استعمال احصاءة **T** للوحات السيطرة **Shewhart** و**EWMA** لمراقبة متوسط العملية عندما يكون الانحراف المعياري للعملية غير معلوم

Using T Statistic for Shewhart and EWMA Control Charts for Monitoring Mean Process with Unknown the Process Standard Deviation

أ.م. د. جنان عباس ناصر الكلية التقنية الادارية- بغداد

Dr. Jinan Abbas Naser Al-Obedy Technical College of Management-Baghdad

Drjanan1964@gmail.com

تاريخ تقديم البحث: 2022/11/06

تاريخ قبول النشر: 2022/12/03

المستخلص

تعد لوحات السيطرة أدوات فعالة في عملية السيطرة الإحصائية (SPC) لمراقبة العملية وتحسين النوعية.استعملت لوحة – $\overline{X}$ ولوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا ($\overline{x}$ - EWMA) لتحديد فيما اذا كانت العملية تحت السيطرة ام لا. على فرض ان خاصية النوعية التي نهتم بها تكون متغير عشوائي موزعة طبيعيا بمتوسط $(\mu_0 + a\sigma_0)$ وانحراف معياري $(b\,\sigma_0)$. اذ تعد العملية تحت السيطرة عندما تكون قيم $(a = 0, b = 1)$بخلاف ذلك العملية انحرفت عن السيطرة. لكن لوحة – $\overline{X}$ ولوحة $\overline{x}$ - EWMA تكون غير رصينة بما فيه الكفاية لمنع الأخطاء في تقدير الانحراف المعياري للعملية (σ_0) او التغير في الانحراف المعياري , للتغلب على هذه المشكلة اقترحت لوحة t ولوحة t - EWMA مستندة على احصاءة T_i تتبع توزيع ستيودنت بدرجة حرية $(n-1)$ عندما تكون العينة العشوائية بحجم n سحبت من العملية في الوقت i. اذ ليس هناك حاجة لتقدير الانحراف المعياري للوحتي t و t - EWMA عند تكوين حدي السيطرة.

في هذا البحث نناقش الاستعمال للوحتي t و t - EWMA بدلا من لوحتي $\overline{X}$ و $\overline{x}$ - EWMA في كشف الانحرافات في متوسط العملية عندما يكون الانحراف المعياري للعملية مقدر.استعملنا للوحات t , $\overline{X}$, $\overline{x}$ - EWMA و t - EWMA لمراقبة مشاهدات مختارة من عملية التصنيع المستمرة. قورن الأداء للوحة t مع لوحة – $\overline{X}$ بدلالة معدل طول التشغيل (ARL). وقورن الأداء للوحة t - EWMA مع لوحة $\overline{x}$ - EWMA بدلالة معدل طول التشغيل (ARL) والانحراف المعياري لاطوال التشغيل(SDRL).

و تبين نتائج البحث بان لوحتي t و t - EWMA تكون افضل من لوحتي $\overline{X}$ و $\overline{x}$ - EWMA في كشف انحرافات متوسط العملية عندما يكون الانحراف المعياري للعملية غير مستقر.على الرغم من ان أداء لوحة $\overline{X}$ يكون افضل من أداء لوحة t وفقا لاصغر قيمة لمعدل طول التشغيل لعدة قيم للتغير بمتوسط العملية (a) والتغير في الانحراف المعياري للعملية(b). أيضا يكون أداء لوحة $\overline{x}$ - EWMA افضل من أداء لوحة t - EWMA وفقا لاصغر قيمة لمعدل طول التشغيل والانحراف المعياري لطول التشغيل لعدة قيم في متوسط العملية (a) والتغير في الانحراف المعياري للعملية(b) وقيم مختلفة لمعلمة التمهيد (λ)للوحة EWMA.

الكلمات المفتاحية: لوحات السيطرة، تقدير المعلمات، احصاءة T, سلاسل ماركوف، معدل طول التشغيل (ARL)، الانحراف المعياري لطول التشغيل(SDRL).

Abstract

Control charts are effective tools in statistical process control (SPC) for process monitoring and quality improvement. The $\overline{X}$ and the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA - $\overline{x}$) charts used to determine whether the production process is in-control or out-of-control. Assuming that the quality characteristic of interest is a normally distributed random variable with mean $(\mu_0 + a\sigma_0)$ and standard deviation $(b\,\sigma_0)$ .The process is in control when $(a = 0, b = 1)$, otherwise, the process has shifted .But $\overline{X}$ and EWMA - $\overline{x}$ charts are not robust enough to prevent errors in estimating the process standard deviation (σ_0) or a changing standard deviation, to overcome this problem , the t and EWMA - t charts suggested based on the statistic T is a Student's t-distribution with (n-1) degrees of freedom when the random sample of size n drawn from the process at time i .The process standard deviation of t and EWMA - t charts does not need to be estimated in making up the control limits.

In this paper, we discuss the used t and EWMA - t charts instead of $\overline{X}$ and EWMA - $\overline{x}$ charts in detecting process mean shifts when the process standard deviation is estimated.We used t, $\overline{X}$, EWMA - $\overline{x}$ and EWMA - t charts for monitoring a process mean for observations selected from continuous manufacturing process.The performance of t chart compared with $\overline{X}$ chart in terms of Average Run Length(ARL). And the performance of EWMA - t chart compared with EWMA - $\overline{x}$ chart in terms of Average Run Length (ARL) and the Standard Deviation Average Run Length (SDRL).

The results showed that the t and EWMA - t charts are better than the $\overline{X}$ and EWMA - $\overline{x}$ charts in detecting process mean shifts when the process standard deviation is unstable. In despite of the performance $\overline{X}$ chart be better than t chart according to smallest value for the Average run length for several values in the process mean shifts and the process standard deviation shifts. Also, the performance EWMA - $\overline{x}$ chart be better than EWMA - t chart according to smallest value for the Average and the Standard Deviation Run Length for several values in the process mean shifts and the process standard deviation shifts and different values for the smoothing parameter of EWMA chart.

Keywords: control charts, parameters estimation, T-Statistic, Markov chains, Average Run Length (ARL), Standard Deviation Run Length (SDRL)

1. مقدمة

طورت لوحة سيطرة المتوسط (لوحة – $\overline{X}$) من قبل Shewhart عام 1920 [1,2]والمستعملة على نحو واسع في عملية السيطرة الاحصائية .اذ تكون لوحة – $\overline{X}$ فعال لمراقبة العملية وكشف الانحرافات الكبيرة في متوسط العملية الإنتاجية وتحسين النوعية بشكل مستمر ودائم. وان تصميم لوحة – $\overline{X}$ مستند على فرضية مفادها ان معلمات المجتمع (العملية الإنتاجية قيد الدراسة) تكون معلومة والمتمثلة بالمتوسط (μ_0)والانحراف المعياري (σ_0) للعملية الإنتاجية تحت السيطرة. اذ ان اختلاف حجم الانحراف المعياري عن القيمة المفترضة (σ_0)يوثر على أداء لوحة السيطرة . او تكون هناك أخطاء تحديدا في دورة الإنتاج القصيرة الاجل (Short–run productions) عند اجراء عملية تقدير تلك المعلمتين (μ_0, σ_0) بسبب محدودية الوحدات الإنتاجية التي يتم فحصها . لذا فقد اقترحت لوحة – t لمراقبة متوسط العملية كون حدي السيطرة لتلك اللوحة لا يعتمد على تقدير المتوسط والانحراف المعياري كون قيمة المتوسط لتوزيع ستيودينت t (Student's t distribution) يكون مساوي للصفر وان قيمة التباين او الانحراف المعياري لهذا التوزيع يعتمد على حجم العينة الثانوية المسحوبة بالوقت (i) والتي تمثل درجة الحرية المساوية لـ (n–1).

وللسبب نفسه تم استعمال احصاءة توزيع t للوحة السيطرة للمتوسط المتحرك الموزون اسيا(EWMA) المقترحة من قبل Roberts [1]عام 1959 كبديل لتحسين كفاءة لوحة – $\overline{X}$ لكشف التغيرات الصغيرة والمعتدلة في متوسط العملية عندما تكون

العملية موزعة طبيعيا. الا انه يعاب على لوحة الـ EWMA بانها تشير الى ان العملية تكون خارج السيطرة عندما يكون الانحراف المعياري للعملية غير ثابت او عندما تكون عملية تقديره غير مضبوطة نتيجة حدوث أخطاء في التقدير, في حين تكون العملية في حقيقة الامر تحت السيطرة .اذ تكون لوحة سيطرة EWMA–t اكثر رصانة من لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا للمتوسط ($\bar{x}$ - EWMA) للتغيرات في الانحراف المعياري للعملية كون الانحراف المعياري لوحة EWMA–t يعتمد على حجم العينة. وقد قدمت العديد من الدراسات لتحسين قدرة الكشف ودراسة حساسية لوحات السيطرة للتغلب على المشكلة التي يكون فيها الانحراف المعياري للعملية مجهول او تكون قيمة الانحراف المعياري غير ثابتة او الحالة التي تكون أخطاء ترافق عملية تقدير الانحراف المعياري نذكر منهم:

فقد بين الباحث Zhang واخرون معه [2] عام 2009 بان أداء لوحتي سيطرة t و EWMA–t تعد اكثر رصانة مقابل التغيرات التي تحدث في الانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة (σ_0), أو عندما تكون عملية تقديره غير مضبوطة نتيجة حدوث أخطاء في التقدير, او عندما تكون قيمة σ_0 متغيرة (غير ثابتة). واستنتج الباحثون بان أداء لوحتي $\bar{X}$ – و $\bar{x}$ - EWMA يكون اكثر رصانة من اداء لوحتي t وEWMA–t وفقا لمعيار اقل قيمة لمعدلات اطوال التشغيل (ARL) عندما تكون عملية تقدير الانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة (σ_0) مضبوطة او ثابتة. وبين بان رصانة لوحتي t و EWMA–t تكون اقل اعتمادية على تشتت اللوحة (الانحراف المعياري للعملية) بخلاف لوحتي $\bar{X}$ – و $\bar{x}$ - EWMA التي يكون استعمالها مصحوب باستعمال تشتت لوحة الانحراف المعياري.واختبر الباحث Celano واخرون معه [3] عام 2011 لوحات سيطرة t من خلال دراسة عدة حالات لعملية التشغيل في حالة الخروج عن السيطرة متضمنه انحراف المتوسط والانحراف المعياري لمجتمع الدراسة (العملية الإنتاجية قيد السيطرة الإحصائية) بوحدة واحدة. وتبين من نتائج البحث بان تطبيق لوحات t يكون مطبق بنجاح لمراقبة عمليات دورة الإنتاج قصيرة الاجل (Short–run productions). فضلا عن تقديم مثال لاستعمال لوحة – t التي تم التحري عنها.

ودرس الباحثين Chin وkhoo [4]عام 2012 التصميم الأمثل للوحة سيطرة EWMA–t ومقارنتها بلوحة سيطرة $\bar{x}$ - EWMA بالاعتماد على معيار وسيط طول التشغيل لتلك اللوحات باستعمال أسلوب سلسلة ماركوف . فقد اختبر أداء تلك اللوحتين عند عدة قيم مفترضة للتغير في متوسط العملية ولعدة قيم مفترضة للتغير في الانحراف المعياري للعملية. وقد حدد قيم المعلمات المثلى للوحتي السيطرة المتمثلة بمعلمة التمهيد وثابت حد السيطرة وحجم العينة.قارن الباحث Celano واخرون معه [5] عام 2013 أداء لوحات سيطرة Shewhart وEWMA ولوحة المجموع المتراكم(cusum –t) عندما تكون العملية موزعة توزيع ستيودينت t (Student's t distribution) اي لمراقبة عمليات دورة الإنتاج قصيرة الاجل (Short–run productions) .عندما يكون حجم الانحراف (δ) غير معلوم الذي يمثل التغير لمتوسط العملية من (μ_0) الى (μ_1).اذ تكون δ مضروبة بالانحراف المعياري (σ_0) أي ان ($\delta\,\sigma_0$) علما بان قيمة الانحراف المعياري تكون مجهولة بالتوزيع الاحصائي . فقد تناول الباحثون تحليل شامل للخصائص الإحصائية للوحات السيطرة الثلاثة عندما تكون العملية الإنتاجية تحت السيطرة الإحصائية تخضع للتوزيع المنتظم والتوزيع المثلثي (triangular) لتقدير حجم الانحراف المجهول. فضلا عن تقديم مثال يوضح تطبيق عملي للتحري عن الأداء الأفضل لتلك اللوحات الثلاثة.

اقترح الباحثين Calzada وScariano [6] عام 2013 صيغ the synthetic للوحة سيطرة t ولوحة سيطرة الـEWMA–t. فقد حدد الباحثين حدود محسنة تقريبية لتلك اللوحتين وتبين بان أداء لوحة synthetic–t ولوحة EWMA–t synthetic يكون أدائها أفضل من أداء لوحة سيطرة t ولوحة سيطرة EWMA–t. فضلا عن امتلاكها لميزة مرغوب بها متمثلة بعدم الحاجة لتقدير الانحراف المعياري للعملية. واقترح الباحث Kazemzadeh واخرون معه [7] عام 2013 صيغة اخذ عينات بفترة متغيرة (Variable Sampling Intervals (VSI)) للوحة سيطرة EWMA–t لمراقبة التغيرات التي تحدث في متوسط العملية. كبديل لصيغة اخذ عينات بفترة ثابتة (Fixed Sampling Interval(FSI)) للوحة سيطرة EWMA–t ولوحة $\bar{x}$ - EWMA المقترح من قبل الباحث Zhang [2]. فقد اعتمد الباحثون على الستراتيجية المثلى على معدل وقت الإشارة

((Average Time To Signal(ATS) ,فقد حدد الباحثون المعلمات المثلى للوحة VIS EWMA–t باستعمال سلسلة ماركوف.وتبين بان تلك اللوحات تمتلك ميزة الرصانة مقابل الأخطاء التي تحصل عند تقدير الانحراف المعياري للعملية او عندما يكون الانحراف المعياري للعملية متغير, واعطى الباحثون صيغ حساب المعلمات للوحة VIS EWMA–t . واستنتجوا بان أداء للوحة VIS EWMA–t يكون افضل من أداء اللوحتين للوحة FSI EWMA–t و لوحة $\bar{x}$ - FSI EWMA بدلالة إشارة الخروج عن السيطرة لمعدل الوقت (ATS).

قدم الباحثين Change و Sun [8] عام 2016 لوحة سيطرة EWMA–t المعدلة (adaptive varying smoothing parameter(AEWMA–t)) للتغلب على مسالة تقدير معلمات المجتمع المتمثلة بالمتوسط والانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة لمراقبة متوسط العملية لدورة الإنتاج قصيرة الاجل. اذ ان لوحة سيطرة EWMA–t المفردة لا يمكن استعمالها لمراقبة الانحرافات الصغيرة والكبيرة انيا التي تعرف بمشكلة القصور الذاتي. فقد اعتمد معيار معدل طول التشغيل المبتور (TARL) الذي يتم حسابه باستعمال أسلوب سلسلة ماركوف للوحة السيطرة المقترحة AEWMA–t ومقارنتها مع لوحة سيطرة EWMA–t. وتحرى الباحثين عن التأثير المشترك لمعلمات اللوحة المقترحة على معدلات اطوال التشغيل المبتورة. ومن دراسة المحاكاة توصل الباحثين بان أداء لوحة سيطرة AEWMA–t تفوق على أداء لوحة السيطرة EWMA–t.واستعمل الباحث Ng واخرون معه [9]عام 2017 فترة معاينة متغيرة للوحة سيطرة EWMA–t ((VSI EWMA–t) variable sampling interval EWMA –t) للتغلب على مشكلة تحديد حجم الانحراف الحقيقي للعملية بسبب قلة البيانات عن خاصية النوعية من قبل العاملين على مراقبة نوعية المنتج وكذلك عندما يكون الانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة (σ_0)متغير. فقد اقترح الباحثون اعتماد مقياس متوسط الوقت المتوقع للإشارة ((the Expected Average Time To Signal(EATS عندما يكون حجم الانحراف غير محدد. فقد استعمل الباحثون أسلوب سلسلة ماركوف لحساب مقياس EATS للوحة VSI EWMA–t. و من نتائج البحث تم التوصل الى تفوق أداء لوحة VSI EWMA–t مقارنة بأداء لوحة t ولوحة VSI t ولوحة EWMA–t وفقا لمقياس EATS.

درس الباحث Teoh واخرون معه [10] عام 2017 لوحة synthetic t عندما يتم تقدير متوسط العملية. فقد اعتمد الباحثون على أسلوب سلسلة ماركوف لدراسة خصائص طول التشغيل للوحة synthetic t عندما يكون متوسط العملية معلوم , فقد اشتق الباحثون الصيغ الرياضية للمعدل والانحراف المعياري لطول التشغيل لحالة الصفر ولحالة الثبات .ثم قارن الباحثون أداء لوحة synthetic t مع لوحة $\overline{X}$ synthetic عندما يكون متوسط العملية معلوم وعندما يتم تقديره في حالة كون الانحراف للعملية غير معلوم . ثم طبق لوحة synthetic t لبيانات من الواقع العملي. وتوصل الباحثون الى ان أداء لوحة synthetic t يكون افضل مقارنة بأداء لوحة $\overline{X}$ synthetic ولوحة Shewhart ولوحة t.اقترح الباحث Haqواخرون معه [11]عام 2019 أسلوب اساسه معلومة إضافية ((Auxilyary Information –Based(AIB) للوحة EWMA–t لمراقبة متوسط العملية التي تتطلب معلومة إضافية مرتبطة بخاصية النوعية التي نهتم بدراستها سميت تلك اللوحة بـ AIB–EWMA–t. وقد استعمل أسلوب محاكاة مونتي كارلو لحساب اطوال التشغيل للوحة المقترحة. وتبين من نتائج المحاكاة بان اداء اللوحة المقترحة AIB–EWMA–t يكون افضل مقارنة بأداء لوحة EWMA–t فضلا عن إمكانية استعمال لوحة AIB–EWMA–t كبديل جيد للوحة $\bar{x}$ - AIB - EWMA عندما يكون الانحراف المعياري للعملية غير مستقر. وأخيرا قدم الباحثون مثال لتوضيح أسلوب تطبيق لوحة السيطرة المقترحة AIB–EWMA–t ولوحة EWMA–t

قام الباحثين Chen و Lu [12] عام 2020 بتحسين حساسية لوحة السيطرة EWMA–t من خلال اقتراح لوحتي سيطرة الاولى GEWMA–t (Generally Weighted Moving Average–t) والثانية لوحة AIB–EWMA–t (Auxilyary information –based(AIB)) لمراقبة الانحرافات الصغيرة لمتوسط العملية بشكل كفؤ عندما يكون الانحراف المعياري للعملية غير مستقر. فقد استعملت لوحة AIB–EWMA–t عندما تكون خاصية النوعية قيد البحث مرتبطة بمتغير إضافي. وعلى فرض ان المتغيرين من التوزيع الطبيعي بمتوسطات وتباينات والارتباط بين المتغيرين للمجتمع معلومة. فقد استعمل الباحثين المحاكاة

للحصول على نتائج البحث وتقييم خصائص طول التشغيل للوحات السيطرة المقترحة ومقارنة بلوحة EWMA−t. واستنتج الباحثين بان أداء لوحة AIB−EWMA−t يكون أفضل مقارنة بأداء اللوحتين EWMA−t و GEWMA−t وفقا لمعيار معدلات اطوال التشغيل.اقترح الباحث Wangواخرون معه [13] عام 2020 لوحة سيطرة جديدة لـ EWMA−t من جانب واحد(NEWMA−t) باقتراح بداية جديدة للوحة السيطرة الجديدة باقتراح نقطة بداية جديدة لعملية تشغيل لوحة (NEWMA−t) مختلفة عن نقطة بداية تشغيل لوحة السيطرة التقليدية التي استعملت لمراقبة متوسط العملية. وقد استعمل الباحثون أسلوب محاكاة مونتي كارلو لدراسة خصائص طول التشغيل المتمثلة بمتوسط طول التشغيل (ARL) ووسيط طول التشغيل (MRL) و الانحراف المعياري لطول التشغيل (SDRL) ومن خلال العديد من تجارب المحاكاة توصل الباحثون بان أداء لوحة السيطرة الجديدة يكون افضل من أداء اللوحة التقليدية EWMA−t من جانب واحد تحديدا للقيم الصغيرة من معلمة التمهيد (λ) والقيم الصغيرة للتغير في العملية (δ).

و بناءا على ما تقدم ذكره نجد بان لوحات السيطرة التي تعتمد على استعمال إحصاء T تلعب دورا مهما لمراقبة متوسط العملية عندما يكون الانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة (σ_0)او تكون عملية تقديره غير مستقرة. لذا يتمثل **هدفنا في هذا البحث** بالتحري عن خصائص لوحة السيطرة Shewhart ولوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) للكشف عن الانحرافات في متوسط العملية من جانبين باستعمال إحصاء T بوجود التغير في الانحراف المعياري للعملية. بالإضافة الى استعمال لوحات السيطرة التقليدية متمثلة بلوحة Shewhart (لوحة− $\overline{X}$) ولوحة الـ EWMA لمراقبة متوسط العملية عندما يتم تقدير متوسط العملية (μ_0)والانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة (σ_0) وتطبيق تلك اللوحات لبيانات من الواقع العملي.

2.1 لوحة سيطرة المتوسط (لوحة − $\overline{X}$)

بافتراض تم سحب مجموعة من المشاهدات (عينات) $\{x_{i,1}, x_{i,2}, \ldots, x_{i,n}\}$ بحجم (n) بالوقت (i) حيث ان (i=1,2,…,m) وان القيمة النموذجية لحجم العينة يكون مساوي لـ n=5 .وعلى فرض ان هناك استقلالية ضمن وبين المجاميع (المشاهدات) وان المشاهدة x_{ij} موزعة توزيعا طبيعيا بمتوسط ($\mu_0 + a\sigma_0$) وانحراف معياري ($b\,\sigma_0$)[1] اي ان

$$x_{ij} \sim N(\mu_0 + a\sigma_0 , b\,\sigma_0) \qquad , i = 1,2, \ldots, m \ , \quad (1 \le j \le n)$$

فاذا كانت قيمة ($a = 0 , b = 1$) يقال بان العملية تحت السيطرة الاحصائية. وان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي تكون وفق الصيغة الاتية[15] :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_0}{\sigma_0}\right)^2\right) \ ; \qquad -\infty < x < \infty \qquad \ldots(1)$$

عندما تكون ($-\infty < \mu_0 < \infty$) و ($\sigma_0 > 0$) و تمثلان المتوسط والانحراف المعياري المعلوم للعملية تحت السيطرة. بخلاف ذلك، فان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي تكون وفق الصيغة الاتية:

$$f(x) = \frac{1}{b\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - (\mu_0 + a\sigma_0)}{b\sigma_0}\right)^2\right) \ ; \qquad -\infty < x < \infty \qquad \ldots(2)$$

يقال بان العملية خارج السيطرة الاحصائية. ويقال هناك انحراف في متوسط العملية (μ_0) عندما تكون قيمة ($a \neq 0$). او هناك الانحراف في الانحراف المعياري للعملية (σ_0) عندما تكون قيمة ($b \neq 1$). او يكون هناك انحراف في كليهما اي هناك انحراف في المتوسط (μ_0)والانحراف المعياري (σ_0) للعملية عنما تكون قيمة ($a \neq 0 , b \neq 1$). حيث ان المتوسط ($\bar{x}_i$) للمشاهدات المسحوبة بالوقت (i) ولكل الاوقات (i=1,2,…,m) يكون وفق الصيغة الاتية[1,14]:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \qquad \ldots(3)$$

ويعرف الانحراف المعياري (s_i) للمشاهدات المسحوبة بالوقت (i) ولكل الاوقات (i=1,2,…,m) وفق الصيغة الاتية:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2} \qquad ...(4)$$

وان المتوسط العام $(\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}})$ يحتسب من خلال المتوسط لمتوسطات m من العينات وفق الصيغة الاتية :

$$\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \bar{x}_i \qquad ...(5)$$

وكذلك تقديرالانحراف المعياري $(\hat{\sigma}_0)$يحتسب من الانحرافات المعيارية (s_i) وفق الصيغة الاتية:

$$\hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{s}}{c_4(n)} \qquad ...(6)$$

حيث ان $\bar{s}$ يمثل المتوسط للانحراف المعياري لـ m من العينات يحتسب وفق الصيغة الاتية:

$$\bar{s} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i \qquad ...(7)$$

وان قيمة $c_4(n)$ يتم الحصول عليها من جداول قيم ثوابت لوحات السيطرة .او يمكن اشتقاقها بافتراض ان x_{ij}تخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط وتباين ثابت وفق الصيغة الاتية[14] :

$$c_4(n) = \sqrt{\frac{2}{(n-1)}}.\frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{(n-1)}{2})} \qquad ...(8)$$

وتمثل $\Gamma(.)$ دالة كاما. لرسم نقاط $(\bar{x}_i)$مع حدي السيطرة الادنى $(L_{\bar{x}})$والاعلى $(U_{\bar{x}})$ على التوالي للوحة $\bar{X}$ – ويتم حسابها وفق الصيغة الاتية [1]:

$$L_{\bar{x}} = \hat{\mu}_0 - k\hat{\sigma}_0$$
$$U_{\bar{x}} = \hat{\mu}_0 + k\hat{\sigma}_0 \qquad ...(9)$$

وتكون قيمة k مساوية لـ $k = \frac{3}{\sqrt{n}}$.ان لوحة $\bar{X}$ – تمتلك اطوال تشغيل تخضع للتوزيع الهندسي, وان حساب قيم معدل طول التشغيل (ARL) للوحة– $\bar{X}$ تكون وفق الصيغة الاتية [2]:

$$ARL_{\bar{x}}(a,b) = \frac{1}{1 - F_N(\frac{(k-a)\sqrt{n}}{b}) + F_N(\frac{(-k-a)\sqrt{n}}{b})} \qquad ...(10)$$

حيث ان $F_N(.)$ تمثل دالة التوزيع التجميعية للتوزيع الطبيعي القياسي.

2.2 لوحة سيطرة –t

اقترحت لوحة سيطرة –t من قبل الباحث Zhang واخرون معه [2] عام 2009 التي تمتاز بكونها لا تعتمد على تقدير الانحراف المعياري للعملية لوضع حدي السيطرة للوحة السيطرة. على فرض بان العينات المسحوبة $\{x_{i,1}, x_{i,2}, ..., x_{i,n}\}$ بحجم (n) بالوقت (i) أي ان (i=1,2,...,m) بحجم عينة مساوي لـ (n) . وان هناك استقلالية ضمن وبين المجاميع (المشاهدات). وان المشاهدات x_{ij}موزعة توزيعا طبيعيا بمتوسط $(\mu_0 + a\sigma_0)$ وانحراف معياري $(b\,\sigma_0)$ [2,4], فاذا كانت قيمة $(a = 0, b = 1)$ يقال بان العملية تحت السيطرة الإحصائية وبخلاف ذلك, يقال بان العملية خارج السيطرة الإحصائية أي عندما تكون قيمة $(a \neq 0, b \neq 1)$.ولرسم لوحة – t يتم حساب احصاءة لوحة السيطرة (T_i) بالوقت (i) ولكل الاوقات (i=1,2,...,m) لكل العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغة ادناه :

$$T_i = \frac{(\bar{x}_i - \mu_0)\sqrt{n}}{s_i} \qquad ...(11)$$

اذ يتم الاعتماد على حساب قيم المتوسط $(\bar{x}_i)$ وقيم الانحراف المعياري (s_i) للمشاهدات المسحوبة بالوقت (i) ولكل الاوقات $(i=1,2,\ldots,m)$ لكل العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغة (3,4). وتمثل μ_0 قيمة المتوسط للعملية عندما تكون العملية تحت السيطرة الإحصائية , وإذ يمكن حساب قيمة المتوسط العام $(\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}})$ من خلال المتوسط لمتوسط لـ m من العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغة الاتية (5) [2] .وتكون احصاءة لوحة السيطرة (T_i) موزعة توزيع ستيودينت (Student's t distribution) t بدرجة حرية $(df=n-1)$ بدالة كثافة احتمالية تكون وفق الصيغة الاتية [15]:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{(n-1)}\beta(\frac{1}{2},\frac{(n-1)}{2})}(1+\frac{t^2}{(n-1)})^{-\frac{(n-1)+1}{2}} \quad ; \quad -\infty < t < \infty \qquad ...(12)$$

حيث ان $\beta(.,.)$ تمثل دالة بيتا. اذ ان توزيع t يكون توزيع متماثل حول نقطة الصفر لذلك فان المتوسط يكون مساوي للصفر عندما تكون درجة الحرية أكبر من الواحد عندما تكون العملية تحت السيطرة، اي ان

$$\text{Mean} = E(T_i) = 0 \qquad \forall \quad df = (n-1) > 1$$
$$\text{Mean} = E(T_i) = \text{undefined} \qquad \text{otherwise} \qquad ...(13)$$

وتباين مساوي لـ

$$\text{variance}(T_i) = \frac{(n-1)}{(n-1)-2} \qquad \forall \quad df = (n-1) > 2 \qquad ...(14)$$

وان دالة التوزيع التجميعية (cdf) لتوزيع t بدرجة حرية $(n-1)$ وبمستوى معنوية (α) تكون وفق الصيغة الاتية :

$$F_t = \int_{-\infty}^{t\alpha} f(t)\,dt = 1-\alpha \quad \text{or} \quad F_t = \int_{t\alpha}^{\infty} f(t)\,dt = \alpha \qquad ...(15)$$

يتم رسم نقاط (T_i)مع حدي السيطرة الادنى (L_t)والاعلى (U_t) على التوالي للوحة –T ويتم حسابها وفق الصيغة الاتية [1]:

$$U_t = F_t^{-1}((1-\frac{\alpha}{2})/df = (n-1))$$
$$L_t = -U_t \qquad ...(16)$$

اذ ان $F_t^{-1}((1-\frac{\alpha}{2})/df = (n-1))$ يمثل معكوس دالة التوزيع التجميعية (cdf) لتوزيع t بدرجة حرية $(n-1)$ وبمستوى معنوية (α) عادة تكون قيمتها مساوية لـ $\alpha = 0.0027$ التي تمثل احتمال وقوع نقطة خارج حدي السيطرة.وان اطوال تشغيل للوحة t تتبع التوزيع الهندسي .ان حساب قيم معدل طول التشغيل (ARL) للوحة –t يكون وفق الصيغة الاتية [2]:

$$ARL_t(a,b) = \frac{1}{1-F_t\,(U_t/df=(n-1),\delta=(\frac{a\sqrt{n}}{b}))+F_t\,(L_t/df=(n-1),\delta=(\frac{a\sqrt{n}}{b}))} \qquad ...(17)$$

وتمثل $F_t\,(./df=(n-1),\delta)$ دالة التوزيع التجميعية لتوزيع t غير المركزية (non – central Student's t distribution) , بدرجة حرية $(df=v=n-1)$ ومعلمة غير مركزيه $(\delta=(\frac{a\sqrt{n}}{b}))$.وتكون دالة التوزيع التجميعية لتوزيع t غير المركزية وفق الصيغة ادناه:

$$F_{v,\delta} = \frac{1}{2}\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!}(-\delta\sqrt{2})^{j}\exp(\frac{-\delta^2}{2})\frac{\frac{\Gamma(j+1)}{2}}{\sqrt{\pi}} I(\frac{v}{v+x^2};\frac{v}{2};\frac{j+1}{2}) \quad , x \geq 0$$

$$F_{v,\delta} = 1-\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!}(-\delta\sqrt{2})^{j}\exp(\frac{-\delta^2}{2})\frac{\frac{\Gamma(j+1)}{2}}{\sqrt{\pi}} I(\frac{v}{v+x^2};\frac{v}{2};\frac{j+1}{2}) \quad , x < 0 \qquad ...(18)$$

اذ ان $v = df = n = 1$ درجة الحرية وان المعلمة غير مركزية تكون مساوية لـ $(\delta = (\frac{a\sqrt{n}}{b}))$ و تمثل $\Gamma(.)$ دالة كاما وان I تمثل دالة بيتا الناقصة (incomplete beta function) .

2.3 لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا للمتوسط (EWMA - $\bar{x}$)

لنفرض العينات $\{x_{i,1}, x_{i,2}, ..., x_{i,n}\}$ سحبت بالوقت (i) اذ ان (i=1,2,...,m), بحجم عينة (n) بالوقت (i) اذ تكون القيمة النموذجية لحجم العينة مساوية لـ n=5 . وعلى فرض ان هناك استقلالية ضمن وبين المجاميع (المشاهدات) وان المشاهدة x_{ij} موزعة توزيعا طبيعيا بمتوسط $(\mu_0 + a\sigma_0)$ وانحراف معياري $(b\,\sigma_0)$ [2,4] اي ان

$$x_{ij} \sim N(\mu_0 + a\sigma_0 , b\,\sigma_0) \qquad , i = 1,2,...,m \ , \quad (1 \leq j \leq n)$$

فاذا كانت قيمة $(a = 0 , b = 1)$ يقال بان العملية تحت السيطرة الاحصائية. وتمثل كل من μ_0 و σ_0 قيمة المتوسط والانحراف المعياري المعلوم للعملية تحت السيطرة. بخلاف ذلك يقال بان العملية خارج السيطرة الاحصائية. ويقال هناك انحراف في متوسط العملية (μ_0) عندما تكون قيمة $(a \neq 0)$. او هناك انحراف في الانحراف المعياري للعملية (σ_0) عندما تكون قيمة $(b \neq 1)$.او يكون هناك انحراف في كليهما اي هناك انحراف في المتوسط (μ_0) والانحراف المعياري (σ_0) للعملية عندما تكون قيمة $(a \neq 0 , b \neq 1)$.

$$Z_i = \lambda\bar{x}_i + (1-\lambda)Z_{i-1} \qquad , i = 1, 2, ..., m \qquad ...(19)$$

اذ تمثل λ معلمة التمهيد وقيمتها تكون مساوية لـ $(0 < \lambda \leq 1)$. وان $\bar{x}_i$ يمثل متوسط العينة عند الوقت (i) يكون وفق الصيغة (3) المبينة في المبحث (2.1) .وتكون قيمة Z_0 مساوية لقيمة μ_0 أي ان $(Z_0 = \mu_0)$.ولرسم نقاط (Z_i) مع حدي السيطرة الادنى $(L_{EWMA-\bar{x}})$ و الاعلى $(U_{EWMA-\bar{x}})$ على التوالي للوحة EWMA - $\bar{x}$ ويتم حسابها وفق الصيغة الاتية :[2,4]

$$L_{EWMA-\bar{x}} = \mu_0 - h\sigma_0$$
$$U_{EWMA-\bar{x}} = \mu_0 + h\sigma_0 \qquad ...(20)$$

وتكون قيمة h مساوية لـ $h = k\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$, وان قيمة k تمثل قيمة ثابت حد السيطرة التي يتم تحديدها من قبل الباحث للحصول على متوسط طول التشغيل (ARL) للوحة السيطرة المرغوبة. وتمثل μ_0 قيمة المتوسط للعملية عندما تكون العملية تحت السيطرة الإحصائية , ويمكن تقديره $(\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}})$ بحساب المتوسط للمتوسطات (m) من العينات وفق الصيغة (5) المبينة في المبحث (2.1). وتمثل σ_0 قيمة الانحراف المعياري للعملية عندما تكون العملية تحت السيطرة الإحصائية, ويمكن تقدير الانحراف المعياري $(\hat{\sigma}_0)$ باستعمال متوسط الانحرافات المعيارية (s_i) وفق الصيغة (6) المبينة في المبحث (2.1) .

2.4 لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا لتوزيع T (EWMA - t)

لمجموعة البيانات $\{x_{i,1}, x_{i,2}, \ldots, x_{i,n}\}$ المسحوبة بالوقت (i) حيث ان (i=1,2,…,m), بحجم عينة (n) بالوقت (i) . اذ تكون القيمة النموذجية لحجم العينة مساوية لـ n=5 .بافتراض وجود الاستقلالية ضمن وبين المجاميع (المشاهدات) وتكون المشاهدة x_{ij} موزعة توزيعا طبيعيا بمتوسط $(\mu_0 + a\sigma_0)$ وانحراف معياري $(b\,\sigma_0)$ [2,4] اي ان

$$x_{ij} \sim N(\mu_0 + a\sigma_0 , b\,\sigma_0) \qquad , i = 1,2, \ldots, m \ , \quad (1 \le j \le n)$$

يقال بان العملية تحت السيطرة الاحصائية اذا كانت $(a = 0 , b = 1)$.وتمثل كل من μ_0 و σ_0 قيمة المتوسط والانحراف المعياري المعلوم للعملية تحت السيطرة. عدا ذلك يقال بان العملية خارج السيطرة الاحصائية .ويكون هناك انحراف في متوسط العملية (μ_0) فان قيمة $(a \neq 0)$.اوهناك انحراف في الانحراف المعياري للعملية (σ_0) عندما تكون قيمة $(b \neq 1)$.وعندما تكون قيمة $(a \neq 0 , b \neq 1)$ يقال بان هناك انحراف في كليهما أي انحراف في المتوسط (μ_0) والانحراف المعياري (σ_0) للعملية .

$$Y_i = \lambda T_i + (1-\lambda) Y_{i-1} \qquad , i = 1, 2, \ldots, m \qquad \ldots(21)$$

وتمثل λ معلمة التمهيد وتكون قيمتها $(0 < \lambda \le 1)$.ويتم حساب احصاءة T بالوقت (i) و لكل الاوقات (i=1,2,…,m) لكل العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغة (11) السابقة [2,4]:

$$T_i = \frac{(\bar{x}_i - \mu_0)\sqrt{n}}{s_i}$$

اذ يكون توزيع احصاءة (T_i) يتبع توزيع ستيودينت t (Student's t distribution) بدرجة حرية (df=n−1).ويكون هذا توزيع متماثل حول نقطة الصفر لذلك فان $E(Y_i) = E(T_i) = 0$. وان $\bar{x}_i$ يمثل متوسط العينة عند الوقت (i) يكون وفق الصيغة (3)المبينة في المبحث (2.1).و ان حساب الانحراف المعياري (s_i) للمشاهدات المسحوبة بالوقت (i) ولكل الاوقات (i=1,2,…,m) وفق الصيغة (4) المبينة في المبحث (2.1). وتمثل μ_0 قيمة المتوسط للعملية عندما تكون العملية تحت السيطرة الإحصائية , ويمكن تقديره $(\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}})$ بحساب المتوسط للمتوسطات (m) من العينات وفق الصيغة (5) المبينة في المبحث (2.1).

وان رسم احصاءة (Y_i) للوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا لتوزيع T (EWMA - t) مقابل الوقت (i=1,2,…,m). عندما تكون قيمة Y_0 مساوية لقيمة μ_0 أي ان $(Y_0 = \mu_0)$ عندما تكون العملية تحت السيطرة , لذلك فان حدي السيطرة الادنى (L_{EWMA-t}) و الاعلى (U_{EWMA-t}) للوحة EWMA - t يتم حسابها على التوالي وفق الصيغ الاتية [2,4]:

$$L_{EWMA-t} = -U_{EWMA-t} \qquad \ldots(22)$$

$$L_{EWMA-t} = -k\sqrt{\frac{\lambda}{(\lambda-2)}\left(\frac{n-1}{n-3}\right)} \qquad \ldots(23)$$

وتعرف القيمة k بقيمة ثابت حد السيطرة التي يتم اختيارها من قبل الباحث للحصول على الخصائص المرغوب بها لمراقبة النوعية للعملية تحت السيطرة اذ يتم اعتماد القيمة النموذجية لحجم العينة المساوي لـn=5.وتمثل λ معلمة التمهيد وقيمتها تكون $(0 < \lambda \le 1)$.

2.5 أسلوب سلسلة ماركوف لحساب خصائص لوحتي المتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA - $\bar{x}$)و (EWMA - t) .

نتناول في هذا المبحث أسلوب سلسة ماركوف [17,16]الذي استعمل لحساب خصائص طول التشغيل للوحتي السيطرة EWMA - $\bar{x}$و EWMA - t .اذ يتم تقسيم فترة القرار بحدي السيطرة (L , U) للوحتين وتمثيلها بسلسلة ماركوف بأوقات متقطعة بعدد حالات (p +1) عندما تأخذ الحالات الانتقالية الأرقام (1 , 2, 3, … , p) . وتمثل الحالة رقم (p +1)الحالة المشبعة (absorbing state). وتكون مصفوفة الاحتمالات الانتقالية(P) لسلسة ماركوف المتقطعة بالوقت وفق الصيغة الاتية [2,4]:

$$P=\begin{bmatrix} Q & \underline{r} \\ \underline{0}^T & 1 \end{bmatrix}=P=\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots Q_{1p} & r_1 \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots Q_{2p} & r_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{p1} & Q_{p2} & \dots Q_{pp} & r_p \\ 0 & 0 & \dots 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \dots(24)$$

وتمثل المصفوفة Qمصفوفة الاحتمالات الانتقالية من الرتبة (pxp),ويكون المتجه الصفري $\underline{0}^T=(0\ 0\ 0\ 0 \dots 0)$ من الرتبة (px1).ويمثل المتجه $\underline{r}$ القيم الاحتمالية لطول التشغيل يحقق الصيغة ادناه:

$$\underline{r}=\underline{1}-Q\underline{1} \qquad \dots(25)$$

ويكون المتجه $\underline{1}$ برتبة (px1) تكون قيمة عناصره مساوية للواحد.اذ يجب ان يكون مجموع عناصرصف المصفوفة الاحتمالية P مساوي للواحد. اذ يتم حساب القيم الاحتمالية Q_{ij} للمصفوفة Q لتحديد قيم المتوسط والانحراف المعياري لطول التشغيل للوحة EWMA - $\bar{x}$فيكون وفق الصيغة ادناه[2,4] :

$$Q_{ij}=F_N\left(\left(\frac{H_j+\delta-(1-\lambda)H_i}{\lambda}-a\right)\frac{\sqrt{n}}{b}\right)-F_N\left(\left(\frac{H_j-\delta-(1-\lambda)H_i}{\lambda}-a\right)\frac{\sqrt{n}}{b}\right) \qquad \dots(26)$$

وتمثل $F_N(.)$ دالة التوزيع التجميعية للتوزيع الطبيعي القياسي.

اما حساب القيم الاحتمالية Q_{ij} للمصفوفة Q لتحديد قيم المتوسط والانحراف المعياري لطول التشغيل للوحة EWMA - t فيكون وفق الصيغة ادناه [2,4]:

$$Q_{ij}=F_t\left(\left(\frac{H_j+\delta-(1-\lambda)H_i}{\lambda}-a\right)\backslash n\text{-}1,\frac{a\sqrt{n}}{b}\right)-F_t\left(\left(\frac{H_j-\delta-(1-\lambda)H_i}{\lambda}-a\right)\backslash n\text{-}1,\frac{a\sqrt{n}}{b}\right) \quad \dots(27)$$

وتمثل $F_t(.)$ دالة التوزيع التجميعية للتوزيع t غير المركزي بدرجة حرية مساوية لـ df=(n−1) ومعلمة مركزية مساوية لـ $\delta=\frac{a\sqrt{n}}{b}$.

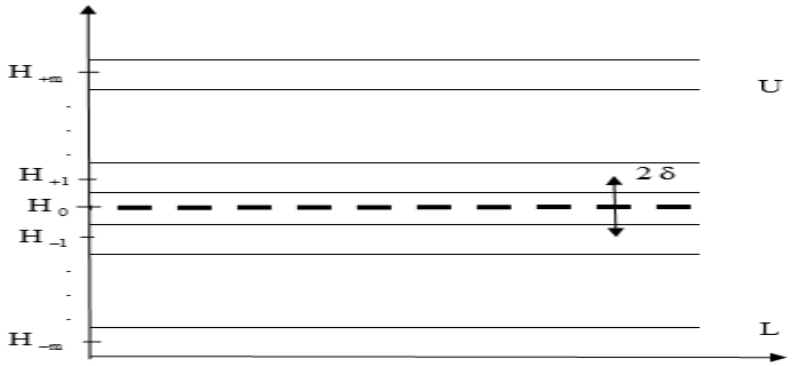
على فرض بان المتجه $\underline{q}^T=(q_1\ q_2\ q_3\ \dots\ q_p)$ يمثل متجه القيم الاحتمالية الابتدائية من الرتبة (1xp). وعلى فرض ان L يمثل عدد الخطوات لغاية وصول العملية للحالة المشبعة. ويمكن ان نعرف دالة الكتلة الاحتمالية لطول التشغيل وفق الصيغة ادناه:

$$f(\ell/Q,q)=q^TQ^{\ell-1}\underline{r} \qquad \dots(28)$$

وان دالة التوزيع التجميعية لطول التشغيل وفق الصيغة ادناه:

$$F(\ell/Q,q)=\underline{1}-q^TQ^{\ell-1}\underline{r} \qquad \dots(29)$$

بتقسيم الفترة بين حدي السيطرة الأعلى والادنى للوحة الى (p=2m +1) من الفترات الجزئية [16, 17] بعرض (2δ) عندما تكون ($\delta = (\frac{U - L}{2p})$) . على فرض ان الحالات ($H_j , j = -m,..., -1,0,1, ..., m$) تمثل نقطة المنتصف للفترة الجزئية (j) عندما يكون عدد الحالات p كبير بما فيه الكفاية فان هذا التقريب بعدد حالات محدودة يزودنا بطريقة فعالة للحصول على خصائص اطوال التشغيل مقدرة بدقة انظر الشكل ادناه .



الشكل1 . يوضح الفترة بين الحد الأدنى والاعلى مقسمة الى p=2m+1 من الفترات الجزئية بعرض 2δ

ويمكن تعريف العنصر q_j من المتجه $\underline{q}^T$ للوحة $\bar{x}$ - EWMA وفق الصيغة الاتية :

$$q_j = 1 \quad \text{if} \quad H_j - \delta < Z_0 < H_j + \delta$$
$$q_j = 0 \quad \text{otherwise} \qquad ...(30)$$

وكذلك يعرف العنصر q_j من المتجه $\underline{q}^T$ للوحة t - EWMA وفق الصيغة الاتية :

$$q_j = 1 \quad \text{if} \quad H_j - \delta < Y_0 < H_j + \delta$$
$$q_j = 0 \quad \text{otherwise} \qquad ...(31)$$

ويمكن تحديد معدل طول التشغيل (ARL) وفق الصيغة ادناه[17,16]:

$$ARL = E(L) = \mu = q^T (I - Q)^{-1} 1 \qquad ...(32)$$

باستعمال العلاقة بين العزوم العاملية والعزوم المركزية $(I - Q)\ \mu^{(i)} = i\ Q\, \mu^{(i)}$ ويمكن تحديد الانحراف المعياري لطول التشغيل (SDRL) وفق الصيغة ادناه[17,16]:

$$SDRL = \sigma(L) = \sqrt{2q^T ((I - Q)^{-1} - I)\,\mu + \mu - (\mu)^2} \qquad ...(33)$$

3. الجانب العملي ومناقشة نتائج البحث

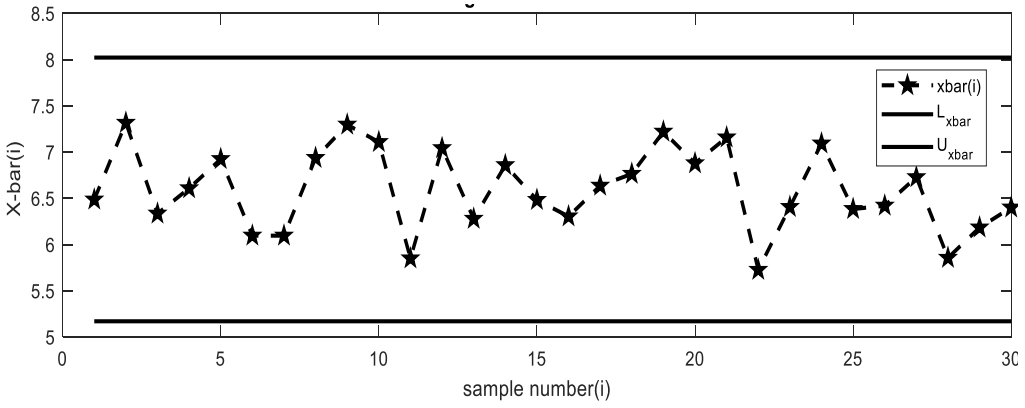
في هذا المبحث يتم عرض لوصف وتحليل واقع مجتمع وعينة الدراسة في الشركة العامة للمنتوجات الغذائية – مصنع المأمون في الزعفرانية، اذ نبين تفاصيل البيانات المعتمدة لغرض إعداد لوحات السيطرة الإحصائية. فقد تم سحب عينات من المنتوج وتسجيل القراءات لعينة قوامها خمس علب للعينة الواحدة (مشاهدات) وعلى اوقات متتالية عددها (30) عينة من منتج كريم اليد بلسم (عينة الدراسة) . اذ يتم اجراء فحص الحامضية (PH) الذي يعد العامل الحاسم في جودة المنتج. وفقا لحساب خرائط السيطرة المستخدمة من قبل قسم السيطرة النوعية في الشركة – تعد القيمة (6.5) من فحص الحامضية (PH) في منتج كريم اليد بلسم هي المواصفة التصميمية المستهدفة وتمثل القيمة (7) الحد الاعلى وقيمة (6) كحد أدني. فقد تم اجراء الفحوصات لعينة الدراسة لتطبيق لوحات السيطرة الاحصائية لكشف الانحرافات عن الجودة المستهدفة لمنتوج.

اولا– لوحة – $\overline{X}$

لرسم لوحة سيطرة $(\overline{X})$ لكل العينات المسحوبة من المنتوج والقراءات المسجلة لمتغير المادة الحامضية لعينة قوامها خمس علب للعينة الواحدة (مشاهدات) وعلى الاوقات المتتالية عددها (30) من منتج كريم اليد بلسم (عينة الدراسة) نتبع الخطوات ادناه:–

- تقدير المتوسط $(\overline{x}_i)$ وفق الصيغة (1) بالوقت (i) ولكل الاوقات $(i=1,2,\ldots,30)$ ولكل العينات المسحوبة من المنتج كما مبين في الجدول A انظر الملحق.
- تقدير الانحراف المعياري (s_i) وفق الصيغة (2) بالوقت (i) ولكل الاوقات $(i=1,2,\ldots,30)$ ولكل العينات المسحوبة من المنتج كما مبين في الجدول A انظر الملحق.

وقد تم اجراء لاختبار ملائمة البيانات للتوزيع الطبيعي باستعمال اختبار Kolmogrov–Smirnov(K–S) بالتطبيق الاحصائي Minitab. للعمود البيانات الذي يمثل المتوسط العينات الخمس لمتغير المادة الحامضية $(\overline{x}_i)$ لعينة قوامها خمس علب للعينة الواحدة (مشاهدات) وعلى اوقات متتالية عددها (30) عينة من منتج كريم اليد بلسم (عينة الدراسة) انظر الشكل a في الملحق . ونلاحظ منه بان البيانات(المتوسطات المحسوبة على اوقات متتالية عددها (30) تتبع التوزيع الطبيعي بالمعلمتين $(\mu = 6.596, \sigma = 0.4472)$. لرسم لوحة – $\overline{X}$ لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم , استعملت الصيغ المبينة في المبحث 2.1 ,وقد تم كتابة برامج باستخدام برنامج Matlab –R2018a للحصول النتائج اللازمة لرسم اللوحة المبينة ادناه. فقد تم تقدير قيمة المتوسط $\hat{\mu}_0 = \overline{\overline{x}} = 6.596$ وفق الصيغة (5),و لحساب قيمة الانحراف المعياري للعملية عندما تكون تحت السيطرة $(\hat{\sigma}_0)$, فقد تم حساب قيمة متوسط الانحراف المعياري $(\bar{s} = 0.999)$ وفق الصيغة (7) لـ m من الأوقات وحجم العينة بالوقت (i) تكون مساوية لـ(n=5), و حساب $c_4(n) = 0.94$ وفق الصيغة (8) , وكانت قيمة $(\hat{\sigma}_0)$ مساوية لـ $\hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{s}}{c_4(n)} = \frac{0.999}{0.94} = 1.0628$ وفق الصيغة (6), وتحديد قيمة ثابت حد السيطرة المساوية لـ $k = \frac{3}{\sqrt{5}} = 1.3416$ وأخيرا حساب قيمة حدي السيطرة الأدنى والاعلى وفق الصيغة (9) وكانت مساوية لـ $(L_{\overline{X}} = 5.170 \, , U_{\overline{X}} = 8.022)$.ونلاحظ من الشكل 2 بان جميع النقاط تقع ضمن حدي السيطرة للوحة – $\overline{X}$ لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم وبالتالي فان العملية تعد تحت السيطرة.



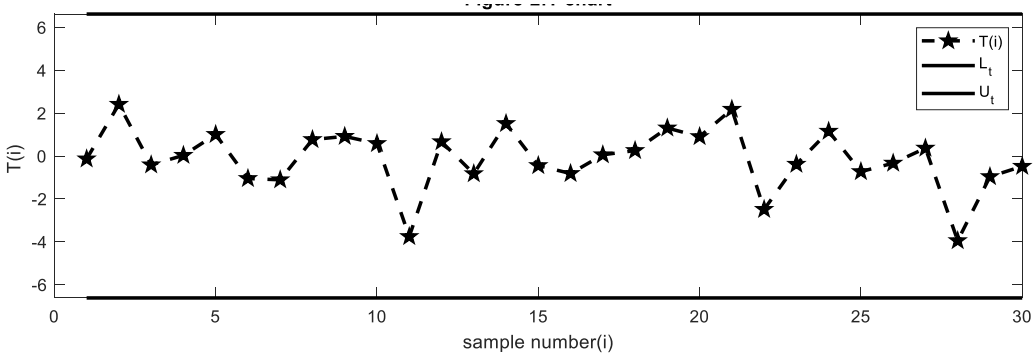
الشكل 2 . يبين رسم لوحة – $\overline{X}$ لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم .

ثانيا– لوحة سيطرة – t

لرسم لوحة سيطرة – t لكل العينات المسحوبة من المنتوج والقراءات المسجلة لمتغير المادة الحامضية لعينة قوامها خمس علب للعينة الواحدة (مشاهدات) وعلى الاوقات المتتالية عددها (30) من منتج كريم اليد بلسم (عينة الدراسة)نتبع الخطوات ادناه: –

- حساب قيم المتوسط $(\bar{x}_i)$ وقيم الانحراف المعياري (s_i) للمشاهدات المسحوبة بالوقت (i) لكل الأوقات (i=1,2,...,m) ولكل العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغة (3,4).وكذلك اعتماد حساب قيمة المتوسط العام $(\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}})$ يحتسب من خلال المتوسط لمتوسط m من العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغ (5,4,3) على التوالي وكما مبين في الجدول A انظر الملحق.
- حساب احصاءة لوحة السيطرة $T_i = \frac{(\bar{x}_i - \hat{\mu}_0)\sqrt{n}}{s_i}$ وفق الصيغة (11) بالوقت (i) لكل الاوقات (i=1,2,...,30) ولكل العينات المسحوبة من المنتج كما مبين في الجدول A. انظر الملحق .

لرسم لوحة – T لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم , تم استعمال المعادلات المبينة في المبحث 2.2 , وقد تم استخدام برامج كتبة ببرنامج Matlab –R2018a للحصول على النتائج اللازمة لرسم اللوحة المبينة ادناه . فقد تم تقدير قيمة المتوسط $\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}} = 6.596$وفق الصيغة (5),وتحديد قيمة $\alpha = 0.0027$ التي تمثل احتمال وقوع نقطة خارج حدي السيطرة[2]. وحساب قيمة حدي السيطرة الأدنى والاعلى وفق الصيغة (16) وكانت مساوية لـ $(L_t = -6.6201,\ U_t = 6.6201)$. ونلاحظ من الشكل 3 بان جميع النقاط تقع ضمن حدي السيطرة للوحة –T لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم وبالتالي فان العملية تعد تحت السيطرة.



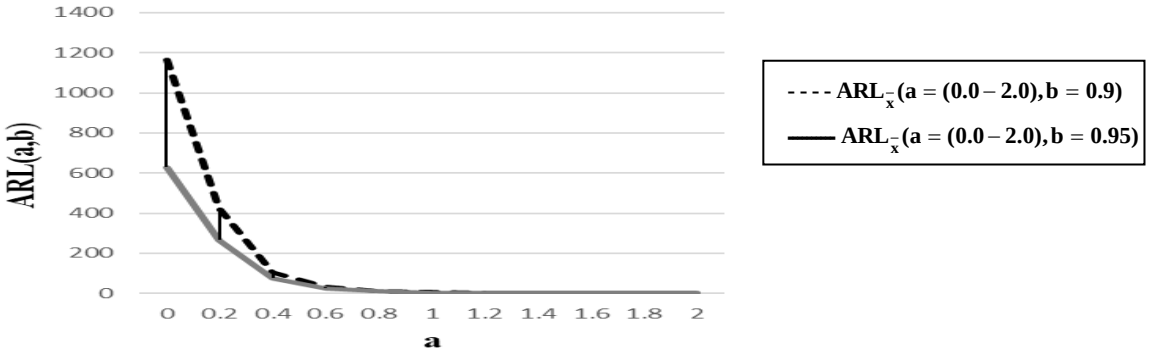
الشكل 3 . يبين رسم لوحة – t لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم .

ثالثا– حساب قيم معدلات اطوال التشغيل للوحة سيطرة – $\bar{X}$ و لوحة – t

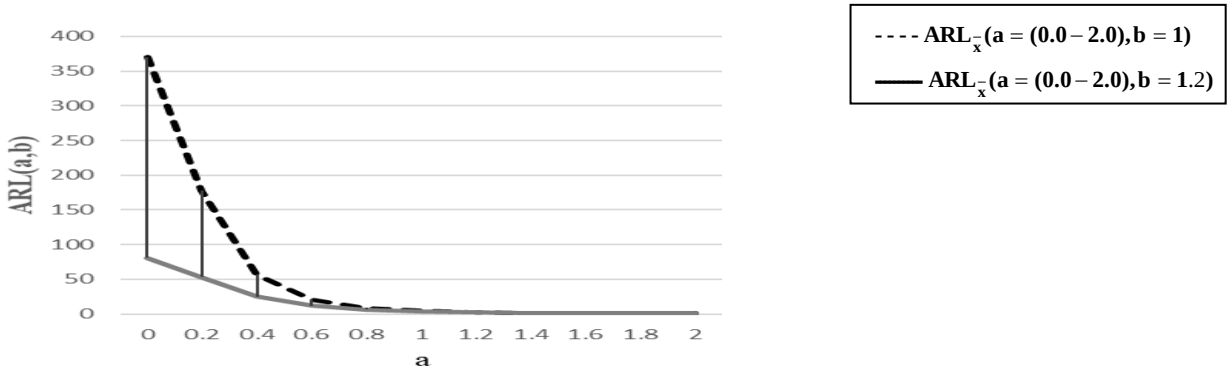
ولحساب قيم معدلات اطوال التشغيل (ARL) للوحات سيطرة – $\bar{X}$ وللوحات – t , فقد تم استخدام برامج كتبة ببرنامج Matlab –R2018a للحصول على قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_{\bar{x}}(a,b))$ للوحات سيطرة– $\bar{X}$ وفق الصيغة (10) المبينة في المبحث 2.1. وكذلك قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_t(a,b))$ للوحات – t وفق الصيغة (17) المبينة في المبحث 2.2.

ولدراسة تأثير التغير في قيمة متوسط العملية (a), فقد تم فرض التغير في قيمة متوسط العملية (a) لتكن محصورة بين القيمتين الصفر واثنان اي ان $(a = (0.0\ ,\ 2.0))$.وكذلك تأثير تغير قيمة الانحراف المعياري للعملية $(b\,\sigma_0)$, وكذلك تم فرض التغيرفي قيمة الانحراف المعياري للعملية (b) لتكن قيمة b محصورة بين القيمتين 0.9 و 1.2 اي ان $(b = (0.9\ ,\ 1.2))$, على قيم معدلات اطوال التشغيل وفقا لقيم (a,b) المتقدم ذكرها لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم .لقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجداول 1,2. نلاحظ بان قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_{\bar{x}}(a,b))$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$ اي ان (معدل عدد العينات المأخوذة لحين ورود اشارة الى ان العملية تعد خارج السيطرة) تكون

- متناقصة بزيادة التغير في قيمة المتوسط $(\mu_0 + a\sigma_0)$بتغير قيمة (a) عند ثبوت قيمة b.فمثلا تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0, b = 1)$ مساوية لـ 370.398 , في حين تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 1.2, b = 1)$ مساوية لـ 2.661.
- متزايدة بتناقص التغير في قيمة الانحراف معياري ($b\,\sigma_0$)اي عند ما تكون قيمة (b)اقل من الواحد ,فمثلا تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0, b = 0.9)$ مساوية لـ 1165.337 , في حين تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0, b = 0.95)$ مساوية لـ 629.275 , وكما مبين في الشكل 4.1.
- متناقصة بزيادة التغير في قيمة الانحراف معياري ($b\,\sigma_0$)اي عند ما تكون قيمة (b)اكبر من الواحد.فمثلا تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0, b = 1.1)$ مساوية لـ 156.592 , في حين تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0, b = 1.2)$ مساوية لـ 80.52 وكما مبين في الشكل 4.2.



الشكل 4.1 يبين رسم قيم معدلات اطوال التشغيل $ARL_{\bar{x}}(a = (0.0 - 2.0), b = 0.9, 0.95)$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$ لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم.



الشكل 4.2 يبين رسم قيم معدلات اطوال التشغيل $ARL_{\bar{x}}(a = (0.0 - 2.0, b = 1, 1.2)$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$ لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم.

في حين نجد بان قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_t(a, b))$للوحات – t تكون

- ثابتة عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية مساوي للصفر اي $(a = 0)$ عند كل القيم المفترضة للتغير في الانحراف المعياري للعملية (b) .ويعود ذلك لكون المعلمة الغير المركزية لتوزيع t غير المركزي تكون وفق الصيغة $(\delta = (\frac{a\sqrt{n}}{b}))$.وبذلك تكون قيمة $(\delta = 0)$ عند كل القيم المفترضة للتغير في الانحراف المعياري (b) للعملية .
- متناقصة بزيادة التغير في قيمة المتوسط $(\mu_0 + a\sigma_0)$ بتغير قيمة (a) عند ثبوت قيمة b.اذ تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0, b = 1)$ تكون مساوية لـ 370.37 , في حين تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 1.6, b = 1)$ مساوية لـ 7.085.
- متزايدة بزيادة التغير في قيمة الانحراف معياري ($b\,\sigma_0$),فمثلا تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0.2, b = 0.9)$ تكون مساوية لـ 251.248,في حين تكون قيمة معدل طول التشغيل عند القيم لـ $(a = 0.2, b = 1.2)$ تكون مساوية لـ 293.233 .

جدول 1. قيم معدلات اطوال التشغيل للوحات سيطرة - $\bar{X}$ لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم.

	$ARL_{\bar{x}}(a,b)$						
a	**b=0.9**	**b=0.95**	**b=1.0**	**b=1.05**	**b=1.1**	**b=1.15**	**b=1.2**
0.0	1165.337	629.275	370.398	233.933	156.592	110.025	80.52
0.2	426.428	266.969	177.732	124.419	90.795	68.604	53.385
0.4	103.502	74.889	56.593	44.308	35.715	29.49	24.847
0.6	30.588	24.729	20.564	17.501	15.182	13.383	11.956
0.8	11.211	9.884	8.856	8.041	7.383	6.842	6.392
1.0	5.051	4.747	4.495	4.284	4.104	3.949	3.814
1.2	2.759	2.707	2.661	2.621	2.586	2.554	2.526
1.4	1.793	1.803	1.812	1.82	1.827	1.834	1.841
1.6	1.352	1.373	1.392	1.411	1.428	1.444	1.460
1.8	1.146	1.163	1.180	1.197	1.213	1.229	1.245
2.0	1.054	1.065	1.076	1.087	1.099	1.111	1.124

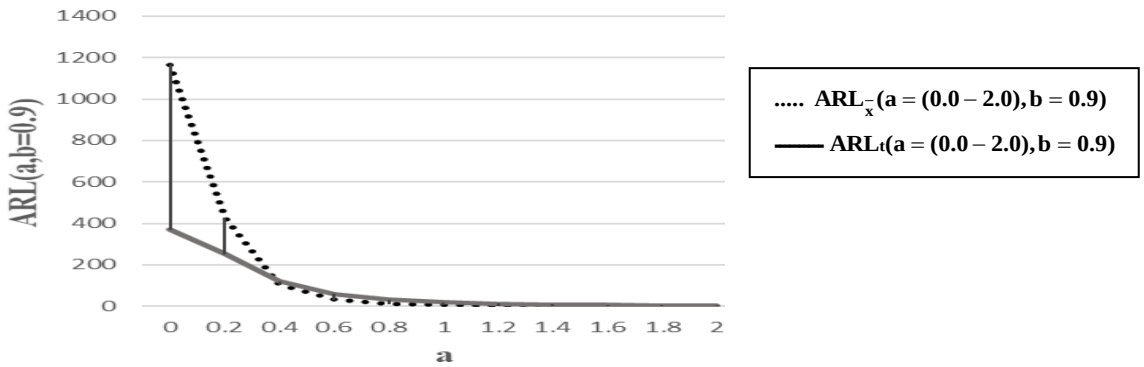
جدول 2. قيم معدلات اطوال التشغيل للوحات سيطرة – t لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم.

	$ARL_t(a,b)$						
a	**b=0.9**	**b=0.95**	**b=1.0**	**b=1.05**	**b=1.1**	**b=1.15**	**b=1.2**
0.0	370.37	370.37	370.37	370.37	370.37	370.37	370.37
0.2	251.248	260.06	268.041	275.275	281.839	287.805	293.233
0.4	120.669	130.576	140.224	149.582	158.625	167.338	175.713
0.6	59.106	65.802	72.610	79.493	86.415	93.346	100.26
0.8	31.526	35.726	40.112	44.665	49.361	54.181	59.106
1.0	18.29	20.947	23.775	26.764	29.904	33.182	36.589
1.2	11.432	13.162	15.029	17.028	19.156	21.407	23.775
1.4	7.628	8.792	10.06	11.432	12.907	14.482	16.155
1.6	5.388	6.197	7.085	8.052	9.099	10.226	11.432
1.8	4.000	4.579	5.218	5.918	6.680	7.505	8.392
2.0	3.102	3.528	4.000	4.519	5.086	5.702	6.368

وبمقارنة قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_{\bar{x}}(a,b))$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$ مع قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_t(a,b))$ للوحات سيطرة – t وفقا لقيم (a,b) المتقدم ذكرها لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم نلاحظ بان :-

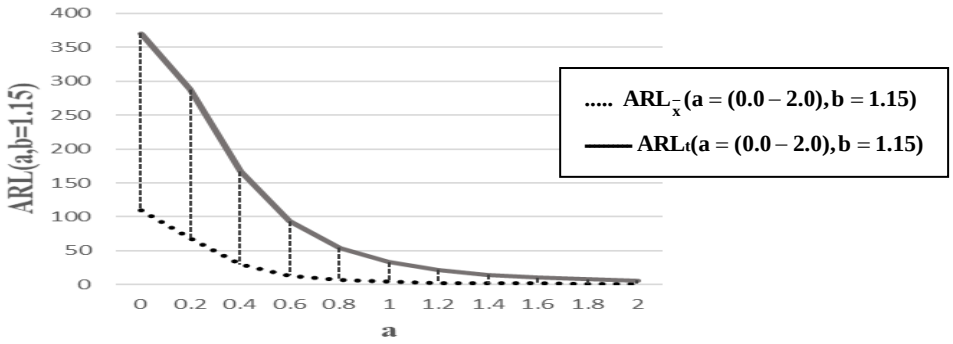
- قيم معدلات اطوال التشغيل للوحات – t تكون عموما اكبر من قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_{\bar{x}}(a,b))$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$ ولكل القيم المفترضة لـ (a,b) المتقدم ذكرها. كما مبين في الشكل 5.1 والشكل 5.2.
- قيم معدلات اطوال التشغيل للوحات –t تكون اصغر من قيم معدلات اطوال التشغيل $(ARL_{\bar{x}}(a,b))$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$. بكلام اخر تعد لوحة –t حساسة اكثر من لوحة سيطرة – $\bar{X}$ للتغير في قيمة المتوسط وللتغيير في قيمة الانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة .تحديدا عندما تكون قيمة التغير في المتوسط مساوية للصفر و0.2 و قيمة التغير في الانحراف المعياري مساوي لـ 0.9 و 0.95 للعملية تحت السيطرة اي عند القيم لـ $(a = 0, 0.2)$ و $(b = 0.9, 0.95)$ اذ تكون

1. قيمة معدل طول التشغيل للوحة – $\bar{X}$ مساوية لـ 1165.337 وهي اكبر مقارنة بقيمة معدل طول التشغيل للوحة– t المساوية لـ 370.37 عند القيم لـ $(a = 0, b = 0.9)$.
2. قيمة معدل طول التشغيل للوحة – $\bar{X}$ مساوية لـ 629.275 وهي اكبر مقارنة بقيمة معدل طول التشغيل للوحة– t المساوية لـ 370.37 عند القيم لـ $(a = 0, b = 0.95)$.
3. قيمة معدل طول التشغيل للوحة – $\bar{X}$ مساوية لـ 426.428 وهي اكبر مقارنة بقيمة معدل طول التشغيل للوحة–t المساوية لـ 251.248 عند القيم لـ $(a = 0.2, b = 0.9)$.
4. قيمة معدل طول التشغيل للوحة – $\bar{X}$ مساوية لـ 266.969 وهي اكبر مقارنة بقيمة معدل طول التشغيل للوحة–t المساوية لـ 260.06 عند القيم لـ $(a = 0.2, b = 0.95)$.



الشكل 5.1. يبين رسم قيم معدلات اطوال التشغيل $ARL_{\bar{x}}(a = (0.0 - 2.0), b = 0.9)$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$ و $ARL_t(a = (0.0 - 2.0), b = 0.9)$ للوحات سيطرة – t لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم.

5. قيمة معدلات اطوال التشغيل للوحة – $\bar{X}$ اقل مقارنة بقيم معدلات اطوال التشغيل للوحة–t لكل قيم التغير في المتوسط مساوية للصفر و0.2 و قيمة التغير في الانحراف المعياري مساوي لـ 1.15 لعملية تحت السيطرة.



الشكل 5.2. يبين رسم قيم معدلات اطوال التشغيل $ARL_{\bar{x}}(a=(0.0-2.0), b=1.15)$ للوحات سيطرة – $\bar{X}$ و $ARL_t(a=(0.0-2.0), b=1.15)$ للوحات سيطرة – t لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم.

رابعا – لوحة $\bar{X}$ - EWMA

لرسم لوحة سيطرة $\bar{X}$ - EWMA لكل العينات المسحوبة من المنتوج والقراءات المسجلة لمتغير المادة الحامضية لعينة قوامها خمس علب للعينة الواحدة (مشاهدات) وعلى الاوقات المتتالية عددها (30) من منتج كريم اليد بلسم (عينة الدراسة) نتبع الخطوات ادناه:-

- حساب المتوسط ($\bar{x}_i$) وفق الصيغة (1) بالوقت (i) ولكل الاوقات (i=1,2,…,30) لكل العينات المسحوبة من المنتج كما مبين في الجدول A انظر الملحق.
- حساب الانحراف المعياري (s_i) وفق الصيغة (2) بالوقت (i) ولكل الاوقات (i=1,2,…,30) لكل العينات المسحوبة من المنتج كما مبين في الجدول A انظر الملحق.
- حساب احصاءة لوحة السيطرة (Z_i) وفق الصيغة (19) بالوقت (i) ولكل الاوقات (i=1,2,…,30) لكل العينات المسحوبة من المنتج.

يتم رسم لوحة $\bar{X}$ - EWMA لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم , باستعمال الصيغ المبينة في المبحث 2.1 والمبحث 2.3 . وقد تم استخدام برامج كتبة ببرنامج Matlab-R2018a للحصول النتائج اللازمة لرسم اللوحة فقد تم اعتماد قيمة $\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}} = 6.596$ المحتسبة وفق الصيغة (5) و حساب قيمة $\hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{s}}{c_4(n)} = \frac{0.999}{0.94} = 1.0628$ وفق الصيغة (6) . وحساب قيمة حدي السيطرة للوحة $\bar{x}$ - EWMA ولعدة قيم لـ $(k\ ,\ \lambda)$ كما مبينة في الجدول 3.

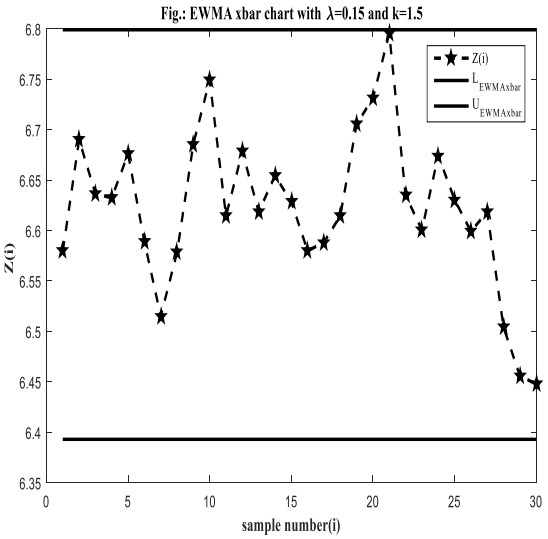
جدول 3. قيم المعلمات $(k\ ,\ \lambda)$ وقيم حدي السيطرة للوحة $\bar{x}$ - EWMA عندما تكون (Sample size(n)= 5 , m=30) لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم.

	$(k\ ,\ \lambda)$	$(L_{EWMA-\bar{x}}, U_{EWMA-\bar{x}})$	d = U - L
1	$(\lambda = 0.15, k = 1.25)$	(6.4268 , 6.7652)	0.3384
2	$(\lambda = 0.2, k = 1.25)$	(6.398 , 6.794)	0.396
3	$(\lambda = 0.4, k = 1.25)$	(6.2989 , 68931)	0.5942
4	$(\lambda = 0.15, k = 1.5)$	(6.393 , 6.799)	0.406
5	$(\lambda = 0.2, k = 1.5)$	(6.3584, 6.8336)	0.4752
6	$(\lambda = 0.4, k = 1.5)$	(6.2395 ,6.9525)	0.713

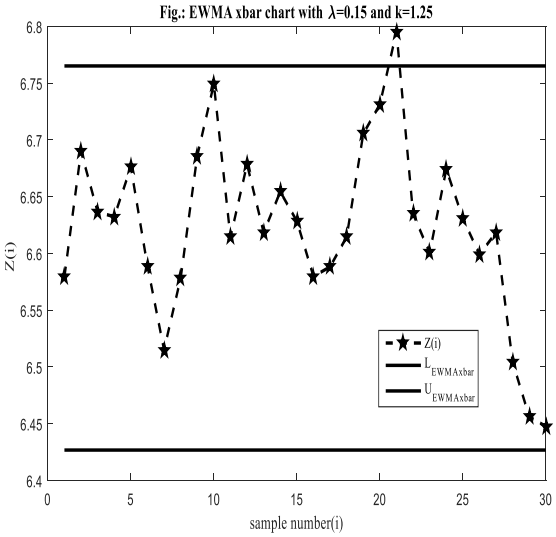
نلاحظ من الجدول 3 بان المسافة بين حدي السيطرة الأعلى والادنى $(L_{EWMA-\bar{x}}, U_{EWMA-\bar{x}})$ للوحة $\bar{X}$ - EWMA تكون

- متزايدة بزيادة قيمة معلمة التمهيد (λ) بثبوت قيمة ثابت حد السيطرة (k) .
- متزايدة بزيادة قيمة ثابت حد السيطرة (k) بثبوت قيمة معلمة التمهيد (λ) .

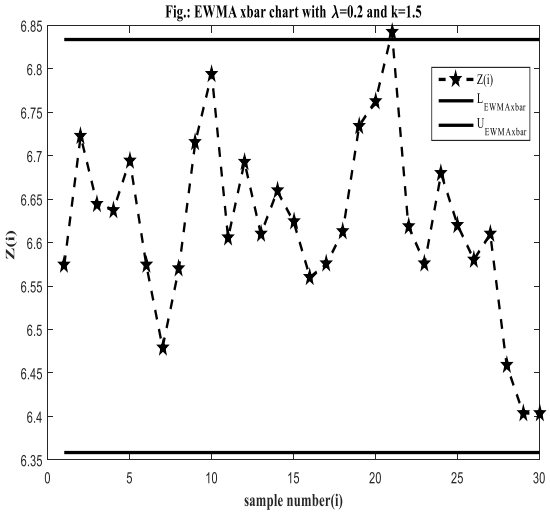
وقد تم رسم لوحة $\overline{X}$ - EWMA لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم عند قيمتين لثابت حد السيطرة ($k = 1.25 , 1.5$) وعدة قيم لمعلمة التمهيد ($\lambda = 0.15, 0.2, 0.4$) . وكما مبين في الشكل(f,e,d, c,b,a) 6.



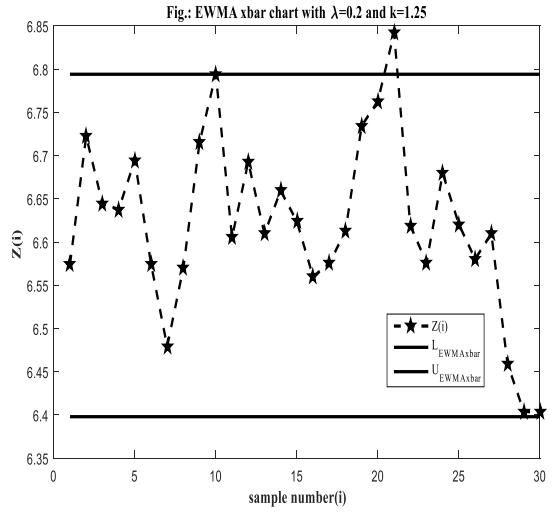
(b)



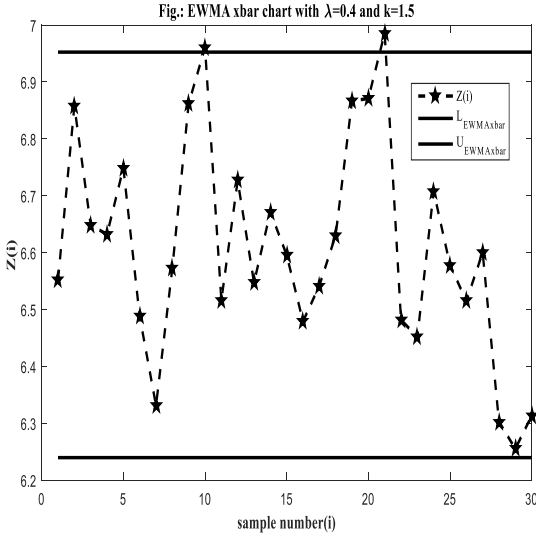
(a)



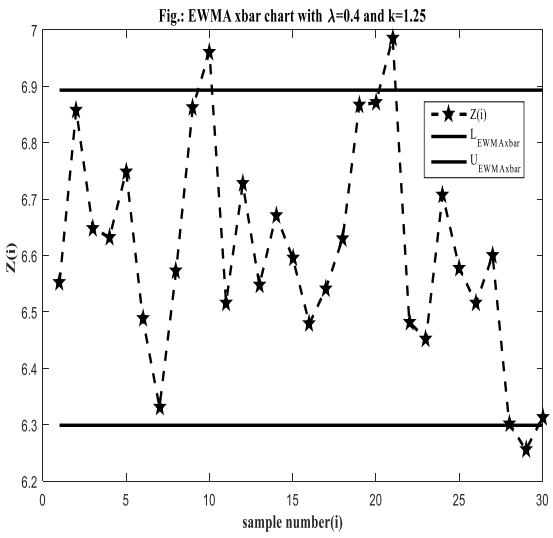
(d)



(c)



(f)



(e)

الشكل6 . يبين رسم لوحات EWMA - $\bar{x}$ **لمتغير المادة الحامضية** (x) **لمنتج كريم اليد بلسم عند قيمتين لثابت حد السيطرة** ($k = 1.25 , 1.5$) **وعدة قيم معلمة التمهيد** ($\lambda = 0.15, 0.2, 0.4$) .

من الشكل 6 نلاحظ بان العملية الإنتاجية لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم تكون

- في الشكل 6.a و 6.d نلاحظ العينة رقم 21 خارج حد السيطرة الأعلى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.15 , k = 1.25$) وكذلك عند القيم ($\lambda = 0.2 , k = 1.5$) وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية.
- اما في الشكل 6.c و 6.f العينات رقم 10و21 خارج حد السيطرة الأعلى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.2 , k = 1.25$) وكذلك عند القيم ($\lambda = 0.4 , k = 1.5$) وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية.
- في الشكل 6.e العينات رقم 10 و 21 تقع خارج حد السيطرة الأعلى عندما ($\lambda = 0.4, k = 1.25$) لكن العينة رقم 29 تقع خارج حد السيطرة الأدنى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.4, k = 1.25$) في حين تقع العينة رقم 28 و30على حد السيطرة وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية.

وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الإحصائية في الشكل(f,e,d, c,b,a) 6 ولكن في الشكل 6.b تعد تحت السيطرة الإحصائية عندما تكون ($\lambda = 0.15 , k = 1.5$) .

– حساب قيم معدلات اطوال التشغيل للوحة سيطرة EWMA - $\bar{X}$

فقد تم استخدام برامج كتبة ببرنامج Matlab –R2018a على وفق الصيغ المبينة في ماتقدم ذكره في المبحث النظري. اذ تم اجراء الحسابات اللازمة لتقدير القيم الاحتمالية الانتقالية Q_{ij} للمصفوفة Q على وفق الصيغة (28,24) وتحديد قيم معدلات اطوال التشغيل (ARL(a, b)) والانحراف المعياري لأطوال التشغيل (SDRL(a, b)) للوحة EWMA - $\bar{X}$ على وفق الصيغة (31,30) المبينة في المبحث 2.5 .فقد تم اعتماد قيمة $\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}} = 6.596$ المحتسبة وفق الصيغة (5) وقيمة $\hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{s}}{c_4(n)} = \frac{0.999}{0.94} = 1.0628$ وفق الصيغة (6) .اذ اختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد لتكون مساوية لـ($\lambda = 0.001, 0.005 , 0.01 , 0.05 , 0.1$) وقيمتين لثابت حد السيطرة (k=5,7). وهي القيم التي تعطي قيم قريبة لحدي السيطرة (الأدنى والاعلى) المحددة من قبل الشركة .وقد تم حساب وقيم حدي السيطرة للوحة EWMA - $\bar{X}$ وفق الصيغة (20)

ووفقا لقيم المعلمات (λ , k) .وعلى فرض ان قيمة التغير في متوسط العملية ($\mu_0 + a\sigma_0$) أي عندما تكون قيمة a محصورة بين الصفر واثنان اي ان ($a = (0.0 , 2.0)$) .و بافتراض ان التغير في قيمة الانحراف معياري للعملية ($b\,\sigma_0$) تكون مساوية لـ b=0.9.وقد اختيرت قيمة (m=20) لتحديد عدد الحالات في سلسلة ماركوف أي ان قيمة (p=2m+1=2(20) +1=41).

وقد اعتمدت قيم معدلات اطوال التشغيل والانحراف المعياري لحالة الصفر ($\mathbf{H_0}$) التي تمثل الحالة التي تكون فيها العملية تحت السيطرة. فقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول 4. ونلاحظ منه بان

- قيم ARL متناقصة بزيادة قيمة المعلمة λ بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية (a) وk ,في حين تكون قيم SDRL متذبذبة بتناقص وتزايد بزيادة قيمة المعلمة λ وثبوت قيمة التغير في متوسط العملية(a).
- قيم ARL متزايدة بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية (a) بثبوت قيمة المعلمتين λ وk .في حين تكون قيم SDRL متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية (a) عند ثبوت قيمة المعلمتين λ وk.
- قيم ARL متزايدة بزيادة قيمة (k) بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية (a) وقيمة المعلمة λوقيمة التغير في الانحراف معياري للعملية . في حين تكون اغلب قيم SDRL متزايدة بزيادة قيمة k بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية (a) وقيمة التغير في الانحراف المعياري (b) و قيمة المعلمة λ .

جدول 4. قيم ARL و قيم SDRL لحالة الصفر (H_0) للوحات $\bar{X}$ - EWMA لعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) وقيمتين لثابت حد السيطرة (k=5,7) ولقيم $a = (0.0 , 2.0)$ وقيمة b=0.9 , بعدد حالات لسلسلة ماركوف مساوية (p=41) لحالة الصفر ($\mathbf{H_0}$) لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم.

b	λ							$(L_{EWMA-\bar{x}} , U_{EWMA-\bar{x}})$
			a=0.0	a=0.5	a=1	a=1.5	a=2.0	
0.9	0.001	ARL	8.432	10.028	10.885	10.998	11.086	(6.5428 , 6.6492)
		SDRL	0.594	0.588	0.319	0.05	0.286	
0.9	0.005	ARL	4.013	4.424	4.961	5.142	5.863	(6.477 , 6.715)
		SDRL	0.113	0.494	0.195	0.349	0.349	
0.9	0.01	ARL	3	3.045	3.595	3.986	4.079	(6.4275, 6.7645)
		SDRL	0.011	0.208	0.491	0.12	0.27	
0.9	0.05	ARL	1.994	2	2	2	2.008	(6.2155, 6.9765)
		SDRL	0.079	0.01	0.001	0.004	0.087	
0.9	0.1	ARL	1.002	1.051	1.348	1.803	1.982	(6.0508, 7.1412)
		SDRL	0.045	0.22	0.476	0.398	0.134	
k = 7								
0.9	0.001	ARL	11	11.153	13.236	18.046	20.717	(6.5216, 6.6704)
		SDRL	0.02	0.374	1.105	1.344	0.521	
0.9	0.005	ARL	5.879	6.015	6.649	7.041	7.617	(6.4294, 6.7626)
		SDRL	0.326	0.133	0.477	0.209	0.509	
0.9	0.01	ARL	4.011	4.397	4.956	5.138	5.862	(6.3602, 6.8318)
		SDRL	0.102	0.489	0.206	0.345	0.351	
0.9	0.05	ARL	2	2.014	2.311	2.886	2.998	(6.0633 , 7.1287)
		SDRL	0.007	0.118	0.463	0.317	0.044	
0.9	0.1	ARL	1.994	1.999	1.999	2.000	2.020	(5.8327 , 7.3593)
		SDRL	0.075	0.009	0.001	0.009	0.138	

و بناءا على ما تقدم , فقد اختيرت القيم لـ $\lambda = 0.05$ و $k = 5$ لحساب قيم المعدل (ARL) والانحراف المعياري لأطوال التشغيل (SDRL) للوحات سيطرة EWMA - $\overline{X}$, لدراسة تأثير تغير في قيمة التغير في متوسط العملية $(\mu_0 + a\sigma_0)$ عندما تكون قيمة a محصورة بين الصفر واثنان اي ان $(a = (0.0 , 2.0))$.وكذلك تأثير تغير قيمة الانحراف معياري للعملية $(b\,\sigma_0)$ عندما تكون قيمة b محصورة بين 0.9 و 1.2 اي ان $(b = (0.9 , 1.2))$,على قيم المعدل والانحراف المعياري لأطوال التشغيل وفقا لقيم (a,b) المتقدم ذكرها لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم .وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول 5 الذي يبين قيم معدلات اطوال التشغيل(ARL) والانحراف المعياري لطول التشغيل (SDRL) لحالة الصفر $(\mathbf{H_0})$التي تمثل الحالة التي تكون فيها العملية تحت السيطرة للوحات EWMA - $\overline{X}$, ونلاحظ منه بان

- قيم ARL تكون متناقصة بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية (b) بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية عند القيمتين a=0.0, 0.5، في حين تكون قيم SDRL متزايدة بزيادة التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) .
- قيم ARL تثبت عند القيمة 2 بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية (b)بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية عند a=1,1.5 , في حين تكون قيم SDRL متزايدة بزيادة التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) .
- قيم ARL متزايدة بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية (b)بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية عند a=2.0, في حين تكون قيم SDRL متزايدة بزيادة التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) .

جدول 5 . قيم ARL و قيم SDRL لحالة الصفر (H_0) للوحات EWMA - $\overline{X}$ لقيم $a = (0.0 , 2.0)$ وقيم $b = (0.9 , 1.2)$وقيمة $k = 5$وقيمة $\lambda = 0.05$, بعدد حالات لسلسلة ماركوف (p=41) لحالة الصفر $(\mathbf{H_0})$لمتغير المادة الحامضية (x)لمنتج كريم اليد بلسم.

	k = 5	$(L_{EWMA-\bar{x}} = 6.2155 \quad , \quad U_{EWMA-\bar{x}} = 6.9765)$					d = U - L
b	$\lambda = 0.05$	a=0.0	a=0.5	a=1	a=1.5	a=2.0	d = 0.761
0.90	ARL	1.994	2	2	2	2.008	
	SDRL	0.079	0.01	0.001	0.004	0.087	
0.95	ARL	1.991	2	2	2	2.011	
	SDRL	0.094	0.014	0.001	0.006	0.103	
1.00	ARL	1.988	2	2	2	2.014	
	SDRL	0.11	0.02	0.002	0.009	0.118	
1.05	ARL	1.984	1.999	2	2	2.018	
	SDRL	0.126	0.026	0.003	0.013	0.134	
1.10	ARL	1.98	1.999	2	2	2.023	
	SDRL	0.142	0.033	0.005	0.018	0.15	
1.15	ARL	1.975	1.998	2	2.001	2.028	
	SDRL	0.157	0.041	0.007	0.023	0.165	
1.20	ARL	1.969	1.997	2	2.001	2.033	
	SDRL	0.172	0.05	0.01	0.029	0.18	

خامسا – لوحة EWMA - t

لرسم لوحة سيطرة EWMA - t تم كتابة برامج باستخدام برنامج Matlab –R2018a لعينة قوامها خمس علب للعينة الواحدة (مشاهدات) وعلى الاوقات المتتالية عددها (30) لفحص المادة الحامضية لمنتج كريم اليد بلسم (عينة الدراسة) نتبع الخطوات الاتية:-

- حساب قيم المتوسط ($\bar{x}_i$) وقيم الانحراف المعياري (s_i) للمشاهدات المسحوبة بالوقت (i) للاوقات (i=1,2,…,m=30) و لكل العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغة (4,3).وكذلك اعتماد حساب قيمة المتوسط العام $\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}} = 6.596$ من خلال المتوسط لمتوسط m من العينات المسحوبة من المنتج وفق الصيغ (5,4,3) على التوالي وكما مبين في الجدول A انظر الملحق.
- حساب احصاءة $T_i = \frac{(\bar{x}_i - \hat{\mu}_0)\sqrt{n}}{s_i}$ وفق الصيغة (11) بالوقت (i) للاوقات (i=1,2,…,30) ولكل العينات المسحوبة من المنتج كما مبين في الجدول A. انظر الملحق .
- حساب احصاءة لوحة السيطرة (Y_i) وفق الصيغة (21) بالوقت (i) للاوقات (i=1,2,…,30) ولكل العينات المسحوبة من المنتج.
- حساب قيمة $var(t) = (n-1)/(n-3) = (5-1)/(5-3) = 2$ وفق الصيغة (14).
- حساب قيم حدي السيطرة للوحة EWMA - t وفق الصيغتين (23,22) كما مبينة في الجدول 6.

جدول 6 . الحسابات اللازمة لرسم لوحة EWMA - t لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم.

	$(k\ ,\ \lambda)$	(L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t})	$d = U - L$
4	$(\lambda = 0.15, k = 1.25)$	(-0.50337, 0.50337)	1.0067
5	$(\lambda = 0.2, k = 1.25)$	(-0.58926 , 0.58926)	1.1785
6	$(\lambda = 0.4, k = 1.25)$	(-0.88388 , 0.88388)	1.7678
7	$(\lambda = 0.15, k = 1.5)$	(-0.60404 , 0.60404)	1.2081
8	$(\lambda = 0.2, k = 1.5)$	(-0.70711, 0.70711)	1.4142
9	$(\lambda = 0.4, k = 1.5)$	(-1.0607 , 1.0607)	2.1213

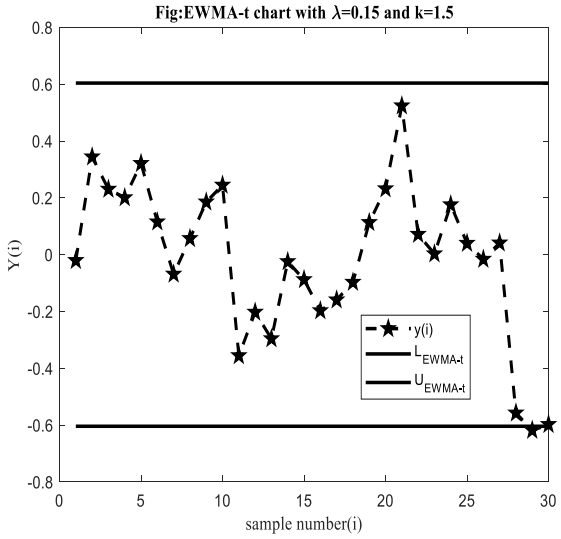
من الجدول 6 تكون المسافة بين حدي السيطرة الأعلى والادنى (L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t}) للوحة EWMA - t

- متزايدة بزيادة قيمة معلمة التمهيد (λ) بثبوت قيمة ثابت حد السيطرة (k) .
- متزايدة بزيادة قيمة ثابت حد السيطرة (k) بثبوت قيمة معلمة التمهيد (λ) .

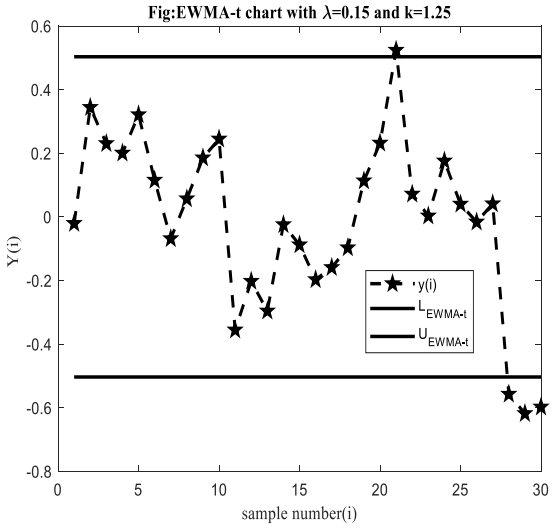
وقد تم رسم لوحة EWMA - t لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم عند قيمتين لثابت حد السيطرة ($k = 1.25, 1.5$) وعدة قيم لمعلمة التمهيد ($\lambda = 0.15, 0.2, 0.4$) . وكما مبين في الشكل 7 (f,e,d,c,b,a).

من الشكل (f,e,d, c,b,a) 7 نلاحظ بان العملية الإنتاجية لمتغير المادة الحامضية (x) لمنتج كريم اليد بلسم تكون

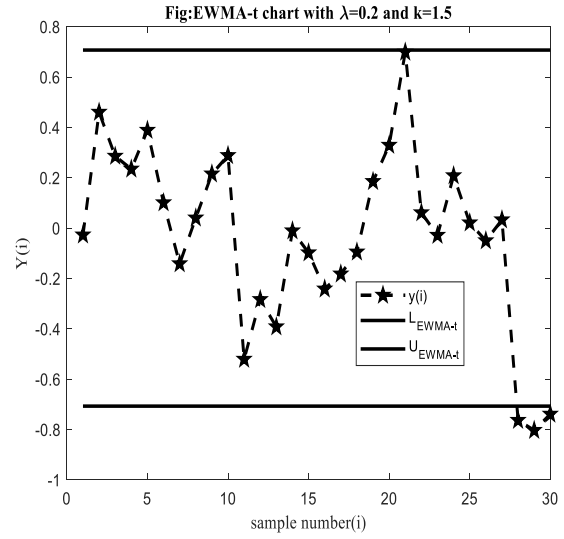
- العينات رقم (30,29,28,21) خارج حدي السيطرة الأعلى والادنى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.15, k = 1.25$) وكذلك عندما تكون القيم ($\lambda = 0.2, k = 1.5$)وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية.
- العينات رقم (30,29,28,21) خارج حدي السيطرة الأعلى والادنى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.2, k = 1.25$) وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية
- العينات رقم (30,29,28,21,11,2) خارج حدي السيطرة الأعلى والادنى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.4, k = 1.25$) وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية
- العينات رقم (30,29) خارج حدي السيطرة الأعلى والادنى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.15, k = 1.5$) وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية.
- العينات رقم (29,28,21,11) خارج حدي السيطرة الأعلى والادنى عندما تكون القيم لـ ($\lambda = 0.4, k = 1.5$) وبذلك تكون العملية خارج السيطرة الاحصائية



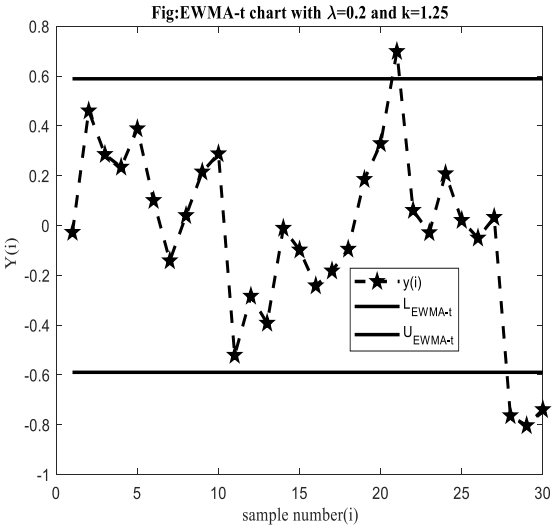
(b)



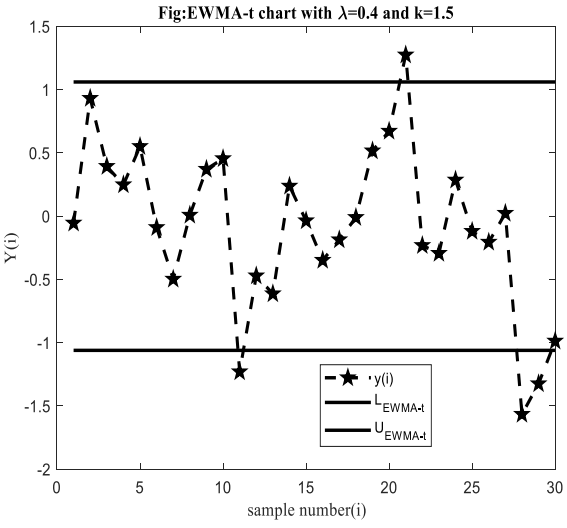
(a)



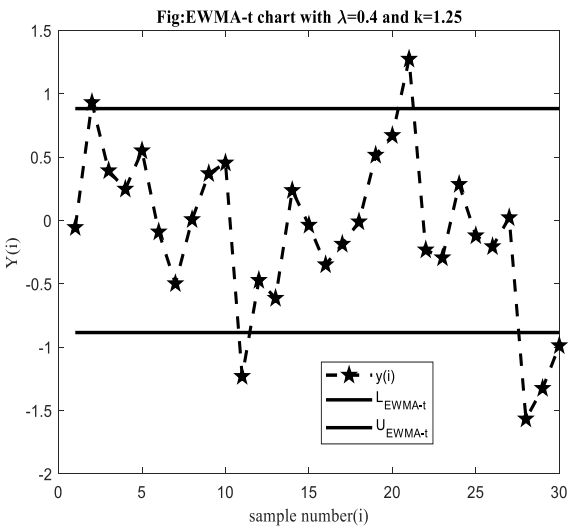
(d)



(c)



(f)



(e)

الشكل 7 يبين رسم لوحات EWMA - t **لمتغير المادة الحامضية** (x) **لمنتج كريم اليد بلسم عند قيمتين لـثابت حد السيطرة** (k = 1.25 , 1.5) **وعدة قيم لمعلمة التمهيد** (λ = 0.15, 0.2,0.4) **.**

– حساب قيم معدلات اطوال التشغيل للوحة سيطرة EWMA - t

استعملت برامج كتبة ببرنامج Matlab –R2018a لاجراء الحسابات اللازمة لتقدير القيم الاحتمالية الانتقالية Q_{ij} للمصفوفة Qوفق الصيغة (29,25) وتحديد قيم معدلات اطوال التشغيل (ARL) والانحراف المعياري لأطوال التشغيل (SDRL) للوحة EWMA - t وفق الصيغة (33,32) المبينة في المبحث 2.5. اذ تم حساب قيمة تباين توزيع t ليكون مساوي لـ $\text{var}(t) = (n-1)/(n-3) = (5-1)/(5-3) = 2$ وفق الصيغة (14). واختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد لتكون مساوية لـ $(\lambda = 0.001, 0.005, 0.01, 0.1, 0.2)$ و قيمتين لثابت حد السيطرة (k=5,7).وتم حساب قيم حدي السيطرة للوحة EWMA - t وفق الصيغتين (23,22) ووفقا لقيم المفترضة لمعلمتين (λ , k). وعلى فرض قيمة التغير في متوسط العملية مساوية لـ $(\mu_0 + a\sigma_0)$ لتكن قيمة a محصورة بين الصفر واثنان اي ان $(a = (0.0, 2.0))$. وبافتراض التغير في قيمة الانحراف معياري للعملية مساوية لـ $(b\,\sigma_0)$ لتكن قيم b محصوربين 0.9 و1.2اي ان (0.9,1.2)=b. وقد اختيرت قيمة (m=20) لتحديد عدد الحالات في سلسلة ماركوف أي ان قيمة (p=2m+1=2(20) +1=41). وقد اعتمدت قيم معدلات اطوال التشغيل والانحراف المعياري لحالة الصفر (H_0) التي تمثل الحالة التي تكون فيها العملية تحت السيطرة. فقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول 7. اذ نلاحظ منه بان قيم ARL وقيم SDRL تكون

- متناقصة بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية (a) بثبوت قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) ,وكذلك ثبوت قيم المعلمتين (λ , k).
- متزايدة بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) , بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية (a) عدا الحالة التي تكون قيمة التغير في متوسط العملية مساوية للصفر أي (a=0) وكذلك بثبوت قيم المعلمتين (λ , k).
- قيم ثابتة عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية مساوية للصفر أي (a=0) لكل قيم التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) بثبوت قيم المعلمتين (λ , k).
- متناقصة بزيادة قيمة معلمة التمهيد (λ) بثبوت قيمة كل من التغير في متوسط العملية (a) والتغير في الانحراف المعياري للعملية (b) وكذلك ثبوت قيمة المعلمة (k).

جدول 7 . قيم ARL و قيم SDRL لحالة الصفر (H_0) للوحات EWMA - t **لقيم لـ** $a = (0.0, 2.0)$ **و** $b = (0.9, 1.2)$ **ولعدة قيم لمعلمة التمهيد** (λ) **بعدد حالات لسلسلة ماركوف (p=41) لمتغير المادة الحامضية** (x) **لمنتج كريم اليد بلسم.**

(L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t})			k = 5				
	b	λ = 0.001	a=0.0	a=0.5	a=1	a=1.5	a=2.0
-0.15815 , 0.15815	0.90	ARL	73136.555	319.535	84.68	38.305	24.738
		SDRL	68885.691	70.223	16.914	6.375	3.248
	0.95	ARL	73136.555	349.644	94.624	42.225	26.538
		SDRL	68885.691	77.221	19.157	7.276	3.656
	1.00	ARL	73136.555	380.054	105.111	46.469	28.521
		SDRL	68885.691	84.354	21.52	8.248	4.113
	1.05	ARL	73136.555	410.695	116.102	51.032	30.688
		SDRL	68885.691	91.614	23.996	9.29	4.614
	1.10	ARL	73136.555	441.51	127.562	55.907	33.041
		SDRL	68885.691	98.997	26.577	10.4	5.159
	1.15	ARL	73136.555	472.455	139.452	61.087	35.58
		SDRL	68885.691	106.498	29.255	11.576	5.746
	1.20	ARL	73136.555	503.496	151.739	66.564	38.305
		SDRL	68885.691	114.118	32.023	12.818	6.375

(L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t})	b	λ = 0.005	k = 5				
-0.354 , 0.354	0.90	ARL	176485.26	60.929	24.768	16.184	12.415
		SDRL	176174.55	12.853	4.052	2.419	2.006
	0.95	ARL	176485.26	65.436	26.433	17.029	13.059
		SDRL	176174.56	14.042	4.426	2.538	2.073
	1.00	ARL	176485.26	70.003	28.159	17.895	13.692
		SDRL	176174.55	15.273	4.82	2.673	2.137
	1.05	ARL	176485.26	74.629	29.942	18.786	14.317
		SDRL	176174.55	16.546	5.231	2.825	2.201
	1.10	ARL	176485.26	79.311	31.775	19.705	14.938
		SDRL	176174.55	17.865	5.659	2.994	2.268
	1.15	ARL	176485.26	84.05	33.656	20.655	15.559
		SDRL	176174.58	19.23	6.101	3.179	2.34
	1.20	ARL	176485.26	88.844	35.58	21.637	16.184
		SDRL	176174.58	20.643	6.556	3.378	2.419
(L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t})	b	λ = 0.01	k = 5				
			a=0.0	a=0.5	a=1	a=1.5	a=2.0
-0.50125 , 0.50125	0.90	ARL	217197.7	41.603	18.235	12.039	9.061
		SDRL	217111.25	9.331	3.24	2.123	1.673
	0.95	ARL	217197.7	44.571	19.347	12.701	9.558
		SDRL	217111.25	10.234	3.479	2.224	1.749
	1.00	ARL	217197.7	47.611	20.485	13.366	10.055
		SDRL	217111.25	11.188	3.732	2.329	1.825
	1.05	ARL	217197.7	50.724	21.649	14.035	10.552
		SDRL	217111.25	12.197	3.999	2.439	1.9
	1.10	ARL	217197.7	53.913	22.837	14.711	11.048
		SDRL	217111.25	13.263	4.278	2.556	1.974
	1.15	ARL	217197.7	57.179	24.048	15.396	11.544
		SDRL	217111.25	14.39	4.568	2.679	2.048
	1.20	ARL	217197.7	60.527	25.283	16.089	12.039
		SDRL	217111.25	15.582	4.87	2.808	2.123
(L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t})	b	λ = 0.1	k = 5				
-1.6222 , 1.6222	0.90	ARL	7175.116	30.96	8.135	4.886	3.603
		SDRL	7172.237	19.076	2.693	1.42	1.018
	0.95	ARL	7175.116	36.025	8.792	5.198	3.804
		SDRL	7172.237	23.563	2.995	1.526	1.078
	1.00	ARL	7175.116	41.949	9.489	5.52	4.01
		SDRL	7172.237	28.965	3.333	1.639	1.14
	1.05	ARL	7175.116	48.855	10.231	5.855	4.221
		SDRL	7172.237	35.408	3.71	1.76	1.205
	1.10	ARL	7175.116	56.871	11.022	6.201	4.437
		SDRL	7172.237	43.02	4.132	1.89	1.273
	1.15	ARL	7175.116	66.127	11.867	6.559	4.659
		SDRL	7172.237	51.931	4.604	2.029	1.345
	1.20	ARL	7175.116	76.753	12.771	6.931	4.886
		SDRL	7172.237	62.268	5.132	2.177	1.42

تكملة جدول 7

(L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t})	b	$\lambda = 0.2$	k = 5				
			a=0.0	a=0.5	a=1	a=1.5	a=2.0
-2.357 , 2.357	0.90	ARL	2436.515	50.944	7.765	4.108	2.921
		SDRL	2435.191	44.457	3.704	1.489	0.965
	0.95	ARL	2436.515	61.275	8.628	4.417	3.099
		SDRL	2435.191	54.759	4.331	1.643	1.037
	1.00	ARL	2436.515	73.048	9.59	4.745	3.283
		SDRL	2435.191	66.532	5.063	1.814	1.114
	1.05	ARL	2436.515	86.291	10.664	5.095	3.476
		SDRL	2435.191	79.8	5.917	2.004	1.197
	1.10	ARL	2436.515	101.013	11.866	5.469	3.678
		SDRL	2435.191	94.565	6.907	2.217	1.287
	1.15	ARL	2436.515	117.201	13.208	5.867	3.888
		SDRL	2435.191	110.812	8.051	2.453	1.384
	1.20	ARL	2436.515	134.824	14.708	6.294	4.108
		SDRL	2435.191	128.506	9.364	2.717	1.489
(L_{EWMA-t}, U_{EWMA-t})	b	$\lambda = 0.3$	k = 5				
-2.9704 , 2.9704	0.90	ARL	1375.1	68.894	8.688	3.952	2.674
		SDRL	1374.198	65.141	5.504	1.748	1.005
	0.95	ARL	1375.1	81.419	9.925	4.309	2.856
		SDRL	1374.198	77.723	6.615	1.984	1.099
	1.00	ARL	1375.1	95.067	11.335	4.699	3.049
		SDRL	1374.198	91.433	7.914	2.255	1.204
	1.05	ARL	1375.1	109.766	12.936	5.125	3.254
		SDRL	1374.198	106.199	9.419	2.564	1.32
	1.10	ARL	1375.1	125.438	14.747	5.592	3.472
		SDRL	1374.198	121.939	11.147	2.916	1.448
	1.15	ARL	1375.1	141.995	16.784	6.103	3.704
		SDRL	1374.198	138.566	13.115	3.316	1.59
	1.20	ARL	1375.1	159.35	19.064	6.664	3.952
		SDRL	1374.198	155.991	15.338	3.77	1.748

4. الاستنتاجات

اقترحت لوحة t– ولوحة EWMA - t كبديل لتلافي المشاكل التي يكون قيمة متوسط العملية (μ_0) والانحراف المعياري (σ_0) للعملية تحت السيطرة غير مستقرة من دفعة إنتاجية لأخرى او تكون قيم μ_0 و σ_0 مجهولة في حالات أخرى لذا يتطلب تقديرها الذي قد يكون فيها التقديرغير دقيق .اذ ان حدي السيطرة لوحة t– يعتمد على مستوى معنوية التي تمثل احتمال وقوع نقطة خارج حدي السيطرة التي تكون قيمتها مساوية لـ $\alpha = 0.0027$.في حين حدي السيطرة لوحة سيطرة EWMA - t يعتمد على التباين لتوزيع ستيودينت t بدرجة حرية (df=n–1) التي تمثل حجم العينة (n) المسحوبة بالوقت (i). بكلام اخر تعد تلك اللوحات اكثر رصانة من لوحة $\overline{X}$ – ولوحة EWMA - $\overline{X}$ التي تعتمد على تقدير الانحراف المعياري (σ_0) للعملية تحت السيطرة. ومن نتائج البحث لوحظ بان قيم معدل اطوال التشغيل لوحة t– تكون اكبر مقارنة بنفس القيم للوحة $\overline{X}$ – . وتعد لوحة –

t حساسة اكثر من لوحة- $\bar{X}$ عند القيم الصغيرة للتغير في المتوسط (a=0,0.2) عندما تكون قيمة التغير في الانحراف المعياري (b=0.9, 0.95).

اما فيما يتعلق باستعمال لوحة $\bar{X}$ - EWMAولوحة EWMA - t فقد تم استعمال أسلوب سلسلة ماركوف لحساب قيم معدلات اطوال التشغيل والانحراف المعياري لحالة الصفر (H_0) التي تمثل الحالة التي تكون فيها العملية تحت السيطرة. من نتائج البحث نجد بان قيم معدلات اطوال التشغيل(ARL) والانحراف المعياري(SDRL) لحالة الصفر (H_0) للوحة EWMA - t تكون اكبر مقارنة بنفس القيم للوحة $\bar{X}$ - EWMA . وان قيم ARL وقيم SDRL تكون متناقصة بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية (a) بثبوت قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) , و ثبوت قيم المعلمتين (λ , k) .في حين تكون قيم ARL وقيم SDRL متزايدة بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية(b) , بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية (a) عدا الحالة التي تكون قيمة التغير في متوسط العملية مساوية للصفر أي (a=0) وثبوت قيم المعلمتين (λ , k) .

الملحق:

<u>اختبارملائمة البيانات للتوزيع الطبيعي</u>

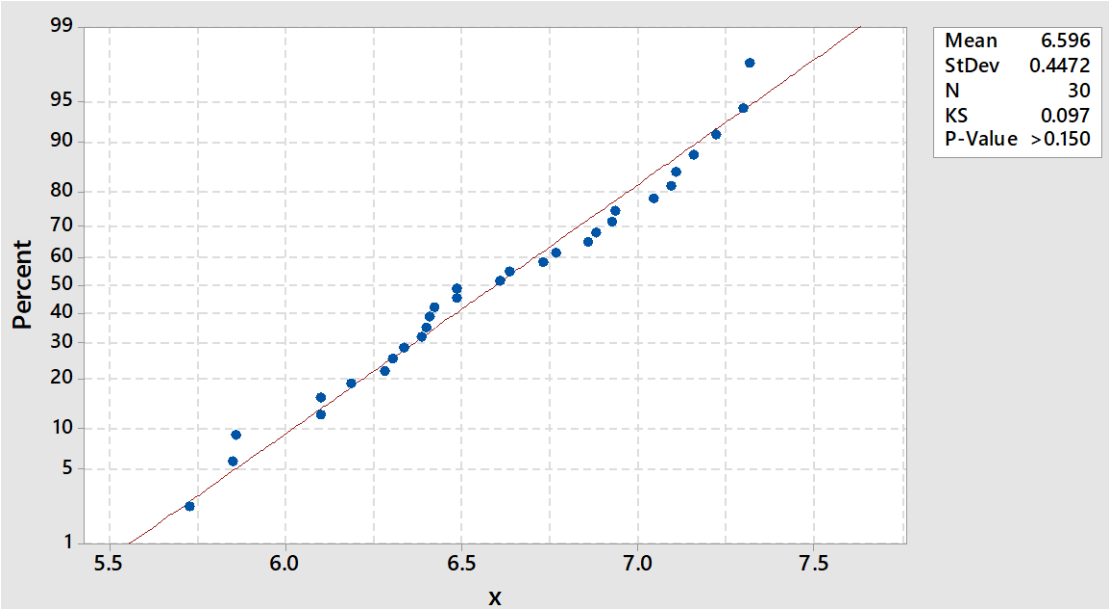
لأجراء اختبارملائمة البيانات للتوزيع الطبيعي للعينات المسحوبة من المنتوج والقراءات المسجلة لمتغيرالمادة الحامضية ($\bar{x}_i$) لعينة قوامها خمس علب للعينة الواحدة (مشاهدات) للاوقات المتتالية عددها (m=30)عينة من منتج كريم اليد بلسم (عينة الدراسة).فقد تم ايجاد المتوسط العينات الخمس المسحوبة بالوقت (i) للاوقات (i=1,2,…,30).

تم استعمال اختبار Kolmogrov–Smirnov(K–S) باستخدام التطبيق الاحصائي Minitab . لاختبار الفرضية H_0 التي تنص على ان البيانات (المتوسطات المحسوبة على اوقات متتالية) تتبع التوزيع الطبيعي على وفق الاتي:

الفرضية الصفرية : البيانات تتبع التوزيع الطبيعي.

الفرضية البديلة : البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي.

الشكل ادناه يبين نتائج التحليل الاحصائي لاختبار (K–S) من الطرفين لمتغير المادة الحامضية ($\bar{x}_i$)اذ الاختبار, بان قيمة p– value اكبر من 0.15 وهي اكبر من مستوى المعنوية 5% وبذلك نقبل فرضية العدم وان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي بالمعلمتين ($\mu = 6.596, \sigma = 0.4472$) .



الشكل 8 . يوضح ملائمة البيانات للتوزيع الطبيعي لوقوع جميع النقاط حول الخط المستقيم.

جدول A . بيانات المادة الحامضية (PH)لمنتج كريم اليد بلسم.

العينة	المتوسط $(\bar{x}_i)$	(s_i)	$T_i = \frac{(\bar{x}_i - \hat{\mu}_0)\sqrt{n}}{s_i}$
1	6.486	1.799	-0.137
2	7.316	0.668	2.41
3	6.334	1.416	-0.414
4	6.608	0.884	0.030
5	6.924	0.730	1.005
6	6.096	1.064	-1.051
7	6.096	1.007	-1.110
8	6.936	0.992	0.766
9	7.296	1.711	0.915
10	7.108	1.972	0.581
11	5.85	0.444	-3.757
12	7.042	1.500	0.665
13	6.278	0.861	-0.826
14	6.858	0.387	1.514
15	6.482	0.570	-0.447
16	6.304	0.799	-0.817
17	6.636	1.591	0.056
18	6.764	1.476	0.255
19	7.22	1.069	1.305
20	6.878	0.697	0.905
21	7.158	0.577	2.178
22	5.726	0.781	-2.491
23	6.406	1.099	-0.387
24	7.092	0.961	1.154
25	6.384	0.651	-0.728
26	6.42	1.177	-0.334
27	6.728	0.808	0.365
28	5.856	0.419	-3.949
29	6.184	0.957	-0.963
30	6.400	0.910	-0.482
	$\bar{\bar{x}} = 6.596$	$\bar{s} = 0.999$	

References

[1] Roberts, S.W. Control chart tests based on geometric moving averages. Technometrics **1959**, 1, 239–250.

[2] Zhang L.; Chen G.; Castagliola P. ; On t and EWMA t charts for monitoring changes in the process mean. Quality and Reliability Engineering International. **2009**, 25(8):933-945.

[3] Celano G.; Castagliola P.; Trovato E.; Fichera S.; Shewhart and EWMA t control charts for short production runs. Quality and Reliability Engineering International. **2011**, 27(3), 313–326.

[4] Chin WS; Khoo MBC.A; Study of the median run length (MRL) performance of the EWMA t chart for the mean. South African Journal of Industrial Engineering. **2012**, 23(3):42-55.

[5] Celano G.; Castagliola P.; Fichera S.; Nenes G.; Performance of t control charts in short runs with unknown shift sizes. Computers and Industrial Engineering .**2013**, vol.64, Issue 1, pp 56–68.

[6] Calzada ME.; Scariano SM.; The synthetic t and synthetic EWMA t charts. Quality Technology and Quantitative Management. **2013**, 10 (1):37-56.

[7] Kazemzadeh RB; Karbasian M; Babakhani MA. ; An EWMA t chart with variable sampling intervals for monitoring the process mean. International Journal of Advanced Manufacturing Technology.**2013**, 66(1-4):125-139.

[8] Chang Z.; Sun J.; A EWMA t Control Chart for Short Production Runs. Journal of Systems Science and Information. **2016** , vol. 4, no. 5, pp. 444–459.

[9] Ng P. S. ; Khoo1 M. B. C. ; Yeong W. C. ; Lim S. L.; .A variable sampling interval EWMA t control chart with unknown shift size. Journal of Fundamental and Applied Sciences.**2017**, 9(5S), 542-555.

[10] Teoh W.L.; Chuah S.K.; Khoo M.B.C.; Castagliola P.; Yeong W.C.; Optimal Designs of the Synthetic t Chart with Estimated Process Mean. Computers & Industrial Engineering. **2017**, vol. 112, pp. 409-425.

[11] Haq A.; Abidin Z.U.; Khoo M.B.C.; An enhanced EWMA-t control chart for monitoring the process mean. Commun. Stat. Theory Methods. **2019**, 48, 1333–135.

[12] Chen, J-H; Lu S-L; An enhanced auxiliary information-based EWMA-t chart for monitoring the process mean. Appl. Sci. **2020**, 10, 2252.

[13] Wang Y. ; Hu X. ; Zhou X. ; Qiao Y. ; Wu S.; New one-sided EWMA t charts without and with variable sampling intervals for Monitoring the Process Mean. Hindawi -Mathematical Problems in Engineering .Vol. **2020**, Article ID 7567215, 12 pages.

[14] Chen G ; the mean and standard deviation of the run length distribution of $\overline{X}$ charts when control limited are estimated . Statistica Sinica .**1997**, vol.7, 789-798.

[15] Johnson N. L.; Kotz S.; Balakrishnan; N.; Continuous Univariate Distributions. *John Wiley & Sons, New York, Second Edition*,**1995**. Vol. 2.

[16] Brook D. ; Evans D.A.; An approach to the probability distribution of CUSUM run length. *Biometrika*,**1972**, 59(3), pp 539-549.

[17] Steiner, S.H. EWMA control charts with time-varying control limits and fast initial response. *J. Qual. Technol*.**1999**, 31, 75–86.