دراسة تأثير درجة الحرارة في الاستجابة الدينامية لعمود الحدبات باستخدام دمج طريقتي العناصر المحددة و المصفوفات الانتقاليـــة

د. موفق علي توفيق* و زيد حكمت رشيد*

تاريخ الاستلام :2009/10/18
تاريـــخ القبـــول :2010/1/7

الخلاصة

يقدم هذا البحث دراسة لتأثير التوزيع الحراري في الاستجابة الدينامية لعمـــود الحـــدبات باعتباره نظام عمود دوار-كرسي تحميل يحتوي على عدد من التفرعات حيث تنـــاول البحـــث دراسة تأثير التوزيع الحراري على طول عمود الحدبات في قيم السرع الحرجة و فـــي توزيـــع مقادير الاهتزاز الجانبية في الاتجاهات الثلاثة و دراسة التأثير المتـــرابط لكـــل مـــن التوزيـــع الحراري وعدد ومواقع كراسي التحميل؛ وحساب الاستجابة لفترات زمنيـــة مختلفـــة بـــدرجات حرارة مختلفة. تمت الدراسة على عمود حدبات لمحرك سيارة بنزين نـــوع Volkswagen 1994 رباعية الاسطوانات بثمانية حدبات وخمسة كراسي تحميل و طول كلي يبلـــغ 39.5cm ووزن كلي يبلغ 2.23Kg يعمل ضمن مدى درجات حرارة (20-80Cº) كما ان نوع الزيـــت المستخدم هو SAE40. تم استخدام تقنية (دمج العناصر المحددة – المصفوفات الانتقالية) في تحليل النموذج الرياضي مع الأخذ بنظر الاعتبار تأثير القص والتأثير الجايروسكوبي لمسنن نقل الحركة بين عمود المرفق وعمود الحدبات وكذلك تأثير قوى عدم الموازنة الناتجة مـــن وجـــود الاختلافات المركزية لمواقع كراسي التحميل و ايضاً القوى اللحظية المتغيرة مع زاوية الدوران على أسطح الحدبات و كذلك تم الاخذ بنظر الاعتبار تأثير درجة الحرارة في مرونة وصـــلادة المادة. كما تم استخدام ثمانية معاملات من المرونة و التخميد لتمثيل كرسي التحميل مع الأخـــذ بنظر الاعتبار تأثير درجة الحرارة في لزوجة الزيت المستخدم. وتم بناء برامج حاسوبية بلغـــة فورتران لاحتضان الجانب النظري و التحليلي يمكن من خلالها حساب الاستجابة الدينامية لعمود الحدبات و حساب السرع الحرجة و ايضاً حساب القوى المؤثرة في أسطح الحدبات بوصفها دالة لزاوية دوران العمود. لقد تبيّن من خلال نتائج البحث أن لكل توزيع حراري سرع حرجـــة خاصة به, ويختلف فيه توزيع مقادير الاهتزاز الجانبية (eigen mode) تبعاً للتوزيع الحراري. وأظهرت النتائج بصورة عامة نقصان قيم السرع الحرجة بزيادة متوسط درجة حرارة العمود و يعتمد معدل النقصان على مرتبة السرعة الحرجة (أولى، ثانية، ثالثة .... الخ). وفيما يخـــص عدد ومواقع كراسي التحميل تق قيم السرع الحرجة و تزداد سعة الاهتزاز بقلة عدد الكراسي و ئيقل مقدار النقصان في السرع بزيادة درجة الحرارة ضمن المدى التشـــغيلي. وكـــذلك بيّنـــت الدراسة اختلاف توزيع المقادير الجانبية للاهتزاز باختلاف معاملات كراسي التحميل نتيجة تغير السرع الدورانية، درجة الحرارة و زاوية دوران العمود اذ تم حساب قيم ردود الأفعال المتغيرة لحظياً بوصفها متغيرات أساسية في حساب معاملات الكراسي.

* قسم هندسة المكائن و المعدات, الجامعة التكنولوجية / بغداد

https://doi.org/10.30684/etj.28.8.17
2412-0758/University of Technology-Iraq, Baghdad, Iraq
This is an open access article under the CC BY 4.0 license http://creativecommons.org/licenses/by/4.0

Study the Temperature Effect on the Dynamic Response for a Camshaft by Using the Combined Finite Element - Transfer Matrices Method

Abstract

The present work studies the effect of temperature on the dynamic response for a camshaft as rotor –bearing system contains branches. The effect of temperature distribution along camshaft length on the critical speeds and on the distribution of lateral amounts of vibration (eigen mode) along camshaft length with three dimension are accounted for. Also this work considers the multi effect of temperature distribution and bearings number and its positions. The response has been calculated at different interval of time with different temperatures.

The study has been applied on petrol engine camshaft of Volkswagen 1994 car with 4 cylinders; the camshaft has 8 cams, 5 bearings, total length of 39.5cm and total weight of 2.32Kg working with rang (20-80Cº) and SAE 40 oil type. The dynamic investigation of the camshaft has been achieved depending on the combined Finite Element – Transfer Matrices technique (FETM). It is accounted for the shear effect and gyroscopic effect of camshaft gear and the effect of unbalance forces resulting from the existence of the out of balance of the shaft and cams masses, Also it considered the dynamic loads that are applied on the cams surfaces and the temperature effect on the material elasticity and rigidity. Eight coefficients of damping and stiffness have been computed for each bearing at each angle of rotation with the considering of the temperature effect on the bearing's oil viscosity. A FORTRAN language computer programs have been developed to embrace the theoretical work, the programs are able to calculate the camshaft dynamic response and its critical speeds, Also calculating forces on cams surfaces as a function of camshaft rotation angle.

It has been found that there are a certain critical speeds and eigen modes for each temperature distribution, In general case, the results show that the critical speeds values decrease as temperature increases and the gradient in the speeds depends on the rank of critical speed. Also it has been found that the reduction of bearings number leads to reduce the values of critical speeds and the reduction ratio depends on temperature and the rank of critical speed. Also it has been found that the distribution of lateral amounts of vibration are affected by the eight coefficients of the bearing wich are changed according to the temperature, speed and camshaft rotation angle.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قائـمـة الرموز

الرمز	المعنى	الوحدة
A_i	مساحة المقطع للعنصر (i)	m^2
Dx, Dy	معاملات تخميد قاعدة المسند (الكرسي)	$N.s/m$
$D_{xx}, D_{xy}, D_{yx}, D_{yy}$	معاملات قوى تخميد كرسي التحميل	$N.s/m$
E_i	معامل المرونة لمعدن المقطع (i)	N/m^2
[E]	مصفوفة الوحدة	-
F_{th}	القوة الحرارية	N
[F]	مصفوفة المجال	-
G_i	معامل القص لمعدن المقطع (i)	N/m^2
I_i	عزم القصور الذاتي لمساحة العنصر (i)	m^4
I_p	عزم القصور الذاتي القطبي لكتلة العنصر (i)	$Kg.m^2$
I_T	عزم القصور الذاتي لكتلة العنصر (i)	$Kg.m^2$
J_i	عزم القصور الذاتي القطبي لمساحة العنصر (i)	m^4
Kx, Ky	معاملات صلابة قاعدة المسند (الكرسي)	N/m
$K_{xx}, K_{xy}, K_{yx}, K_{yy}$	معاملات قوى صلابة كرسي التحميل	N/m
L_i	طول العنصر (i)	m
M_x, M_y	عزوم الانحناء حول المحورين X,Y على التوالي	$N.m$
M_z	عزم الالتواء حول المحور Z	$N.m$
M_{ax}, M_{ay}	عزوم الانحناء الخارجية حول المحورين X,Y على التوالي	$N.m$
M_{az}	عزم الالتواء الخارجي حول المحور Z	$N.m$
N	دوال الشكل	-
[P]	مصفوفة النقطة	-
$\{\overline{Q}\}$	متجه الانحرافات القطرية و الدورانية	-
$\{\overline{R}\}$	متجه قوى القص و العزوم	-
T	درجة الحرارة	C^o
$[T]$	مصفوفة نقل المحاور	-
U_x, U_y	مركبات عدم الموازنة المسند في الاتجاهين X,Y على التوالي	$Kg.m$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

V_{ax}, V_{ay}	قوى القص الخارجية بالاتجاهين X,Y على التوالي	N
V_{az}	قوى القص الخارجية المحورية	N
V_x, V_y	قوى القص في الاتجاهين X,Y على التوالي	N
V_Z	قوى القص في الاتجاه المحوري Z	N
X,Y,Z	المحاور الكارتزية	-
$\{\bar{Z}\}_i$	متجه الحالة للنقطة (i)	-
j	$\sqrt{-1}$	-
m_i	كتلة العنصر (i)	Kg
m_{px}	كتلة قاعدة المسند بالاتجاه X	Kg
m_{py}	كتلة قاعدة المسند بالاتجاه Y	Kg
x, y	الانحرافات القطرية في الاتجاهين X,Y على التوالي	m
x_p, y_p	الانحرافات القطرية لقاعدة المسند في الاتجاهين X,Y على التوالي	m
x^{**}, y^{**}	الإزاحات النسبية بين العمود وقاعدة المسند في الاتجاهين X,Y على التوالي	m
z	الإزاحة المحورية بالاتجاه Z	m
f_x, f_y	زوايا الميل حول المحورين X,Y على التوالي	rad
f_z	زاوية الالتواء حول المحور Z	rad
z_p	عزم القصور الذاتي القطبي الكتلي لكل وحدة طول	$Kg.m$
e_o	الانفعال الحراري	mm
e_m	الانفعال الميكانيكي	mm
r	كثافة المعدن	Kg/m^3
h_{oil}	اللزوجة المطلقة (الدينامية)	$Pa.s$
w	السرعة الدورانية	Rad/s

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الرمـــوز العلويـــة :

L	يشير الى ان المقدار أو المتجه يقع على يسار المحطة
R	يشير الى ان المقدار أو المتجه يقع على يمين المحطة
r	يشير الى الجزء الحقيقي من المتغير المركب
i	يشير الى الجزء الخيالي من المتغير المركب

* تم استخدام مقياس الديسي بيل في بعض الأشكال لإظهار المقادير الصغيرة و الكبيـرة فـي شكل واحد وهو

$$P\,(db) = 10\ \log_{10}\left(\frac{P}{Po}\right)^2 = 20\ \log_{10}\left(\frac{P}{Po}\right)$$

حيث ان P هو المقدار الآني & Po هو المقدار المرجع.

المقدمـــة

منظومة الحدبات هي إحدى الآليات التي تنقل الحركة من أنظمة دوارة إلى أنظمة ذات حركة خطية و نظام الحدبـات يستعمل فـي التطبيقات الصـناعية وغيـر الصـناعية و التطبيقات الصناعية كثيـرة منهـا: معامـل الطباعة و مصانع الزجاج و السـيراميك و مصانع السفن و الطائرات.. الـخ. ويـدخل أيضا في المكائن الأوتوماتيكية مثل الروبوت وكذلك بعض الأجهـزة الطبيـة . ونظـام الحدبات واسـع التطبيـق فـي محركـات الاحتراق الداخلي فهو يعد المسئول عن تنفس المحرك لأنه يحكم حركة صمامات غـرف الاحتراق. تناولت العديد من البحوث دراسة أنظمة الحدبات و تأثير العوامـل المختلفـة بشكل منفصل و حساب القوى المؤثرة فـي سطح الحدبة و تصميم مسار أفضل للحدبـة بأقل سعة اهتزاز .إلا أنها لم تعط الأهميـة اللازمة لتأثير اختلاف درجات الحرارة فـي ما ذكر من عوامل و لم تشمل في فرضياتها تغير درجة حرارة وسط العمل خصوصاً في محركات الاحتراق الـداخلي. إن موضـوع تأثير درجة الحرارة في الاستجابة الديناميـة مرتبط بعدة مواضيع أخرى عناوينها قد تكون بعيدة عن الموضوع الرئيس و لكنها مرتبطة ببعضها فالتأثيرات الحراريـة تـدخل فـي جوانب عديدة منها تأثيرها في طبيعة المـادة او الشبكة البلورية و تغير طاقـة ذراتهـا و اهتزازها و هو ما يسمى اهتـزاز الشـبكة حراريـاً (lattice thermal vibration) [1], وأيضا تؤثر في التصرف المرن للمادة وبالتالي على قيم الترددات الطبيعية و كذلك ان تغير درجات الحرارة المسـتمر يسـبب تشوه أبعاد النموذج نتيجة عمليـات التمـدد والتقلص [2]. و بالنسبة لعمود دوار-كرسي تحميل فتأثير درجة الحـرارة واضـح فـي لزوجة الزيت و بالتالي تتغير قيم معـاملات التخميد و المرونة لكراسي التحميل. فهـدف البحث إجراء التحليل النظري المفصل لتأثير درجة الحرارة في الاستجابة الدينامية لعمود الحدبات مع الأخذ بنظر الاعتبار أنه عمـود دوار متعدد التفرعات و تحليـل النتـائج و مناقشتها للوقوف على تأثير درجة الحـرارة في الاستجابة الدينامية لعـمود الحـدبات و لتوزيع مختلف لدرجات الحرارة.

- فـي عـام 1983 قـام الباحثـان [3] Sharan&Rao بدراسة نظام عمـود دوار-كرسي تحميل متعدد الأقراص مسـند علـى كرسيي تحميل غير متشـابهين ومعـاملات المرونة و التخميد متغيرة مع السرعة , حيث درس تأثير كل من المساند بين الأقـراص و نسبة اللزوجة لطبقة الزيت لكرسي التحميل و نسبة الخلوص للكرسـي و الكتلـة النسـبية للأقراص في استجابة العمود وفي السـرع

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحرجة , وبين تأثير التخميد في السرع الحرجة العالية و الاستجابة غير المتوازنة العالية وكذلك تأثير نسبة خلوص الكرسي و لزوجة طبقة الزيت على الاستجابة عند منطقة السرع الحرجة فقط.

- وفي عام 1988 قام الباحثان[4] Shiau&hawing بدراسة لتصميم نظام عمود دوار -كرسي تحميل بأقل وزن ضمن متطلبات معدل سرع العمل مع محددات التردد لزيادة كفاءة الأداء للنظام وتبين ان الوزن يمكن أن يقلل الى الحد الذي يأخذ بنظر الاعتبار السرعة الحرجة ومتطلبات الإجهاد على العمود الدوار وكذلك فان إختبار معاملات المرونة والتخميد لكراسي التحميل لها دور كبير في ذلك .

- وفي عام 1996 قام الباحث [5] Tawfik بحثا لدراسة تأثير عدم الاستقامة للأداء الديناميكي لعمود منزلق- كرسي تحميل في محرك الديزل بواسطة المصفوفات الانتقالية وقام بتطوير نموذج رياضي تحت ظروف حيدان (misalignment) محور العمود عن المحور الأساسي لكراسي التحميل الرئيسية و كراسي تحميل لأذرع التوصيل, واخذ بنظر الاعتبار التأثير الجايروسكوبي و قوى عدم الموازنة.ودرس تأثير معاملات المرونة والتخميد لطبقة الزيت في كراسي التحميل ومعاملات المرونة و حساب السرعة التدويمية لمركز العمود حول المركز الأساسي لكرسي التحميل في وضع الحيدان وكذلك السرع الانضغاطية القطرية و نسبة انحراف مركز العمود عن مركز كرسي التحميل.

- وفي عام 1988 قدم الباحثان [6] Yang & Yong بحثا عن فعالية طريقة المصفوفات الانتقالية – طريقة العناصر المحددة حيث يستخدم فيها متجه الحالة و مشتقاته إذ ان العلاقة بين متجه الحالة تبنى باستخدام هذه الحدود وان هذا الحل الجديد حال دون عدم فاعلية (F.E.M) عند المناطق الغير مستمرة (discontinuity).

- واما بالنسبة للبحوث التي قدمت في مجال تحديد مسار الحدبة و حساب القوى المؤثرة فيها فقد قام الباحثان [7] Watson & Milkins في عام 1978 بإعداد المخطط لحساب شكل الحدبة بالاعتماد على تعجيل الصمام آخذين بنظر الاعتبار مرونة الصمام و التخميد و الاحتكاك كذلك تغير شكل الذراع المتأرجح (Rocker) و قطر التابع و الاجهادات في نقطة التماس بين التابع و الحدبة إضافة الى درجة الحرارة لطبقة الزيت و بيّنا أهمية حساب الانحراف الحاصل في الأذرع Rocker, head , valve Tappet, Follower, لما له من أهمية في تصميم الحدبة. وفي عام 1982 قام الباحث chen[8] بتحديد مسار الحدبة بطريقة الرسم وكذلك بالطرق الرياضية و بيّن أهمية تحويل الإحداثيات من القطبية إلى الإحداثيات المتعامدة حيث يجعل ذلك المسار أكثر دقة وبيّن المعادلات اللازمة لذلك.

- وفي عام 2000 درس الباحث [9] Suhail الاستجابة الدينامية لعمود الحدبات بطريقة المصفوفات الانتقالية ووجد ان زيادة عدد الحدبات يؤثر في العمود الدوار فيعطي سرعاً حرجة اقل كذلك ان تقليل قطر العمود يؤدي الى تقليل السرع الحرجة مقارنة بالأقطار الأعلى كما لاحظ ان عدد كراسي التحميل يؤثر في السرع الحرجة حيث كلما قل عدد كراسي التحميل قلت السرعة الحرجة و يزداد النقصان كلما زادت السرع ولاحظ ان مقدار القوة على سطح الحدبة يعتمد على سرعة الدوران و زاوية الحدبة.

- وفي عام 2002 قدم الباحث [10] Hamdoon بحثاً عن تحليل الاستجابة الديناميكية لعمود دوار- حافظة بواسطة دمج طريقة المصفوفات الانتقالية- العناصر المحددة وقد درس تأثير كل من الجساءة الانثنائية و تغير القطر وعزم المساحة على قيم السرع الحرجة و المقادير الجانبية للاهتزاز (الانحراف و الميل و القص وعزم الانحناء) وقد توصل الى :

1- أن زيادة مساحة المقطع (زيادة القطر) تؤدي الى زيادة السرعة الحرجة .

2- أن زيادة الجساءة الانثنائية للعمود (بتغير نوع المعدن المستخدم) تقلل مقادير

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

القيم المميزة (Eigen value) عند السرع الحرجة.

3- أن غلاف البدن يسلط تأثيرا واضحاً في الاستجابة الدينامية للعمود الدوار , كما ان التأثير المتبادل للعمود الدوار و غلاف البدن في السرع الحرجة للنظام كبير.

4- أن النتائج المستحصلة أثبتت فاعلية تقنية المصفوفات الانتقالية- العناصر المحددة.

- من الأبحاث التي تناولت تأثير اختلاف درجات الحرارة في الاستجابة الدينامية او الترددات الطبيعية البحث الذي قدمه الباحث Nassir [11] في عام 2000 الذي احتوى دراسة تأثير درجة الحرارة في السرعة الحرجة و في توزيع المقادير الجانبية والمحورية لاهتزاز على طول عمود دوار, وقد تمت الدراسة على عمود يقع ضمن تصانيف الأعمدة الثقيلة يستند على كرسيّ تحميل قريبين من نهايتيه , وأخذت الدراسة بنظر الاعتبار تأثير القص و التأثير الجايروسكوبي و تأثير التخميد بالنسبة لكراسي التحميل و كذلك تأثير قوى عدم الموازنة من وجود الاختلافات المركزية لبعض كتل العمود و قد اعتمد في تحليله هذا على طريقة المصفوفات الانتقالية و بيّنت النتائج أن درجة الحرارة تؤثر في السرع الحرجة و في توزيع المقادير الجانبية والمحورية للاهتزاز اذ ان زيادتها تؤدي الى تقليل قيم السرع الحرجة و كذلك بيّنت النتائج ان مقدار الانحراف في السرعة يعتمد على مرتبة السرعة الحرجة .

- وفي عام 1999 قدم الباحثون Arnott et al[12] بحثا لحساب اعتماد معامل المرونة على درجة الحرارة لشوكة رنانة حيث ان تغير درجة الحرارة يغير معامل المرونة للمادة وبالتالي يغير التردد الطبيعي و انطلاقا من هذه الظاهرة قاموا بحساب الترددات الرنينية عند درجات حرارة مختلفة ثم باستعمال العلاقة التي تربط بين معامل المرونة والتردد الرنيني ووجدوا علاقة تجريبية ما بين درجة الحرارة و معامل المرونة.

الجانب النظري :

تم اعتماد التحليل الثلاثي الأبعاد باستخدام الدمج بين طريقة المصفوفات الانتقالية و طريقة العناصر المحددة لتحليل النظام حيث ان طريقة العناصر المحددة تعطي حلاً تجريبياً دقيقاً قد يُقرّب إلى الحالة الحقيقية و لكنها تتطلب شرط الاستمرارية و تحتاج الى ظروف حدية او ابتدائية للحل . وهذا قد لا يتوفر عند عقد الإسناد و عقد الحدبات بسبب وجود معاملات المساند و ازاحات الوسادة (pedastel) قوى عدم الموازنة نتيجة الكتل الخارجية و القوى الجايروسكوبية و قوى القصور نتيجة تعجيل الكتل. لذا تم اللجوء الى طريقة الدمج لحل النموذج الرياضي و ذلك بحل العقد وفقاً الى درجات الحرية بطريقة المصفوفات الانتقالية و المقاطع بطريقة العناصر المحددة لبيان تأثير درجة الحرارة في كل مقطع من المقاطع. ففي طريقة المصفوفات الانتقالية هناك مصفوفة النقطة ([P] point matrix) والتي تربط بين متجهات الحالة (state vector) لأي محطة (i) و لكل مقطع هناك مصفوفة المجال ([F] field matrix) و التي تربط متجهات الحالة لهذا المقطع [13]. كما انه تم عدّ الحدبات منظومات متفرعة أيضاً تحتوي على محطات و مقاطع و بعمليات حسابية يتم اختزال مصفوفات النقط و المجالات ليمكن من الحصول على مصفوفة نهائية للتفرع يمكن عدّها مصفوفة نقطة عند المحطة التي تمثل موقع الحدبة آخذة بنظر الاعتبار تحويل المحاور و حسب زاوية دوران الحدبة. و الشكل (1) يمثل إحداثيات النظام الرئيسي و الحدبة. ويمكن إدراج الصيغة النهائية لمصفوفة تحويل إحداثيات الحدبة إلى إحداثيات النظام [14],[9] كما يأتي :

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\theta+\Omega t) & \cos(\theta+\Omega t) \\ 0 & \cos(\theta+\Omega t) & -\sin(\theta+\Omega t) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1- تأثير درجة الحراة (Temperature Effect):

إن تأثير درجة الحرارة بصورة عامة في النظام يمكن أن يقسم الى ثلاثة أنواع مختلفة من التأثيرات تغير معامل المرونة (modulus of elasticity) و تمدد حراري (thermal expansion) و اجهادات حرارية (thermal stress) أو اجهادات متخلفة (residual stress). أما بالنسبة لنظام عمود دوّار – كرسي تحميل فهناك عامل مهم وأساسي ايضاً خاضع للتغير الحراري وهو لزوجة زيت الكراسي. تقل قيمة معامل المرونة كلما زادت درجة الحرارة [1],[15] والشكل (2) يبيّن تغير معامل المرونة بتغير درجات الحرارة لمعدن الحدبات المستخدم في التحليل كما ورد في المصدر[15] .

كما إن تأثير درجة الحرارة في أبعاد الجسم واضح من خلال عمليات التمدد و التقلص فيكون هناك تغير في أبعاد الجسم بتغير درجة الحرارة حسب العلاقة الآتية. [16]

$$\Delta V = V_o a_v \Delta T \qquad \ldots(2)$$

حيث ان a_v تمثل معامل التمدد الحجمي و هو يعتمد على الاتجاه البلوري للمادة (crystallographic) و a_v ثلاثة أضعاف a_l تقريباً للمادة المتساوية الخواص في جميع الاتجاهات (isotropic). وبما أننا تطرقنا الى تغير الحجم فلا بد من الإشارة الى تغير الكثافة ايضاً طالما كانت الكتلة مرتبطة بالحجم و الكثافة, فتقل الكثافة بزيادة درجة الحرارة حسب العلاقة الآتية.[16]

$$r(T) = \frac{r_o}{1 + a_v (T - T_o)} \qquad \ldots(3)$$

فلا يكون تمدد أو استطالة في احد الأبعاد إلا على حساب الأبعاد الأخرى و لكن لتسهيل التعامل مع التغير الحراري و الاستطالة المحورية هي الأبرز و التي تم اعتمادها فقط والتي تعطى حسب العلاقة الآتية. &[16] [2] والشكل (3) يبيّن ذلك .

$$d_T = a_i \, L \, \Delta T \qquad \ldots..(4)$$

هذا للنهايات الحرة اما لو كانت النهاية محددة (constrain) فمقدار الاستطالة نفسه يعدّ مقدار الاستطالة الميكانيكية الناتجة من تعريض الجسم الى قوة ميكانيكية , فاذا كانت النهاية محددة فانها تنتج قوة داخلية نتيجة تأثير درجة الحرارة و كما هو مبين بما يأتي :

$$d_T = d_m \qquad \ldots.(5)$$

Where $d_T = a_l L \Delta T$ &

$$d_m = PL / AE$$

$$\therefore F_{th} = AE a_l \Delta T \qquad \ldots.(6)$$

$$F_{th} / A = s_{th} = E a_l \Delta T \qquad \ldots.(7)$$

حيث ان المعادلتين الأخيرتين (7)&(6) تبيّن مقدار القوة الحرارية و مقدار الإجهاد الحراري. والشكل (4) يبيّن مقدار الانفعال الأولي (initial strain) على منحنى (اجهاد-انفعال) [17]. اما درجة الحرارة فتؤثر بصورة كبيرة في لزوجة الزيت حيث تقل اللزوجة بازدياد درجة الحرارة [18],[15]. فمن تعريف اللزوجة و هي ممانعة المائع للجريان نتيجة قوى التماسك و التلاصق وفي هذا البحث تم اعتماد زيت نوع SAE 40 و المعادلة الآتية تصف تغير لزوجة هذا الزيت [15] .

$$h_{oil} = 0.21 - 1.9766E - 3 * T \qquad \ldots.(8)$$

2- مصفوفة النقطة (Point matrix):

وهي المصفوفة التي تربط بين متجه الحالة الأيسر والأيمن لمحطة (i) و يمكن ان تنحصر مصفوفات النقط للنموذج الرياضي بأربع حالات هي : مصفوفة النقطة عند موقع كراسي التحميل و مصفوفة النقطة لكتلة مجمعة و مصفوفة النقطة لمسنن نقل الحركة و مصفوفة النقطة لمحطات التفرع التي تمثل الحدبات. و يمكن ايجاد مصفوفة النقطة من معادلات الاتزان للكتلة (m_i) في الاتجاهين (X&Y) كما موضح في الشكلين (5&6).

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$m_i\ddot{y}=-K_{yy}(y-y_p)-D_{yy}(\dot{y}-\dot{y}_p)$$
$$-K_{yx}(x-x_p)-D_{yx}(\dot{x}-\dot{x}_p)+\Omega^2 U_y$$
$$+(V_{ay})_i+(V_y)_i^R-(V_y)_i^L \quad ....(9)$$
$$m_i\ddot{x}=-K_{xx}(x-x_p)-D_{xx}(\dot{x}-\dot{x}_p)$$
$$-K_{xy}(y-y_p)-K_{xy}(\dot{y}-\dot{y}_p)+\Omega^2 U_x+$$
$$(V_{ay})_i+(V_x)_i^R-(V_x)_i^L \quad ....(10)$$

كما تم اضافة التأثير الجايروسكوبي الى مصفوفة النقطة الخاصة بمواقع كراسي التحميل كما موضح في الشكل (B-1) والشكلين (B-2&B-3) يوضحان مصفوفة النقطة لمحطة وسطية و مسنن نقل الحركة على التوالي وللحصول على مصفوفة النقطة الخاصة بعناصر الحدبة [14] نفترض أن المصفوفة الانتقالية للتفرع بعد ضرب مصفوفات النقط و المجالات ببعضها هي [U] . وبذلك تكون العلاقة بين طرفي التفرع الحرين كما يأتي:

$$\begin{bmatrix}\bar{Q}\\ \bar{R}\\ 1\end{bmatrix}_i^k=\begin{bmatrix}U_{vv} & U_{vp} & \bar{U}_v\\ U_{pv} & U_{pp} & \bar{U}_p\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{Q}\\ o\\ 1\end{bmatrix}_i^o \cdots (11)$$

حيث ان المصفوفات المنقولة لـ $(R\&Q)$ هي :

$$\{\bar{Q}\}^T=\{\bar{z} \quad \bar{x} \quad \bar{y} \quad \bar{f}_z \quad \bar{f}_x \quad \bar{f}_y\}. \quad (12a)$$

$$\{\bar{R}\}^T=\{\bar{V}_z \quad \bar{V}_x \quad \bar{V}_y \quad \bar{M}_z \quad \bar{M}_x \quad \bar{M}_y\}. \quad (12b)$$

و بذلك يمكن كتابة المصفوفة التي تربط بين متجهي الحالة على يمين و يسار التفرع كالآتي:

$$[P]_i=\begin{bmatrix}[E] & [0] & [0] & [0] & 0\\ [0] & [E] & [0] & [0] & 0\\ & [a] & [E] & [0] & [b]\\ & & [0] & [E] & \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 & 0\ 0\ 0 & 0\ 0\ 0 & 0\ 0\ 0 & 1\end{bmatrix} \quad (13)$$

$$a=\left[U_{pp}.U_{vv}^{-1}\right]_{6*6} \quad \& \quad b=\left[U_p-U_{pv}.U_{vv}^{-1}.U_v\right]_{6*1}$$

3- حساب القوى المؤثرة في سطح الحدبة :

إزاحة الصمام فهي مرتبطة بإزاحة الحدبة حسب العلاقة الآتية كما هو واضح في الشكل (7) :

Valve lift = Rocker ratio × cam lobe lift (14)

و قوة النابض هي :

F = K × Valve lift (15a)

اذن يمكن كتابة معادلة القوة بدلالة ارتفاع الحدبة (Cam lift) كما يأتي :

F = K × Rocker ratio × cam lob lift (15b)

والشكل (8)&(9) يبيّن منحنى إزاحة الحدبة (cam profile) ومقدار القوة على التوالي.

اما معاملات كراسي التحميل فتم حسابها بالطريقة المذكورة في المصدر[5].

$$\bar{K}_{xx}=-\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\left(\frac{\partial g_R}{\partial e}\sin^2 b+\left(g_R+f_R-\frac{\partial g_T}{\partial b}\right)\frac{1}{e}\cos^2 b\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{e}\frac{\partial g_R}{\partial b}+\frac{(g_T+f_T)}{e}-\frac{\partial g_T}{\partial e}\right)\sin b\cos b\right) \quad (16a)$$

$$\bar{K}_{xy}=-\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\left(-\left(\frac{\partial g_R}{\partial b}+g_T+f_T\right)\frac{1}{e}\sin^2 b-\frac{\partial g_T}{\partial e}\cos^2 b\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{e}\frac{\partial g_T}{\partial b}-\frac{(g_R+f_R)}{e}+\frac{\partial g_R}{\partial e}\right)\sin b\cos b\right) \quad (16b)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\bar{D}_{xx}=-\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\left(\frac{\partial f_R}{\partial e}\sin^2 b-\frac{1}{e}\frac{\partial f_T}{\partial b}\cos^2 b+\left(\frac{1}{e}\frac{\partial f_R}{\partial b}-\frac{\partial f_T}{\partial e}\right)\sin b\cos b\right) \quad (16c)$$

$$\bar{D}_{xy}=-\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\left(-\frac{\partial f_R}{\partial b}\frac{1}{e}\sin^2 b-\frac{\partial f_T}{\partial e}\cos^2 b+\left(\frac{\partial f_R}{\partial e}+\frac{1}{e}\frac{\partial f_T}{\partial b}\right)\sin b\cos b\right) \quad (16d)$$

أما قيم $(\bar{D}_{yy},\bar{D}_{yx},\bar{K}_{yy},\bar{K}_{yx})$ فهي نفس قيم $(\bar{D}_{xx},\bar{D}_{xy},\bar{K}_{xx},\bar{K}_{xy})$ على التوالي و لكن بدلاً من كل مقدار نصف قطري يوضع مقدار مماسي و العكس صحيح.

4- إيجاد معادلة الحركة باستخدام طريقة العناصر المحددة :

بشكل عام هنالك ست درجات حرية لكل عقدة ثلاث منها للحركة الانتقالية و ثلاث للحركة الدورانية على امتداد و حول ثلاثة محاور متعامدة؛ و يمكن تمثيل الإزاحات بالمتجه الآتي:

$$\{d\}^T=\{z_1\ x_1\ y_1\ f_{z1}\ f_{x1}\ f_{y1}\ z_2\ x_2\ y_2\ f_{z2}\ f_{x2}\ f_{y2}\} \quad (17)$$

حيث ان (z,x&y) تمثل الإزاحة الانتقالية على امتداد المحاور المتعامدة (X,Y&Z) على التوالي و $(f_z,f_x\&f_y)$ تمثل الإزاحة الدورانية حول المحاور المتعامدة (X,Y&Z) على التوالي . و نظراً لعدم وجود اقتران بين الإزاحات لذا يمكن تشكيل المعادلات الخاصة بكل إزاحة بصورة مستقلة ومن ثم ربطها جميعا بمصفوفة واحدة تصف متجه الحالة للازاحات {d} كما يأتي : [20]

- الإزاحة الانتقالية و الالتوائية على امتداد المحور (Z) و حوله :

يمكن كتابة الانحراف كما يأتي :

$$z=\begin{bmatrix}N_{z1} & N_{z2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}z_1\\ z_2\end{Bmatrix}=[N]\{z\} \quad (18)$$

حيث ان N_{z1},N_{z2} هما دالتا الشكل و هي $1-\frac{z}{L}$, $\frac{z}{L}$ على التوالي .

للبدء في إيجاد مصفوفة المرونة أو الانتنائية (stiffness matrix) نبدأ بمعادلة طاقة الانفعال :

$$U=\int_V\frac{1}{2}s\ e\ dv \quad (19)$$

و بما ان العنصر (element) معرض الى تغير في درجات الحرارة تكون e_m :

$$e_m=(e_{zz}-e_o) \quad (20a)$$

وكذلك ان قيمة الإجهاد

$$s_{zz}=E\,(e_{zz}-e_o) \quad (20b)$$

و بتعويض المعادلة (20) في (19) تكون الطاقة :

$$U=\frac{1}{2}\int_v E\,(e_{zz}-e_o)^2\,dv \quad (21)$$

وبما ان

$$e_{zz}=\frac{dz}{dZ} \quad (22)$$

وبتعويض (18) في(22) يكون

$$e_{zz}=\frac{d}{dZ}[N]\{z\}=[N']\{z\} \quad (23)$$

حيث ان $[N']$:

$$[N']=\begin{bmatrix}-\frac{1}{L} & \frac{1}{L}\end{bmatrix} \quad (24)$$

و بتعويض المعادلة (22) في (21) و فتح مربع الحدانية ينتج :

$$U=\frac{1}{2}\int_o^l EA\left(\frac{dz}{dZ}\right)^2dz-\int_0^l EA\left(\frac{dz}{dZ}\right)e_o\,dz+\frac{1}{2}\int_0^l EAe^2dz \quad (25a)$$

و بإعادة كتابة المعادلة بصيغة المصفوفات ينتج :

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$U = \frac{1}{2}\{z\}^T \left[\int_0^{\mathbf{l}} [N'_z]^T EA [N'_z] dz\right]\{z\} - \{z\}^T \int_0^{\mathbf{l}} [N'_z]^T EAe_o dz + \frac{1}{2}\int_0^{\mathbf{l}} EAe_o^2 dz \quad (25b)$$

في الواقع ما يهمنا من هذه المعادلة الأخيرة عند تطبيقها في معادلة لاكرانج [21] :

$$\frac{\partial P.E}{\partial\{z\}} = [K]\{z\} - \int_0^{\mathbf{l}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} EAa\Delta T \quad (26)$$

$$[K]_{2*2} = \int_0^{\mathbf{l}} [N'_z]^T EA [N'_z] dz = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} +1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix}$$

و ستكون المعادلة بعد إجراء عملية التكامل :

$$\frac{\partial P.E}{\partial\{z\}} = [K]\{z\} - \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} EAa\Delta T \quad (27)$$

حيث إن المقدار ($EAa\Delta T$) يمثل مقدار القوة الحرارية (F_{th})إذن يمكن مباشرة عند تطبيق معادلة لاكرانج إن تضاف القوة الناتجة عن تغير درجة حرارة المحيط بوصفها قوة مؤثرة إلى القوة الخارجية التي ستوضع في الجزء الأيمن من المعادلة.

وبإعادة التعبير عن الإزاحة الانتقالية (z) لما يتناسب مع متجه الحالة $\{d\}$ ستكون :

$$\{z\} = [N_z]\{d\} \quad (28)$$

$$[N_z] = [N_{z1}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ N_{z2}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$$

وكذلك يعبر عن إزاحات اللي (torsion) باستعمال نفس دوال الشكل السابقة :

$$\{f_z\} = [N_{fz}]\{d\} \quad (29)$$

$$[N_{fz}] = [0\ 0\ 0\ N_{fz1}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ N_{fz2}\ 0\ 0]$$

- الإزاحة الانتقالية والدورانية على امتداد المحورين X&Y وحولهما:

على الحركة الانتقالية كما هو مبيّن في أدناه :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = [\mathrm{Nt}]\{d\} \quad (30)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & N_{t1} & 0 & 0 & 0 & N_{t2} & 0 & N_{t3} & 0 & 0 & 0 & N_{t4} \\ 0 & 0 & N_{t1} & 0 & -N_{t2} & 0 & 0 & 0 & N_{t3} & 0 & -N_{t4} & 0 \end{bmatrix}$$

و للحركة الدورانية

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = [\mathrm{Nr}]\ \{d\} \quad (31)$$

$$[N_r] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -N'_1 & 0 & N'_2 & 0 & 0 & 0 & -N'_3 & 0 & N'_4 & 0 \\ 0 & N'_1 & 0 & 0 & 0 & N'_2 & 0 & N'_3 & 0 & 0 & 0 & N'_4 \end{bmatrix}$$

و بما ان القوة الحرارية الداخلية تكون عمودية على مساحة مقطع العنصر و نتيجة وجود الاهتزاز و الانحراف الحاصل بميل معين فيكون تحليل القوى في المستويين (X-Z) و(Y-Z) كما في الشكلين (10&11) على التوالي.[11] حيث ان المركبة العمودية للقوة (F_{th}) باتجاه المحور X ($F_{th}(\sin f_{y1})$) عند العقدة 1 و كذلك ($F_{th}(\sin f_{y2})$) عند العقدة 2. و كذلك المركبة العمودية للقوة (F_{th}) باتجاه المحور Y ($F_{th}(\sin -f_{x1})$) عند العقدة 1 و كذلك ($F_{th}(\sin -f_{x2})$) عند العقدة 2.

و للمستويين المركبة الأفقية هي ($F_{th}(\cos f)$) و بما أن قيمة الزوايا (f_y & f_x) صغيرة فمن الممكن استخدام العلاقات الآتية .

$$\sin(f_y) = f_y \quad , \cos(f_y) = 1$$

$$\sin(-f_x) = -f_x \quad , \cos(-f_x) = 1$$

اما الطاقة الكامنة و الطاقة الحركية كالاتي : [10]

$$d.P.E = \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{f}_z \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} AE & 0 \\ 0 & JG \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{f}_z \end{Bmatrix} dz + \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x'' \\ y'' \end{Bmatrix}^T EI \begin{Bmatrix} x'' \\ y'' \end{Bmatrix} dz \quad (32a)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$d.K.E = \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{f}_z \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & z_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{f}_z \end{Bmatrix} dz + \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{y} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} dz + \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \dot{f}_x \\ \dot{f}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} z_p & 0 \\ 0 & z_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{f}_x \\ \dot{f}_y \end{Bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} w_a \\ w_b \\ w_c \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} z_p & 0 & 0 \\ 0 & z_p & 0 \\ 0 & 0 & z_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_a \\ w_b \\ w_c \end{Bmatrix} dz \quad (32b)$$

و بتعويض المعادلات (28),(29), (30),&(31) في (32) ينتج:

$$P.E = \frac{1}{2}\{d\}^T \left([K_z] + \left[K_{fz}\right] + \left[K_b\right] \right) \{d\} \quad (33a)$$

$$K.E = \frac{1}{2}\{\dot{d}\}^T \left([M_z] + [M_{fz}] + [Mt] + [Mr] \right) \{\dot{d}\} + \frac{1}{2} I_P w^2 + w\{\dot{d}\}^T [R]\{d\} \quad (33b)$$

حيث ان :

$$[K_z] = \int_0^l [N'_z]^T EA [N'_z] dz$$

$$\left[K_{fz}\right] = \int_0^l \left[N'_{fz}\right]^T GJ \left[N'_{fz}\right] dz$$

$$[K_b] = \int_0^l [Nt'']^T EA [Nt''] dz$$

$$[M_z] = \int_0^l m [N_z]^T [N_z] dz$$

$$\left[M_{fz}\right] = \int_0^l z_p \left[N_{fz}\right]^T \left[N_{fz}\right] dz$$

$$[M_t] = \int_0^l m [Nt]^T [Nt] dz$$

$$[M_r] = \int_0^l z_p [Nr]^T [Nr] dz$$

$$[R] = \int_0^l z_p \left[Nr_{fy}\right]^T \left[Nr_{fx}\right] dz$$

وبتعويض معادلات الطاقة الحركية والطاقة الكامنة في معادلة لاكرانج المبيّنة بالصيغة الآتية :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K.E}{\partial \{\dot{d}\}}\right) + \left(\frac{\partial K.E}{\partial \{d\}}\right) + \left(\frac{\partial P.E}{\partial \{d\}}\right) = \{P\} \quad (34)$$

عندئذٍ نحصل على معادلة الحركة لعنصر دوار و التي تكتب على النحو الآتي :

$$[M]\{\ddot{d}\} - \Omega[G]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = \{P\} + \{th\} \quad (35)$$

حيث ان $\{P\}$ متجه القوى و العزوم الخارجية, $\{th\}$ متجه القوى الحرارية $[G]\&[K],[M],$ هي مصوفات الكتلة و المرونة و التأثير الجايروسكوبي على التوالي و تعطى كما يأتي :

$$\{\overline{P}\} = \begin{Bmatrix} -\overline{V}_{z1} \\ -\overline{V}_{x1} \\ -\overline{V}_{y1} \\ -\overline{M}_{z1} \\ -\overline{M}_{x1} \\ -\overline{M}_{y1} \\ \overline{V}_{z2} \\ \overline{V}_{x2} \\ \overline{V}_{y2} \\ \overline{M}_{z2} \\ \overline{M}_{x21} \\ \overline{M}_{y2} \end{Bmatrix}, \{th\} = \begin{Bmatrix} -F_{th} \\ -F_{th} f_{y1} \\ F_{th} f_{x1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_{th} \\ F_{th} f_{y2} \\ -F_{th} f_{x2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[M] = [M_z] + \left[M_{fz}\right] + [Mt] + [Mr]$$

$$[K] = [K_z] + \left[K_{fz}\right] + \left[K_b\right]$$

$$[G] = [R] + [R]^T$$

و ان جميع مصفوفات الكتلة و المرونة و التأثير الجايروسكوبي موضحة في الملحق B .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

5- مصفوفة المجال (Field matrix):

مصفوفة المجال هي المصفوفة التي تربط بين متجه الحالة الأيمن للمحطة (i-1) ومتجه الحالة الأيسر للمحطة (i) ويمكن كتابة المعادلة بالشكل التالي :

$$\begin{bmatrix} A & B & S_1 \\ C & D & S_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{d}_{i-1}^{R} \\ \bar{d}_{i}^{L} \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\bar{P}_{i-1}^{R} \\ \bar{P}_{i}^{L} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (36)$$

و من المصفوفات نجد ان :

$$A.\bar{d}_{i-1}^{R} + B.\bar{d}_{i}^{L} + S_1 = -\bar{P}_{i-1}^{R} \quad (37)$$

$$C.\bar{d}_{i-1}^{R} + D.\bar{d}_{i}^{L} + S_2 = \bar{P}_{i}^{L} \quad (38)$$

و من المعادلة (37) نجد ان :

$$\bar{d}_{i}^{L} = -B^{-1}\bar{P}_{i-1}^{R} - B^{-1}A\bar{d}_{i-1}^{R} - B^{-1}S_1 \quad (39a)$$

و بالتعويض المعادلة في المعادلة (38) ينتج :

$$C\bar{d}_{i-1}^{R} - DB^{-1}\bar{P}_{i-1}^{R} - DB^{-1}A\bar{d}_{i-1}^{R} - DB^{-1}S_1 + S_2 = \bar{P}_{i}^{L} \quad (39b)$$

و بإعادة كتابة المعادلات (37)&(38) بصيغة المصفوفات نحصل على :

$$\begin{Bmatrix} \bar{d} \\ \bar{P} \\ 1 \end{Bmatrix}_{i}^{L} = \begin{bmatrix} -B^{-1}A & -B^{-1} & -B^{-1}S_1 \\ C-DB^{-1}A & -DB^{-1} & SS \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{d} \\ \bar{P} \\ 1 \end{Bmatrix}_{i-1}^{R} \quad (40)$$

حيث ان المصفوفات $(A, B, C, D \ \&)$ هي مصفوفات ذات بعد (6×6) و ان المصفوفات $(S_1, S_2 \ \& \ SS)$ ذات بعد (1×6) و تمثل القوى المحورية الناتجة من تغيير درجة الحرارة حيث ان :

$$[S_1]^T = [Fth_{i-1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$[S_2]^T = [-Fth_{i} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\& \ SS = -DB^{-1}S_1 + S_2$$

يتم ربط متجه الحالة الأيمن للمحطة السابقة و المتجه الأيسر للمحطة اللاحقة بمصفوفة مجال حسب العلاقة الآتية :

$$\{\bar{Z}\}_{i}^{L} = [\bar{F}]_{i}\{\bar{Z}\}_{i-1}^{R} \quad (41)$$

$$[F]_i = \begin{bmatrix} -B^{-1}A & -B^{-1} & -B^{-1}S_1 \\ C-DB^{-1}A & -DB^{-1} & SS \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة المجال $[F]$ هي لعناصر النظام حسب المحاور الرئيسية ولأي عنصر من عناصر التفرع محاوره بأي اتجاه كانت يجب تحويلها إلى اتجاه المحاور الرئيسية و كما يأتي [14]:

$$[F] = [T].[F].[T]^T \quad (42)$$

حيث ان $[T]$ هي مصفوفة مربعة (13×13) تحتوي على عناصر نقل المحاور من التفرع الى النظام الرئيسي وكما يأتي :[14]

$$[T] = \begin{bmatrix} [R] & & & & \\ 0 & [R] & & & symm. \\ 0 & 0 & [R] & & \\ 0 & 0 & 0 & [R] & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

أما خوارزمية البرنامج فهي موضحة في الملحق.

النتائج و المناقشة

تم طرح نتائج تتضمن حساب قيم الترددات الحرجة و حسابات توزيع مقادير الاهتزاز الجانبية من انحراف و ميل و قص و عزم انحناء لحالات مختلفة من التوزيعات الحرارية على طول العمود الدوار , و كذلك تبيان التأثير المترابط لكل من درجة الحرارة و عدد ومواقع كراسي التحميل و أيضا تم الأخذ بنظر الاعتبار حساب الاستجابة مع الزمن (باختلاف زاوية الدوران) لكون الأحمال المؤثرة في المنظومة أحمال متغيرة ديناميكياً. ولتقييم الاستجابة الدينامية تحت هذه المؤثرات تم التركيز على مدى السرع للظروف التشغيلية الواقعية و بتوزيعات حرارية مختلفة هي مفترضة على اساس التوصيل الحراري في اتجاه واحد كما موضحة في الشكل (12).

تم حساب قيم اللزوجة الدينامية لزيت من نوع (SAE 40) في مواقع كراسي التحميل

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

على أساس التوزيعات الحرارية المذكورة لما لها من أهمية في تغيير معاملات النموذج الرياضي لكراسي التحميل المتمثلة بثمانية معاملات من المرونة و التخميد و بالتالي تأثيرها المشترك مع اختلاف معامل المرونة و القص على السرع الحرجة و مقادير الاهتزاز الجانبية . و الجدول (1) يبيّن قيم الترددات الحرجة الأربعة الأولى الواقعة ضمن مدى الـ(1000 *Rad/s*). و الشكل (13) يمثل السعات الاهتزازية لمحطة وسطية واقعة على بعد 46% من بداية العمود حيث ان قمم المنحني توضح قيم السرع الحرجة و الأشكال من (14) إلى(29) تمثل توزيع الانحراف و الميل و القص و عزم الانحناء لثلاث سرع دورانية واقعة ضمن المدى التشغيلي الواقعي لعمود الحدبات و هي (500 , 1250 & 2000 rpm) أي ما يقابل (1000 , 2500 & 4000 rpm) من سرعة دوران المحرك (crankshaft) لان نسبة التخفيض بينهما هي 1:2 .تمت هذه الحسابات عند زاوية دوران العمود (10.0 deg) و عدّ معاملات المرونة و التخميد لكراسي التحميل ثابتة بتغير السرع الدورانية.

ومن ملاحظة الجدول (2) و الأشكال من (15) الى (29) نجد أن لكل توزيع حراري هنالك ترددات حرجة فتقل الترددات الحرجة كلما زادت درجة الحرارة الا ان التردد الحرج الأول يقل بشكل غير ملحوظ و يتذبذب بين (12.15-12.33 *Rad/s*) وقد يوعز ذلك الى النقصان الحاصل في معاملات المرونة الناتجة عن نقصان معامل يونك بارتفاع درجة الحرارة, كما إن توزيع الانحراف و الميل و القص وعزم الانحناء على طول العمود يختلف لكل حالة من الحالات كما هو واضح عند الترددات الحرجة بسبب تغير معاملات الكراسي . و الأشكال من (15-29) نجد منها ان الانحراف يزداد عند السرعة 500 rpm و يقل عند سرعة 1250 rpm و يزداد عند 2000 rpm لانه السرع500 rpm قريبة من التردد الحرج الثاني ثم تنخفض مقادير الاهتزاز وتعود للزيادة باتجاه التردد الحرج الثالث. ومن ملاحظة الشكل (13) نجد ان ارتفاع درجة الحرارة يزحف (eigen mode) و يزيد من تقارب و تداخل الأنساق ضمن مدى ترددات اقل, هذا ينطبق تقريباً على جميع الحالات و اما بالنسبة للتوزيع الحراري الثاني و الثالث و الرابع فيتبين بأن تأثير متوسط درجة حرارة العمود هو المتغير الأبرز مقارنة بالتغير الحاصل نتيجة اختلاف درجات حرارة النقط الواقعة على طول العمود لما تضيفه من استطالة حرارية او قوى حرارية محورية.

و تم حساب السعات الاهتزازية للمحطة الوسطية الواقعة على بعد 46% من بداية العمود بوجود خمسة كراسي تحميل مرة في المواقع 31,24,17,10,3 و أخرى بوجود ثلاث كراسي في المواقع 31,17,3 عند التوزيع الحراري الأول وتبيّن النتيجة الموضحة في الشكل (30) انه كلما قل عدد الكراسي قلت قيم الترددات الحرجة و زادت السعات الاهتزازية حيث عند وضع ثلاث كراسي تحميل تقع الترددات الحرجة ضمن المدى التشغيلي وهذه حالة غير مرغوب فيها و عند وضع خمسة كراسي لا يوجد هناك أي تردد حرج يقع ضمن المدى التشغيلي و الذي هو بمدى (50 – 220 *Rad/s*) على الأغلب وهو المستخدم عملياً. أما تأثير معاملات الكراسي المتغيرة مع زاوية الدوران و السرع الدورانية تم حساب الانحراف للسرع الدورانية الثلاث عند زوايا دوران مختلفة لعمود الحدبات عند (20.0&0.0) درجة دورانية عند التوزيع الحراري الأول بدرجات حرارة (20, 50& 80Cº) مع الأخذ بنظر الاعتبار اختلاف معاملات كراسي التحميل باختلاف السرعة و درجة الحرارة و زاوية الدوران و الأشكال (31) و (32) توضح ذلك.

حيث تظهر النتائج انه عند كل سرعة دوران وعند كل زاوية دوران وعند كل درجة حرارة يوجد هناك توزيع مقادير اهتزاز جانبية مختلفة تماماً عن غيرها من الحالات وذلك بسبب تغير الاحمال الديناميكية و الذي يؤدي الى تغيير معاملات المرونة و

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

التخميد في كراسي التحميل. و تبيّن النتائج بصورة عامة تزحيف النسق بزيادة درجة الحرارة و تكون السرعة 500rpm هي الأكثر تأثراً على عكس 2000rpm التي يبدو فيها توزيع الانحراف تقريباً ثابتاً. ويمكن إيعاز السبب الى انه عند السرع المنخفضة تكون اقرب الى السرعة الحرجة الثانية مما هي عليه عند السرعة 2000 rpm. حيث ان تأثير زاوية الدوران يكمن في اختلاف القوة اللحظية المسلطة على طول عمود الحدبات في مواقع الحدبات و مايقابلها من قوى ردود أفعال في كراسي التحميل. والشكل (33) يوضح انحراف المحطة الوسطية الواقعة على بعد 46% من بداية العمود للسرع الدورانية (500 , 1250 & 2000 rpm) عند التوزيع الحراري الأول بدرجات حرارة (20, 50 & 80Cº) لدورة كاملة للعمود (360 deg) أي مايعادل من فترات زمنية (2p /130.9), (2p /52.36) و(2p / 209)ثانية.

الاستنتاجات

تم التوصل الى عدد من الاستنتاجات نسبة الى البيانات المستخدمة و على النحو الآتي:

1- إن السرع الحرجة و توزيع مقادير الاهتزاز الجانبية (الانحراف و الميل و القص و عزم الانحناء) على طول العمود تختلف باختلاف التوزيع الحراري.

2- تؤثر درجة الحرارة في السرع الحرجة للعمود إذ إن زيادتها تؤدي إلى تقليل قيم السرع الحرجة. ومعدل النقصان في السرعة يعتمد على مرتبة السرعة الحرجة (أولى ، ثانية ، ثالثة... الخ). فضلاً عن انه كلما تزداد درجة الحرارة ضمن مدى درجات الحرارة التشغيلية يقل معدل النقصان.

3- تؤثر درجة الحرارة في توزيع مقادير الاهتزاز الجانبية إذ إن زيادتها تؤدي إلى تزحيف (eigen mode) وحسب مرتبة السرعة الحرجة وكذلك تؤدي إلى زيادة تداخل الأنساق ضمن نفس مدى السرع المستخدمة.

4- بالنسبة للتوزيعات الحرارية المختلفة إن متوسط درجة حرارة العمود هي المؤثر الأكثر فاعلية في توزيع مقادير الاهتزاز الجانبية مقارنة بوجود تأثير الاستطالة و القوى الحرارية المحورية.

5- إن تقليل عدد كراسي التحميل يؤدي الى تقليل قيم السرع الحرجة و تزحيف (eigen mode) و مقدار التزحيف يعتمد على عدد الكراسي و درجة الحرارة.

6- تتغير مقادير توزيع الاهتزاز الجانبية نتيجة تغير قيم معاملات التخميد والمرونة للنموذج الرياضي لكرسي التحميل المتمثلة بثمانية نوابض و مخمدات بتغير درجة الحرارة و السرعة الدورانية و زاوية دوران العمود بسبب تغير اللزوجة و الحمل الديناميكي المسلط .

المصادر

1- Lawrence H. Van Vlock ;" elements of material science and engineering ", third edition, August 1974.

2- Firdinard Singer ;" Strength of material ", New York University.

3- A.M.Sharan & J.S.Rao ;" Unbalance response of rotor-disk supported by fluid film bearing with a negative cross coupled stiffness using influence coefficient method ", Mechanism and machine theory ,Vol.20,No.5,page 415-426,October,1983.

4- T.N.Shiau & J.L.Hwang ;"Minimum weight design of a rotor bearing system with multiple frequency constraints", Tran. of the ASME Vol.110,No.4,page 592-599,1988.

5- M.A.Tawfik ," The effect of misalignment on the dynamic performance of crankshaft bearing system in a diesel engine ", Ph.D. Thesis, Mechanical engineering, University of Technology, October, 1996.

6- Yang & Yong Xue ;" Efficiency finite element-transfer matrix for parametric system forced response ",

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

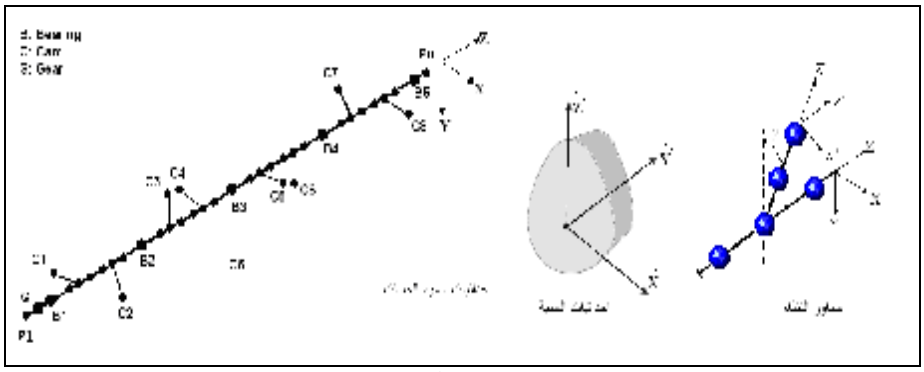
tuning fork ", Physics department, University of Wisconsin, June 1999.
13- E.C.Pestel & F.A.Leckie ;" Matrix method of elastomechanics ", McGrow Hill ,New York , 1963.
14- M.A.Tawfik," Lateral vibration of branched systems in particular vertical machine ", M.Sc. Thesis ,Granfield Institute of Technology ,1978.
15- http://www.engineeringtoolbox.com.
16- " Standard test method for linear expansion of solid material by thermo-mechanical analysis ", E831, Annual book of ASTM, standard ASTM, 2000.
17- M.Vable ;" Notes for finite element method : thermal analysis "
18- J. Halling ;" Principle of Tribology ", London , MACMILLAN,1978.
19- Yijun Liu ;" Lecture notes : Introduction to the finite element method ", CAE Research laboratory , mechanical engineering dept. ,University of Cincinnati, May , 21,2003.
20- S.S.Rao ;" the finite element method engineering ", 1'st edition Wheaton & Co.Ltd. 1982.
21- W. Thomson ;" Vibration theory and application ", London : eorg Allen,1965.

Trans. Of ASME ,Vol.109, No.4, page 335-426 ,October, 1987.
7- H.W.Watson & E.E.Milkins ; " The camshaft for racing engines ", Cam and cam mechanics , The Institution of mechanical engineering. Page 54-59 ,1978.
8- Fan Y.Chen ;" mechanics and design of cam mechanics ", Pergamon press Inc. 1982.
9- A.Suhail Al-Tayyar ;" Study the analysis of the dynamic response for camshaft using transfer matrix method ", M.Sc. Thesis, Mechanical engineering, University of Technology, 2000.
10- F.O.Hamdoon ;" Vibration analysis of rotor-casing using the combined finite element-transfer matrix method ", M.Sc. Thesis, Mechanical engineering, University of Technology, 2000.
11- M.A.Nassir ;" Study the effect of temperature on the dynamic response of rotating shaft by using transfer matrix method ", M.Sc. Thesis, Mechanical engineering, University of Technology, 2000.
12- Lisa Bates, Timothy Beach & Maya Arnott ;" Determination of temperature dependence of young's modulus for stainless steel using a

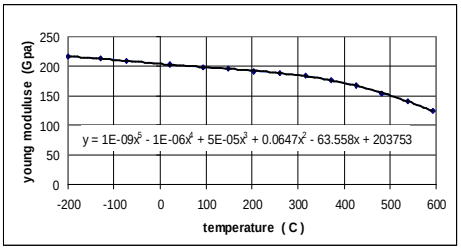
الجدول (1) يبيّن قيم الترددات الحرجة للتوزيعات الحرارية المختلفة

TEMP. DISTRIBUTION		1'st critical freq. (*rad/s*)	2'nd critical freq. (*rad/s*)	3'rd critical freq. (*rad/s*)	4'th critical freq. (*rad/s*)
TYPE 1	**SET1**	**12.32**	**36.21**	**650.25**	**-**
	SET 2	**12.15**	**20.75**	**382.75**	**414.0**
TYPE 2	**SET1**	**12.33**	**34.30**	**615.90**	**-**
	SET 2	**12.25**	**25.50**	**466.20**	**562.0**
TYPE 3	**SET1**	**12.325**	**29.10**	**516.20**	**612.0**
	SET 2	**12.31**	**24.40**	**434.10**	**482.0**
TYPE 4	**SET1**	**12.315**	**27.10**	**509.90**	**611.0**
	SET 2	12.30	22.60	427.70	478.0

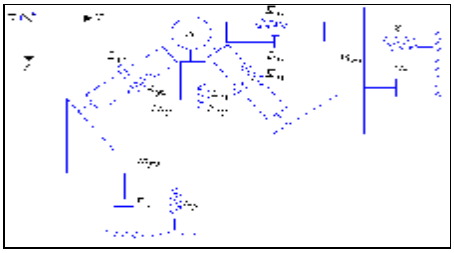
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



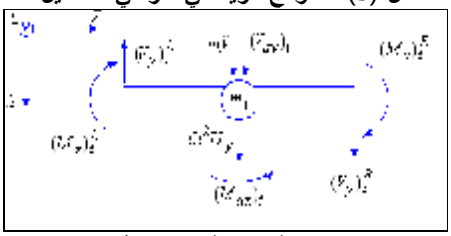
الشكل (1) يوضح إحداثيات عمود الحدبات



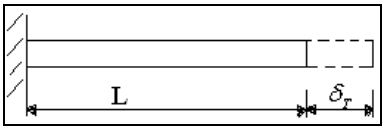
الشكل (2) يوضح تغير قيمة معامل المرونة مع درجة الحرارة لمعدن الفولاذ [15]



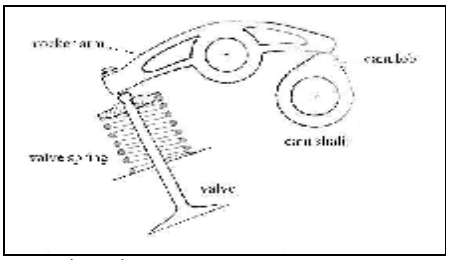
الشكل (5) النموذج الرياضي لكرسي التحميل



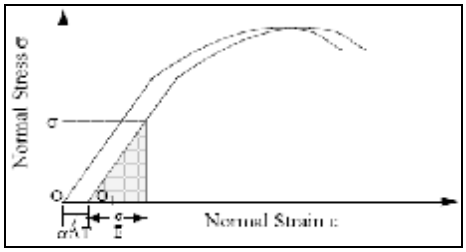
الشكل (6) كتلة مجمعة (مسقط أمامي)



الشكل (3) التمدد الحراري

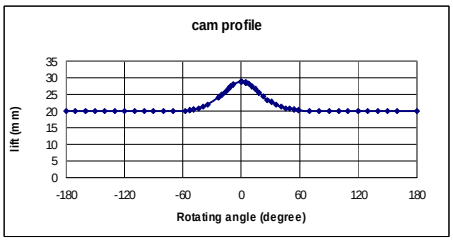


الشكل (7) رسم توضيحي لمنظومة حدبة - صمام

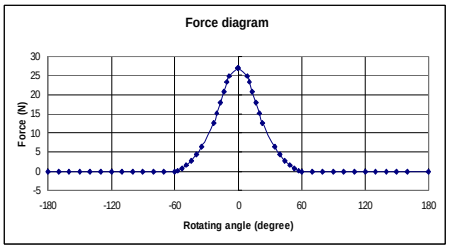


الشكل (4) منحنى إجهاد - انفعال

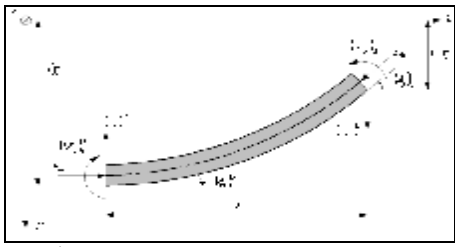
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



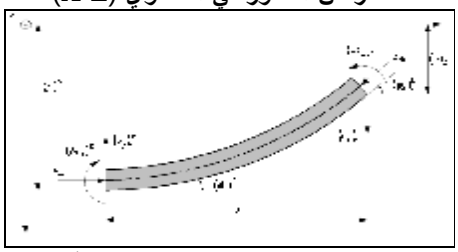
الشكل (8) إزاحة الحدبة



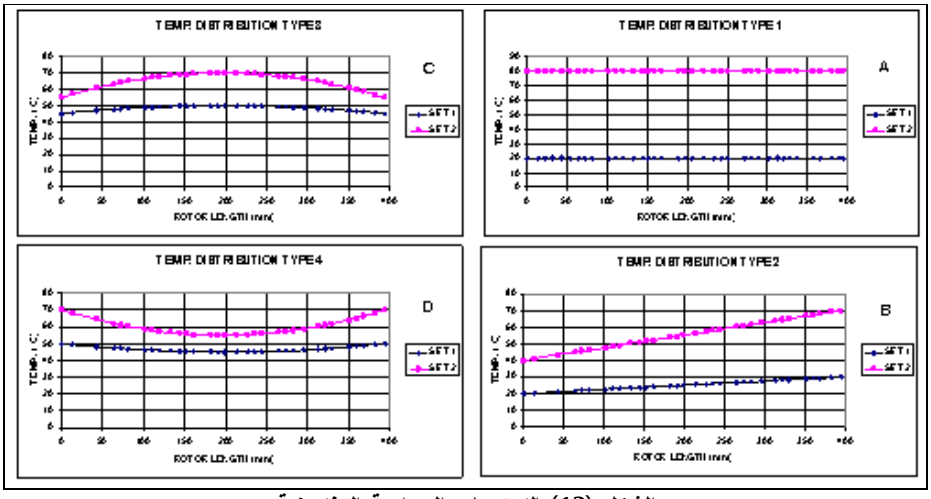
الشكل (9) القوة المسلطة في سطح الحدبة



الشكل (10) القوى و الإزاحات المؤثرة في عنصر من المحور في المستوي (X-Z)

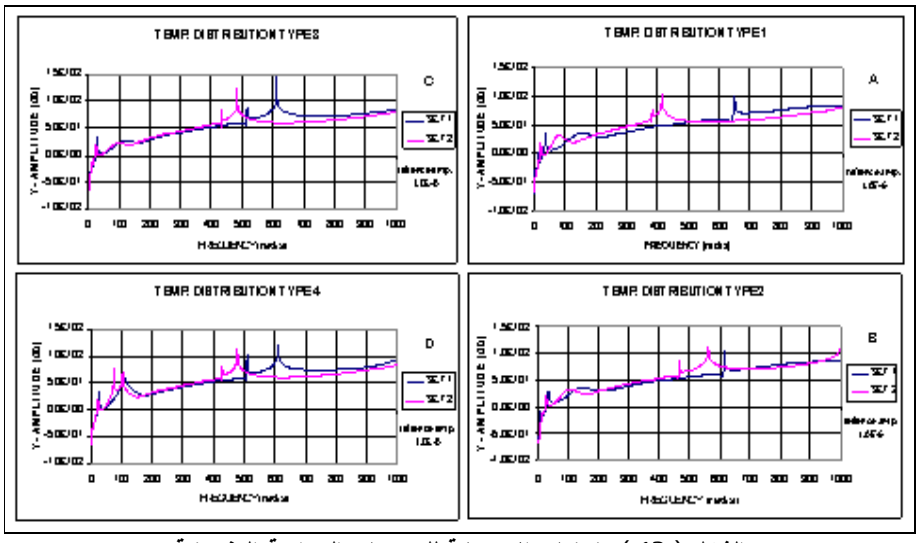


الشكل (11) القوى و الإزاحات المؤثرة في عنصر من المحور في المستوي(Y-Z)

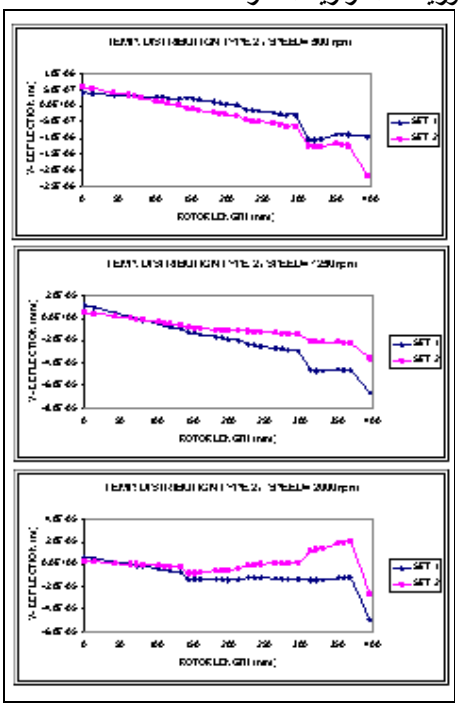


الشكل (12) التوزيعات الحرارية المفترضة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

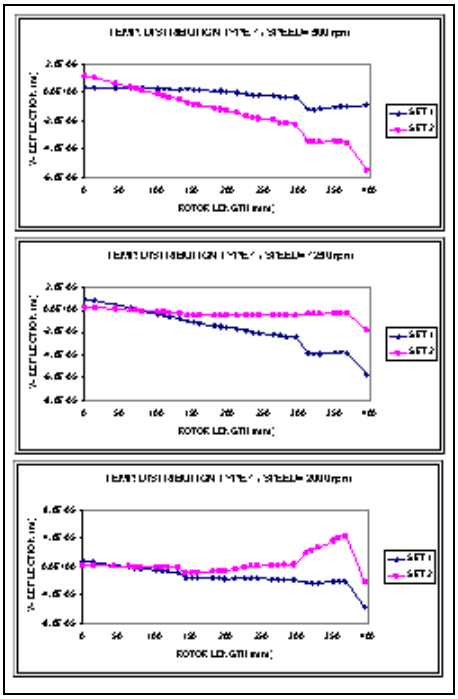


الشكل (13) منحنيات الاستجابة للتوزيعات الحرارية المفترضة

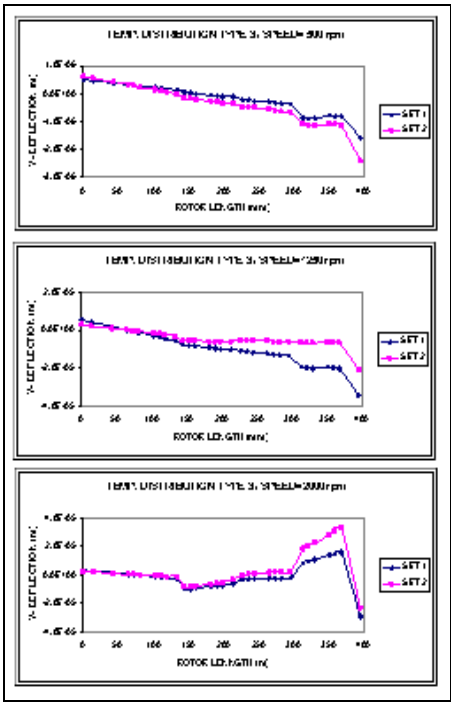


الشكل (14) الانحراف للتوزيع الحراري الثاني

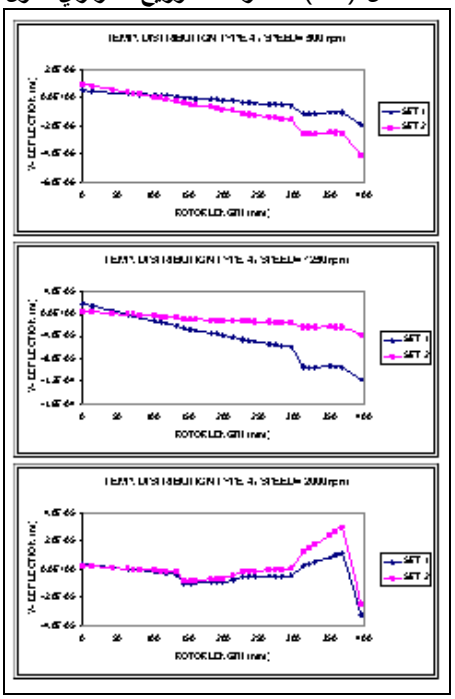
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



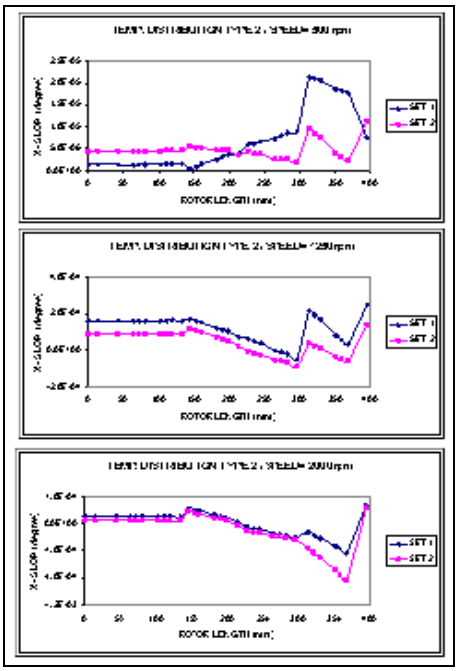
الشكل (15) الانحراف للتوزيع الحراري الاول



الشكل (17) الانحراف للتوزيع الحراري الثالث

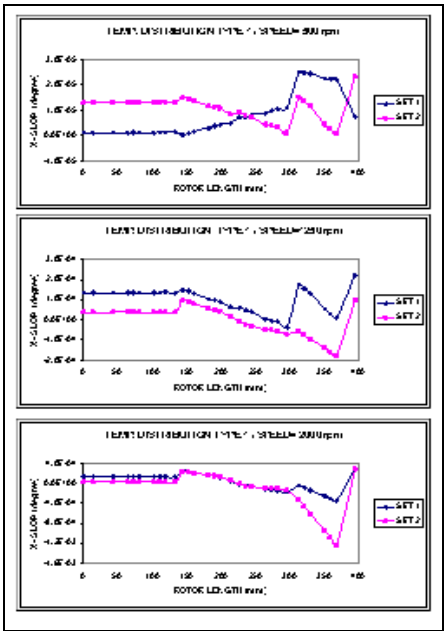


الشكل (16) الانحراف للتوزيع الحراري الرابع

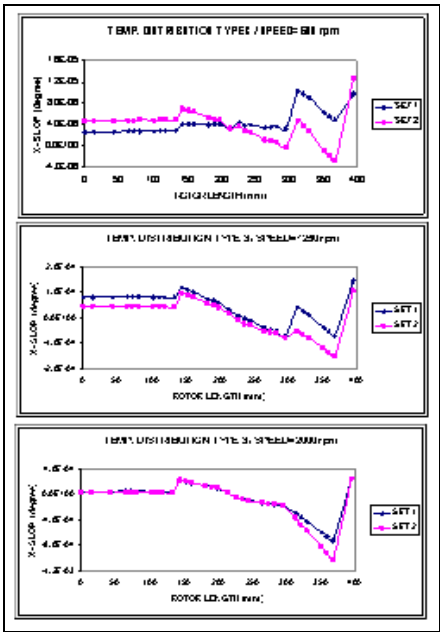


الشكل (18) الميل للتوزيع الحراري الثاني

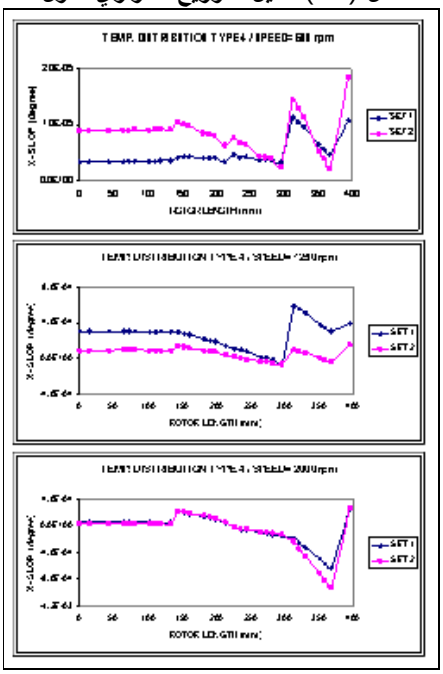
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



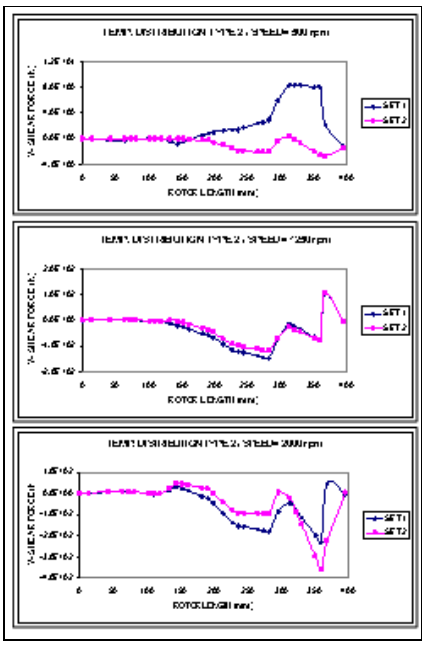
الشكل (19) الميل للتوزيع الحراري الاول



الشكل (21) الميل للتوزيع الحراري الثالث

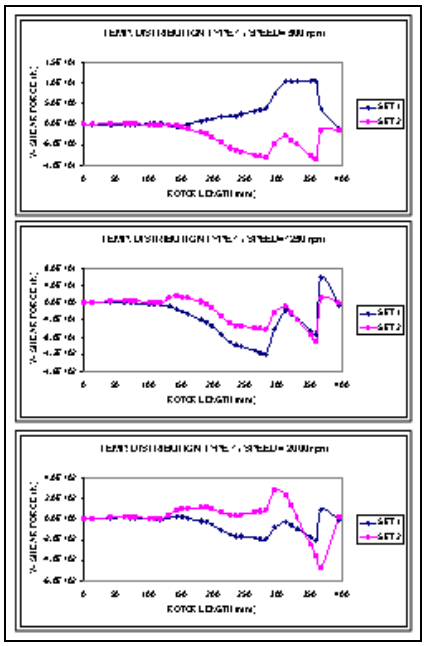


الشكل (20) الميل للتوزيع الحراري الرابع

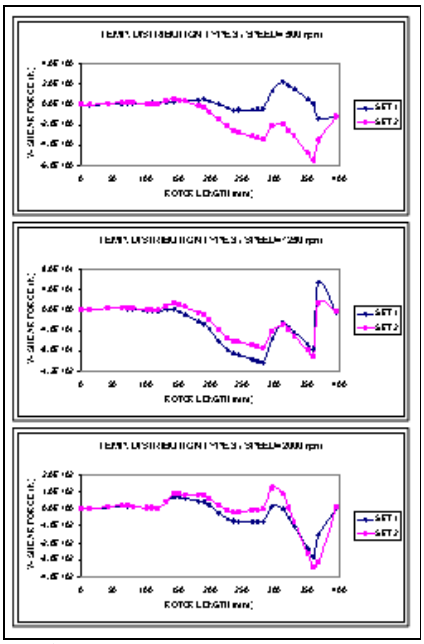


الشكل (22) القص للتوزيع الحراري الثاني

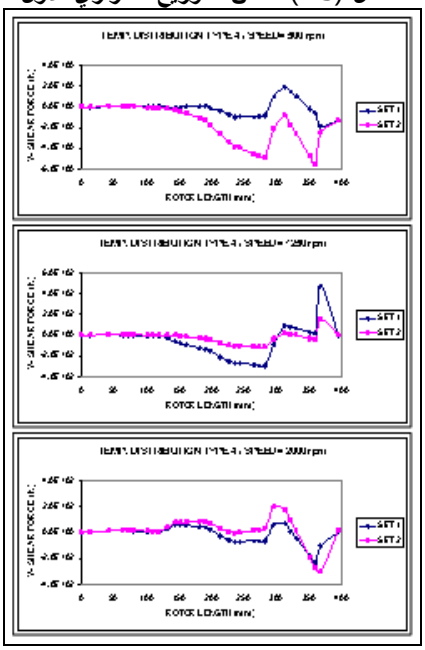
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



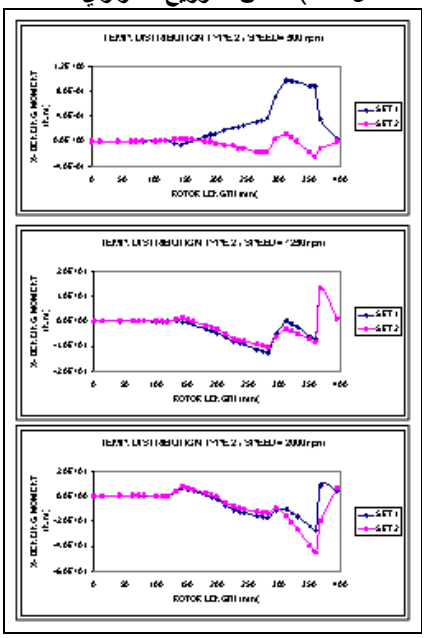
الشكل (23) القص للتوزيع الحراري الاول



الشكل 25) القص للتوزيع الحراري الثالث

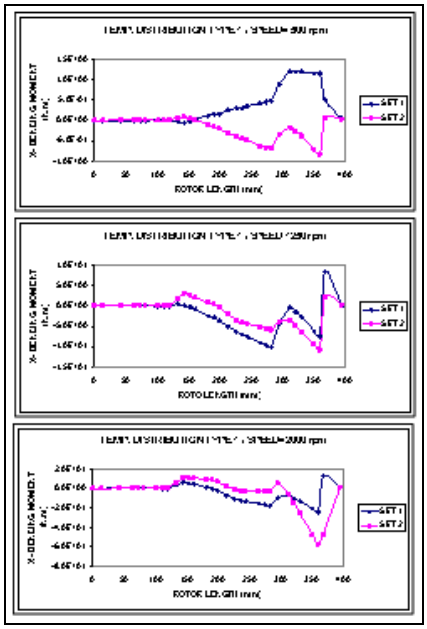


الشكل (24) القص للتوزيع الحراري الرابع

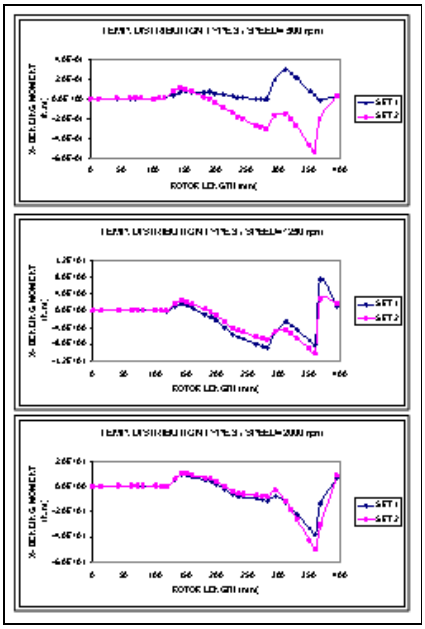


الشكل (26) عزم الانحناء للتوزيع الحراري الثاني

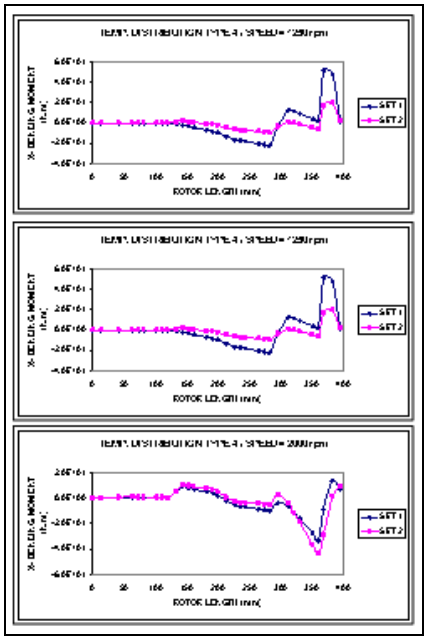
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (27) عزم الانحناء للتوزيع الحراري الاول

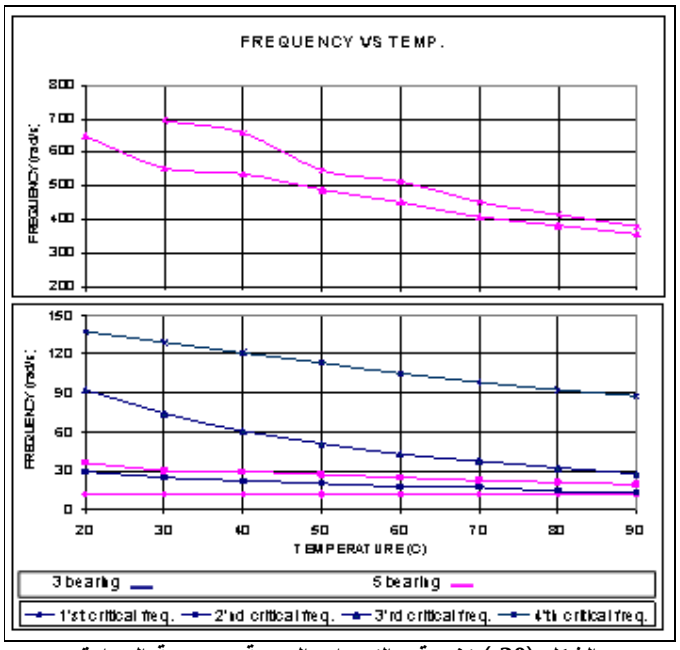


الشكل (29) عزم الانحناء للتوزيع الحراري الثالث

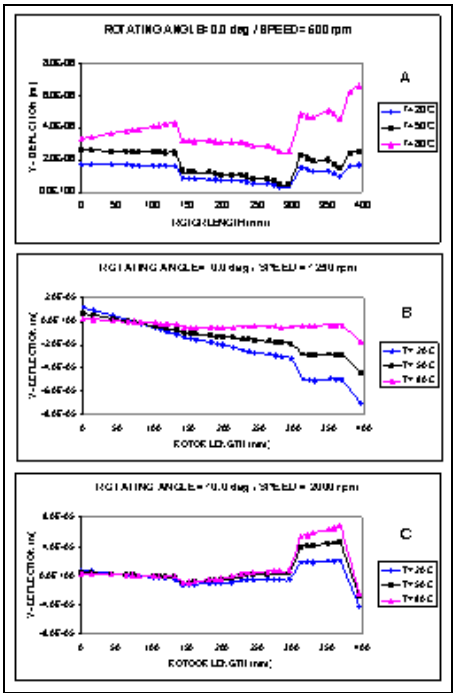


الشكل (28) عزم الانحناء للتوزيع الحراري الرابع

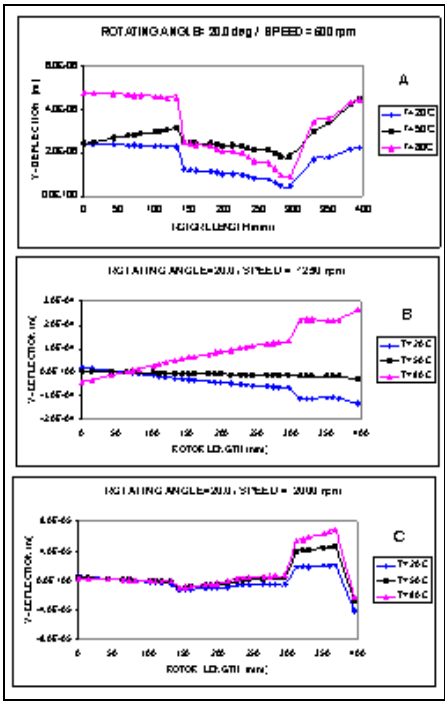
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (30) تغير قيم الترددات الحرجة مع درجة الحرارة

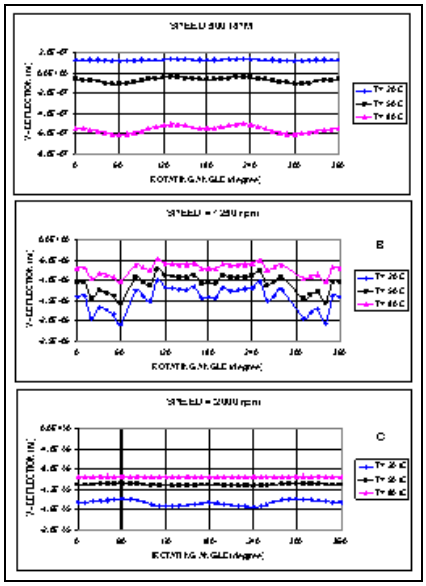


الشكل (31) الانحراف للتوزيع الحراري الثابت بزاوية 0.0°



(32) الانحراف للتوزيع الحراري الثابت بزاوية 20°

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (33) انحراف محطة وسطية لدورة كاملة

الملحق B

$$\begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & & \\ & [E] & & & [0] & & & [0] & & [0] & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & [0] & & & [E] & & & [0] & & [0] & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ -m\Omega^2 & 0 & 0 & & & & & & & & & & \\ 0 & DB_{11}-m\Omega^2 & DB_{12} & & [0] & & & [E] & & [0] & & & \\ 0 & DB_{21} & DB_{22}-m\Omega^2 & & & & & & & & & & \\ & & & -\Omega^2 I_P & 0 & 0 & & & & & & & \\ & [0] & & 0 & -\Omega^2 I_T & j\Omega^2 I_P & & [0] & & & [E] & & \\ & & & 0 & -j\Omega^2 I_P & -\Omega^2 I_T & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L$$

الشكل (B-1) مصفوفة النقطة لكراسي التحميل

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & & 0 \\ & [E] & & & [0] & & [0] & & [0] & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ & [0] & & & [E] & & [0] & & [0] & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ -m\Omega^2 & 0 & 0 & & & & & & & & & & -\bar{V}_{az} \\ 0 & -m\Omega^2 & 0 & & [0] & & [E] & & [0] & & & & j\Omega^2\bar{U} - \bar{V}_{ax} \\ 0 & 0 & -m\Omega^2 & & & & & & & & & & -\Omega^2\bar{U} - \bar{V}_{ay} \\ & & & & & & & & & & & & -\bar{M}_{az} \\ & [0] & & & [E] & & [0] & & [E] & & & & -\bar{M}_{ax} \\ & & & & & & & & & & & & -\bar{M}_{ay} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L$$

الشكل (B-2) مصفوفة النقطة لمحطة وسطية

$$\begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & & 0 \\ & [E] & & & [0] & & [0] & & [0] & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ & [0] & & & [E] & & [0] & & [0] & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ -m\Omega^2 & 0 & 0 & & & & & & & & & & -\bar{V}_{az} \\ 0 & -m\Omega^2 & 0 & & [0] & & [E] & & [0] & & & & j\Omega^2\bar{U} - \bar{V}_{ax} \\ 0 & 0 & -m\Omega^2 & & & & & & & & & & -\Omega^2\bar{U} - \bar{V}_{ay} \\ & & & -\Omega^2 I_P & 0 & 0 & & & & & & & -T \\ & [0] & & 0 & -\Omega^2 I_T & j\Omega^2 I_P & & [0] & & & [E] & & -\bar{M}_{ax} \\ & & & 0 & -j\Omega^2 I_P & -\Omega^2 I_T & & & & & & & -\bar{M}_{ay} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L$$

الشكل (B-3) مصفوفة النقطة لمسنن نقل الحركة

$$\begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & & 0 \\ & [E] & & & [0] & & [0] & & [0] & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ & [0] & & & [E] & & [0] & & [0] & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ -m\Omega^2 & 0 & 0 & & & & & & & & & & -F \\ 0 & -m\Omega^2 & 0 & & [0] & & [E] & & [0] & & & & -\bar{V}_{ax} \\ 0 & 0 & -m\Omega^2 & & & & & & & & & & -\bar{V}_{ay} \\ & & & & & & & & & & & & -T \\ & [0] & & & [0] & & [0] & & [E] & & & & -\bar{M}_{ax} \\ & & & & & & & & & & & & -\bar{M}_{ay} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{f}_z \\ \bar{f}_x \\ \bar{f}_y \\ \bar{V}_z \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_y \\ \bar{M}_z \\ \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L$$

الشكل (B-4) مصفوفة النقطة الخاصة بمحطات الحدبة (التفرع)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$[K_z]=\frac{EA}{l}\begin{bmatrix}
1 & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 &
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-5) مصفوفة الصلابة المحورية

$$[K_{f_z}]=\frac{GJ}{l}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-6) مصفوفة الصلابة الالتوائية

$$[K_b]=\frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 12 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 12 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & -6l & 0 & 4l^2 & & & & & & & \\
0 & 6l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & -12 & 0 & 0 & 0 & -6l & 0 & 12 & & & & \\
0 & 0 & -12 & 0 & 6l & 0 & 0 & 0 & 12 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & -6l & 0 & 2l^2 & 0 & 0 & 0 & 6l & 0 & 4l^2 & \\
0 & 6l & 0 & 0 & 0 & 2l^2 & 0 & -6l & 0 & 0 & 0 & 4l^2
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-7) مصفوفة الصلابة نتيجة الانحناء

$$[M_Z]=\frac{rAl}{6}\begin{bmatrix}
2 & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-8) مصفوفة الكتلة المحورية

$$[M_{fz}]=\frac{rJl}{6}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 2 & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-9) مصفوفة الكتلة الالتوائية

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$[M_t]=\frac{rpr^2l}{420}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 156 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 156 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & -22l & 0 & 4l^2 & & & & & & & \\
0 & 22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13l & 0 & 156 & & & & \\
0 & 0 & 54 & 0 & -13l & 0 & 0 & 0 & 156 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & 13l & 0 & -3l^2 & 0 & 0 & 0 & 22l & 0 & 4l^2 & \\
0 & -13l & 0 & 0 & 0 & -3l^2 & 0 & -22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-10) مصفوفة الكتلة نتيجة الانتقال

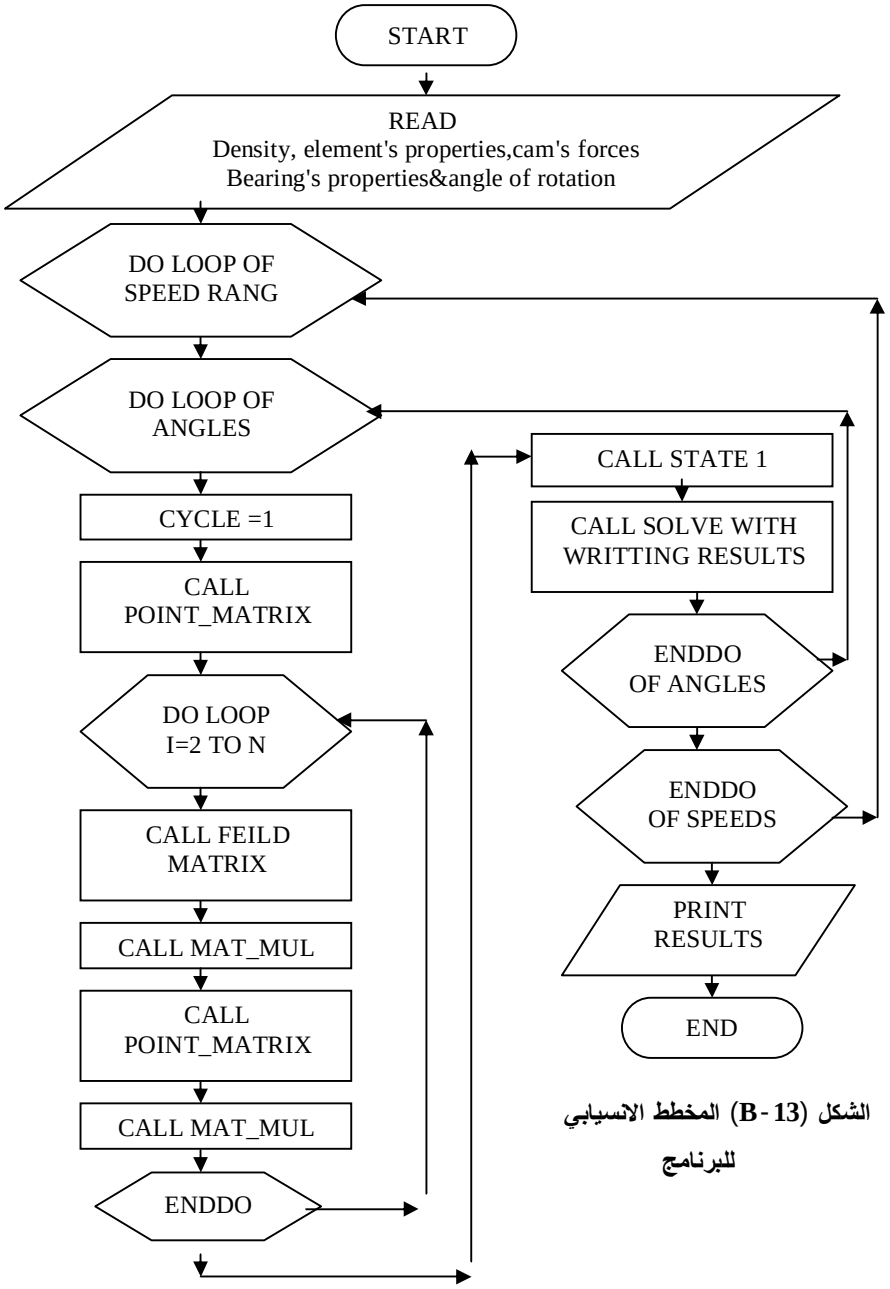
$$[M_r]=\frac{rpr^4}{120\,l}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 36 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 36 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & -3l & 0 & 4l^2 & & & & & & & \\
0 & 3l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & -36 & 0 & 0 & 0 & -3l & 0 & 36 & & & & \\
0 & 0 & -36 & 0 & 3l & 0 & 0 & 0 & 36 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & -3l & 0 & -l^2 & 0 & 0 & 0 & 3l & 0 & 4l^2 & \\
0 & 3l & 0 & 0 & 0 & -l^2 & 0 & -3l & 0 & 0 & 0 & 4l^2
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-11) مصفوفة الكتلة نتيجة الدوران

$$[G]=\frac{rpr^4}{60\,l}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & & \\
0 & 36 & 0 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & -3l & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & -3l & 0 & 4l^2 & 0 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 36 & 0 & -3l & 0 & 0 & 0 & & & & \\
0 & -36 & 0 & 0 & 0 & -3l & 0 & 36 & 0 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & -3l & 0 & 0 & 0 & l^2 & 0 & 3l & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & -3l & 0 & -l^2 & 0 & 0 & 0 & 3l & 0 & 4l^2 & 0
\end{bmatrix}$$

الشكل (B-12) مصفوفة التأثير الجايروسكوبي

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (B-13) المخطط الانسيابي للبرنامج

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com