Warith Scientific Journal

بناء توزيع احتمالي دائري مركب جديد (دراسة محاكاة)

Construction of a new compound circular probability distribution

نبأ عباس محسن
Nabaa Abass Mohsen
nabaa.abbas@s.uokerbala.edu.iq
كلية الادارة والاقتصاد /جامعة كربلاء
Karbala University /college of Administration

أ م د. ايناس عبد الحافظ محمد
Dr .Enas Abdel Hafez Muhammad
enas.albasri@uokerbala.edu.iq
كلية الادارة والاقتصاد /جامعة كربلاء
Karbala University /college of Administration

مستخلص :-
قدم هذا البحث التوزيع المركب العنكبوتي الدائري الذي تم الحصول عليه عن طريق تركيب التوزيع الاسي الدائري والتوزيع القلبي الدائري باستعمال قاعدة التحويلات المعكوسة كقاعدة لاقتراح توزيعات احتمالية دائرية جديدة والتوزيعات المركبة تمتاز بانها توزيعات ذات مرونة ودقة عالية في تمثيل البيانات الاحصائية بكونها تمتلك اكثر معلمات مقارنة بالتوزيعات الاحتمالية . سنشتق بعض خصائص الرياضية للتوزيع المقترح التوقع وتباين ودالة التجميعية. وتم استعمال طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية لتقدير معلمات التوزيع العنكبوتي الدائري والمقارنة بينهما باستعمال المعيار الاحصائي متوسطات مربع الخطأ.
الكلمات المفتاحية :- التوزيع الاسي الدائري, التوزيع القلبي الدائري , طريقة الامكان الاعظم .

Abstract:-
This research presents the complex circular spider distribution obtained by using the inverse transforms rule as a base to propose new circular probability distributions that are characterized as distributions with flexibility and high accuracy in representing statistical data, as they have more parameters compared to probability distributions. We will derive some mathematical properties of the proposed distribution, the expectation, variance, aggregate function, and survival function. The method of greatest possibility was used to estimate the parameters of the circular spider distribution .
Keywords:- Circular spider distribution, Maximum likelihood Method .

1- المقدمة (Introduction)

تنشأ البيانات الدائرية عندما تنتشر قيم المتغير العشوائي على محيط دائرة الوحدة وتكون مقاسة بزوايا ذات قيم تتراوح بين 0و2π او °0 و °360 ، حيث ان الداعم للبيانات الدائرية هو دائرة الوحدة ، بينما للبيانات الخطية يكون الداعم هو خط الاعداد الحقيقي .
وسنتناول في هذا البحث نبذة عن الاحصاء الدائري والتوزيعات الدائرية كالتوزيع القلبي الدائري والتوزيع الاسي الدائري وحاصل تركيبهما للحصول ع توزيع احتمالي جديد اطلقنا عليهِ توزيع العنكبوتي الدائري .مع بيان خصائص التوزيع المقترح كالوسط الحسابي وتباين مع توضيح طريقة التقدير المستعملة في تقدير معالم التوزيع المركب المقترح وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية .

2- مشكلة البحث (problem of Research)

من المشكلات التي تواجهنا في تحديد الشكل الرياضي المناسب ادى الى ضهور حاجه ماسة الى رفد المكتبة بتوزيعات جديدة .
وبما ان البيانات الزاوية او الدائرية تكون بيانات دقيقة القياس ذات اتجاه فأصبحت التوزيعات الدائرية من التوزيعات المهمة في تطبيق هذا النوع من البيانات

3-هدف البحث (Aim of Research)

1- -بناء توزيع احتمالي دائري مركب جديد واستخراج خصائصه.
2- تقدير معالم التوزيع بطريقة الامكان الاعظم والمربعات الصغرى الاعتيادية .
3- تطبيق قيم مفترضه على توزيع المقترح الجديد باستعمال اسلوب المحاكاة مونت كارلو

4- الإحصاء الدائري Circular statistics

الإحصاء الدائري هو فرع معين من فرع الإحصاء الذي يتعامل مع البيانات التي يمكن تمثيلها كنقاط على محيط دائرة الوحدة إذ يطبق على هكذا نوع من البيانات.

بالبيانات الدائرية ومصـــطلح البيانات الدائرية يســـتخدم لغرض تمييزها عن البيانات الخطية المعتاد عليها كثيراً في التحليلات. وتدخل البيانات الدائرية في مختلف التخصـصـات مثل علم الأحياء ، الطب ، تحليل الصـور ، علوم الأرض ، الفيزياء ، الدراسات السياسية ، وعلم الفلك. في الفضـاء ثنائي الأبعاد ، ويمكن تمثيل أي نقطة إما بإحداثياتها الديكارتي (x،y) أو بإحداثياتها القطبية (r،θ) ، حيث r هي المسـافة من محيط الدائرة إلى نقطة الأصـل. في التحليل الدائري ، يتم التركيز على الاتجاه فقط ، لذلك يتم اعتبار المتجه r بطول الوحدة لذلك ، يمكن تمثيل أي نقطة على الدائرة (Cos θ ، Sin θ) .

ومن الأمثلة على البيانات الدائرية الاتجاهات المقاسة باستخدام أدوات مثل البوصلة أو المنقلة أو ريشة الطقس أو الفر جال. فمن المعتاد تسجيل مثل هذه الاتجاهات بالزوايا المعبر عنها بالدرجات أو الراد يا ن إما في اتجاه عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب السـاعة من نقطة أصـل الدائرة ، والتي يشـار إليها باسـم الاتجاه الصـفري . فالمطلوب هو تحديد موقع النقطة والاتجاه وليس كما في البيانات على الخط الحقيقي ؛ فالقيم الموجودة على يســار نقطة الأصــل (0) تكون ســالبة والقيم الموجودة على اليمين تكون موجبة. وبالنسـبة للبيانات الدائرية ، تحدد كل زاوية تعرف كنقطة على محيط دائرة الوحدة ، كما تحدد كل قيمة لمتغير خطي كنقطة على الخط الحقيقي.

5- التوزيع الاحتمالي الدائري Circular distribution

التوزيع الدائري هو توزيع احتمالي يتركز احتماله الكلي على محيط دائرة الوحدة. نظرا لأن كل نقطة على المحيط تمثل اتجاها، فإن هذا التوزيع هو وسيلة لتعيين الاحتمالات لاتجاهات مختلفة أو تحديد توزيع اتجاهي. يمكن اعتبار نطاق المتغير العشـوائي الدائري θ تكون وحدة قياسـها الراديان ، على أنه (0،2π) أو(-π،π). التوزيعات الدائرية هي في الأسـاس من نوعين :- قد تكون متقطعة - تعيين كتل احتمالية فقط لعدد قابل للعد من الاتجاهات، أو قد تكون مسـتمرة تماما (فيما يتعلق بمقياس (Lebesgue) . وفي حالـة البيانـات الدائرية المســـتمرة يكون المتغير العشـــوائي θ لدالة الكثافة الاحتمالية له الخصائص الآتية :-

1. $f(\theta) \geq 0$
2. $\int_0^{2\pi} f(\theta)\, d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) d\,\theta = 1$
3. $f(\theta + 2k\pi) = f(\theta)\ for\ k \in Z\ , -\infty < \theta < \infty\ ,$
4. $F(\theta + 2\pi) - F(\theta) = 1,, -\infty < \theta < \infty$

6- النظرية (2-2) :-[33] لنفرض إن المتغير العشوائي الدائري φ له دالة كثافة g (φ) , φ ∈ [−π, π], ثم دالة الكثافة الدائرية الناتجة عن التحويل Θ =T(φ) المحددة أعلاه هو

$$f^*(\theta) = 2\pi g(2\pi F(\theta - \varepsilon) - \pi))f(\theta - \varepsilon), \theta \in [-\pi, \pi]$$

للتبسيط نفترض آن ε=0 مالم يتم خلاف ذألك ,سيشير إلى الطريقة بناء توزيع دائري كدالة توزيع التحويلات المعكوسة (idf) ويسمى توزيع دائري .

7- التوزيع الاسي الدائري The wrapped exponential distribution

هو توزيع احتمالي ملفوف **The wrapped** ينتج من التفاف التوزيع الاسـي الخطي حول دائرة الوحدة للحصـول على دالـــة الـــكـــثـــافـــة الاحـــتـــمـــالـــيـــة :-

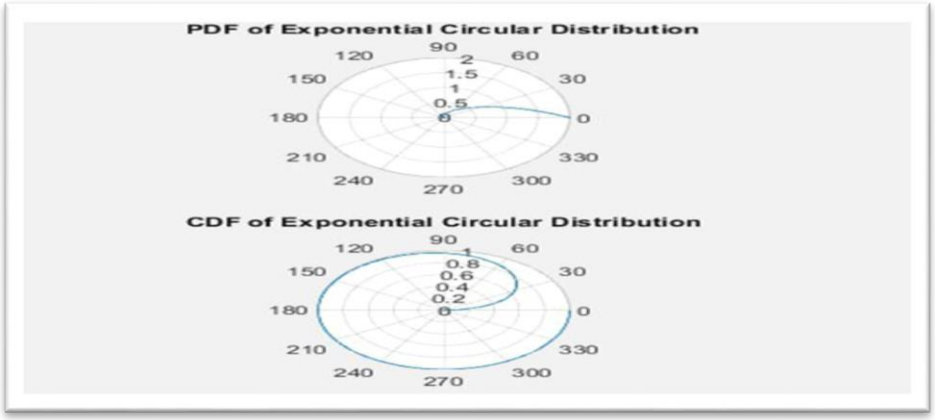
$$f(\theta) = \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi}} \quad , \quad \lambda > 0,\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \ldots\ldots\ldots (2-3)$$

λ :- تمثل معلمة التوزيع

دالة كثافة التجميعية :-

$$F(\theta) = \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} \qquad \lambda > 0 \ldots\ldots\ldots (2-4)$$

ويمكن توضيح شكل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي الدائري الملفوف



دالة التوزيع الاحتمالية لتوزيع الاسي الملفوف

8-التوزيع القلبي الدائري (*the Cardiac distribution*)

هو توزيع متماثل مشتق من المنحني القلبي بمعلمتين يشار اليه احيانا الى التوزيع جيب تمام كثافتهُ الاحتمالية :

$$\mathbf{f(\theta) = \frac{1}{2\pi}[1 + 2\rho \cos(\theta - \mu) - \pi]} \quad \ldots\ldots \quad \mathbf{(2\text{-}5)}$$

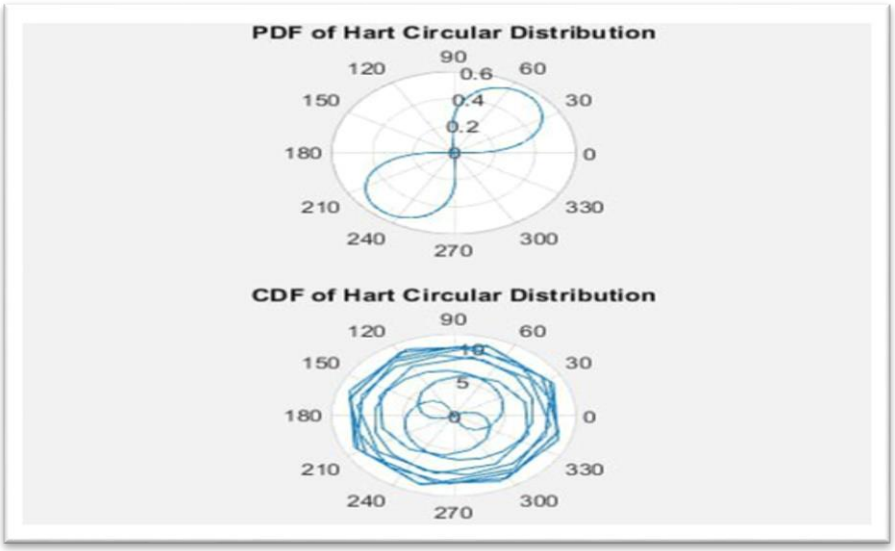
$$0 \le \rho \le \tfrac{1}{2} \qquad 0 \le \theta \le 2\pi \qquad 0 \le \mu \le 2\pi$$

دالة الكثافة التجميعية ة له :-

$$\boldsymbol{F(\theta) = \frac{\theta}{2\pi} + \sin(\theta - \mu)\frac{\rho}{\pi}} \qquad \ldots\ldots\ldots (2-6)$$

p تمثل الى التركيز

μ تمثل اتجاه المتوسط



دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع القلبي الدائري

9-التوزيع العنكبوتي الدائري الجديد

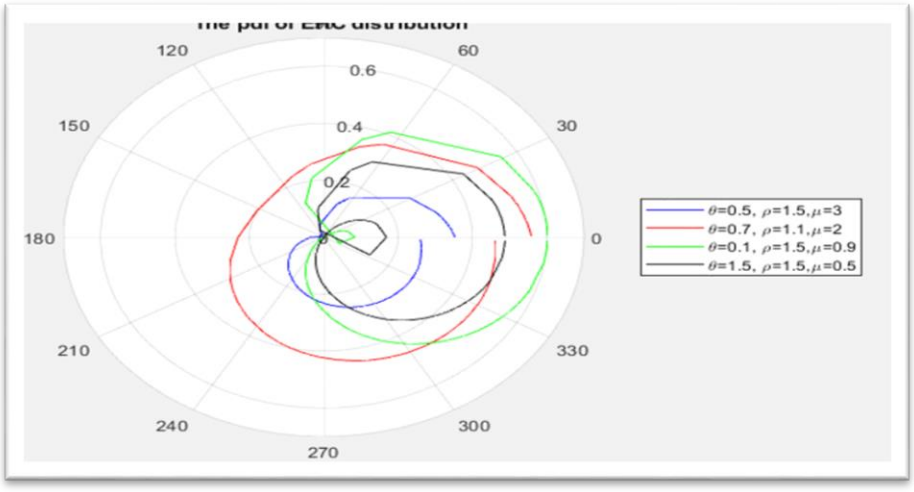
هو توزيع دائري جديد حاصل من تركيب التوزيع الاسي الدائري والقلبي الدائري ذو ثلاث معالم (ρ, μ, λ) ,

كثافته الاحتمالية :-

$$\boldsymbol{f(\theta)=\left(\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + 2\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)} \qquad 0 \le \theta \le 2\pi$$

دالة الكثافة التجميعية :-

$$\boldsymbol{F(\theta)=\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi}\rho\sin\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)}$$



دالة التوزيع الاحتمالية لتوزيع العنكبوتي الدائري

*من خصائص التوزيع الدائري F(2π) =1

$$\boldsymbol{F(\theta)}=\frac{1-e^{-\lambda 2\pi}}{1-e^{-2\pi\lambda}}+\left[2\rho\sin\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda 2\pi}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)-\mu\right)-\pi\right]$$
$$=1+\frac{1}{\pi}\rho\sin\pi$$
$$=1$$

خصائص التوزيع المقترح

mean

$$\boldsymbol{\varphi}_1=\cos 1\int_0^{2\pi}\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}+\cos 1\int_0^{2\pi}\left[2\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)-\mu\right)-\pi\right]\times\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}+$$
$$!\sin 1\int_0^{2\pi}\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}+\sin 1\int_0^{2\pi}\left[2\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)-\mu\right)-\pi\right]\times\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

Var (θ) = ϕ_2 - (ϕ_1)^2

$$=\left[\int_0^{2\pi}\cos 2^{\theta}\left(\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi)}}\right)+\int_0^{2\pi}\left[\cos 2^{\theta}\,2\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)-\mu\right)-\pi\right]\times\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right]+$$

$$\int_0^{2\pi}\sin 2^{\theta}\left[\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right]+\sin 2^{\theta}\int_0^{2\pi}\left[\sin 2^{\theta}\,2\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)-\mu\right)-\pi\right]\times\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right]]-$$
$$\left[\cos 1\int_0^{2\pi}\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}+\cos 1\int_0^{2\pi}\left[2\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)-\mu\right)-\pi\right]\times\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right]+$$
$$!\sin 1\int_0^{2\pi}\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}+\sin 1\int_0^{2\pi}\left[2\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)-\mu\right)-\pi\right]\times\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}]]^2$$

10- تقدير معلمات التوزيع بطريقة الامكان الاعظم

تعتبر هذه الطريقة من أكثر الطرق شيوعا لامتيازها بالكفاءة والكفاية والاتساق وخاصية الثبات ليكن $\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4.....\theta_n$ عينة عشوائية بحجم n تتبع التوزيع EXC التي تعطي الدالة الكثافة الاحتمالية له كالتي :-

$$f(\theta,\lambda,\rho,\mu)=\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}+2\rho\cos\left((2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}-\mu)-\pi\right)\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

$$l(\theta1,\theta2,\theta3\ldots\ldots,\theta n)=\prod_{i=0}^{n}f(\theta,\lambda,\rho)$$

$$l(\theta1,\theta2,\theta3\ldots\ldots,\theta n)=\prod_{i=0}^{n}[1+2\rho\cos\left((2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}-\mu)-\pi\right)]\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

$$L=\left(\frac{\lambda}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right)^n\prod_{i=0}^{n}e^{-\lambda\theta}+\prod_{i=0}^{n}2\rho\cos\left((2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}-\mu)-\pi\right)\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

$$\ln l=-n\ln\lambda-n\ln\left(1-e^{-2\pi\lambda}\right)-\lambda\sum\theta i+\sum_{l=0}^{n}\ln 2\rho\cos\left((2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}-\mu)-\pi\right)\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

لا يمكن إن تحل باستعمال الطرائق التحليلية الاعتيادية لذألك سيتم الحصول على مقدر بأحد طرائق العددية المستخدمة لحل المعادلات الرياضية غير الخطية عن طريق استعمال دالة f solve في برنامج الما تلاب .

11- طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية

تعتمد هذه الطريقة العادية على الحصـول على مقدرات, الانحدار حيث تمثل a معلمة القاطع، b , معلمة الميل. بحيث يتم تصـغير مجموع مربعات البواقي إلى آدني قيمه لها. بحيث يجري تعريف مكون يطلق علية مجموع المربعات البواقي وبعد ذلك يشرع في الحصول على a، b , بحيث يتم تصغير هذا المكون إلى أدنى قيمه له.

طريقة المربعات الصـغرى تعطينا مقدرات الانحدار a، b , ولكن لا تعطينا مقدرة التباين وهذا يعتبر من نقاط ضـعف طريقة المربعات الصغرى

$$\frac{\mathbf{dQ}}{\mathbf{d\lambda}} = \mathbf{2}\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}}\left[\mathbf{F(\theta i)} - \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{n+1}}\right]\left[\frac{\mathbf{dF(\theta i)}}{\mathbf{d\lambda}}\right]$$

$$\frac{\mathbf{dQ}}{\mathbf{d\rho}} = \mathbf{2}\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}}\left[\mathbf{F(\theta i)} - \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{n+1}}\right]\left[\frac{\mathbf{dF(\theta i)}}{\mathbf{d\rho}}\right]$$

$$\frac{\mathbf{dQ}}{\mathbf{d\mu}} = \mathbf{2}\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}}\left[\mathbf{F(\theta i)} - \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{n+1}}\right]\left[\frac{\mathbf{dF(\theta i)}}{\mathbf{d\mu}}\right]$$

i تمثل تسلسل المشاهدة في العينة

$F(x_i)$ تمثل دالة التوزيع التراكمية لتوزيع العنكبوتي الدائري

تمثل دالة التوزيع التراكمية لتوزيع الدائري , $\frac{i}{n+1}$ مقدر لا معلمي

$$\frac{\boldsymbol{dQ}}{\boldsymbol{d\lambda}} = \mathbf{2}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi}\rho\sin\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) - \frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{n+1}}\right]$$

$$= \mathbf{2}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi}\rho\sin\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)\right) - \frac{i}{n+1}\right]\left[\frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi}-)(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2} + \frac{1}{\pi}\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)\frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi}-)(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2}\right]$$

$$\frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi}-)(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2}\left[1 + \frac{1}{\pi}\rho\cos\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)\right] = 0$$

$$\frac{\boldsymbol{dQ}}{\boldsymbol{d\rho}} = \mathbf{2}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + 2\rho\sin\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)\right) - \frac{i}{n+1}\right]\left(\left(2\sin\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)\right)\right) = 0$$

$$\frac{\mathbf{dQ}}{\mathbf{d\mu}} = \mathbf{2}\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}}\left[\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi}\rho\sin\left(\left(2\pi\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) - \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{n+1}}\right]\left[\frac{\mathbf{dF(\theta i)}}{\mathbf{d\mu}}\right]$$

$$= \frac{1}{\pi}\rho\cos(1) \times 1$$

$$= 0$$

2-1 جانب التجريبي

2-1-1 المحاكاة:

وهي اول واهم مرحلة من مراحل المحاكاة اذ تعد الأســـاس لبناء المحاكاة، ويعتمد عليها بشـــكل كبير إجراءات البرنامج وعملياته وكذلك باقي مراحل المحاكاة اذ يتم فيها اختيار قيم افتراضـــية تجريبياً عبر اجراء تجارب عدة واختيار القيم التي استقرت عندها التقديرات واعطت أفضل النتائج وحسب الخطوات التالية:

1- يتم في هذه الخطوة اختيار من القيم الافتراضـــية لمعلمات التوزيع العنكبوتي الدائري الجديد EHC وفي النموذجين مختلفة مفترضة من نفس التوزيع، ويرجع سبب اختيارنا لهذه القيم المختلفة للمعلمات (λ, ρ, μ)، الى اعتقادنا بان التغيير الحاصـل في قيم المعلمات تعطينا فكرة وتفسـير عن سـلوك دالة التوزيع و قيم المقدرات إزاء كل طريقة من طرائق التقدير و القيم الافتراضـــية للمعلمات لنموذجين المفترضـــة والتي يبينها الجدول رقم (1-3) وكما يلي:

جدول رقم (1-3)القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة

MODLE	λ	ρ	μ
1	0.08	0.6	3
2	1	1.1	3

2- يتم في هذه الخطوة من المرحلة الأولى اختيار أربع حجوم مختلفة من العينة اذ تم اختيار الحجوم (25, 50 , 100, 150)، بهدف معرفة مدى تأثير هذا التغير في حجم العينة على دقة نتائج التقدير.

3- في هذه الخطوة قمنا بتكرار التجربة (1000) مرة بهدف الحصول على اعلى تجانس بين البيانات.

2-1-2المرحلة الثانية (The second stage): .

في هذه المرحلة من المحاكاة يتم توليد البيانات عشوائية بما ينسجم مع التوزيع الاحتمالي المقترح (العنكبوتي الدائري EHC)وكما يلي:

1- توليد بيانات عشوائية تتبع في توزيعها التوزيع فون ميسز الدائري (VON $Distribution$) ضمن الفترة $\{0,2\pi\}$.

2- يتم اجراء عملية تحويل للبيانات التي تم توليدها في الخطوة (1) وجعلها تتبع في توزيعها التوزيع المقترح(*العنكبوتي الدائري* EXC).

2-1-3المرحلة الثالثة (The third stage):

في هذه المرحلة يتم القيام بعملية تقدير قيم معلمات التوزيع الاحتمالي الدائري المقترح EHC واختيار افضل طريقة لتقدير معلمات التوزيع ,

2-1-4المرحلة الرابعة المقارنة بين طرائق التقدير: وهي المرحلة الأخيرة من مراحل تجارب المحاكات حيث يتم فيها المقارنة بين طريقتي تقدير لتوزيع العنكبوتي وذألك بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء MES التي يعطى بالصيغة الاتية:

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\emptyset\hat{}-\emptyset)2}{n} + Bias^2$$

M1: λ= 0.08 ; ρ=0.6 ; μ=3

جدول الخطأ للمعلمات (تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية)

Est. Par	MLE	LS	N
$\hat{\lambda}$	0.084222	0.111772	**25**
MSE	1.00E-05	0.001	
Rank	1	2	
$\hat{\rho}$	0.57187	0.81404	
MSE	0.00079	0.04581	
Rank	1	3	
$\hat{\mu}$	2.95	3.14149	
MSE	0.0025	0.02002	
Rank	1	3	
$\sum$ **Rank**	3	8	
$\hat{\lambda}$	0.08333	0.17458	**50**
MSE	0.000021	0.00894	
Rank	1	3	
$\hat{\rho}$	0.59166	0.85733	
MSE	0.000086	0.06622	
Rank	1	2	
$\hat{\mu}$	3.03125	3.14159	
MSE	0.00097	0.020048	
Rank	1	3	
$\sum$ **Rank**	3	8	
$\hat{\lambda}$	0.083	0.00000082	

MSE	0.000002	0.00639	**100**
Rank	1	3	
$\hat{\rho}$	0.59625	0.69938	
MSE	0.00002	0.00987	
Rank	1	3	
$\hat{\mu}$	3.01875	3.13701	
MSE	0.00035	0.01877	
Rank	1	2	
$\sum$ **Rank**	3	8	
$\hat{\lambda}$	0.083	0.049998	**150**
MSE	0.000002	0.0009	
Rank	1	3	
$\hat{\rho}$	0.60091	0.75688	
MSE	0.0000006	0.0246	
Rank	1	3	
$\hat{\mu}$	3.01875	3.06908	
MSE	0.000353	0.00477	
Rank	1	2	
$\sum$ **Rank**	3	8	

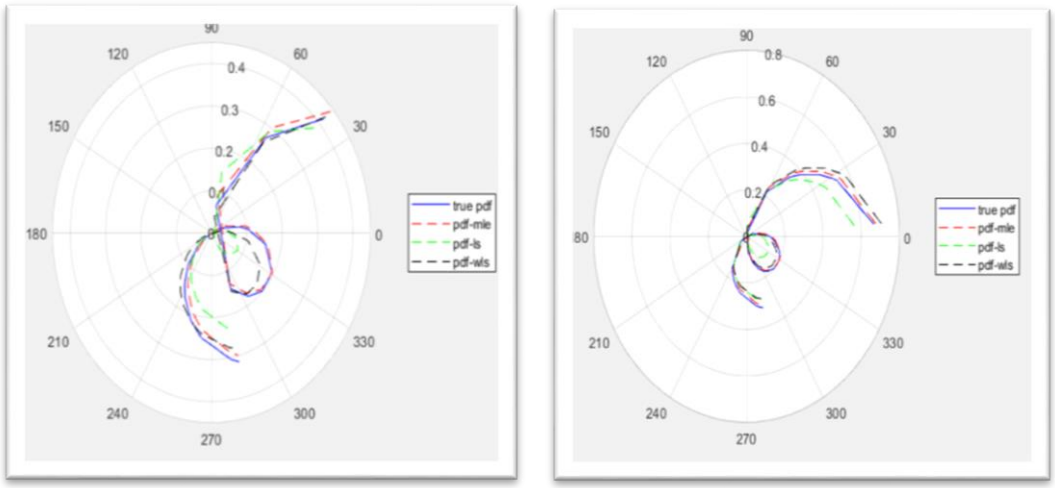
نلاحظ من الجدول (2) ان طريقة الامكان الاعظم اكثر كفاءة لامتلاكها اقل متوسط مربع الخطأ وتليها في المرتبة الثانية طريقة مربعات الصغرى الاعتيادية

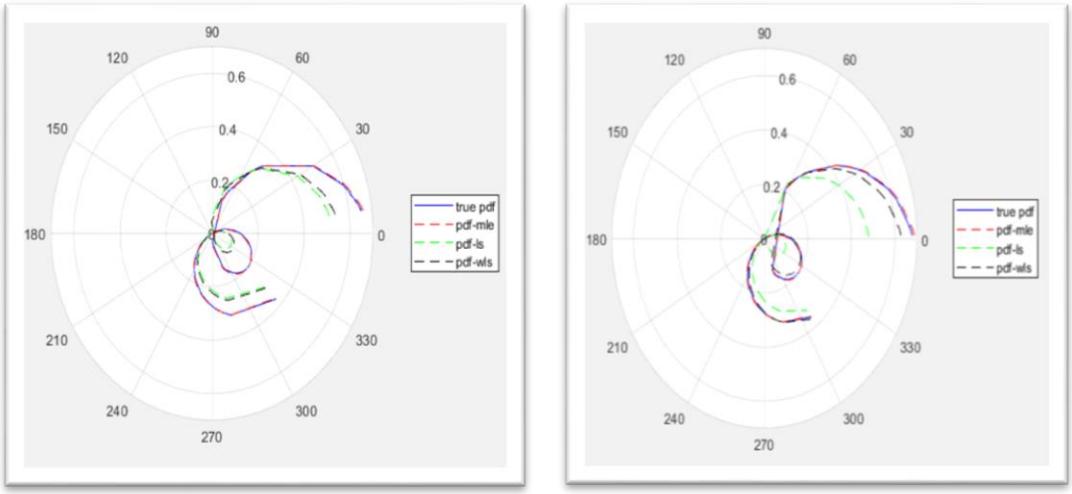
Est. Par	**MLE**	**LS**	**N**
$\hat{\lambda}$	0.1027	0.09617	**25**
MSE	0.000008	0.000051	
Rank	1	2	
$\hat{\rho}$	1.127705	0.7573	
MSE	0.00076	0.11744	
Rank	1	3	
$\hat{\mu}$	3.07187	3.14159	
MSE	0.00516	0.02004	
Rank	2	3	
$\sum$ **Rank**	4	9	
$\hat{\lambda}$	0.105	0.08396	**50**
MSE	2.50e-05	0.000257	
Rank	1	2	
$\hat{\rho}$	1.11214	0.89641	
MSE	0.00014	0.04144	
Rank	1	3	
$\hat{\mu}$	3.05625	3.00881	
MSE	0.00316	0.00004	
Rank	2	1	

$\sum$ **Rank**	4	6	
$\hat{\lambda}$	0.103125	0.0465	**100**
MSE	0.000006	0.00286	
Rank	1	3	
$\hat{\rho}$	1.09656	0.78694	
MSE	0.00009	0.098	
Rank	1	3	
$\hat{\mu}$	3.01875	3.08303	
MSE	0.00035	0.00689	
Rank	1	3	
$\sum$ **Rank**	3	9	
$\hat{\lambda}$	0.105	0.08842	**150**
MSE	2.500e-05	0.00013	
Rank	1	3	
$\hat{\rho}$	1.10025	0.82247	
MSE	0.00000003	0.077018	
Rank	1	3	
$\hat{\mu}$	2.99824	2.98176	
MSE	0.000007	0.00033	
Rank	1	2	
$\sum$ **Rank**	3	8	
نلاحظ من الجدول (3) ان طريقة الامكان الاعظم لها الافضلية في تقدير المعلمات التوزيع لامتلاكها اقل متوسط الخطأ وتليها طريقة المربعات الصغرى في المرتبة الثانية			

شكل (3-1)رسومات الانموذج الاول لدالة الكافة الاحتمالية لتوزيع EHC

M_1





M_2

شكل (3 -2)رسومات الانموذج الثاني لدالة الكافة الاحتمالية لتوزيع EHC

13- الاستنتاجات

1. نستنتج ان التوزيع العنكبوتي هو توزيع احتمالي دائري لتحقيقه جميع شروط التوزيع الدائري.
2. نستنتج ان طريقة الامكان الاعظم هي الاكثر كفائه من طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية لتقدير معلمات التوزيع الجديد لامتلاكها اقل متوسط مربع الخطأ في اكثر حجوم العينات وقيم المعلمات الافتراضية (MSE) .
3. تتناقص القيم الخاصة بالمقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE)) كلما زاد حجم العينة .

14- التوصيات

1- استعمال انواع جديده من التوزيعات المركبة لما تمتاز بيه هذه التوزيعات من مرونة وكفاءة عالية في تمثيل الدقيق للبيانات.
2- استعمال طرائق تقدير اخرى لتوزيع المقترح .
3- تطبيق النموذج الجديد العنكبوتي المقترح على بيانات حقيقية ملائمة مثل زاوية كسر عظم الكاحل وغيرها من الحالات

المصادر

1. .Jammalamadaka, S. R., & Kozubowski, T. J. (2004). New families of wrapped distributions for modeling skew circular data. Communications in Statistics-Theory and Methods, 33(9), .2059-2074
2. .Jupp, P. E., & Mardia, K. V. (2009).Directional statistics. John Wiley & Sons.
3. .Rasheed, D.H. & Al- wakil , A.A. (2010) "Introduction to mathematical statistics" Al-ddar Al-jamieuh for printing ,publishing and translating , Baghdad university.
4. Ehab A. Mahmood , Habshah Midi , Abdul Ghapor Hussin, (2020), The Comparison Between Maximum Weighted and Trimmed Likelihood Estimator of The Simple Circular Regression Model", Journal of Modern Applied Statistical Methods. Volume 18Issue 2 Article 11
5. Gomes-Silva, F., da Silva, R. V., Percontini, A., Ramos, M. W. A., & Cordeiro, G. M. (2017). An extended Dagum distribution: properties and applications. International Journal of Applied Mathematics & Statistics, 56(1), 35-53.
6. Jammalamadaka, S. R., & Sengupta, A. (2001). Topics in circular statistics (Vol. 5). world scientific
7. Mojtaba, H., & Hossein, A. M. (2018). Transformation of circular random variables based on circular distribution functions. Filomat, 32(17), 5931-5947
8. Zheng, S. (2009). Comparing measures of fit for circular distributions. Master Thesis University of Victoria