r متجه معلوم $p\times1$

m قيود مستقلة مفروضة على متجه المعالم B

في هذه الحالة نستخدم مقدر مقيد لـ β حيث تعطينا طريقة الامكان الاعظم المقيدة RMLE أكبر قيمة دالة ربط لإنموذج انحدار جاما GRM على β بموجب القيود $\acute{F}_r\beta = f_r$, ويتم حساب RMLE وفق المعادلة (Qasim et al 2021) :

$$\hat{\beta}_{RMLE} = \hat{\beta}_{MLE} + A^{-1}\acute{F}\left(FA^{-1}\acute{F}\right)^{-1}\left(f - F\hat{\beta}_{MLE}\right) \qquad (15)$$

إذ إن $A=X^T \widehat{W} X$

المبحث الثالث
الجانب العملي

أولا: المحاكاة

تتضمن تجربة المحاكاة كتابة عدد من البرامج بلغة (R 4.2.3) وسيتم شرح جميع مراحل تجربة المحاكاة بالكامل إذ تم في المرحلة الأولى الأخذ بنظر الإعتبار حجم العينة كونه عامل مؤثر ومتغير وتم إختيار أربعة أحجام للعينات المفترضة :

(n= 25, 50,100,250)

كذلك تم الأخذ بنظر الإعتبار عامل معامل الإرتباط البسيط ρ إذ سيتم أخذ خمسة قيم مختلفة وذلك لإختبار العلاقة بين المتغيرات المستقلة وهي (0.91,0.93,0.95,0.97,0.99) كما مبينة في الجدول (1) , أما في المرحلة الثانية فقد تم توليد المتغيرات التفسيرية وإخضاعها الى علاقات إرتباط قوية فيما بينها وذلك لخلق مشكلة التعدد الخطي وفق الصيغة الآتية :

$$x_{ij} = (1-\rho^2)^{1/2}u_{ij} + \rho u_{ij+1} \qquad i = 1,2,\dots. \ n \quad j = 1,2,\dots p$$

إذ إن :

n : عدد المشاهدات

P : عدد المتغيرات المستقلة

ρ : معامل الإرتباط البسيط بين كل زوج من المتغيرات التفسيرية

u_{ij} : الأرقام العشوائية المولدة وفق التوزيع الطبيعي القياسي

وسيتم دراسة تاثير أعداد مختلفة من المتغيرات التفسيرية في عملية المقارنة بين طرق تقدير معلمات إنموذج إنحدار جاما , وفي المرحلة الثالثة من تجربة محاكاة مونت – كارلو تم توليد متغير الإستجابة لإنموذج إنحدار جاما بإستخدام عينة عشوائية لتوزيع جاما G(α,β) وتم حساب قيم متغير الإستجابة (Y_i) :

$$Y_i = \hat{\mu}_i = \exp\left(x_i'\hat{\beta}\right)$$

$$\hat{\mu}_i = \mathrm{EXP}\{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip}\} \quad i = 1,2,\dots,n \quad j = 1,2,..,p$$

وفي المرحلة الرابعة تم إختيار قيم معلمات الإنموذج

$\beta_1 = 0.41 \qquad \beta_2 = -0.41 \qquad \beta_3 = 0.41$

$\beta_4 = -0.41 \qquad \beta_5 = 0.4 \qquad \beta_6 = -0.4$

الجدول (1) القيم المختارة في تجربة المحاكاة

العامل	القيم
N	25,50,100,250
ρ	0.91,0.93,0.95,0.97,0.99
P	4,6,8

وتخضع قيمة معلمات إنموذج إنحدار جاما المقدرة الى القيد

$$F_r'\beta = f_r$$

إذ ستكون قيمة القيد لعدد المتغيرات التفسيرية البالغة (p=4) كما يلي ...

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

أما عندما يكون عدد المتغيرات التفسيرية (P=6) فإن قيمة القيد تكون ...

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \qquad f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ويكون القيد لعدد المتغيرات التفسيرية (P=8) كالتالي...

$$F=\begin{bmatrix}1 & 0 & -2 & 1 & -3 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1\end{bmatrix} \qquad f=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

في المرحلة الخامسة والأخيرة تم تقدير معالم إنموذج إنحدار جاما وفق طرق التقدير :

1- طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood MLE)

2- طريقة الإمكان الأعظم المقيدة (Restricted Maximum Likelihood RMLE)

وللمقارنة بين طرق التقدير سيتم إستخدام معيار متوسط مربعات الخطأ Mean Square Error MSE كمعيار للمقارنة بين متوسطات تقدير المعلمات (β_j) تبعا للصيغة :

$$MSE(\hat{\beta})=\frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}(\hat{\beta}_{(i)}-\beta)'(\hat{\beta}_i-\beta)$$

$\hat{\beta}$: قيمة المعلمة المقدرة وفق طرق التقدير المختلفة

: عدد مرات تكرار التجربة والتي ستكون مساوية R2000

من خلال الجداول (2) و(3) سيتم عرض نتائج تقدير متوسط مربعات الخطأMSE

الجدول (2) قيمة MSE لعدد متغيرات تفسيرية 4و6

P=4					P=6				
n	Roa	MLE	RMLE	Best	**n**	Roa	MLE	RMLE	Best
25	0.91	0.026778	0.021055	RMLE	**25**	0.91	0.088523	0.058487	RMLE
	0.93	0.043030	0.033834	RMLE		0.93	0.142248	0.093983	RMLE
	0.95	0.075260	0.059176	RMLE		0.95	0.248792	0.164377	RMLE
	0.97	0.099531	0.078260	RMLE		0.97	0.329028	0.217388	RMLE
	0.99	0.131630	0.103499	RMLE		0.99	0.435139	0.287496	RMLE
50	0.91	0.019413	0.015264	RMLE	**50**	0.91	0.064176	0.042401	RMLE
	0.93	0.033954	0.026697	RMLE		0.93	0.180366	0.119168	RMLE
	0.95	0.044904	0.035307	RMLE		0.95	0.112244	0.074160	RMLE
	0.97	0.054561	0.042900	RMLE		0.97	0.148443	0.098076	RMLE
	0.99	0.059385	0.046694	RMLE		0.99	0.196316	0.129706	RMLE
100	0.91	0.009284	0.007300	RMLE	**100**	0.91	0.030690	0.020277	RMLE
	0.93	0.012278	0.009654	RMLE		0.93	0.040587	0.026816	RMLE
	0.95	0.016237	0.012767	RMLE		0.95	0.053676	0.035464	RMLE
	0.97	0.021474	0.016884	RMLE		0.97	0.070987	0.046901	RMLE
	0.99	0.028399	0.022330	RMLE		0.99	0.093880	0.062027	RMLE
250	0.91	0.003779	0.002682	RMLE	**250**	0.91	0.012492	0.007449	RMLE
	0.93	0.004997	0.003929	RMLE		0.93	0.016521	0.010915	RMLE
	0.95	0.006609	0.005197	RMLE		0.95	0.021848	0.014435	RMLE
	0.97	0.008741	0.006873	RMLE		0.97	0.028895	0.019091	RMLE
	0.99	0.011559	0.009089	RMLE		0.99	0.038213	0.025247	RMLE

الجدول (3) قيمة MSE لعدد متغيرات تفسيرية = 8

N	Roa	MLE	RMLE	Best
25	0.91	0.154349	0.101978	RMLE
	0.93	0.096053	0.063462	RMLE
	0.95	0.269957	0.178360	RMLE

	0.97	0.357018	0.235882	RMLE
	0.99	0.472156	0.311953	RMLE
50	0.91	0.072630	0.047987	RMLE
	0.93	0.204126	0.134866	RMLE
	0.95	0.127030	0.083929	RMLE
	0.97	0.167998	0.110996	RMLE
	0.99	0.222177	0.146792	RMLE
100	0.91	0.036259	0.023956	RMLE
	0.93	0.047953	0.031682	RMLE
	0.95	0.063417	0.041900	RMLE
	0.97	0.083869	0.055413	RMLE
	0.99	0.110917	0.073283	RMLE
250	0.91	0.015422	0.009196	RMLE
	0.93	0.020396	0.013475	RMLE
	0.95	0.026973	0.017821	RMLE
	0.97	0.035672	0.023569	RMLE
	0.99	0.047177	0.031170	RMLE

ثانيا: نتائج المحاكاة

تبين الجداول (2) و (3) قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرق التقدير المدروسة عند عدد متغيرات (p=4,6,8) إذ يمكن ملاحظة أن قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) تقل كلما زاد حجم العينة وهذا يعكس إحدى الصفات الجيدة عندما يقترب المقدر من القيمة الحقيقية للمعلمة بزيادة حجم العينة وثبوت عاملي (درجة الإرتباط , المتغيرات التفسيرية) أما فيما يخص تأثير العامل الآخر وهو درجة الإرتباط فنلاحظ إن زيادة درجة الإرتباط بين المتغيرات التفسيرية يؤدي الى زيادة قيمة متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكافة طرائق التقدير , بالإضافة الى إن تطبيق طريقة الإمكان الأعظم المقيدة (RMLE) أعطت نتائج أفضل عندما كان عدد المتغيرات التفسيرية (P=4,6,8) إذ كانت قيم متوسط مربعات الخطأ MSE أقل مايمكن .

ثالثا :الاستنتاجات

1- في إنموذج إنحدار جاما المقيد وبوجود مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية أثبت عدم فاعلية طريقة الإمكان الأعظم MLE على الرغم من عدم تحيز المقدرات وذلك بسبب عدم إستقرار المعلمات المقدرة وإنها تمتلك قيمة متوسط مربعات خطأ عالية مقارنة بطريقة التقدير الأخرى.
2- أثبت فاعلية طريقة الإمكان الأعظم المقيد RMLE في تقدير إنموذج إنحدار جاما المقيد لانها أعطت قيمة صغيرة لمتوسط مربعات الخطأ MSE.
3- تزداد قيمة معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ MSE بزيادة عدد المتغيرات التفسيرية كذلك تتاثر بشكل طردي بزيادة معامل الإرتباط كما بينته تجربة المحاكاة .
4- تقل قيمة معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ MSE كلما زاد حجم العينة بثبوت عاملي (عدد المتغيرات التفسيرية و معامل الإرتباط) ويعتبر هذا من الخصائص الجيدة عندما تقترب القيمة المقدرة من القيمة الحقيقية للمعلمة .

المصادر

1- أموري هادي كاظم – باسم شليبة مسلم – 2002- القياس الإقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق – مكتبة دنيا الأمل – بغداد شارع الصناعة مجاور الجامعة التكنولوجيا .
2- سامبريت جاتيرجي – بيرترام برايس – 1989 - تحليل الإنحدار بالأمثلة – ترجمة محمد مناجد عيفان الدليمي – مراجعة الدكتور اموري هادي كاظم قسم الإحصاء كلية الإدارة والإقتصاد / جامعة بغداد .
3- لؤي عادل عبد الجبار – 2020 – مقارنة بعض طرائق تقدير إنحدار كاما مع تطبيق عملي – رسالة ماجستير - كلية الإدارة والإقتصاد – جامعة بغداد.

4- هرمز , أمير حنا – 1990 – الإحصاء الرياضي – جامعة الموصل – كلية الإدارة والإقتصاد / قسم الإحصاء .
5- A. Yasin , M. Amin, M. Qasim , A. Muse, A. Soliman , More on the ridge parameter estimator for the Gamma ridge regression model ; Simulation and Application 2022.
6- Asar Y., Arashi M., WuJ (2017)" Restricted ridge estimator in the logestic regression model" Commun Stat Simul Comput,46(8):6538-6544.
7- J.W.Hardin and J.M. Hilbe "Generalized linear models and extensions , stata press 2007.
8- Kurtoglu F, Ozkale MR. (2017)" Restricted ridge estimator in generalized linear models:Monte Carlo simulation studies on Poisson and binomial distributed response" Commun Stat Simul Comput,48(4):1191-1218.
9- M.Qasim , M.Akram, M.Amin , K. Mansson . A restricted gamma ridge regression estimator combining the gamma ridge regression and the restricted maximum liklehood methods of estimation : 2021.
10- Mansson K., Kibria BM., Shukur G. (2016) " A restricted liu estimator for binary regression models and its application to an applied demand system" J Appl Stat,43(6):1119-1127.
11- Nyquist H. (1991)" restricted estimation of generalized linear models "J Royal Statist Soc C Appl Statist ,40(1):133-141.