الرياضيات والعمليات الحسابية
في ضوء النصوص المسمارية المنشورة

م. م. ريا نصيف جاسم العنبكي
كلية الآداب والعلوم الانسانية/ جامعة المستقبل
Raya.Nasif.Jasim@uomus.edu.iq

الخلاصة:

البحث يتناول تطور علم الرياضيات والعمليات الحسابية في حضارة بلاد الرافدين، مستعرضاً استخدام السومريين والبابليين لأنظمة حسابية متقدمة شملت الجذور التربيعية والمعادلات الجبرية. يوضح البحث أن أقدم الوثائق الرياضية تعود للألف الثالث قبل الميلاد، حيث استخدمت الألواح الطينية لتوضيح العمليات الحسابية، وطور سكان بلاد الرافدين النظام الستيني والعشري، اللذين شكلا أساساً للرياضيات حتى يومنا، ويستعرض أيضاً المجالات التي ساهم فيها علم الرياضيات مثل علم الفلك، حيث استُخدمت الرياضيات لتتبع الكواكب وحساب الكسوف والخسوف، كما يتطرق إلى الهندسة ودورها في تصميم المعابد والمنشآت. ومن المبتكرات البارزة التي قدمتها حضارة بلاد الرافدين استخدام الصفر في الحسابات، وهو ما ساهم في تطوير الأنظمة العددية اللاحقة.

الكلمات المفتاحية: رياضيات، مسائل حسابية، النظام العشري، النظام الستيني.

Mathematics and Arithmetic Operations in Light of Published Cuneiform Texts

Asst. Lect. Raya Nasif Jasim AL-Ambaki
Faculty of Arts and Humanities/University of the Almustaqbal
Raya.Nasif.Jasim@uomus.edu.iq

Abstract

The research examines the evolution of mathematics and computational processes in the Mesopotamian civilization, reviewing the use of advanced computational systems by Sumerians and Babylonians, including quadratic roots and compulsive equations. The research shows that the oldest mathematical documents date back to the 3rd millennium BC, where clay plates were used to illustrate calculations, and the people of Mesopotamia developed the sixtieth and tenth system, which formed the basis of mathematics to date, and also reviews areas where mathematics such as astronomy contributed, where mathematics was used to track planets, eclipse and eclipse, as well as it touches on engineering and its role in the design of temples and installations. A notable innovation presented by the Mesopotamian civilization was the use of zero in calculations, which contributed to the development of subsequent numerical systems.

Keywords: mathematics, arithmetic problems, decimal system, sexagesimal system.

المبحث الاول:

اولاً: لمحة تاريخية عن الرياضيات في بلاد الرافدين

شهدت بلاد الرافدين ظهور أولى الأنظمة الرياضية في تاريخ البشرية، حيث استخدم السومريون والبابليون أنظمة حسابية متطورة لم تقتصر على العمليات الحسابية البسيطة، بل شملت أيضاً مفاهيم أكثر تعقيداً مثل الجذور التربيعية والمعادلات الجبرية. يرجع تاريخ أقدم الوثائق الرياضية إلى الألف الثالث قبل الميلاد، وقد استُخدمت الألواح الطينية التي تحتوي على رموز رقمية توضح كيفية التعامل مع الأعداد[١]، وعلم الرياضيات هو الدراسة المنطقية لكم الاشياء وترابطها، كما ان علم الرياضيات علم مهم في الدراسة التسلسلية والبحثية للقضايا الرياضية وانظمتها، وهو احد الاقسام المعرفية الذي كان ذو فائدة مهمة، ونجد ان الباحثين قد أطلقوا تعاريف عدة على علم الرياضيات منها هو علم تجريدي من خلق وإبداع العقل البشر وتهتم بالأفكار والطرائق وأنماط التفكير، وعلم الرياضيات علماً مهماً لا يستطيع اي فرد ان يستغني عنه، لانه شغل حيز كبير في حياة الإنسان وهذا العلم كانت له أهمية كبيرة في تقدم المجتمع[٢]، إذن هو العلم الذي يهتم بدراسة الكميات، الأشكال، الأنماط، والعلاقات بين الكيانات المجردة. يعتمد على المنطق والتجريد، ويشمل مجموعة واسعة من الفروع مثل الحساب، الجبر، الهندسة، والتحليل. يتم استخدام الرياضيات في مجموعة متنوعة من المجالات، بما في ذلك العلوم الطبيعية، الهندسة، الاقتصاد، وغيرها من التطبيقات العملية[٣].

ويدرس علم الرياضيات جميع النصوص التي تتعلق المسائل الرياضية، ويستدل عليها من خلال اسمها فهي تسأل عن حلول بعض القضايا تعطي لها فروض ومعطيات، وايضاً تعطينا الخطوات التي تمكنا من الاجابة عليها في سبيل إيجاد الحل النهائي لها[٤]، ولقد عثر في مدينة نيبور على ما يقارب(١٥٠) نصاً رياضي واغلبها كانت تجتوي على جداول الضرب والقسمة، وهذه النصوص تنتمي إلى العصر البابلي القديم بما في ذلك عصر ايسن لارسا وعصر الكاشيين، وتنتمي هذه النصوص الثلاثة الصغيرة إلى فئة من الألواح، محفوظة في جامعة ييل (Yale University) في الولايات المتحدة الأمريكية، وتتلخص المشكلة في إيجاد مساحة المربع، معبرًا عنها بوحدات المساحة القياسية، عندما يُعطى طول الضلع بوحدات الطول المعتادة. وقد تم التنقيب عن لوحين إضافيين، في نيبور منذ أكثر من ثمانين عاماً، ومن السمات المشتركة لجميع هذه الألواح أن النص القصير مكتوب في الزاوية اليمنى السفلية من اللوح، تاركًا معظم السطح بدون نقش، باستثناء بعض الأرقام اللازمة لحل المشكلة. وتُظهر القائمة التالية لجميع الأمثلة الخمسة التباين في طول ضلع المربع وهذه النصوص أستخدم النظام الستيني فيها[٥].

وعند الحديث عن علم الرياضيات في بلاد الرافدين ان لهذا العلم تاريخاً منذُ أقدم العصور، وكان له ذات الاهمية في حضارات البلدان المجاورة، كما أنه عُد من المميزات التي تدل على تقدم تفكير الجنس البشري، لانه قدم لنا سجلات موثقة عن العاملات التجارية والحسابات التي كان اثرها واضحاً إلى اليوم، و عُد علم الرياضيات علماً مهماً، ويتضح ذلك لنا من خلال النصوص المسمارية التي جاءتنا تتحدث عن هذا العلم والتي عثر عليها في اعمال التنقيبات في المواقع الآثرية، والتي كان اغلبها مسائل رياضية[٦].

إذ تذكر المصادر ان البدايات الاولى لعلم الرياضيات كانت في العصر الشبيه بالكتابي، حيث وجدت جداول وقوائم حسابات باسماء الطيور والاسماك والحيوانات، ولقد استوجب استخدام العمليات الرياضية في هذه المسائل التي كانت مسائل جمع وطرح.، ولقد عُد العصر الاكدي وعصر سلالة اور الثالثة هما الأساس في بدء علم الرياضيات حتى وان سبقتهما بعض المحاولات البدائية كانت تخص الحياة اليومية للسكان من قيامهم بعمليات حسابية بسيطة مثل جمع واردات المعبد وغيرها، ونرى انهم اتبعوا نظام حسابي بسيط في ذلك[٧]، لقد شهد الرياضيات اوج مراحل ازدهارها في (عصر حمورابي) العصر البابلي القديم، إضافة إلى شهرته في العصور الاحقة، وذلك لان اقدم النصوص التي عثر عليها تعود إلى هذين العصرين، لكن مع ظهور دراسات الحديثة والتنقيبات اظهرت ان علم الرياضيات قد غطى على

معظم العصور في حضارة العراق القديم[٨]، والتنقيبات التي جرت قد كشفت عن العديد من النصوص الرياضية التي كانت تعود إلى العصر السومري القديم وبعضها يعود تاريخه إلى عصر الملك سرجون الاكدي، ونجد ان الاكديين أخذوا نظام الحساب والاعداد من السومريين بشقيه العشري والستيني، وعملوا به في ارجاء إمبراطوريتهم، أما في العصر الآشوري الحديث، فقد أستخدموا النظام والاعداد نفسها التي كانت متوارثة من السومريين[٩].

يجب الإشارة إلى أن العديد من النصوص قد وردت إلينا بشكل رئيسي من مدينة نيبور، بالإضافة إلى النصوص الرياضية المدرسية التي وصلت من مدينة حرمل، والتي تمثل في مضمونها تمارين مدرسية. يتضح ذلك بوضوح من خلال دراسة هذه النصوص، حيث نلاحظ أن الطلاب في ذلك الوقت قاموا بإعادة كتابتها بطريقة مختلفة وبمهارة أقل[١٠].

ثانياً: المجالات التي ساهم فيها علم الرياضيات.

يعتبر التقدم العلمي في بلاد الرافدين واحدا من أبرز إنجازات الحضارات القديمة، حيث ساهم العلماء والمفكرون في تطوير العديد من المعارف العلمية والتقنيات التي أثرت على الحضارات اللاحقة. وكان لهذه الإنجازات دورٌ محوريٌ في تشكيل معالم الحضارة الإنسانية على مدار آلاف السنين، وهو يعكس إبداع الإنسان في مواجهة التحديات وتطوير المعرفة التي ساهمت في تشكيل الحضارة الإنسانية. كانت بلاد الرافدين مركزًا حيويًا للابتكار والاكتشاف، ولا تزال إرثها العلمي والثقافي يؤثر على حياتنا الحديثة بطرق متعددة[١١] ونجد أن هناك علاقة بين علم الفلك وعلم الرياضيات وهذه العلاقة تتضح لنا من خلال الحسابات التي تخص اعداد وتواريخ الكسوف والخسوف المتعلقة بالقمر ورؤيته، فالتقدم العلمي في علم الرايضيات ساهم في تطوير علم الفلك واحداثياته، ولقد كشفت التنقيبات عن(٣٠٠) نص رياضي فلكي، وتعتبر الرياضيات الفلكية واحدة من أبرز المجالات التي ازدهرت في بلاد الرافدين. كانت الحسابات الفلكية تعتمد على الرياضيات، حيث استخدم البابليون النظام الستيني لحساب الدورات الزمنية للأجرام السماوية. وقد ساهمت معرفتهم الرياضية في تطور علم الفلك بشكل كبير، مما جعلهم قادرين على تتبع مسارات الكواكب وحركات النجوم، وقد احتفظ علماء الفلك البابليون بسجلات دقيقة حول ظهور النجوم واختفائها[١٢].

وكذلك ظواهر الكسوف والخسوف الشمسي والقمري، مما يتطلب فهماً جيداً للمسافات الزاوية على الكرة السماوية. كما استخدموا تقنية شبيهة بتحويل فورييه لحساب التقويم الفلكي، والمعروفة بـ "جدول الأوضاع الفلكية"، والذي اكتشفه العالم أوتو نوغبور عام ١٩٥٠[١٣] وفيما يتعلق بالهندسة فقد كانوا على دراية بالمبادئ الأساسية لحساب المساحات والأحجام، حيث كانت أساسية في تصميم وبناء المعابد، والأبنية العامة، والجسور، واستخدم المهندسون البابليون والسومريون تقنيات حسابية معقدة لتصميم الزقورات (المعابد المدرجة)، وضبط نسب البناء، وكذلك في إنشاء قنوات الري التي كانت أساسية لضمان الزراعة في مناطق الرافدين القاحلة، وكان البابليون أيضاً على علم بمبرهنة فيثاغورس، وركز البابليون القدماء على نظريات تتعلق بنسب المثلثات متساوية الساقين لعدة قرون، لكنهم لم يكونوا يعرفون قياس الزوايا، ولذلك اعتمدوا على دراسة أضلاع المثلث بدلاً من ذلك[١٤] وهذا يشير إلى ان البابليين كانوا على معرفة بهذه النظرية منذُ زمان طويل، ويظهر دور الهندسة كذلك من خلال تقسيمهم للمساحات التي كانت يتم زراعتها وتقسيمها بشكل حقول[١٥].

المبحث الثاني:

اولاً: انظمة الاعداد في بلاد الرافدين

نجد أن الإنسان لجأ منذُ أقدم العصور التي مرت على حضارة بلاد الرافدين، إلى أستخدام قطع من الحصى والحجارة لحساب الاعداد حتى لاينسى مايريد عدهُ، والتنقيبات التي جرت على المواقع الآثرية في بلاد الرافدين دلت على ان السكان القدمى استخدموا وسائل كثيرة للحساب والعد[١٦] وتبد الأرقام في الوهلة الأولى وكأنها مختلفة تماماً عن الأرقام التي نستخدمها في الوقت الحاضر سواء كانت عربية ام اجنبية، وذلك كونها تتكون من أشكال مسمارية مطبوعة على الطين وايضاً تحسب على أساس نظام العد الستيني وليس العشري[١٧] ولقد عمد العراقيين القدماء إلى استخدام نوعان من العلامات المسمارية في كتابة اعدادهم، ولقد خصصوا العلامة (𒁹)، لتشير إلى الرقم واحد، وبتكرار العلامة (𒁹𒁹)، يكون الرقم اثنين، وعند كتابة العلامة (𒌋)، تشير إلى الرقم عشرة، والرقم واحد يشير إلى احد رموز الآلهة وهو اله السماء انو[١٨] ونجد سكان بلاد الرافدين لم يعرفوا الصفر الا في العهد السلوقي، هو عدد لم يصور رقما حتى الالف الاول قبل الميلاد و كما ذكرنا على الرغم من ان العراقيين القدماء عرفوه و عرفوا قيمته ومدى الحاجة اليه حتى انهم تركو فراغات في محل وضعه، وهذه الفراغات كانت هي بحد ذاتها اصفارا، و من فكرتها جاء الصفر العربي الذي كتب بهيأة دائرة فارغة(٠) وسواء ترك مكان الصفر فارغاً او وضعت دائرة فارغة ولم يتطور استخدامه الا على يد العرب فيما بعد[١٩] ومن الصعب تحديد المدة الزمنية التي دونت فيها الاعداد، لكن يمكن اعطاء مدة تقريبية لذلك وهي ان الإنسان عند شعوره بالحاجة إلى الاعداد فكر وابتكر اشياء بسيطة تخدمه في الحساب، والرياضيات تسبق الكتابات لان الإنسان منذُ وجوده بحاجة لجرد وحساب سلعه، وليس من الغريب هذا الامر بالنسبة لسكان بلاد الرافدين الذين هم منبع الحضارة والعلم والفنون[٢٠].

ولقد ابتدع السومريين مبدأ يقوم على المرتبة العددية اي تحديد قمية الاعداد حسب مرتبتها، تختلف طرق تمثيل الأعداد ومعالجتها والقيم العددية المستخدمة في المسائل الحسابية من عصر لآخر، رغم أن الهدف الأساسي يظل ثابتاً[٢١] والارقام في الرياضيات تكتب بصورة عمودية، لأنها ارقام مجردة ولاعلاقة لها مع الوحدات القياسية وانما علاقتها مرتبطة بالمرتبة العددية، وفي حالتين لاتطبق هذه القاعدة على سبيل المثال الحالة عندما تكتب الارقام في النصوص الاقتصادية والادارية فتكتب بشكل افقي (𒁹𒁹)، وفي هذه الحالة تشير إلى الوحدات القياسية الكبيرة، أما الحالة الثانية تكتب بشكل عمودي(𒁹𒁹)، وهنا تشير إلى اجزاء الوحدات القياسية الكبيرة[٢٢].

ثانياً: تطور العشري والنظام الستيني

النظامان العشري والستيني هما من أوائل الأنظمة العددية التي استخدمها سكان حضارة بلاد الرافدين. تم تطوير النظام الستيني من قبل السومريين في الألف الثالث قبل الميلاد، وتبناه البابليون بعدهم. يعتمد هذا النظام على الرقم(٦٠)، ومضاعفاته حتى يصل إلى ٦٠، بينما يعتمد النظام العشري الحالي على الرقم(١٠)،.ويعود الفضل في ابتكار النظام العشري إلى علماء الرياضيات في بلاد الرافدين، ولايزال النظام العشري يستخدم إلى يومنا هذا بالرغم من مرور مايزيد على(٥٠٠٠عام)، على ابتكاره، فهو مستخدم الان في قياس الاوقات والقياسات الهندسية، إضافة إلى أستخدامه في التجارة ونظام الاحداثيات الرقمية[٢٣].

تمكن السومريون من إنشاء بُنى رياضية متطورة من خلال ابتكارهم لنظام العدّ الستيني، والذي اعتمد على عددين رئيسيين هما (٦٠) و(١٠). وبفضل مضاعفات هذين العددين، نشأ النظام الستيني والنظام العشري، اللذان شكلا الأساس لهذا النظام الرياضي. [٢٤]

وبفضل سهولة استخدام النظام الستيني، انتشر وتوسع خارج حدود بلاد الرافدين، حيث تم إدخاله في الأعمال المتعلقة بالرصد الفلكي. اعتمدت الحسابات الدقيقة في هذا المجال بشكل أساسي على الكسور،

مما أدى إلى استخدام هذا النظام من قبل كبار علماء الرياضيات والفلك الذين جاءوا بعد رواد العلوم الرياضية في بلاد الرافدين، لا يزال للنظام الستيني أثره الواضح في الفكر الرياضي المعاصر، حيث يُستخدم في بعض التطبيقات الرياضية. يظهر تأثيره جليًا في قياس الزوايا بالدرجات والدقائق والثواني، وكذلك في قياس الدائرة، حيث يبلغ مجموع زوايا الدائرة (٣٦٠ درجة)[٢٤].

يمكن التعبير عن النظام العشري والستيني من خلال الجدول الآتي:

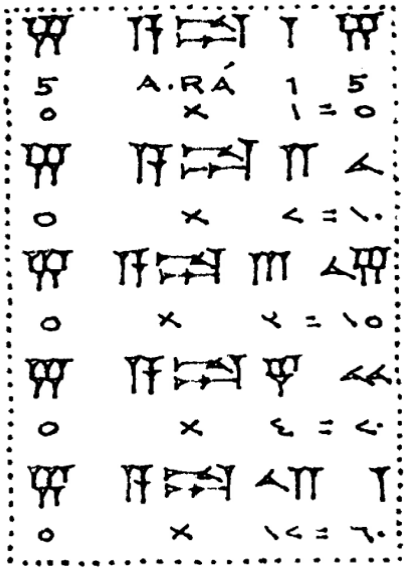
النظام العشري	النظام الستيني
١	١
١٠	١٠
١٠*١٠	١٠*٦
١٠(١٠*١٠)	١٠*(١٠*٦)*
١٠*(١٠*١٠*١٠)	٦*(١٠*٦*١٠)[٢٦].

ثالثاً: العمليات الحسابية في بلاد الرافدين

تشمل دراسة النصوص الرياضية العمليات الحسابية كأحد الجوانب الأساسية في الرياضيات، وتغطي دراسة شاملة للأعداد الصحيحة والكسور والأعداد العشرية، إضافة إلى عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة. تعتبر هذه العمليات أساساً لأنواع أخرى من العمليات الرياضية، حيث تقدم مهارات جوهرية وأساسية كالتعداد وتجميع الأشياء وقياسها، بالإضافة إلى مقارنة الكميات ببعضها[٢٧] وقد عبر رياضيو بلاد الرافدين عن هذه العمليات الحسابية باستخدام مصطلحات متخصصة منها المصطلح السومري($DIM_4.MÀ$)، والذي قابله في اللغة الاكدية(sanqu)[٢٨].

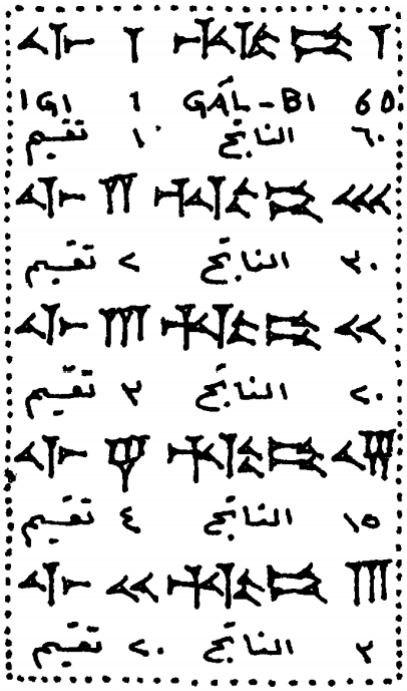
والمسائل الحسابية في بلاد الرافدين كان بعضها يتضمن الجمع والطرح والقسمة والضرب كما ذكرنا، ونجد ان السكان منذُ بداية العصور السومرية أستخدموا الجمع في حياتهم اليومية، حتى يتمكنوا من جمع ممتلاكاتهم الاقتصادية[٢٩] وعبروا عن مفردة الجمع بالمصطلح السومري(UL.GAR; GAR.GAR)، والذي رادفه في اللغة الاكدية(kamāru)[٣٠] اما عملية الطرح فكانت تدل على النقص والاسقاط وهذا يعني أخذ كمية من كمية، او المقارنة بين عدد ومعرفة الفارق بينهما، ويشترط ان يكون العدد الاول هو الكبير والثاني هو العدد الصغير[٣١] وقد عبر عنها الرياضيين بالمصطلح السومري الآتي(LA_2)، والذي رادفه في اللغة الاكدية(ḫurrāsu)[٣٢].

وفيما يتعلق بالضرب الذي يقابل عملية القسمة، يمكن ان يفسر كونه عملية جمع مكررة للعدد نفسه، ولقد ابتكر سكان بلاد الرافدين طرق جعلت من عملية الضرب سهلة وفريدة من نوعها، وهذه الابتكارات سهلت عليهم العملية واستطاعوا حفظها في سجلات للاستفادة منها لاحقاً والرجوع اليها[٣٣] ولقد اطلق السومريين المصطلح(A.RÀ)، والذي رادفه في الاكدية(arum)[٣٤].



جزء من جدول ضرب الرقم خمسة (٣٤)

وبهذا تكون القسمة هي العملية الاخيرة في العمليات الحسابية، والتي تعني تجزئة الشيء أو قسمته إلى أجزاء أصغر من العدد الاصلي وبالتساوي، ويظهر اهتمام سكان بلاد الرافدين بهذا المجال من خلال الوثائق التي تتعلق بحياتهم اليومية والتي تثبت اهتمامهم بهذا المجال، وذلك لانه ساعدهم في توزيع الحقول وتقسيمها إضافة إلى تقسيم اجور العمال[٣٦] وعثر على الكثير من الجداول التي تشرح عملية القسمة وتوضحها والتي يوجد فيها استخدام المصطلح السومري(BÀNDA)، والذي رادفه في اللغة الاكدية(bandû) الذي عبر عن مصطلح القسمة[٣٧].



جزء من جدول قسمة الرقم ستين (٣٨)

الاستنتاجات

١. يُعَد علم الرياضيات من العلوم المهمة لدى سكان بلاد الرافدين، حيث استخدموه في مختلف جوانب حياتهم اليومية.
٢. من أبرز الأنظمة المستخدمة في بلاد الرافدين كان النظام العشري والنظام الستيني، حيث استُخدم كلا النظامين في البداية، خاصة في تدوين النصوص الرياضية.
٣. لعبت الهندسة دوراً مهماً في مختلف جوانب حياتهم، وساهمت في حل العديد من التحديات التي واجهتهم.
٤. كان استخدام الصفر أول ابتكار بارز في حياتهم، حيث وُضع أول مفهوم له في العصر البابلي الحديث عبر ترك مسافة بين الأعداد.
٥. يتميز علم الرياضيات عن غيره من العلوم بكونه بعيداً عن الخيال والأساطير، إذ يركز على العمليات الحسابية والهندسية المتنوعة التي تستند إلى البراهين والحقائق العلمية لتقديم نتائج دقيقة.

الهوامش والمصادر:

(1) E. Robson, Mathematics, Metrology & Ional Numeracy, University of Cambridge, 2007, p85.

(٢) ابو أسعد، صلاح عبد اللطيف، أساليب تدريس الرياضيات، دار الشروق، ٢٠١٠، ص١٠.

(3) Zeidler, E., Oxford User's Guide to Mathematics. Oxford, 2004, P.1185.

(4) O. Neugebauer, Mathematische Keilschrift Text, MKT, Vol. 3, 1935, p.42.

(5) Neugebauer, O., & Sachs, A., " Mathematical and Metrological Texts", ASOR, Vol. 36, No. 2, 1984, pp. 245-246.

(6) E., Robson, Mathematics,……, PP.415-417.

(٧) ساكز، هاري، عظمة بابل، تر: عامر سليمان، الموصل، ١٩٧٩، ص، ٥٢٠.

(٨) ساكز، هاري، عظمة.... ، ص٥٢٢.

(9) L., Hodgkin, A History of Mathematics from Mesopotamia to Modernity, press, 2005, p. 17.

(10) A., Asger, Some Seleucid Mathematical Tables (Extended Reciprocals and Squares of Regular Numbers), JCS, Vol. 19, No. 3, 1965, pp. 79-80.

(11) Hodgkin, Luke, a history of mathematics: From Mesopotamia to Modernity, Xford University Press, 2005, p. 14.

(12) E. Robson, Mathematics ……, p.130.

(١٣) النعيمي، شيماء علي احمد، الفلك في العراق القديم من القرن السابع إلى القرن الرابع (ق.م) ، اطروحة دكتوراه، جامعة الموصل، كلية الآداب، ٢٠٠٦، ص١٢.

(14) Neugebauer,O., Article in History of Science; an Annual Review of Literature, Research and Teaching, 2012, pp.406-407.

(١٥) القطان، شعيب فراس ابراهيم، مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية منشورة وغير منشورة، جامعة بغداد، كلية الآداب، قسم الآثار، بغداد، ٢٠١٨، ص٤٩.

(١٦) سليمان، عامر، الكتابة المسمارية، دار الكتب للطباعة والنشر، الموصل، ٢٠٠٠، ص٣٧.

(17) E. Robson, Mathematics ……, p.163.

(١٨) الراوي، فاروق ناصر، "العلوم والمعارف"، حضارة العراق، ج٢، بغداد، ١٩٨٥، ص٢٩٠.

(١٩) رشيد، فوزي، "العلوم الانسانية والطبيعة"، موسوعة الموصل الحضارية، مج١، ط١، ١٩٩١، ص٣٨٦-٣٨٧.

(20) Neugebruer, O., & Sachs, A., "Mathematical CuneiformmTexts", AOS, 1945, p. 2.

(21) L. Hodgkin, A History of…., p. 16.

(٢٢) رشيد، فوزي، "اللوح الرياضي من تل حرمل"، مجلة آفاق عربية، ع١١، ١٩٧٩، ص٩٣.

(2) Neugebruer, O., & Sachs, A., Mathematical…, p. 2.
(2) Sachs, A. J., " Two Neo-Babylonian Metrological Tables from Nippur", JCS, Vol. 1, No. 1, 1947, P. 67.
(٤٥) القطان، شعيب فراس ابراهيم، مسائل رياضية في ضوء.... ، ص٤٤.
(٤٦) كونتينو، جورج، الحياة اليومية في بابل واشور، تر: سليم طه التكريتي، دار الشؤون الثقافية، ط٢، بغداد، ١٩٨٦، ص٣٦٨.
(٤٧) القطان، شعيب فراس ابراهيم، مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية منشورة وغير منشورة، رسالة ماجستير، غير منشورة، كلية الآدابن جامعة بغداد،٢٠١٨، ص٥٧.
(2) CDA, P. 316.
(2) Neugebuer, O., The Exact Sciences in Antiquity, Published in Canda, 1969, New York, p. 10.
(3) CDA, P. 141.
(3) Archibald, Raymond Clare, " Babylonian Mathematics", HOSS, Vol. 26, No. 1, 1936, p. 78.
(3) CAD, P.245.
(٥٣) القطان، شعيب فراس ابراهيم، مسائل رياضية في ضوء نصوص...، ص٦٤.
(3) CAD, a_2, p.312: b.
(٥٥) رشيد، فوزي، "العلوم الانسانية والطبيعية"، موسوعة الموصل الحضارية، الموصل، ط١، ١٩٩١، ص٣٨٦.
(3) Neugebuer, O., The Exact Sciences in……, pp.50-51.
(3) CAD, b, p.79.
(٥٨) رشيد، فوزي، "العلوم الانسانية.... ، ص٣٨٧.