مجلة

كلية التـــراث الجامعة

مجلة علمية محكمة

متعددة التخصصات نصف سنوية

العدد الثامن والثلاثون

15 شباط 2024

ISSN 2074-5621

رئيس هيئة التحرير

أ.د. جعفر جابر جواد

مدير التحرير

أ. م. د. حيدر محمود سلمان

رقم الايداع في دار الكتب والوثائق 719 لسنة 2011

مجلة كلية التراث الجامعة معترف بها من قبل وزارة التعليم العالي والبحث العلمي بكتابها المرقم (ب 3059/4) والمؤرخ في (2014/ 4/7)

مقارنة طرائق تقدير انموذج (Tobit) باستعمال أسلوب المحاكاة بوجود مشكلة عدم تجانس التباين الخطأ العشوائي

الباحث/مصطفى حسن ضاري جامعة بغداد/كلية الإدارة والاقتصاد

أ.م بيداء إسماعيل عبد الوهاب جامعة بغداد/كلية الإدارة والاقتصاد

المستخلص

أن عملية تحليل الانحدار تبنى على عدد من الافتراضات الأساسية، وفي حالة عدم توفر أحد هذه الافتراضات فأن ذلك سيؤدي الى الحصول على نتائج غير دقيقة، ومن أبرز هذه الافتراضات هو تجانس التباين الخطأ العشوائي، وهي مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي (Heteroscedasticity) والتي قد تأتي من اختلاف العينات والتي تتبع مجتمعات ذات تباينات مختلفة، وهذا يؤدي الى قرارات مضللة وغير دقيقة , تلقى نماذج الاقتصاد القياسي في الآونة الأخيرة اهتماماً كبيراً ولاسيما نماذج الانحدار المحددة (Limited Regression Models) التي تحتوي على متغيرات استجابة محددة ولها عدة مشاهدات متكررة ضمن مدى معين، والتي يطلق عليها أيضاً نماذج (Tobit Model) وتُعتبر تقليداً لنماذج الانحدار الخاضعة للرقابة (Censored Regression Model) ، تظهر مشكلة البحث عندما تكون البيانات تعاني من مشكلة عدم تجانس تباين الأخطاء، مما يجعل طرائق تقدير معلمات أنموذج الانحدار الخطي غير مقبولة في إعطاء نتائج صحيحة ودقيقة، بالتالي الحصول على معلمات مقدرة متحيزة (Biased Parameters) ولا تمتلك خاصية اقل تباين ممكن (minimum variance)، فضلاً عن الحصول على (p-value) غير موثوقة. يهدف البحث لدراسة تقدير أنموذج (TOBIT) القياسي المتعدد والتي تتميز بكون المتغير المعتمد (Y) محدد بسبب طبيعة الظاهرة المدروسة في ظل وجود مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي (Heteroscedasticity) حيث استعملت طريقة الإمكان الأعظم الموزونة المعدلة (Weighted) Likelihood Function Method في الجانب التجريبي وكذلك (طريقة الإمكان الأعظم الموزونة المعدلة modified Weighted Likelihood function method) , ومن خلال الجانب التجريبي أظهرت الطريقتين التناوب في النتائج .

الكلمات الدالة: انموذج (Tobit)، دالة الإمكان الأعظم الموزونة، دالة الإمكان الأعظم الموزونة المعدلة

Abstract

The regression analysis process is based on a number of basic assumptions, and if one of these assumptions is not met, this will lead to obtaining inaccurate results. The most prominent of these assumptions is the homogeneity of the random error variance, which is the problem of heterogeneity of the random error variance (Heteroscedasticity), which may It comes from different samples that follow societies with different variances, and this leads to misleading and inaccurate decisions. Econometric models have recently received great attention, especially limited regression models, which contain specific response variables and have several repeated observations within a certain range. Which are also called Tobit Models and are considered an imitation of Censored Regression Models. The research problem arises when the data suffers from the problem of heterogeneity of error variance, which makes the methods of estimating the parameters of the linear regression model unacceptable in giving correct results. And accurate, thus obtaining biased estimated parameters and not having the minimum variance property, in addition to obtaining an unreliable p-value. The research aims to study the estimation of the multiple standard (TOBIT) model, which is characterized by the fact that the dependent variable (Y) is specific due to the nature of the studied phenomenon in light of the presence of the problem of heterogeneity of the random error variance (Heteroscedasticity), where the Weighted Likelihood Function Method was used in the aspect Experimental as well

as (the modified Weighted Likelihood function method), and through the experimental aspect, the two methods showed alternation in results.

Keywords: Tobit model, Weighted Likelihood function method, Modified Weighted Likelihood function method

المبحث الأول
المنهجية العلمية

أولا: مشكلة البحث وتساؤلاته

تظهر مشـكلة البحث عندما تكون البيانات تعاني من مشـكلة عدم تجانس تباين الأخطاء (heteroscedasticity)، مما يجعل طرائق تقدير معلمات أنموذج (Tobit) القياسي غير مجدية في إعطاء نتائج صحيحة ودقيقة، بالتالي الحصول على معلمات مقدرة متحيزة (biased parameters) ولا تمتلك خاصية اقل تباين ممكن (minimum variance)، فضلاً عن الحصول على (p-value) غير موثوقة[11].

ثانيا: اهداف البحث

يهـدف البحث:

1- تقدير معلمات أنموذج انحدار (Tobit) القياسـي في حالة عدم تجانس التباين وذلك عن طريق معالجة المشـكلة بأسـلوب الأوزان (weights)[1].
2- استعمال طريقة الإمكان الأعظم الموزونة (Weighted Likelihood function method)، وطريقة الإمكان الأعظم الموزونة المعدلة (modified Weighted Likelihood function method) للتقدير.
3- إجراء مقارنة بين طرائق التقدير بالاعتماد على معيار متوسـط مربعات الخطأ (Mean Square Error) (MSE) للمقارنة.

ثالثا: أهمية البحث

يوفر حلاً مفيداً في تقدير انموذج (Tobit) القياسي في حالة وجود مشكلة عدم تجانس التباين، مما يساعد الباحثين في الحصول على نتائج دقيقة وغير مضلله.

الفرضية الرئيسية:

فرضية العدم: أن تباين حد الخطأ لجميع مشاهدات العينة ثابت بمعنى عدم وجود مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي.

$$\mathbf{H_0}: \boldsymbol{\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \cdots = \sigma_i^2}$$

الفرضية البديلة: على الأقل اثنين من التباينات مختلفة أي وجود مشكلة عدم التجانس

$$\mathbf{H_1}: \textbf{The problem of heterogeneity exists}$$

رابعا: المجتمع وعينة البحث:

تم توليد بيانات تعاني من مشكلة عدم التجانس وبأحجام عينات مختلفة باستعمال أسلوب المحاكاة، من خلال توظيف طرائق تقدير انموذج (Tobit)القياسـي، على افتراض **المحور الأول** متغير الاستجابة (Y) يمثل ضـغط الدم الانقباضـي (العالي). **المحور الثاني** متغير مستقل (X_1) يمثل الوزن . المحور الثالث متغير مستقل (X_2) يمثل العمر.

خامسا: الأساليب والبرامج الإحصائية المستخدمة:

اعتمد الباحث على طرائق تقدير انموذج (Tobit)، ومعالجة المشـكلة بالأوزان وإعطاء فكرة عن برنامج الحاسـب الإلكتروني الخاص بوصـف تجربة المحاكاة وإجراء تحليل البيانات حيث تـــم الاعتماد على برنامج (R) في اسـتخراج النتائج. تعد دراسـة نماذج الانحدار وهيكلية بياناتها وتقدير معالم تلك النماذج من خلال إجراء الاسـتدلال الإحصـائي، من المسائل بالغة الأهمية ومحط اهتمام كثير من الباحثين. تحليل لانحدار هو إحدى الوسائل الإحصائية الفعالة التـي تـصف شـكل العلاقة ما بين المتغيرات التوضـيحية ومتغير الاسـتجابة، كما انه أحد المواضـيع المهمة المسـتخدمة في كثير من الدراسات العلمية إذ كانت وما زالت نماذج الانحدار الخطية (linear regression models) تمثل النصيب الأكبر، لإنها تعد واحدة من الأدوات الإحصـــائية الفعالة والراســخة في العديد من مجالات البحوث التطبيقية، كما إنها الأكثر شـــيوعاً واسـتعمالاً لتحليل المشـكلات التجريبية في العلوم الاجتماعية والاقتصـادية وعلوم الحياة. ومن أبرز الافتراضـات هو عدم تحقق شـرط تجانس التباين الخطأ العشـوائي (heteroscedasticity)، إذ يسـبب عدم تحقق هذا الشـرط الى أحد أبرز مشاكل القياس الاقتصـادي التي تواجه الباحثين عند بنائهم لأنموذج انحدار خطي لمجموعة من الظواهر، والتي قد تأتي من اختلاف العينات والتي تتبع مجتمعات ذات تباينات مختلفة، وهذا يؤدي الى قرارات مضللة وغير دقيقة. ومن خلال توظيف الطرائق الإحصـــائية التي تمهد الوصـــف الموضـــوعي الدقيق لأجراء التجربة على أســس خالية من التحيز والاجتهادات

الشخصية التي قد تؤثر على مخرجات البحث أو الدراسة. إذ تلقى نماذج الاقتصاد القياسي في الآونة الأخيرة اهتماماً كبيراً ولاسـيما نماذج الانحدار المحدد (limited regression models) التي تحتوي على متغيرات اسـتجابة محددة ولها عدة مشـــاهدات متكررة ضـــمن مدى معين، والتي يطلق عليها أيضـــاً نماذج (Tobit model) وتُعتبر تقليداً لنماذج الانحدار الخاضعة للرقابة (censored regression models). يستعمل أنموذج (Tobit) بكثرة في المجالات الاقتصادية والطبية والاجتماعية، إذ برزت أهميته لأن اغلب الدراســات الاقتصــادية تتطلب تطبيقها في الواقع لتمثل الظاهرة المدروســة خير تمثيل[2]، حيث يتصف أنموذج (Tobit) بأن متغير الاستجابة (أو المتغير المعتمد) يتم تحديده بالاعتماد على طبيعة الظاهرة، فهي تختلف عن نماذج الانحدار المقطوعة، فالأنموذج يدعى أنموذج انحدار مقطوع عندما تكون المشـــاهدات خارج مدى معين مفقودة (للمتغير المعتمد والمتغيرات التوضـيحية)، في حين يدعى أنموذج انحدار محدد عندما يتم مشـاهدة المتغيرات التوضيحية على مدى مفتوح بينما يشاهد متغير الاستجابة ضمن مدى محدد[3].

المبحث الثاني
الجـــــــانب النظري

أولا: أنواع البيانات

1- البيانات المبتورة: Truncation Data

يحدث البتر للبيانات Truncation عندما تستبعد بعض البيانات لكل من المتغير الاستجابة (dependent variable) والمتغيرات التوضيحية (regressors variable)على سبيل عند دراسة الدخل (income) باعتبار ان الدخل متغير استجابة يتم تضمين الاشخاص ذوي الدخل المنخفض ونستبعد الاشخاص ذوي الدخل المرتفع من العينة . ومن حيث التأثير ان البتر يتحقق عندما يتم سحب بيانات العينة من مجموعة جزئية للمجتمع الكبير للظاهرة (أي العينة يكون فيها نقص للبيانات)[9].

الرقابة على البيانات : Data Censoring

يحدث هذا النوع عندما يفقد متغير الاستجابة (dependent variable) بعض البيانات او تكون محدودة ولكن المتغيرات التوضيحية (regressors variable) تكون كاملة. وعلى سبيل المثال أذا كانت مستويات الدخول للناس ممكن ان يكون جميعها ضمن العينة ولكن السبب ان هناك بعض الدخول بمستوى عال نضع لها كود (coded) مثال على ذلك إذا كان مستوى الدخل محدد بمقدار معين فأن الدخل الذي يصل اليه او أكبر منه يتم تطبيق الرقابة عليه Censoring والعكس صحيح. ويمكن تعريف البيانات الخاضعة للرقابة بانها البيانات أو القيم التي لم يتم مشاهدتها، أو استحالة قياس مشاهداتها، أو عدم تسجيل معلومات كاملة عن المشاهدة خلال فترة الدراسة. ويمكن تعريفها أيضاً على أنها عملية تحديد عدد الوحدات الفاشلة لفترة زمنية محددة للتجربة أو تحديد وقت محدد للتجربة ثم معرفة عدد الوحدات الفاشلة [7].

ثانيا: انموذج (Tobit) القياسي

في تحليل الانحدار، لا يمكن أحيانا الحصول على بيانات متغير الاستجابة (Y) بالضبط أو قد يكون مطلوباً أخذ جزء فقط من البيانات، في مثل هذه الحالة، لا يمكن تقدير مثل هذه الأنواع من النماذج بواسطة طريقة المربعات الصغرى (least squares)، لأن البيانات لا يمكن أن تمثل المجتمع تماماً، أي تم اقتطاعها أو فرض الرقابة عليها، ولتحليل مثل هذا النوع من البيانات، تم تطوير متغير تابع محدود أو نماذج متغيرة كامنة (latent variable models). أحد النماذج التي تم تطويرها للبيانات الخاضعة للرقابة هو نموذج (Tobit)، أو نموذج الانحدار الطبيعي الخاضع للرقابة [4].

أن نموذج (Tobit) ناتج من مزاوجة بين أنموذج الانحدار المتعدد وتحليل (Probit)[2]، حيث تكون قيم المتغير المعتمد (Y^*) غير ملاحظة لبعض المشاهدات، على الرغم من أمكانية مشاهدة قيم المتغيرات التوضيحية ($X's$) لجميع المشاهدات. تم اقتراحه من قبل (James Tobin) في عام (1958)، ليصف العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات التوضيحية، من خلال دراسته لمصاريف الأسر على السلع المعمرة مستعملاً أنموذج انحدار، آخذاً بنظر الاعتبار حقيقة كون المصاريف (كمتغير معتمد لنموذجه) قيمة موجبة لا يمكن أن تكون سالبة. ويتعامل نموذج (Tobit) مع بيانات المتغير التابع على أساس أنها تتكون من جزأين، ويأخذ كل جزء منه دالة توزيع محددة، المشاهدات ذات القيم الصفرية والسالبة تأخذ دالة التوزيع التراكمية (C.D.F)، والمشاهدات التي تأخذ كميات أكبر من الصفر ستأخذ دالة الكثافة الاحتمالية (P.D.F)، وبضرب الدالتين (C.D.F) و (P.D.F)، نحصل على الدالة المختلطة (mixed function) التي تعبر عن أنموذج (Tobit) [15].

الشكل العام لنموذج (Tobit) هو:

$$Y_i^* = \beta' X_i + U_i \qquad , U_i \sim N(0, \sigma^2) \qquad \dots\dots (1)$$

$$Y_i = \begin{cases} Y_i^* = \beta' X_i + U_i & \text{if } Y_i^* > \lambda \\ 0 & \text{if } Y_i^* \le \lambda \end{cases} \qquad \dots\dots (2)$$

حيث يمثل الرمز (Y_i) المتغير المعتمد، المعرف لكل $i = 1,2,\dots,n$، ويمثل (Y_i^*) متغير الاستجابة (latent variable) يتم توليده من خلال أنموذج انحدار خطي تقليدي هو غير مشاهد عندما $Y_i^* < 0$. ويمثل الرمز (X_i) المتغيرات التوضيحية المعرفة لكل $i = 1,2,\dots,n$، ويمثل الرمز (β) معلمات النموذج، ويمثل (U_i) الخطأ العشوائي ويمثل مجموعة المتغيرات غير المشاهدة المؤثرة في (Y_i^*)، ويمثل الرمز (λ) نقطة التقييد (restriction point). يسمى أيضاً أنموذج توبت من النوع الأول (Tobit type I) او القياسي، ويعرف رياضياً بالصيغة التالية[6]:

$$Y_i^* = \beta' X_i + U_i \qquad ,i = 1,2,\dots,n$$

$$Y_i = \begin{cases} Y_i^* & \text{if } Y_i^* > 0 \\ 0 & \text{if } Y_i^* \le 0 \end{cases} \quad \dots (3)$$

1- مشكلة عدم التجانس تباين الخطأ العشوائي

يفترض مصطلح تجانس التباين (homoscedasticity) أن أخطاء التنبؤ متماثلة أو لها الانتشار ذاته، إذ يتكون من جزئيين (homo) يعني نفس ومصطلح (scedastic) يعني التشتت (مشتق من الكلمة اليونانية skédasi، مما يعني التشتت). بالتالي، هو افتراض مطلوب لتبرير استخدام اختبارات t وF عند إجراء الاستدلال على معاملات نموذج الانحدار الخطي، هذا الافتراض مطلوب أيضاً لإنشاء فترات ثقة للمعاملات أو فترات التنبؤ المرتبطة بمتغير الاستجابة، عندما لا يصح افتراض أن تباين الخطأ ثابت، فأن تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية تميل لمعاملات الانحدار ذات تباينات عالية جداً، مما يؤدي الى الحصول على نتائج مضللة وقيم (p-value) غير موثوقة[12].أحد الافتراضات المهمة لنموذج الانحدار الخطي هو أن التباين الخطأ (u_i)، المشروط بالقيم المختارة للمتغيرات التفسيرية، هو عدد ثابت يساوي σ^2. وهذا هو افتراض تجانس التباين [13]، أي أن

$$E(u_i) = \sigma^2 \qquad ,i = 1,2,\dots,n \qquad \dots\dots (4)$$

حيث نلاحظ أن التباين الشرطي للمتغير (Y_i) المشروط بالمتغير (X_i)، يظل كما هو بغض النظر عن القيم التي يأخذها المتغير (X_i). في المقابل، نلاحظ من الشكل (4)، أن التباين الشرطي للمتغير (Y_i) يزداد مع زيادة المتغير (X_i). هنا، الاختلافات في (Y_i) ليست هي نفسها. ومن ثم، هناك عدم التجانس، أي أن:

$$E(u_i) = \sigma_i^2 \qquad \dots\dots (5)$$

3-معالجة مشكلة عدم التجانس في انموذج (Tobit) القياسي

من المشاكل التي تحدث في نماذج الانحدار بمختلف الانواع هي مشكلة عدم تجانس التباين للأخطاء العشوائية (heteroscedasticity) وبالتالي يكون لكل منها تباين $v(U_i)=\sigma_i^2$ ولكل $(i = 1,2,3,\dots\dots,n1, n1+1, n1+2,\dots\dots,n)$ وجود هذه المشكلة يؤثر على نموذج انحدار (Tobit) من خلال التأثير على متغير الاستجابة والمتغيرات التوضيحية فيها ويمكن توضيح ذلك كالاتي [1]

بإعادة كتابة انموذج انحدار Tobit كالاتي:

$$Y_i = \begin{cases} Y_i^* = X_i' B + U_i & \text{if } y^* > 0 \\ 0 & \text{if } y^* \le 0 \end{cases} \quad \dots\dots (6)$$

$$U_i \sim N(0, \sigma^2 w) \qquad w = \frac{1}{w_i}$$

وعليه فأن y^* ستكون كالاتي :

$$\sqrt{w_i} y^* = \left[\sqrt{w_i} \;\; \sqrt{w_i} X_{1i} \;\; \sqrt{w_i} X_{2i} \;\; \dots\dots\dots \sqrt{w_i} X_{ki}\right] \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_K \end{bmatrix} + \sqrt{w_i} U_i \quad ..(7)$$

$$\tilde{y}_i = \tilde{X}_i' B + \tilde{U}_i \quad ..(8)$$

ولـn_1 من المشاهدات نحصل الاتي :

$$\begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{w_{n1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_{n1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{w_{n1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{1n1} & \cdots & x_{kn1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sqrt{w_{n1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_{n1} \end{bmatrix}$$

$$P^{-1}y_{n1} = P^{-1} \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ \vdots \\ x_{n1}' \end{bmatrix} \beta + P^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_{n1} \end{bmatrix}$$

$$P^{-1}Y_1^* = P^{-1}X_1'\underline{B} + P^{-1}U \qquad \dots.(9)$$

$$\widetilde{Y}_1 = \widetilde{X}_1'B + \widetilde{U}_1$$

اذ ان:

$$P_1^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{w_{n1}} \end{bmatrix} \qquad P_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{W_2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{w_{n1}}} \end{bmatrix}$$

$$P_1P_1' = \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \frac{1}{w_{n1}} \end{bmatrix} = w_1 \Rightarrow (PP')^{-1} = w_1^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & w_{n1} \end{bmatrix}$$

وعليه فأن ما يخص $y^* > 0$

$$E\left(U_1^*U_1^{*\prime}\right) = E[((P_1^{-1}U_1)(P_1^{-1}U_1)']$$
$$= E\left[P_1^{-1}U_1U_1'P_1^{-1'}\right]$$
$$= P_1^{-1}EU_1U_1'P_1^{-1}$$
$$= P^{-1}\sigma^2w_1P_1^{-1'}$$
$$= \sigma^2P_1^{-1}P_1P_1'P_1^{-1'} = \sigma^2In \dots\dots\dots\dots..(10)$$

اما ما يخص $y^* \leq 0$ فأن الخطوات هي نفسها

$$E\left(U_0^*U_0^{*\prime}\right) = E[((P_0^{-1}U_0)(P_0^{-1}U_0)']$$
$$= E\left[P_0^{-1}U_0U_0'P_0^{-1'}\right]$$

$$= P_0^{-1} E U_0 U_0' P_0^{-1}$$
$$= P_0^{-1} \sigma^2 w_0 P_0^{-1'}$$
$$= \sigma^2 P_0^{-1} P_0 P_0' P_0^{-1'} = \sigma^2 In \dots\dots\dots\dots (11)$$
$$E\left(U_0^* U_0^{*'}\right) = \sigma^2 In$$

4- اختبار بروش-بيجين-كود فري للكشف عن عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي Breusch–Pagan–Godfrey Test

يعد من الاختبارات المهمة المستعملة للكشف عن وجود مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ، ويشترط هذا الاختبار التوزيع الطبيعي للبيانات، إذ تم اقتراحه عام 1979 من قبل الباحثان (Breusch and Pagan)، ولتوضيح هذا الاختبار، لنفترض لدينا نموذج الانحدار الخطي المتعدد التالي[12]:

$$y_i = \alpha + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + u_i \quad , \forall\, i = 1, \dots, n$$

ولنفرض أن دالة تباين الخطأ σ_i^2 يعطى بالصيغة التالية:

$$\sigma_i^2 = f(\theta_1 + \theta_2 z_{2i} + \cdots + \theta_m z_{mi}) \quad \dots\dots (12)$$

أي أن σ_i^2 هي دالة متغيرات التوضيحية (غير العشوائية)، وان (z) تمثل بعض أو كل المتغيرات التوضيحية، ولنفرض أن:

$$\sigma_i^2 = \theta_1 + \theta_2 z_{2i} + \cdots + \theta_m z_{mi} \quad \dots\dots (13)$$

فإذا كانت $\theta_2 = \theta_3 = \dots = \theta_m = 0$، فأن $\sigma_i^2 = \theta_1$ أي أن التباين ثابت. لذلك، فانه يمكن اختبار فيما إذا كان σ_i^2 متجانسة، من خلال الفرضية القائلة بأن $(\theta_2 = \theta_3 = \dots = \theta_m = 0)$، وهذه هي الفكرة الأساسية وراء اختبار (BPG). خطوات إجراء الاختبار على النحو التالي:

1. تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي وحساب الأخطاء $\hat{u}_i$.
2. تقدير التباين باستخدام طريقة الإمكان الأعظم، $\hat{\sigma}^2 = \sum \hat{u}_i^2 / n$.
3. بناء المتغيرات p_i المعرفة على النحو التالي:

$$p_i = \hat{u}_i^2 / \hat{\sigma}^2$$

وهو ببساطة كل مربع البواقي مقسوماً على $\hat{\sigma}^2$.

4. يتم تقدير معادلة انحدار (p_i على z) حيث أن:

$$p_i = \theta_1 + \theta_2 z_{2i} + \cdots + \theta_m z_{mi} + v_i \quad \dots\dots (14)$$

حيث أن v_i هو المصطلح البواقي لمعادلة الانحدار (14).

5. يتم حساب مجموع المربعات الموضحة ess من المعادلة (14)، حيث أن:

$$\lambda = \frac{1}{2} \text{ ess} \quad \dots\dots (15)$$

بافتراض أن u_i تتبع التوزيع الطبيعي، فانه مع زيادة حجم العينة (n)، فإن λ يتبع توزيع مربع كاي تقاربياً وبدرجة حرية $(m-1)$، أي أن:

$$\lambda \sim x_{m-1}^2 \quad \dots\dots (16)$$

فإذا كانت القيمة (λ) المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية (x^2) عند مستوى المعنوية المختارة، فأننا نرفض فرض التجانس التباين [8].

5-طريقة الإمكان الأعظم الموزونة Weighted Likelihood function method

يمكن كتابة دالة الإمكان للنموذج كالاتي[11]

$$L(\tilde{Y}_i) = \prod_{n2}\left[1 - \Phi_i\left(\frac{\tilde{X}_i'\beta}{\sigma}\right)\right] * \prod_{n1}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i'\beta)}{2\sigma^2}} \quad \dots\dots (17)$$

بأخذ باللوغاريتم Log للدالة

$$\log L = \sum_{n2} \log[1 - \Phi_i] - \frac{n1}{2}\log\sigma^2 - \frac{n1}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{n1}(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i'\beta)^2 \quad \dots. (18)$$

وبالاشتقاق الجزئي لموجه المعلمات $\underline{B}$ و $\underline{\sigma^2}$ نحصل على الاتي (Fair, 1977) :

$$\frac{\partial \log L}{\partial \beta} = \sum_{n2} \frac{1}{1-\Phi_i}\left[\frac{-\partial \Phi_i}{\partial \beta}\right] - 0 - 0 - \frac{2\sum_{n1}(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i'\beta)\tilde{X}_i'}{2\sigma^2} \quad \dots(19)$$

وبالاعتماد على الملاحظة الواردة في المصدر Amemiya, (1973) الاتية:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial \beta} = f_i \tilde{X}_i' \quad , \quad f_i = f(\tilde{Y}_i) \sim N(\tilde{X}'\beta, \sigma^2)$$

تكون المعادلة (19) كالاتي:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \beta} = -\sum_{n2} \frac{f_i \tilde{X}_i'}{1-\Phi_i} + \frac{\sum_{n1}(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i' B)\tilde{X}_i'}{\sigma^2} = 0 \quad \dots.(20)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \sigma^2} = -\sum_{n2} \frac{1}{1-\Phi_i}\left[\frac{-\partial \Phi_i}{\partial \sigma^2}\right] - \frac{n1}{2\sigma^2} - 0 - 0 + \frac{\sum_{n1}(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i'\beta)^2}{2\sigma^4} \quad \dots\dots..(21)$$

وبالاعتماد على الملاحظة الواردة في المصدر (Amemiya, 1973) الاتية:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial \sigma^2} = -\frac{1}{2\sigma^2}\tilde{X}_i'\beta f_i$$

وتكون المعادلة كالاتي:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \sigma^2} = +\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{n2} \frac{\tilde{X}_i'\beta f_i}{1-\Phi_i} - \frac{n1}{2\sigma^2} + \frac{\sum_{n1}(\tilde{Y}_i - \tilde{X}_i'\beta)^2}{2\sigma^4} = 0 \quad \dots(22)$$

وللحصول على المعلمة σ^2 يتم ضرب المعادلة (20) بـ$(\frac{\beta}{2\sigma^2})$ وجمع الناتج مع المعادلة (22) وكالاتي :

وبالتعويض عن $\tilde{Y}$ و $\tilde{X}$ بما يساويهما نحصل على الاتي :

$$\sigma^2_{WML} = \frac{Y'W^{-1}Y - Y'W^{-1}X_{(1)}\beta}{n1} \quad \dots(23)$$

بعد ذلك يمكن إيجاد موجه المعلمات β

$$\beta = (\tilde{X}_{(1)}'\tilde{X}_{(1)})^{-1}\tilde{X}_{(1)}'\tilde{Y}_{(1)} - \sigma(\tilde{X}_{(1)}'\tilde{X}_{(1)})^{-1}\tilde{X}_{(0)}'\varphi$$

$$\beta = (X_{(1)}'W_{(1)}^{-1}X_{(1)})^{-1}X_{(1)}W^{-1}Y_{(1)} - \sigma(X_{(1)}'W^{-1}X_{(1)})^{-1}X_0'P_0^{-1}\varphi \quad \dots\dots(24)$$

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_{(1)GLS} - \sigma(X_{(1)}'W^{-1}X_{(1)})^{-1}X_0'P^{-1}\varphi \quad \dots \quad (25)$$

$$0 \le \varphi_i \le 1$$

ويلاحظ من الصيغة (25) ان $\hat{\beta}_{(1)GLS}$ يمثل مقدرات طريقة المربعات الصغرى الموزونة (weighted last squares) لموجه المعلمات β والذي يعتمد على جميع المشاهدات التي تتعلق بالمجموعة الأولى $Y > 0$ وبالتالي فالصيغة (25) تمثل العلاقة بين المقدرات المربعات الصغرى الموزونة للمشاهدات غير الصفرية ومقدرات معلمات انموذج انحدار Tobit عندما تكون مشكلة عدم تجانس التباين (Heteroscedasticity) وعليه فأن الصيغة (25) تمثل مقدرات انموذج Tobit ولإيجاد هذه المقدرات يجب اتباع الخطوات الاتية[10] :

1- نحسب $\beta_{(1)GLS}$ بالاعتماد على البيانات غير الصفرية (المجموعة الأولى)
2- نحسب $(X_{(1)}'W_{(1)}^{-1}X_{(1)})^{-1}X_{(0)}'P^{-1}$
3- اختيار مقدرات أولية لموجه المعلمات β وليكن β^0 ومن ثم حساب قيمة σ^2 المعرفة بالصيغة 39-2) واذا كان قيمة σ^2 اقل او مساوية للصفر نضيف عدد موجب صغير للحصول على مقدر اولي $\sigma^{2(0)}$ ومن ثم الحصول $\sigma^{(0)}$ الذي يمثل جذر $\sigma^{2(0)}$
4- إيجاد موجه $\varphi^{(0)}$ باستعمال β^0 و $\sigma^{(0)}$ بالاعتماد على استخراج Φ_i
5- حساب مقدرات موجه المعلمات β المعرف بالصيغة (23) بالاستعانة بـ$(\sigma^{(0)}$ و$\varphi^{(0)})$ والذي يرمز للمقدرات بـ $\tilde{\beta}^{(0)}$ ويتم حساب المعادلة الاتية :

$$\beta^{(1)} = \beta^{(0)} + \alpha\left(\tilde{\beta}^{(0)} - \beta^{(0)}\right) \quad \text{where } 0 < \alpha \leq 1$$

6- نستعمل الموجه $\beta^{(1)}$ كموجه اولي جديد لغرض إعادة الخطوات جميعها باستثناء الخطوة الأولى كونها تجري مرة واحدة فقط . ومن خلال الخطوة الرابعة نستنتج ان مقدر Tobit هي مقدرات تكرارية تعتمد على المعلمة α التي تقترح ان تؤخذ (0.4)[11]

6- طريقة الإمكان الأعظم الموزونة المعدلة Modified Weighted Likelihood function method

ان عملية التطوير والتعديل غالباً ما تكون على طرائق تقدير تم اقتراحها من قبل اخرين ويكون هذا التطوير والتعديل على جزيئية محددة في تلك الطرائق وانطلاقاً من هذا يمكن اجراء تطوير او تحسين لمقدر طريقة الإمكان الأعظم الموزونة التي وردت في المبحث [2-6]لتقدير معلمات أنموذج انحدار **Tobit** بوجود مشكلة عدم تجانس (heteroscedasticity) فقد أشار الباحث (مسلم) انه يمكن تحسين مقدر طريقة الإمكان الأعظم الموزونة المعرفة بالصيغة (47-2) وتطوير خطوات ايجادها تبعا للخطوات التي اتبعها الباحثان (**fair**:**1977**) (**Amemia**:**1973**) التي استعملت لإيجاد تقدير معلمات انموذج Tobit في حالة ثبات تباين الأخطاء العشوائية (homoscedasticity) والتي تم توظيفها في هذا البحث لإيجاد تقدير معلمات انموذج Tobit في حالة عدم ثبات تباين الأخطاء العشوائية فيه Heteroscedasticity) من خلال التركيز على الخطوة الأولى من الخوارزمية التي جاء بها الباحثان وتطوريها وذكرا انها تحسب لمرة واحدة فقط اعتماداً على بيانات المجموعة الأولى دون احتسابها مرة أخرى عند تطبيق الصيغة (25) التي تعتبر من طرائق التقدير التكرارية والتي غالبا ما تكون (صفة تكرارية) حاضرة في كل طرائق تقدير معلمات انموذج انحدار Tobit أي احتساب مقدر β_{GLS} لمرة واحدة فقط دون تكرار فقط لاحظ الباحث (مسلم) الطرف الأيمن من الصيغة (25) يتكون من جزئيين الأول يمثل مقدر المربعات الصغرى الموزونة β_{GLS} والذي يحسب بالاعتماد على بيانات المجموعة الأولى $Y^* > 0$ والثاني يمثل خليط من بيانات المجموعين وان الجزء الأول يتم احتسابه لمرة واحدة فقط بينما الجزء الثاني يدخل في عملية التكرار كونه يعتمد على معلمة σ التي يتم احتسابها بعملية التكرار ومن هنا أشار الباحث انه يمكن إحلال مقدر اخر بدلاً عن β_{GLS} في الصيغة (25) وقد اقترح احتساب مقدر β باستعمال أسلوب جاك نايف (Jackknife) التي يتم تطبيقه اعتماداً على بيانات المجموعة الأولى ولذلك يمكن تعريف مقدرات انموذج انحدار Tobit لطريقة الإمكان الأعظم الموزونة المعدلة كالاتي (مسلم , 2020 محاضرات في النماذج الخطية غير منشورة):-

$$\beta_{AWML} = \hat{\beta}_{(1)Jack} - \sigma(X_1' W^{-1} X_{(1)})^{-1} X_0' P^{-1} \varphi \ldots (26)$$

اذ ان:

$\hat{\beta}_{(1)Jack}$: مقدرات أسلوب جاك نايف (Jackknife) اعتماداً على بيانات المجموعة الأولى من بيانات انموذج انحدار Tobit .

ان طريقة جاك نايف في عملية التقدير في هذا البحث تعتمد على

- حذف مشاهدة واحدة من متغير الاستجابة والمتغيرات التوضيحية.
- نقدر معلمات انموذج انحدار Tobit المجموعة الأولى $Y_i^* > 0$ بالاعتماد على $(n1 - 1)$ من المشاهدات .
- تعاد المشاهدة المحذوفة ونحذف المشاهدة التي تليها.
- يتم التقدير وهكذا تستمر العملية الى اخر مشاهدة Y_{n1} .
- يتم استخراج الوسط الحسابي للتقديرات للحصول على المقدر النهائي

$$\hat{\beta}_{(1)Jack} = \frac{\sum_{i=1}^{n1} \beta_{J(1)}}{n1}$$

- ولتوضيح ما تقدم توضع الخوارزمية الاتية:

1- اعتمادا على بيانات المجموعة الأولى الموضحة في الجدول (1) وبحجم عينة n1 يتم حذف المشاهدة Y_1 ومشاهدات المتغيرات التوضيحية المرتبطة معه بحيث تكون البيانات المتبقية كالاتي

$$Y_{J(1)} = [Y_2, Y_3, \ldots \ldots, Y_{n1}]'_{1*(n1-1)}$$

$$X_{J1} = \begin{bmatrix} X_2' \\ X_3' \\ \vdots \\ X_{n1}' \end{bmatrix} \quad (n1 - 1) * p$$

2- بالاعتماد على البيانات المتبقية يتم إيجاد مقدرات المعلمات انموذج انحدار المجموعة الأولى بطريقة المربعات الصغرى الموزونة كالاتي:

$$\hat{\beta}_{J(1)GLS} = (X'_{J(1)}W^{-1}_{J(1)}X_{J(1)})^{-1}(X'_{J(1)}W^{-1}_{J(1)}Y_{J(1)}) \quad \dots(27)$$

اذ ان

$W_{J(1)}$: مصفوفة الاوزان لعدم التجانس التباين من درجة $(n1-1)*(n1-1)$ بعد حذف الصف الأول والعمود الأول منها .

3- نكرر الخطوة الأولى والثانية لـ n1 من مشاهدات متغير الاستجابة والمتغيرات التوضيحية المرتبطة معه بحيث يتم الحصول على n1 من المقدرات كما موضح في ادناه

$$[\hat{\beta}_{j(1)}][\hat{\beta}_{j(2)}][\hat{\beta}_{j(3)}] \dots\dots\dots [\hat{\beta}_{j(n1)GLS}]$$

بعبارة أخرى

$$\hat{\beta}_{J(1)GLS} = (X'_{J(i)}W^{-1}_{J(i)}X_{J(i)})^{-1}(X'_{J(i)}W^{-1}_{J(i)}Y_{J(i)}) \quad \dots(28)$$

i=1,2,3…….n1

4- حساب تقدير أسلوب جاك نايف (Jackknife) لكل معلمة من معلمات انموذج انحدار المجموعة الأولى من البيانات لنموذج انحدار Tobit كالاتي: -

$$\hat{\beta}_{(1)Jack} = \frac{\sum_{i=1}^{n1}\beta_{J(1)}}{n1} \quad \dots\dots(29)$$

والصيغة (29) هي مقدرات أسلوب جاك نايف (Jackknife) لتقدير معلمات انموذج انحدار المجموعة الأولى الذي تم تعويضه في المعادلة (25) وكما موضح في المعادلة (27)

7- **المحاكاة**

اعتمدت تجربة المحاكاة على دراســة أداء ســلوك طرائق التقدير للحالة الطبيعية للبيانات (الأخطاء تتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط μ وتباين σ^2 مع افتراض حالة عدم تجانس التباين), وبتوافيق مختلفة لمعالم الأنموذج $(\beta 0, \beta 1, \beta 2)$ بلغت (4), بأحجام عينات مختلفة $(400, 300, 200, 100)$, وبتكرار التجربة 500 مرة.

8- توليد المتغيرات التوضيحية:

تم توليد المتغيرات التوضيحية (x_1, x_2) , وفق التوزيع الطبيعي القياسي X~z[0,1]

9-توليد الأخطاء العشوائية

تم توليد أخطاء عشوائية (U) تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط 0 وتباين σ يتم تحديده وفقا لقيمة σ الاولية للبيانات الاصلية، ثم اخذت قيم مفترضة اقل وتساوي وأكبر منه للوقوف على اهم نقاط الضعف والقوة في التقدير.

10- توليد المتغير المعتمد

بافتراض قيم معينة لموجه المعالم $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ يتم توليد متغير المعتمد باستعمال المتغيرات التوضيحية المولدة مضافا" إليها الأخطاء العشوائية المولدة.

11-وصف تجارب المحاكاة

تم افتراض أنموذج انحدار خطي التالي:

$$(Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + U_i)$$

β_0	8.41	8.41	8.41	8.41
β_1	0.049	0.07	0.01	0.029
β_2	0.029	0.05	0.08	0.01

توليد بيانات المتغير المعتمد Y^* .

1 - تم تحديد حجم العينة(n): فقد اختير ثلاثة أحجام للعينة: (100,200,300,400) وبتكرار التجربة 500 مرة.

2- من اجل إنشاء متغير معتمد مراقب يحاكي الواقع العملي فان نقطة التحديد ستكون $\lambda = 12$ وبناء على ذلك فان المتغير المعتمد الجديد سيكون Y وكالاتي:

$$Y = Y^* \ , \quad \text{if } Y^* > 12$$
$$= 0 \ , \quad \text{if } Y^* \leq 12$$

3- إيجاد قيم المعلمات $\theta_i \quad i = 0,1,2$ وفق طرائق التقدير المذكورة.

4- حساب مقياس المقارنة بين طرائق التقدير.

12- متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error) (MSE)

حيث يمثل مجموع مربعات الفرق بين القيمة (الحقيقية والتقديرية) للمتغير المعتمد (Y) مقسوماً على عدد تلك القيم. وتكون صيغته كما يأتي:

$$MSE = \frac{\sum_{j=1}^{R}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{nR}$$

اذ إن:

R: تمثل عدد تكرار التجربة (500)

$\hat{y}_i , y_i$: تمثلان القيمة الحقيقية والقيمة التقديرية للمتغير المعتمد على التوالي .

n : تمثل حجم العينة.

13- أنموذج المحاكاة

تـم اسـتعمال أنمـوذج انحـدار خطـي متعـدد فـي تجـارب المحاكـاة يتضـمن متغيـرين توضـيحيين (X_1 , X_2), وتـم تطبيقـه علـى كافـة طرائـق التقـدير ومـن اجـل أجـراء مقارنـة واضـحة حـول أداء طرائـق التقـدير مـع تغيـر حجـم العينـة بلغـت (4) أحجـام و توافيـق مختلفـة لمعـالم الأنمـوذج بلغـت (12), بـافتراض حالـة عـدم تجـانس تبـاين الأخطاء , وتم عرض النتائج بناءا على عدد المشاهدات المستعملة ضمن طريقة التقدير المستعملة .

14- طرائق التقدير

تم توليد بيانات تتمتع بحالة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي لأجل دراسة أداء طرائق التقدير المعروضة في البحث المتمثلة بالطرائق التالية:

1- طريقة الإمكان الأعظم الموزونة (MLW).

2- طريقة الإمكان الأعظم الموزونة المعدلة (MLWM).

جدول رقم (1)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $n = 100 \ , \sigma = 1$

المعالم	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	0.8777479	0.8896716	0.8894578	0.8930027
MLW	0.8343372	0.9002265	0.9028559	0.9184383

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

ب- حجم عينة $n = 200 \ , \sigma = 1$

جدول رقم (2)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $n = 200 \ , \sigma = 1$

المعالم	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$	$\beta 0 \quad \beta 1 \quad \beta 2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	0.8590943	0.9029140	0.8839622	0.8427819
MLW	0.9435326	0.8822548	0.8525613	0.8636939

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

ج- حجم عينة $n=300,\sigma=1$

جدول رقم (3)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم β_0,β_1,β_2 ولحجم عينة $n = 300 \ , \sigma = 1$

المعالم	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	0.8960489	0.8815223	0.9286320	0.9088704
MLW	0.8904639	0.8900153	0.8937221	0.9008079

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

جدول رقم (4)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم β_0,β_1,β_2 ولحجم عينة $n = 400 \ , \sigma = 1$

المعالم	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	0.9018887	0.9034506	0.8633767	0.8997195
MLW	0.8985715	0.8816064	0.8690185	0.8762214

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

هـ - حجم عينة $n=100,\sigma=1.26$

جدول رقم (5)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم β_0,β_1,β_2 ولحجم عينة $n = 100 \ , \sigma = 1.26$

المعالم	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	1.314773	1.256892	1.269324	1.310045
MLW	1.185450	1.280840	1.230584	1.274319

بصـــورة عامة افضـــل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLW) ومن ثم طريقة (MLWM) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

و- حجم عينة $n=200,\sigma=1.26$

جدول رقم (6)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم β_0,β_1,β_2 ولحجم عينة $n = 200 \ , \sigma = 1.26$

المعالم	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$	$\beta0 \quad \beta1 \quad \beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	1.339103	1.294934	1.259454	1.241586
MLW	1.314437	1.262735	1.273505	1.327398

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

ز- حجم عينة $n=300,\sigma=1.26$

جدول رقم (7)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $\sigma = 1.26$, $n = 300$

المعالم	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	1.248634	1.32881	1.350626	1.336111
MLW	1.319675	1.300971	1.326608	1.326853

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

د- حجم عينة $n = 400, \sigma = 1.26$

جدول رقم (8)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $\sigma = 1.26$, $n = 400$

المعالم	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	1.338510	1.261211	1.326508	1.353390
MLW	1.292124	1.242854	1.336467	1.285404

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLW) ومن ثم طريقة (MLWM) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

جدول رقم (9)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $\sigma = 2$, $n = 100$

المعالم	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	2.656273	2.737331	2.731408	2.765230
MLW	2.716885	2.714612	2.790580	2.830932

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

ط - حجم العينة $\sigma = 2, n = 200$

جدول رقم (10)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $\sigma = 2$, $n = 200$

المعالم	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	2.706346	2.839659	2.792417	2.766150
MLW	2.727223	2.962954	2.923588	2.816083

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

ك - حجم عينة $n = 300, \sigma = 2$

جدول رقم (11)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $\sigma = 2 , n = 300$

المعالم	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	2.937194	2.915077	2.905143	2.980163
MLW	2.683951	2.877319	2.811051	2.731710

بصورة عامة افضل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLW) ومن ثم طريقة (MLWM) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

ن - حجم عينة $n = 400, \sigma = 2$

جدول رقم (12)

معدلات قيم متوسط مجموع مربعات الخطأ للمشاهدات MSE لطرائق التقدير لقيم مختلفة للمعالم $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ولحجم عينة $\sigma = 2 , n = 400$

المعالم	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$	$\beta0$ $\beta1$ $\beta2$
الطريقة	8.41 0.049 .029	8.41 0.07 .05	8.41 0.1 0.08	8.41 0.029 0.01
MLWM	2.806258	2.802866	2.816345	2.716379
MLW	2.863231	2.783693	2.911912	2.873036

بصـورة عامة افضـل طريقة باختلاف قيم معالم الميل الحدي هي طريقة (MLWM) ومن ثم طريقة (MLW) باختلاف قيم معالم الميل الحدي لأنموذج الدراسة.

الاستنتاجات:

1- لا يوجد سلوك منتظم للطرائق باختلاف احجام العينات وكذلك باختلاف معالم الانموذج لأي طريقة من طرائق التقدير الموضحة اذ تلاحظ ان قيمة MSE تنخفض تارةً بازدياد حجم العينة وتزداد قيمتها بالرغم من ازدياد حجم العينة وقد يعود السبب في ذلك الى مشكلة عدم تجانس التباين

2- نلاحظ بشكل عام وباختلاف احجام العينات وقيم معالم الانموذج ان قيمة MSE تزداد بزيادة التباين وبدون استثناء لكافة طرائق التقدير اذ نلاحظ ان افضل اداء للطرائق كان عند قيمة $\sigma = 1$ يليها بعد ذلك عند $\sigma = 1.26$ في حين نلاحظ ارتفاع قيمة MSE بشكل واضح عند قيمة $\sigma = 2$

3- بشكل عام وباختلاف احجام العينات والطرائق وقيم التباين افضل اداء للطرائق كان عند قيمة معلمة $\beta1 = 0.029$ $\beta2 = 0.01$ في حين كان اسوء اداء للطرائق $\beta1 = 0.1$ $\beta2 = 0.08$ مع ثبوت قيمة معلمة الحد الثابت .

المصادر:

1- كاظم، اموري هادي، باسم شليبه مسلم، (2002)، " القياس الاقتصادي المتقدم- النظرية والتطبيق "بغداد مطبعة الطيف ص 106.

2- توفيق، عامر فاضل، (2010) مقارنة بعض طرائق تقدير معالم أنموذج (TOBIT) باستخدام المحاكاة مع تطبيقها في المجال الصحي، اطروحة مقدمة الى كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة بغداد للحصول على درجة "دكتوراه فلسفة في الإحصاء"

3- الحسون، فلة مكي، (2021) التقدير لمنظومة المعادلات الآنية (نموذج Tobit) مع تطبيق عملي، رسالة مقدمة الى كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة بغداد للحصول على درجة "ماجستير علوم في الإحصاء".

المصادر الأجنبية :

4- Alam, K. M., Xuemei, L., Baig, S., Yadong, L., & Shah, A. A. (2020). Analysis of Technical, Pure Technical and Scale Efficiencies of Pakistan Railways Using Data Envelopment Analysis and Tobit Regression Model. Networks and Spatial Economics, 20(4), 989-1014.

5- Amemiya, T. (1973). Regression analysis when the dependent variable i truncated normal. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 997-1016.

6- Amemiya, T. (1984). Tobit models: A survey. Journal of econometrics, 24 (1-2), 3-61.

7- Arellano-Valle, R. B., Castro, L. M., González-Farías, G., & Muñoz-Gajardo, K. A. (2012). Student-t censored regression model: properties and inference. Statistical Methods & Applications, 21(4), 453-473.
8- Breusch, T. S., & Pagan, A. R. (1979). A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. Econometrica: Journal of the econometric society, 1287-1294.
9- Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (2005). Microeconometrics: methods and applications. Cambridge university press
10- Fair, R. C. (1977). A Note on the Computation of the Tobit Estimator. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1723-1727.46
11- Gajardo, K. A. M. (2009). An Extension of the Normal Censored Regression. Pontificia Universidad Catolica De Chile, Santiago, Chile.
12- Gujarati, D., & Porter, C. (2009). Dawn (2009). Basic Econometrics. Fifth Edition. Mc. Grow-Hill, New York.
13- Hoffmann, J. P. (2022). Linear regression models: applications in R. Crc Press.
14- Smith, C. D., & Pontius, J. S. (2006). Jackknife estimator of species richness with S-PLUS. Journal of Statistical Software, 15, 1-12.
15- Tobin, J. (1958). Estimation of relationships for limited dependent variables. Econometrica: journal of the Econometric Society, 24-36.