دراسة التأثيرات الحرارية لعمودين متداخلين على الاستجابة الدينامية والمدار التدويمي باستخدام طريقة دمج العناصر المحددة والمصفوفات الانتقالية

د.موفق علي توفيق * و شيماء هلال كامل *

تاريخ الاستلام :27/ 10 /2009 .
تاريخ ألقبول : 6 / 5 /2010

الخلاصة

يتناول البحث دراسة التأثيرات الحرارية في السرعة الحرجة وفي توزيع المقادير الجانبية للاهتزاز على طول المحورين الدوارين المتداخلين كما تمت دراسة انواع مختلفة للتوزيعات الحرارية ومدى تأثيرها في السرع الحرجة وفي توزيع المقادير الجانبية للاهتزاز، فقد تم تطوير أنموذج رياضي يتكون من عتبتين دوارتين مرتبطتين مع بعضهما بعدد من النوابض والمخمدات تحت تأثير العزم الجايرسكوبي ، وقد تم تمثيل طبقة الزيت لكراسي التحميل بأربعة معاملات مرونة وأربعة معاملات تخميد وافترض أن سلوكها خطي ، يأخذ التحليل بنظر الاعتبار الدعامات الساندة للعمودين الدوارين التي تم تمثيلها بنوابض مرنة ومخمدات ودراسة تأثير درجة الحرارة في العمودين الدوارين في حالة تثبيت درجة حرارة العمودين معاً أو تثبيت درجة حرارة احد الاعمدة ورفع درجة حرارة العمود الآخر لانواع مختلفة من التوزيعات التي تتضمن توزيعاً خطياً (Linear Distribution) وتأثيرها في السرع الحرجة وفي توزيع المقادير الجانبية والمدار التدويمي للمحورين المتداخلين ، تم استخدام تقنية "دمج العناصر المحددة – المصفوفات الانتقالية" (FETM) في تحليل الانموذج الرياضي كما تم بناء وتطوير برامج بلغة (Fortran 90) كما تم استخدام برنامج (Matlab 6.5) و (Ansys 11) لتسهيل عمل واكمال الجانب النظري . لقد وجد من هذا البحث ان درجة الحرارة تؤثر في السرع الحرجة وفي توزيع المقادير الجانبية للاهتزاز وأن الزيادة او النقصان في توزيع المقادير الجانبية والمدار التدويمي تعتمد على نوع التوزيع الحراري ، وحالة سرعة دوران العمود الاول التي تكون اكبر او اصغر من سرعة العمود الثاني وتعتمد على مرتبة السرع الحرجة (الاولى ،أو الثانية او الثالثة .... الخ).

Study the Thermal Effect of Twin Spool on the Dynamic Response and Whirl Orbit Using the Combined Finite Element – Transfer Matrix Method

Abstract

A study of the thermal effect on the critical speed and on the distribution of both the lateral and axial vibrations along the Dual rotor– system are considered . Differal thermal distributions and their influence on the critical speed and on the distribution of lateral amounts of vibration (eign mode) are adopted .The rotating system is assummed to be made of two coaxial rotor under the effect of gyroscopic moments ; The bearings are represented by their linearized dynamic properties known as the stiffness and damping coefficients .The props that support the Dual rotor are modeled with elastic springs and dashpots ; The study is considered the effects of the thermal distribution on the Dual rotor system for constant temperarture of the two rotors linear distribution on the critical speeds of

*قسم هندسة المكائن والمعدات، الجامعة التكنولوجية / بغداد

https://doi.org/10.30684/etj.28.22.17
2412-0758/University of Technology-Iraq, Baghdad, Iraq
This is an open access article under the CC BY 4.0 license http://creativecommons.org/licenses/by/4.0

the two shafts , eigen mode (Deflection , Slope , Shear force , Bending moment) and on the values of whirl orbit (major and minor axis , phase angle) .The combined Finite element– Transfer matrix (F.E.T.M) technique was implemented to idealized the mathematical model of the rotating system .This technique is convenient in computer programming .Another computer programs were developed in Fortran language and a program Matlab 6.5 and Ansys 11 to simplify the work and to embrace the theoretical analysis . From this research it has been found that the temperature affects the critical speeds and the distribution of the lateral amounts of vibration . The eigen mode (Deflection , Slope , Shear force , Bending moment) and the value of whirl orbit (major and minor axis , phase angle) depends on the thermal distribution , rank of the critical speed and values of the rotating speed of the dual shafts.

قائمـــة الرمـــوز

الرمـــز	المصطلح	الوحـــدة
A	مساحة مقطع العنصر	m^2
{d}	متجه الازاحات	
[F]	مصفوفة المجال	
[G]	مصفوفة التأثير الجايروسكوبي للعنصر الدوار	
I	عزم القصور الذاتي لمساحة مقطع العنصر	m^4
ID	عزم القصور الذاتي القطري لكتلة القرص	$Kg.m^2$
IP	عزم القصور الذاتي القطبي لكتلة القرص	$Kg.m^2$
الرمـــز	**المصطلح**	**الوحـــدة**
[I]	مصفوفة أحادية	
j	$\sqrt{-1}$	
K.E	الطاقة الحركية الكلية	J
[K]	مصفوفة المرونة للعنصر	
l	طول العنصر	m
[M]	مصفوفة الكتلة للعنصر	
md	كتلة القرص	Kg
P.E	الطاقة الكامنة الكلية	J
[P]	مصفوفة النقطة	
{P}	متجه القوى الداخلية	
ri,ro	أنصاف الاقطار الداخلية والخارجية للأعمدة الدوارة	m

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

S	احداثي الموضع المحوري للعنصر	
Vey,Vez	قوى عدم الموازنة في العقدة (i) وفي الاتجاهين Y,Z على التوالي	
X,Y,Z	محاور الاسناد الثابتة	
$as1 , as2$	معامل التمدد الطولي للعمودين الاول والثاني على التوالي	m/m/^{o}c
Es1 , Es2	معامل المرونة للعمودين الاول والثاني على التوالي	N/m^2
Gs1 , Gs2	معامل القص للعمودين الاول والثاني على التوالي	N/m^2
T_i	درجة حرارة المقطع (i)	C^o
T_{i-1}	درجة حرارة المقطع (i-1)	C^o
T_o	درجة حرارة المحيط	C^o
Fths1 , Fths2	القوة المحورية الحرارية للعمودين الاول والثاني	N

الرمـــوز اللاتينية

الرمز	المصطلح	الوحدة
a , q , Φ	الازاحات الدورانية حول المحاور X,Y,Z	Rad
$b \quad n$	زاوية دوران المحور الكبير من محور Z الدوار	Deg.
الرمز	**المصطلح**	**الوحدة**
$a \quad n$	زاوية الطورالمتسلسلة للانحناء	Deg.
$z \quad d$	عزم القصور الذاتي القطري لكتلة العنصر ولكل وحدة طول	Kg.m
$z \quad p$	عزم القصور الذاتي القطبي لكتلة العنصر ولكل وحدة طول	Kg.m
m	كتلة العنصر لكل وحدة طول	Kg.m
w	السرعة الدورانية للعنصر الدوار	Rad/s
Ω	السرعة التدويمية للعنصر الدوار	Rad/s
h	معامل تخميد البنية المقابل لمعامل يونك المركب	
h'	معامل تخميد البنية المقابل لمعامل القص المركب	

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الرمـــوز العلوية

الرمز	الدلالة
i	يشير الى الجزء الخيالي من المتغير المركب
r	يشير الى الجزء الحقيقي من المتغير المركب
L	يشير الى المقادير الواقعة على يسار العقدة (i)
R	يشير الى المقادير الواقعة على يمين العقدة (i)

الرمـــوز السفلية

الرمز	الدلالة
S1	يشير الى العمود الدوار الاول (الخارجي)
S2	يشير الى العمود الدوار الثاني (الداخلي)

1- المقدمة

يعد الجزء الدوار (Rotor) واحداً من اهم المواضيع الميكانيكية الهندسية حيث ان البحوث في هذا المجال تنصب في محطات القدرة الغازية والبخارية والصناعات الثقيلة والطائرات .وقد اعطيت له اهمية كبيرة نتيجة طلب الاداء الافضل ، والاقتصادية الاكثر و الهدر القليل وامكانية الوصول الى تصنيع أفضل تصميم [1] . ان الحاجة المتزايدة للطاقة من المحركات ادت الى ظهور محركات تعمل بعمود نقل حركة منفصل مكون من عمودين متداخلين للحصول على نسبة ضغط تتراوح بين (1-9) الى (1-13) ان هذه النسبة العالية من الضغوط لم يكن بالامكان تحقيقها الا باستخدام دوار يعمل بضغط عال ودوار يعمل بضغط واطئ مثبتين على محورين متداخلين منفصلين عن بعضهما ، ان استخدام هذه الطريقة ادى الى الحصول على معدل استهلاك نوعي للوقود (specific fuel consumption) يصل الى حد (0.75 kg/kg thrust per hr) ويستخدم نظام عمودين دوارين متداخلين – كراسي تحميل (Twin Spool-bearing) يجمع بين الضاغط والتوربين الدوار .وهذا النوع من التراكيب يقلل الانحراف الحاصل بسبب عدم الموازنة ويحسن كفاءة المحرك في الاداء والوثوقية بسبب الغاء تراكيب المساند الثابتة (static support structure) في مسار جريان حركة الهواء (Aerodynamic flow path) كما انها تقدم وضعاً سهلاً لغطاء المحرك وتعطي اسناد عالي لكل التركيب [1] .ان البحوث في الاجزاء الميكانيكية العالية السرعة مثل التوربين البخاري والغازي و المضخات والضواغط وغيرها ، تتطلب تفحص التأثيرات الداخلية والخارجية في الاهتزازات والاستجابة الديناميكية للاجزاء الدوارة ليتم فهم طبيعة نظام دوار – كرسي تحميل (Rotor – bearing system) ليتم تطوير وتحسين الخواص التصميمية .ويتضمن هذا المجال من الدراسة تأثير درجة الحرارة في السرع الحرجة (Critical Speeds) وشكل النسق (Mode Shape) وكذلك توزيع قوى القص وعزوم الانحناء على طول المحور الدوار .

- في عام (2003) [2] قام الباحثان (Rao & Sreenivas) بإجراء تحليل ديناميكي لعمودين دوارين متداخلين ،

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

العمودين تم نمذجتهما باستعمال (solid element) وعتبة من نوع (Jeffcot Type) وقد اشار الباحثان الى ان العمودين الدوارين المتداخلين أستعملا في الطائرات وان العمود الدوار الخارجي يربط بين دوار الضغط الواطئ للضاغط والتوربين والعمود الداخلي يربط بين دوار الضغط العالي للضاغط والتوربين وقد استعمل (Ansys 11) وبرهن من التحليل الديناميكي الدوار المقدرة على تحليل المحاور غير المتناظرة وقد توصل الى مايأتي:-

- أن أحتساب العمر الحقيقي للمحور الدوار لا يتم من خلال التحليل الديناميكي بأتجاه واحد.
- وجود الاقراص على الاعمدة يؤثر في التحليل الديناميكي.
- التأثير المركزي في توزيع الاعمدة والاجزاء المثبتة والصلابة وكذلك التدويم يؤثر بشكل مهم في السرع الحرجة وفي الاستجابة غير المتوازنة .
- التأثير الجايرسكوبي يدخل في الحسابات على عكس سرعة التدويم التي لاتدخل في حسابات مخطط Campbell حيث ان التأثير متضمن اوتوماتيكيا في النموذج الصلب.
- وبأجراء التحليل الديناميكي الدوار للعمودين الدوارين المتداخلين لاحظ ان بالامكان حساب التدويم بصورة اكثر دقة وحساب السرع الحرجة والمناطق غير المستقرة للمحاور غير المتناظرة .

- وفي عام (2007) [3] قام الباحث (Rao) بالتحليل الهارموني لعمودين دوارين متداخلين على كراسي تحميل متناظرة كما في الشكل (1a) مع قوى غير متوازنة وان الموقع غير المتوازن يمثل ثاني قرص على العمود الداخلي وقد حسبت الاستجابة الهارمونية كما تم حساب السرع التدويرية بوساطة برمجيات الميكانيكية بـ (Ansys) . ومن التردد المثار والقوى المثارة غير المتوازنة $\left(F=\Omega^2*unbalance\right)$ التي تسلط على العقد استطاع ايجاد السرع الحرجة وسرعة التدويم والاستجابة غير المتوازنة وقد لوحظ انحناء العمود الداخلي نتيجة لقوى عدم الموازنة التي سببت هذا الانحناء وكما هو موضح بالشكل (1b).

- واما بالنسبة للبحوث المتعلقة بالطريقة المستخدمة في التحليل (طريقة العناصر المحددة-المصفوفات الانتقالية – طريقة الدمج) في عام (2002) [4] قدم الباحث (Hamdoon) بحثاً عن تحليل الاستجابة الديناميكية لعمود دوار-حافظة بوساطة دمج طريقة المصفوفات الانتقالية-العناصر المحددة ، وقد درس تأثير كل من الجساءة الانثنائية وتغير القطر وعزم المساحة في قيم السرع الحرجة والمقادير الجانبية للاهتزاز (الانحراف والميل والقص والعزم) وقد توصل الى أن زيادة مساحة المقطع (زيادة القطر) تؤدي الى زيادة السرعة الحرجة وأن زيادة الجساءة الانثنائية للعمود تقلل مقادير القيم المميزة (Eigen Value) عند السرع الحرجة وأن غلاف البدن يسلط تأثيراً واضحاً في الاستجابة الديناميكية للعمود الدوار وأن النتائج المستحصلة أثبتت فاعلية تقنية المصفوفات الانتقالية-العناصر المركبة.

- ومن الابحاث التي تناولت التأثير الحراري في الاستجابة الدينامية والترددات الطبيعية في عام (1999) [5] قام الباحث (Batas *etal.*) بدراسة صيغة تجريبية لدرجة الحرارة المعتمدة لمعامل يونك لمعدن من نوع stainless steel في

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

شوكة رنانة واظهرت الحالة ان التمدد الحراري ذو اهمية ثانوية وأن المصدر الرئيسي لدرجة الحرارة المعتمدة في الشوكة الرنانة هو بسبب درجة الحرارة الداخلة في معامل يونك للمواد بغض النظر عن تصنيعها . إن صلابة الشوكة تتغير على نحو مهمل مع درجة الحرارة بسبب التغير في التردد الرنيني للشوكة الرنانة . كما ان السلوك الحقيقي للشوكة الرنانة اظهر انخفاضاً في التردد بمقدار 1% مقارنة بزيادة درجة الحرارة .

- وفي عام (2000) [6] قام الباحث (Nassir) بدراسة تأثير درجة الحرارة في السرعة الحرجة وتوزيع المقادير الجانبية والمحورية على طول العمود الدوار وقد تمت الدراسة على عمود يقع ضمن تصانيف الاعمدة الثقيلة يستخدم كرسيين للتحميل للاسناد قريبين من نهايتيه واخذت الدراسة تأثير القص والتأثير الجايرسكوبي وتأثير التخميد لكراسي التحميل وكذلك تأثير قوى عدم الموازنة من وجود الاختلافات المركزية لبعض كتل العمود وقد اعتمد في تحليله على طريقة المصفوفات الانتقالية ، وبينت النتائج ان درجة الحرارة تؤثر في السرعة الحرجة وأن مقدار الانحراف في السرعة يعتمد على مرتبة السرعة الحرجة ، اذ ان زيادتها تؤدي الى تقليل قيم السرع الحرجة ومقدار الانحدار في السرعة يعتمد على درجة السرعة الحرجة وعلى نوع الشرط الحدي المطبق ، كما انها تؤدي الى تزحيف الـ eigen mode (توزيع المقادير الجانبية على طول المحور) الى سرع اعلى من سرعة دوران المحور من خلال زيادة قيم (الانحراف والميل والعزم والقص) قبل الوصول الى السرعة الحرجة وتقليل هذه القيم بعدها . إن هذا البحث يسلط الضوء على تأثير درجة الحرارة (التي تعد أحد العوامل الخارجية المحيطة بالمحورين الدوارين)في الاستجابة الدينامية لمحورين دوارين بأستخدام طريقة الدمج بين طريقة المصفوفات الانتقالية Transfer (Matrix Method) والعناصر المحددة (Finite Element) .

2- الجانب النظري والتأثير الحراري :

إن الأنظمة المتفرعة هي الأنظمة التي تحتوي على اثنين أو أكثر من الأجزاء الدوارة (spools) ،وتكون هذه الأجزاء متغيرة الأطوال والترتيب وغالباً ماتسمى أنظمة متفرعة ، ومن أمثلتها العمودان المتداخلان (Twin Spool Engine) وغالباً يكونان مختلفي الأطوال ويكون احدهما أطول من الاخر والذي يظهر تفرعاً ، والذي يمكن أن يكون جزءاً من تركيب الطائرات كما يحدث في محركات (jet engine) .

وعند تعريض عتبة معينة كما في الشكل(3) لتأثير حراري فإنها سوف تستطيل إستطالة حرارية مقدارها d_T [6] ، [7] .

حيث إن :

$$d_T = a \quad L \quad \Delta T \quad \text{.....(1)}$$

ΔT فرق درجة الحرارة وتساوي $\Delta T = T - T_o$ حيث إن T درجة الحرارة التي تتعرض لها العتبة (C^0) و T_0 درجة الحرارة المحيطة (C^0) .وعند وجود قيد محوري فإن الاستطالة الحرارية سوف تتحول الى قوة محورية ضاغطة تعتمد على فرق درجات الحرارة ومعامل المرونة إذ إن معامل المرونة هو دالة لدرجة الحرارة .

وهذه القوة المحورية يمكن أن تحتسب من مساواة الاستطالة الحرارية مع الاستطالة التي تسببها قيمة محورية فيما لو أثرت وحدها في العتبة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$d_T = \frac{P*l}{E*A} \quad \text{.....(2)}$$

$$P = a\mathrm{AE}\Delta\mathrm{T} \quad \text{.....(3)}$$

$$a*l*\Delta\mathrm{T} = \frac{P*l}{\mathrm{E}*\mathrm{A}} \quad \text{.....(4)}$$

ومن ملاحظة المعادلة (4) نجد أن القوة المحورية تعتمد على فرق درجات الحرارة ومعامل المرونة ، أما مساحة المقطع ومعامل التمدد الخطي فيعدان ثابتين بالنسبة لدرجة الحرارة ولذا فإن رفع درجة الحرارة يؤدي الى زيادة القوة المحورية و بالتالي إنحناء العتبة.وإن معامل المرونة دالة لدرجة الحرارة ويمكن التعبير عنه بالمعادلة (6) ، وقد تم الحصول على هذه المعادلة من خلال المخطط البياني للـ (Cr-Mo-Steels) الذي يوضح العلاقة بين معامل المرونة و درجة الحرارة [8] كما هو موضح بالملحق A(1) مع الاستعانة ببرنامجي (Digitizer) للحصول على تطابق مناسب مع المنحنى وبالتالي على أفضل دقة للمعادلة.

N1=30.9002

N2=0.00553559

N3=9.73539E-007

$$\mathrm{E} = \left[\mathrm{N}_1 - \mathrm{N}_2 * (\mathrm{T}) + \mathrm{N}_3 * (\mathrm{T})^2\right] \quad \text{.....(5)}$$

إن الأنظمة التي تتكون من عمودين دوارين متداخلين تكون إثارة الإهتزاز بين العمود الدوار الداخلي والخارجي فيها متأثرة بالمساند بينهما لذا فإن الاستجابة الديناميكية لكل عمود لاتعتمد على عدم الموازنة له فحسب بل تعتمد ايضاً على السلوك الديناميكي للعمود الدوار الثاني وهذا ما يجعل التحليل الديناميكي لهذا النظام يختلف عن بقية الأنظمة التي تتكون من عمود دوار واحد [1] عند أي سرعة وباختفاء كتل عدم الموازنة الدوارة فإن المحاور للأثنين (العمود الاول والثاني) متوازنة لحظيا مع الشكل المحدد من قبل التشوه الساكن للعمود الاول والثاني وعدم التمركز لكراسي التحميل (Journal Bearing) ، أو عندما يكون الجزء الدوار غير متوازن فإن قوة الطرد المركزي تسبب تدويماً (WHIRL) وتشوهاً (DEFORMATION) بحيث إن كل نقطة على محاور العمود تدوم بمدار مركب حول موضع التوازن [9].تقوم كراسي التحميل بنقل التدويم من العمود الاول الى العمود الثاني خلال تراكيب الاسناد والذي تكون استجابته أيضا بمدار مركب حول موضع التوازن له المقابل للقوة المنتقلة في هذا التحليل بافتراض ان مدار التدويم للعمود الاول والثاني بيضوي[1] ،[10] .ان استخدام تقنية العناصر المحددة(F.E.M.) يؤدي الى حل تجريبي مقارب الى الحالة الحقيقية والنتائج تكون مقنعة جدا،ولكنها تستخدم مصفوفات كبيرة قد تؤدي الى صعوبات حسابية في الحاسبة الالكترونية ولسهولة الحل فإن القوى الهايدروديناميكية لطبقة زيت كراسي التحميل تعد خطية (Linearized). إن استخدام طريقة الازدواج التي تربط العمودين الاول و الثاني بمصفوفة المجال [F] والتي تربط متجهات الحالة عند أي مقطع للنظام وعند كل نقطة [P] والتي تربط ايضاً بين متجه الحالة الأيمن والأيسر لأي نقطة "i" لأن العمودين قد تم تمثيلهما بعتبتين من مجموعة من العقد المهملة الوزن تعالجان بواسطة المصفوفات الإنتقالية وأجزاء واصلة بين العقد (عناصر ذات وزن مركز(Concentrate (Mass)).

3- مصفوفة النقطة :

تحقيق شرطين أساسيين الاول توازن القوى (Forces equilibrium) والاخر

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

استمرارية الازاحات (Displacements continuity) عند كل عقدة موجودة على النظام. يمكن ان نستنتج وجود عشر حالات لمصفوفة النقطة تغطي أي ترتيب للعمود الدوارالاول والثاني ، وهذه الحالات الثمان موضحة وملخصة وموضحة في الملحق (G) كما يأتي:

1- الحالة الاولى :- موقع كرسي تحميل عند العقدة (i) .
2- الحالة الثانية :- وجود عقدة حقيقية على العمود الدوارالاول تقابل أخرى حقيقية على العمود الثاني
3- الحالة الثالثة :- الحالة الثالثة مع وجود كرسي تحميل الى الارضية.
4- الحالة الرابعة :- وجود قرص (كتلة) على العمود الثاني وعقدة على العمود الاول .
5- الحالة الخامسة :- وجود عقدة حقيقية على العمود الثاني تقابل عقدة وهمية (عدم وجود تركيب ونظام تفرع) على العمود الاول.
6- الحالة السادسة :- الحالة السابعة مع وجود قرص (كتلة) على العمود الثاني الحالة السابعة :- وجود عقدة حقيقية على العمود الاول تقابل عقدة وهمية على العمود الثاني.
7- الحالة الثامنة :- الحالة السابعة مع وجود كرسي تحميل على العمود الثاني وبالاعتماد على مبدأ توازن القوى وقانون نيوتن الثاني ويمكن الحصول على معادلة الحركة ولكل حالة حسب ظروفها لمصفوفة النقطة كما موضح في الشكل (4).

4- معادلة الحركة للعنصر الدوار:

الانموذج للعنصر الدوار كما في الشكل (5-a) مكون من عقدتين ، وبشكل عام هناك ستة درجات حرية لكل عقدة ثلاثة منها للحركة الانتقالية وثلاثة الاخرى للحركة الدورانية على امتداد المحورين ، ويمكن تمثيل ازاحات نهايتي العنصر بالمتجه الاتي :-

$$\{d\}^T = \{U_1 V_1 W_1 a_1 q_1 f_1 \; U_2 V_2 W_2 a_2 q_2 f_2\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

حيث تمثل:-

$\begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \end{Bmatrix}$ الازاحات الانتقالية على امتداد

$\begin{Bmatrix} a \\ q \\ f \end{Bmatrix}$ المحاور Z و Y و X وحولها و

الازاحات الدورانية على امتداد المحاور Z و Y و X وحولها.

ونظراً لعدم وجود اقتران بين الازاحات للعناصر المحورية واللي والانحناء يمكن تشغيل المعادلات الخاصة بكل ازاحة بصورة مستقلة،وكما ورد في [11] ، [4] .سيتم التعبير عن الازاحات المحورية (Axial displacement) لعقدتي العنصر بالصيغة الاتية:-

$$u(s,t) = [Nu]\{d\} \quad \ldots\ldots\ldots(7)$$

$$[Nu] = \begin{bmatrix} Nu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Nu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots(8)$$

وتكون دوال الشكل (Shape function) للازاحات المحورية تكتب كما يأتي:-

$$Nu_1 = l_i - \frac{S}{l} \quad \ldots\ldots\ldots(*)$$

$$Nu_2 = \frac{S}{l_i} \quad \ldots\ldots\ldots(**)$$

$$\ldots\ldots\ldots(9)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ويعبر عن ازاحات اللي (Torsional displacement) بالصيغة الاتية:-

$$a(s,t) = [N\,a]\{d\}$$

حيث ان:-

$$[Na] = \begin{bmatrix} Na_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Na_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

.....(10)

وتكون دوال الشكل لازاحات اللي (Na_1, Na_2)مطابقة للمعادلتين (*)،(**) على التوالي.ويتم التعبير عن الازاحات الانتقالية للانحناء بالصيغة الاتية:-

$$\begin{Bmatrix} V(s,t) \\ W(s,t) \end{Bmatrix} = [Nt]\{d\}$$

.....(11)

حيث تمثل [Nt] مصفوفة دوال الشكل للحركة الانتقالية في اتجاه المحورين Z وy حيث ان:

$$Nt_1 = a_1,\ Nt_2 = a_2,\ Nt_3 = a_3,\ Nt_4 = a_4$$

$$R11 = [0\ \ a_1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ a_2\ \ 0\ \ a_3\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ a_4]$$

$$R22 = [0\ \ 0\ \ a_1\ \ 0\ \ -a_2\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ a_3\ \ 0\ \ -a_4\ \ 0]$$

$$[Nt] = \begin{bmatrix} R11 \\ R22 \end{bmatrix} \quad .....(12)$$

وان دوال الشكل تكتب كما يأتي :-

$$Nt_1 = 1 - 3\left(\frac{s}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{s}{l}\right)^3$$

$$Nt_2 = S - \frac{2s^2}{l} + \frac{s^3}{l^2}$$

$$Nt_3 = 3\frac{s^2}{l^2} - \frac{2s^3}{l^3}$$

$$Nt_4 = -\frac{s^2}{l} + \frac{s^3}{l^2}$$

.....(13)

وتكون العلاقة بين الحركات الدورانية (f,Q)والحركات الانتقالية (V,W) كما يأتي :-

$$q = -\frac{\partial V}{\partial S} \quad , \quad f = \frac{\partial W}{\partial S}$$

.....(14)

ويمكن التعبير عن الازاحات الدورانية للانحناء على النحو الاتي حيث ان:

$$Nt'_1 = a'_1 \quad , \quad Nt'_2 = a'_2,$$

$$Nt'_3 = a'_3\ ,\ Nt'_4 = a'_4$$

$$AA = [0\ \ 0\ \ -a'_1\ \ 0\ \ a'_2\ \ 0$$

$$0\ \ 0\ \ -a'_3\ \ 0\ \ a'_4\ \ 0] .....(15)$$

$$BB = [0\ \ a'_1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ a'_2$$

$$0\ \ a'_3\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ a'_4] \quad .....(16)$$

$$[Nr] = \begin{bmatrix} AA \\ BB \end{bmatrix} \quad .....(17)$$

اما في مايخص التحليل المحوري لعنصر المحور الدوار فنجد ان العنصر يقع تحت تأثير قوى محورية ناتجة من التأثير الحراري كما يأتي [12] . طاقة الانفعال لكل وحدة حجم:-

$$U = \frac{1}{2}s\left(e - e_o\right) \quad .....(18)$$

كما ان طاقة الانفعال الكلية في المقطع:

$$U_t = \frac{1}{2}\int_e (e - e_o)^t\, E\, (e - e_o) A\, ds$$

او:-

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\Phi 1=\frac{1}{2}\int_e\left(\{e\}^t \mathrm{E}\{e\}\right) A ds$$

$$\Phi 2=\frac{1}{2}\int_e\{e_o\}^t \mathrm{E}\{e\}\, A ds$$

$$\Phi 3=\frac{1}{2}\int_e\left(\{e\}^t \mathrm{E}\{e_0\} A ds\right)$$

$$\Phi 4=\frac{1}{2}\int_e\left(\{e_o\}^t \mathrm{E}\{e_o\}\right) A ds$$

$$U_t = \Phi 1 - \Phi 2 - \Phi 3 + \Phi 4$$

لكن:-

$$\{e\}=[\mathrm{B}]\{U\}$$

او:-

$$[\mathrm{B}] = [\mathrm{N}]''$$

$$[K]_{*2} = \int_{-1}^{+1}[B]^T[B]\, EA ds$$

$$[F]^T = EA\ \frac{l}{2} e_o \int_{-1}^{+1}[B]^T ds$$

لكن:-

$$e_o = a\ \Delta \mathrm{T}$$

$$[B] = \left[-\frac{1}{l}\ \ \frac{1}{l}\right]$$

$$\{F\}^e_{thS1} = E_{s1i} A_1 a_{s1} \Delta \mathrm{T} \begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$$

$$\{F\}^e_{thS2} = E_{s2i} A_2 a_{s2} \Delta \mathrm{T} \begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$$

وبتطبيق معادلة لاكرانج:-

$$\frac{\partial P.E}{\partial u} = [K][u] - \{F\}^e_{th}$$

$$[K]^e_{s1} = \frac{E_{s1i} A_1}{L_1}\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}$$

$$[K]^e_{s2} = \frac{E_{s2i} A_2}{L_2}\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}$$

.....(19)

وبأجراء التكامل على أمتداد طول العنصر حيث ان:-

$$\mathrm{AB}=([Ku]+[Ka]+[Kb])_{S1}$$

$$\mathrm{AK}=([Ku]+[Ka]+[Kb])_{S2}$$

$$\mathrm{M1}=\frac{1}{2}\{d\}^T\ \mathrm{AB}\{d\}$$

$$\mathrm{M2}=\frac{1}{2}\{d\}^T\ \mathrm{AK}\{d\}$$

$$P.E.=\mathrm{M1}+\mathrm{M2}$$

وان :

$$\mathrm{EB}=([Mu]+[Ma]+[Mt]+[Mr])$$

$$Q_1 = \frac{1}{2}\{\dot{d}\}^t \mathrm{EB}\ \{\dot{d}\}$$

$$K.E = Q_1 + \frac{1}{2} I_P w^2 + w\ \{\dot{d}\}^t[R]\{\dot{d}\}$$

.....(20)

وبتعويض معادلات الطاقة الحركية والطاقة الكامنة في معادلة لاكرانج (Lagrangin Equation) متضمنة القــوة الحراريــة تكون :-

$$V1 = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K.E.}{\partial\{\dot{d}\}}\right),\quad V2 = \left(\frac{\partial K.E.}{\partial\{d\}}\right)$$

$$V3 = \left(\frac{\partial P.E.}{\partial\{d\}}\right)_i$$

$$V1 - V2 + V3 = \{P\}_i + \{Fth\}_i$$

.....(21)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

عندئذ نحصل على معادلة الحركة للعنصرين الدوارين والتي تكتب على النحو الاتي :

$$l1=[\mathrm{M}]\{\ddot{d}_{S1}\}_i$$
$$l2=w_1[G]\{\dot{d}_{S1}\}_i$$
$$l3=[K]_{s1}\{d_{S1}\}_i$$
$$l4=[\mathrm{M}]\{\ddot{d}_{S2}\}_i$$
$$l5=w_2[G]\{\dot{d}_{S2}\}_i$$
$$l6=[K]_{s2}\{d_{S2}\}_i$$
$$l1-l2+l3=\{P_{S1}\}_i+\{Fth\}_{S1i}$$
$$l4-l5+l6=\{P_{S2}\}_i+\{Fth\}_{S2i}$$
.....(22)

حيث إن $\{P\}$ هو متجه القوى المؤثر في العنصر الدوار (12*1) وتمثل [M] و[G] و[K] مصفوفات الكتلة والتأثير الجايرسكوبي والمرونة (12*12) على التوالي وتعطى كما يأتي :-

$$[K]_{s1}=[Ku]_{s1}+[Ka]_{s1}+[Kb]_{s1}$$
$$[K]_{s2}=[Ku]_{s2}+[Ka]_{s2}+[Kb]_{s2}$$
$$[G]=[R]-[R]^T$$
$$[\mathrm{M}]=([Mu]+[Ma]+[Mt]+[Mr])$$
.....(23)

وإن جميع المصفوفات المتعلقة بالكتلة والجساءة والتأثير الجايرسكوبي مبينة في الملحق (F) وان مصدر العزم الجايرسكوبي ناتج عن وجود عزمين في مستويين متعامدين ناتجة عن الاهتزاز الجانبي يؤدي الى ظهور مركبة عزم في المستوي العمودي على هذين المستويين.

5- معامل تخميد البنية :

عندما تجهد المواد دوريا فإن هنالك طاقة تتبدد بداخلها نتيجة التخميد الداخلي للمواد و الذي يعرف بتخميد البنية (Structural Damping) أو التخميد التخلفي (Hysteretic Damping) ، وإن إدخال التخميد في معادلة الحركة ضروري للحصول على نتائج أكثر واقعية. وتشير تجارب الباحثين [13] التي أجريت على العديد من المعادن والهياكل إلى أن الاجهاد يسبق زاوية الانفعال بزاوية ثابتة (y) عندما تكون تلك المواد مجهدة أو تحت تأثير قوى توافقية ، ولهذا فإن الانفعال التوافقي (e) :-

$$e=e^{o}Sin(\Omega t+y)$$

والاجهاد المستحث (Induced Stress) :

$$s=s^{o}Sin(\Omega t+y)$$

و لهذا:-

$$\Psi1=s^{o}Cos\,y\;\;Sin\Omega t$$
$$\Psi2=s^{o}Sin\,y\;\;Cos\Omega t$$
$$s=\Psi1+\Psi2$$
$$\Psi1=s^{o}Cos\;\;y\;\;Sin\;\Omega\,t$$
$$\Psi2=s^{o}Sin\;\;y\;\;Sin\left(\Omega\,t+\frac{1}{2}\right)$$
$$s=\Psi1+\Psi2$$

نلاحظ من المعادلة المذكورة في أعلاه أن المركبة الاولى (First Compontent) في نفس الطور مع الانفعال e ، أما المركبة الثانية فتتعامد مع الانفعال وتسبقه بزاوية $\left(\frac{p}{2}\right)$ بجعل $\left(j=\sqrt{-1}\right)$:-

$$\Psi1=s^{o}Cos\;\;y\;\;Sin\;\Omega\,t$$
$$\Psi2=s^{o}Sin\;\;y\;\;Sin\;\Omega\,t$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$s = \Psi 1 + j\Psi 2$$

فنحصل على معامل يونك بصيغة مركبة "Complex Young Modulus" (E) ويمكن كتابتها بالصيغة الاتية :-

$$E = \frac{s}{e}$$

$$E = \frac{s^{o}}{e^{o}} Cos\ y \quad + j \frac{s^{o}}{e^{o}} Sin\ y$$

$$E = E_o + j\,E'$$

$$E = E_o \left(1 + j \frac{E'}{E_o}\right)$$

$$E = E_o (1 + jm)$$

حيث إن m معامل تخميد البنية ، ولا يعتمد على التردد وبنفس الطريقة بالنسبة لمعامل الصلادة القصي :

$$G = G_o (1 + jm')$$

حيث إن m' ثابت أيضا وإن $(m = m')$.

هذا التعويض يجعل كل القيم المصفوفة الدينامية والازاحات والاجهادات مركبة (Complex) ، وأن زوايا الطور يمكن أن تحتسب حيث إن معادلة الحركة تصبح :

$$l1 = [M]\{\ddot{d}_{S1}\}_i$$

$$l2 = j[G]\{\dot{d}_{S1}\}_i$$

$$l3 = (1 + jm)[K]$$

$$l1 - l2 + l3 = \{P_{S1}\}_i + \{Fth\}_i$$

وإن E' تتغير مع درجة الحرارة والتي توصف بالمعادلة وإن E_o تؤخذ مع درجة حرارة مقدارها $25C^{o}$ وبقسمة $\frac{E'}{E_o}$ نحصل على معامل تخميد البنية المتغير مع درجة الحرارة .

6- مصفوفة المجال :

تسمى المصفوفة التي تربط بين متجه الحالة الايمن للعقدة (i-1) ومتجه الحالة الايسر للعقدة (i) بمصفوفة المجال. وبشكل عام هناك ثلاث حالات لمصفوفة المجال للعمودين الدوارين المتداخلين. وفي هذه الحالات نلاحظ ما يأتي :

1. وجود عنصر على العمود الدوارالاول يقابل عنصراً حقيقياً على العمود الدوار الثاني.
2. وجود عنصر حقيقي على العمود الثاني يقابل عنصراً خيالياً على العمود الدوار الاول أي عدم وجود تركيب على العمود الدوار الاول.
3. وجود عنصرحقيقي على العمود الدوار الاول يقابل عنصراً خيالياً على العمود الدوار الثاني .

6-1- الحالة الاولى :

لغرض بناء مصفوفة المجال للعمود الدوار نأخذ عنصراً محدداً من العمود ونبدأ بكتابة معادلة الحركة للعنصر الدوار وللعمودين الاول والثاني :-

$$l11 = [M]\{\ddot{d}_{S2}\}_i$$

$$l22 = j[G]\{\dot{d}_{S2}\}_i$$

$$l33 = (1 + jm)[K]_{s2i}$$

$$l11 - l22 + l33 = \{P_{S2}\}_i + \{Fth\}_i$$

.....(24)

وبتعويض الازاحة والسرعة والتعجيل وقوى الاستثارة والقوى الحرارية كدالة لـ $\left(e^{j\Omega_2 t}\right)$ وتبسيط المعادلة ينتج :

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$x1=\left|(1+jm)\left[K\right]_{S2}-\Omega_2^2([M]+j[G])\right|$$

$$x1\{\overline{d}_{S2}\}=\{\overline{P}_{S2}\}+\{\overline{Fth}_{S2}\}\Big]_{(i)}$$

$$x2=\left|(1+jm)\left[K\right]_{S2}-\Omega_2^2([M]+j[G])\right|$$

$$x2\{\overline{d}_{S2}\}=\{\overline{P}_{S2}\}+\{\overline{Fth}_{S2}\}\Big]_{(i-1)}$$

$$\begin{Bmatrix}\overline{P}^{R}_{S2i-1}\\ \overline{P}^{L}_{S2i}\\ 1\end{Bmatrix}=\begin{pmatrix}A & B & Fth_{S2i-1}\\ C & D & Fth_{S2i}\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{Bmatrix}\overline{d}^{R}_{S2i-1}\\ \overline{d}^{L}_{S2i}\\ 1\end{Bmatrix}$$

.....(25)

ان استخدام طريقة العناصر المحددة يتطلب اعادة ترتيب متجه الحالة بطريقة العناصر المحددة الى الشكل الذي يتلائم مع متجه الحالة المحسوب في المصفوفات النقطية بطريقة Transfer Matrix ليتسنى اختزال مصفوفات النقطة والمجال للحصول على Global Mtrix وعلى هذا الاساس فأن اعادة ترتيب المعادلة (26) للغرض اعلاه تصبح كما يلي :-

$$P1=-B^{-1}A \quad , \quad P2=B^{-1}$$

$$P3=-B^{-1}Fth_{S2i-1}$$

$$P4=C-D\,B^{-1}A$$

$$P5=D\,B^{-1}$$

$$P6=-D\,B^{-1}Fth_{S2i-1}+Fth_{S2i}$$

$$\begin{Bmatrix}\overline{d}_{S2}\\ \overline{P}_{S2}\\ 1\end{Bmatrix}_{i}^{L}=\begin{pmatrix}P1 & P2 & P3\\ P4 & P5 & P6\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{Bmatrix}\overline{d}_{S2}\\ \overline{P}_{S2}\\ 1\end{Bmatrix}_{i-1}^{R}$$

.....(26)

حيث إن $\overline{P}^{L}_{Si}$ و $\overline{d}^{L}_{Si}$ هما متجها اليسار للازاحات والقوى المؤثرة للعقدة (i)

على التوالي وبذلك تكون المعادلة (27) هي :

$$\{\overline{Z}_{S2}\}_i^L=[\overline{F}_{S2}]_i\{\overline{Z}_{S2}\}_{i-1}^R$$

حيث إن المصفوفات A , B , C , D هي مصفوفات ذات بعد 6*6 وإن المصفوفات ذات البعد (6*1) تمثل القوة الناتجة من تغير درجة الحرارة حيث إن :- Fth_{S2i-1} ، Fth_{S2i} (P6)

$$[Fth_{S2i-1}]=\begin{bmatrix}-E_{S2i}A_2a_2\Delta T_{S2i-1}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

$$[Fth_{S2i}]=\begin{bmatrix}-E_{S2i}A_2a_2\Delta T_{S2i}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

.....(27)

ΔT_{S2i-1} فرق درجة الحرارة (C^o) عند المحطة (i-1) حيث $\Delta T_{S2i}=T_{S2i}-T_{S2i-1}$ فإن T_{S2i-1} درجة الحرارة التي تتعرض لها العتبة عند المحطة (i-1) و T_{S2i} درجة الحرارة التي تتعرض لها العتبة عند المحطة (i) (C^o).وحسب المعادلة (29) نربط بين متجه الحالة الايمن للمحطة السابقة والمتجه الايسر للمحطة اللاحقة بمصفوفة مجال حسب العلاقة الاتية :-

$$\{\overline{Z}_{S2}\}_i=\{\overline{u}_{S2}\ \ \overline{V}_{S2}\ \ \overline{W}_{S2}\ \ \overline{a}_{S2}\ \ \overline{q}_{S2}\ \ \overline{f}_{S2}\ \ \overline{V}_{XS2}\ \ \overline{V}_{YS2}\ \ \overline{V}_{ZS2}\ \ \overline{M}_{XS2}\ \ \overline{M}_{YS2}\ \ \overline{M}_{ZS2}\}^T$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

.....(28)

وبنفس الطريقة يكرر الاشتقاق لمصفوفة العمود الدوار الاول ونحصل على معادلة الحركة له على النحو الاتي:-

$$xx2=\left|(1+jm)\left[K\right]_{S1}-\Omega^2([M]+j[G])\right|$$

$$xx2\{\overline{d}_{S1}\}=\{\overline{P}_{S1}\}+\{\overline{F}th_{S1}\}\}_{(i)}$$

$$xx3=\left|(1+jm)\left[K\right]_{S1}-\Omega^2([M]+j[G])\right|$$

$$xx3\{\overline{d}_{S1}\}=\{\overline{P}_{S1}\}+\{\overline{F}th_{S1}\}\}_{(i-1)}$$

فإن مصفوفة المجال لعنصر العمود الاول تكون بالصيغة الاتية :-

$$b1=-F^{-1}E \quad , \quad b2=F^{-1}$$

$$b3=-F^{-1}Fth_{S1i-1}$$

$$b4=G-HF^{-1}E$$

$$b5=HF^{-1}$$

$$b6=-HF^{-1}Fth_{S1i-1}+Fth_{S1i}$$

$$\begin{Bmatrix}\overline{d}_{S1}\\ \overline{P}_{S1}\\ 1\end{Bmatrix}_i^L=\begin{pmatrix}b1 & b2 & b3\\ b4 & b5 & b6\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{Bmatrix}\overline{d}_{S1}\\ \overline{P}_{S1}\\ 1\end{Bmatrix}_{i-1}^R$$

.....(29)

حيث إن :-

$$\left[\overline{F}\right]=\begin{bmatrix}[\overline{F}_{S2}] & [0] & 0\\ [0] & [\overline{F}_{S1}] & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

(49*49)

6-2- الحالة الثانية :

في هذه الحالة تكون مصفوفة المجال لعنصر العمود الدوار الثاني $\left[\overline{F}_{S2}\right]$ مطابقة للمعادلة (*) بينما يعبر عن الخواص الدينامية والمرونة لعنصر العمود الدوار الاول الخيالي بالمصفوفة الأحادية (Identity Matrix) . وعليه يمكن كتابة الصيغة النهائية لمصفوفة المجال للنظام حيث إن [I] هي مصفوفة الوحدة ذات الحجم (25*25) .

5-3- الحالة الثالثة :

هذه المرة ، يتم تعريف خواص العنصر الدوار بمصفوفة الوحدة ، أما مصفوفة المجال لعنصر العمود الدوار الاول $\left[\overline{F}_{S1}\right]$. وعلى هذا الاساس تكتب الصيغة النهائية لمصفوفة المجال للنظام على النحو الاتي :-

$$\left[\overline{F}\right]_i=\begin{bmatrix}\left[I\right] & [0] & 0\\ [0] & \left[\overline{F}_{S1}\right] & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

.....(30)

إن الميزة في تعريف خواص العنصر الخيالي للعمودين الدوارين الاول والثاني أي عدم وجود تركيب للعمودين الدوارين الاول والثاني بمصفوفة الوحدة هي عدم التأثير في الشروط الحدية لنهايات النظام طالما كان ضرب أي مصفوفة بمصفوفة الوحدة يؤدي الى المصفوفة الاصلية.

7- المدار التدويمي نتيجة عدم الموازنة:

إن الاختبارات والفحوصات لكراسي التحميل من نوع (Journal Bearing) تظهر أن معاملات طبقة المائع تمرر صفة عدم الخطية وعدم تناظر تزيد من صلابة وخواص التخميد. وأن محصلة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحركة للعمود الدوار ترسم مداراً بيضوياً حول موضع التوازن كما في الشكل (11). وطبقاً لـ [1] ، [13] يمكننا إيجاد المحاور الكبيرة والصغيرة للمدار البيضوي حيث ان :-

$$(B1)= \left(Z_r^2+Z_i^2+Y_r^2+Y_i^2\right)$$

$$(B2)= \left(Z_r^2+Z_i^2-Y_r^2-Y_i^2\right)$$

$$(B3)= \left(Z_r Y_r+Z_i Y_i\right)$$

$$a_n=\left\{\frac{1}{2}(B1)+\left\{\frac{1}{4}(B2)^2+(B3)^2\right\}^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$b_n=\frac{Z_r Y_r - Z_i Y_i}{a_n}$$

$$b_n=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(Z_r Y_r+Z_i Y_i\right)}{Z_r^2+Z_i^2-Y_r^2-Y_i^2}\right)$$

$$a_n=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(Z_r Y_r+Z_i Y_i\right)}{Z_r^2-Z_i^2+Y_r^2-Y_i^2}\right)$$

.....(31)

8- النتائج والمناقشة :

اجريت الدراسة النظرية على عمودين دوارين متداخلين . العمود الداخلي ذو طول (0.5082 m) والذي أخذ من المصدر[1] ، [2] الحاوي على قرصين عند العقدة (4,20) ويستند على (2-كرسي تحميل) عند العقدة (1,23) وهناك كرسي تحميل عند العقدة (17) يربط بين العمود الدوار الداخلي والعمود الدوار الخارجي حيث ان العمود الدوار الخارجي ذو طول (0.254 m) ويحتوي على قرصين عند العقد (8,14) ويستند على كرسي تحميل عند العقدة (5) وكرسي التحميل الاخر المربوط بين العمودين الدوارين والاطوال وانصاف الاقطار موضحة في الملحق (B-1) حيث جُعل النموذج بشكل يكون فيه رقم العقد على العمود الخارجي يناظر رقم العقد على العمود الداخلي ولايجاد خواص كراسي التحميل عند العقد المشار اليها استخدم الجدول الموضح في الملحق (B-2) لايجاد اللزوجة عند كل درجة حرارة لنوع التزييت (SAE 50) و الملحق (B-3) يبين خواص الاقراص الصلدة المثبتة على العمود الدوار واستخدم (Ansys 11) في ايجاد ردود الافعال عند المساند ومن خلال ادخال قيم ردود الافعال واللزوجة والسرع الدورانية في برنامج (Fortran 90) تم الحصول على خواص كراسي التحميل عند كل درجة حرارة وعند كل سرعة دورانية والنموذج موضح في الشكل (6) والملحق C يوضح معادلات التوزيعات الحرارية المسماة بـ(Linear1,Linear2).

8-1- تأثير درجة الحرارة في السرع الحرجة للعمودين الدوارين المتداخلين :

عندما يكون المحوران الدواران تحت تأثير سرعة حرجة فإن قيم الاهتزاز الجانبي تكون اكبر مايمكن [4] وبالتالي يمكن معرفة هذه السرعة من قيم الاهتزاز الجانبي . ان عملية تعيين السرع الحرجة لمدى من السرع الدورانية يتم باختيار نقطة معينة على المحورين ولتكن مثلا (النقطة التي تبعد 0.2918 m عن النهاية (X=0) للمحورين) وحساب قيم الاهتزاز الجانبي لتلك النقطة لكل سرعة دورانية ، ان السرعة الدورانية التي تعطي قمماً عند رسم السعات الاهتزازية لنقطة معينة على النظام مع تلك السرع أو الترددات فأنها تعتبر سرعاً حرجة. عند رسم منحنى الاستجابة لجميع التوزيعات الحرارية مثلا التوزيع الاول لدرجتين حراريتين هما (25

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(C^o،C^o 75) وذلك بجعل درجة حرارة العمودين هي مرة C^o 25 ومرة اخرى 75 C^o ومقارنة قيم السرع الحرجة حيث وجد ان درجة الحرارة C^o 75 تعطي سرعاً حرجة اقل من السرع الحرجة التي تعطيها درجة الحرارة C^o 25 فهذا يدل على ان زيادة درجة الحرارة تؤدي الى تقليل قيم السرع الحرجة للعمودين الدوارين كما ان هذا ينطبق على جميع التوزيعات الحرارية المدروسة وان السبب في ذلك يعود الى أن ارتفاع درجة الحرارة يؤدي الى خفض قيم معامل يونك حيث أن معامل يونك يتناسب عكسياً مع درجة الحرارة . أن انخفاض قيمة معامل يونك تؤدي الى انخفاض في قيم معاملات المرونة وبالتالي فأن قيم الترددات الطبيعية تنخفض بسبب انخفاض معامل المرونة ، وقد وجد أن نسب انخفاض السرع الحرجة الثلاث عند $(w2=1.5*w1)$ للتوزيع الحراري من $(T=25C^o)$ الى $(T=75C^o)$ للعمودين هي (24.88% , 29.38% , 13.62%)على التوالي ونسب انخفاض السرع الحرجة الثلاث للتوزيع الحراري بين (LINEAR1) و (LINEAR2) للعمودين(49.5% , 31.21% , 29.97%) على التوالي وإن نسب السرع الحرجة عند $(w1=1.5*w2)$ للتوزيع الحراري بين $(T=25C^o)$ و $(T=75C^o)$ للعمودين(33.186% , 29.586% , 20.679%) على التوالي ونسب السرع الحرجة للتوزيع الحراري بين (LINEAR1) و (LINEAR2) للعمودين (9.036% , 12.49% , 16.302%)على التوالي ويلاحظ ان انخفاض نسب السرع الحرجة عند $(w1=1.5*w2)$ هي اقل من حالة $(w2=1.5*w1)$ من ملاحظة الجداول (1) ، (2) ، (3) ، (4) والاشكال (7) ، (8) ، (9) ، (10) للحالتين المذكورين مسبقاً ويتم التأكد وبوضوح الاستنتاج السابق المتضمن كون زيادة درجة الحرارة تؤدي الى تقليل قيم السرع الحرجة ولجميع التوزيعات الحرارية كما يتبين ان القوة الحرارية تلعب دوراً كبيراً في تقليل السرع الحرجة وان قيم السرع الحرجة تعتمد على نوع التوزيع الحراري ، ومرتبة السرعة الحرجة اولى كانت أوثانية أوثالثة .... الخ .

2-8- تأثير درجة الحرارة في توزيع المقادير الجانبية (eigen mode) على طول العمودين الدوارين:

لقد تمت دراسة هذا التأثير من خلال حساب المقادير الجانبية للاهتزاز والمتمثلة بـ (الانحراف والميل وعزم الانحناء وقوة القص) على طول العمودين الدوارين لانواع التوزيعات الحرارية عند السرع الحرجة لنوعين من حالات السرع ، ففي التوزيع الحراري الاول للعمود الاول والثاني للحالتين من السرع لوحظ ان المقادير الجانبية للاهتزاز عند السرع الحرجة الاولى والثانية والثالثة تكون أكبر عند ($T = 25\ C^o$) من التوزيع الاخر وهو (LINEAR1) على طول العمود الدوار الاول و الثاني ، وتكون قيم المقادير الجانبية للتوزيع الواحد عند السرعة الثانية أكبر من المقادير الجانبية للسرع الاولى والثالثة كما هو عند $(w2=1.5*w1)$ و $(w1=1.5*w2)$

ويتطلب ذلك مراعاة للجانب التصميمي في هذه العقد عند حساب الاجهادات الديناميكية ولوحظ أن النظام يسلك سلوكاً خطياً (LINEAR) لان الميل أقل من 6^o. أما للتوزيع الحراري عند ($T = 75\ C^o$) فقد لوحظ ان المقادير الجانبية للاهتزاز عند السرع الحرجة الاولى والثانية والثالثة أكبر من التوزيع الاخر وهو

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(LINEAR2) على طول العمود الدوار الاول و الثاني ، وتكون قيم المقادير الجانبية للتوزيع الواحد عند السرعة الثانية أكبر من المقادير الجانبية للسرع الاولى والثالثة كما هو في $(w2 = 1.5 * w1)$ و $(w1 = 1.5 * w2)$ ولوحظ أن النظام يسلك سلوكاً خطياً أيضاً (LINEAR) لان الميل أقل من 6^o ووجد أن السرع الحرجة عند التوزيع الحراري الاول أكبر من التوزيع الاخر لذلك أن المقادير الجانبية تكون أكبر عند التوزيع الاول وأصغر عند التوزيع الثاني وبذلك نستنتج أن المقادير الجانبية للإهتزاز تتناسب طرديا مع السرع الحرجة للتوزيعات الحرارية (LINEAR1 ، $T=25C^o$) و(LINEAR2،$T=75C^o$) على التوالي ، أما المقادير الجانبية للأهتزاز فلاتتناسب طردياً مع السرع الحرجة لنفس التوزيع الحراري الواحد وأن الزيادة او النقصان في قيم المقادير الجانبية للاهتزاز يعتمدان على نوع التوزيع الحراري ، وحالة سرعة العمود الاول أكانت اكبر او اصغر من سرعة العمود الثاني ، ونوع العمودين الدوارين اما الاول او الثاني وتعتمد على مرتبة السرع الحرجة الاولى او الثانية او الثالثة .... الخ .

كما وان الطريقة المستخدمة في حساب السعات الاهتزازية في كل عقدة من العقد هي ليست نسبية اي نسبة الى احدى السعات الاهتزازية على سبيل المثال وانما ناتجة من حل المعادلات عددياً بوجود الاهتزاز القسري وبالتالي فأن قيم الاستجابات في العقد عند رسمها على طول النظام تعطي سلوكية شكل الطور الاهتزازي وبمقياس اكبر او اصغر من الحالة النسبية الا انه في جميع الاحوال السلوكية واحدة .

3-8- تأثير درجة الحرارة في قيم المدار التدويمي:

لوحظ أن قيم المحاور الرئيسية والثانوية وزوايا الطور تزداد عند التوزيع الحراري الاول وتقل عند التوزيع الحراري الثاني للحالتين من السرع أي عند $(w2 = 1.5 * w1)$و $(w1=1.5*w2)$ وأن قيم المدار التدويمي تختلف عند التوزيع الحراري الواحد . ففي التوزيع الحراري الاول للعمودين الدوارين وعند ($T = 25$ C^o) تزداد قيم المحاور التدويمية الرئيسية والثانوية وزوايا الطور وتقل عند ($T = 75$ C^o) وذلك للسرعتين الاولى والثالثة وعند السرعة الثانية تقل قيم المدار التدويمي عند ($T = 25$ C^o) وتزداد عند ($T = 75$ C^o) ويكون إتجاه التدويم عكسياً لجميع السرع الحرجة ما عدا السرعة الحرجة الثانية عند ($T = 25$ C^o) فيكون إتجاه التدويم أمامياً للحالتين من السرع ، وللتوزيع الحراري الثاني للعمودين وجد أن قيم المحاورالتدويمية الرئيسية والثانوية وزوايا الطورتزداد عند LINEAR1 وتقل عند LINEAR2 ويكون إتجاه التدويم عكسياً لجميع السرع الحرجة والاشكال (11)، (12)،(13)، (14) تبين المدار التدويمي لحالات التوزيعات الحرارية.

9- الاستنتاجات :

من خلال البيانات التي تم الحصول عليها تم التوصل الى الاستنتاجات الاتية :

1. ان السرع الحرجة وتوزيع المقادير (الانحراف والميل وعزم الانحناء وقوة القص) على طول العمودين الدوارين (eigen mode) تختلف اعتماداً على نوع التوزيع الحراري للعمودين وان الزيادة او النقصان في قيم المقادير الجانبية للاهتزاز تعتمدان على نوع التوزيع الحراري ،

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وحالة سرعة العمود الاول كونها اكبر او اصغر من سرعة العمود الثاني وتعتمد كذلك على مرتبة السرعة الحرجة الاولى أو الثانية او الثالثة .... الخ ..

2. ان درجة الحرارة تؤثر في السرع الحرجة للعمودين الدوارين ، اذ ان زيادتها تؤدي الى تقليل قيم السرع الحرجة ولجميع التوزيعات الحرارية المدروسة كما ان معدل النقصان في السرعة الحرجة يعتمد على نوع التوزيع الحراري وعلى مرتبة السرع الحرجة (اولى اوثانية اوثالثة ،... الخ) .

3. تؤثر التوزيعات الحرارية في قيم واتجاه المدار التدويمي حيث ان زاوية الطور تحول اتجاه التدويم الى امامي او خلفي تبعاً لنوع التوزيع الحراري ، وحالة سرعة العمود الاول كونها اكبر او اصغر من سرعة العمود الثاني كذلك وتعتمد على مرتبة السرع الحرجة (الاولى ، الثانية او الثالثة .... الخ) .

4. تتغير مقادير توزيع الاهتزاز الجانبية نتيجة تغير قيم معاملات التخميد والمرونة لكراسي التحميل بتغير درجة الحرارة والسرع الدورانية بسبب تغير اللزوجة والحمل الديناميكي.

المصادر :

[1] Rao , J.S., "Rotor Dynamics",3rd Edition, New AGE International (P) Limited , Publishers , 1996 .

[2] Rao, J.S., and Sreenivas, R., "Dynamic of Asymmetric Rotors using Solid Models" Proceedings of the International Gas Turbine Congress 2003 Tokyo , PP. 1-6 , November 2003.

[3] Rao , A., "Rotor Dynamic Capabilities in ANSYS Mechanical" ANSYS Advantage ,Vol.1 , PP. 31 - 33 , (www.ansys.com) , Issue 2 , 2007 .

[4] Hamdoon, F.O., "Vibration Analysis of Rotor – Casing System using the Combined Finite Element – Transfer Matrix Method" , M.Sc. , Thesis , Mechanical Engineering , University of Technlogy , April 2002 .

[5] Bates , L., Beach , T., and Arnott , M., "Determination of The Temperature Dependence of Young's Modulus for Stainless Steel Using a Tuning Fork" , The Journal of Undergraduate Research In Physics , Vol.18 , #11 , PP. 9 – 13 , June 1999 .

[6] Nassir, M.A. , "Study the Effect of Temperature on the Dynamics Response of a Rotating Shaft by using Transfer Matrix Method" , M.Sc. , Thesis , Mechanical Engineering , University of Technology , January , 2000 .

[7] Singer, F.L. & Pytel, A. , "Strength of Materials" , 3ed Edition , HARPER & Row Publishers , NEW YORK , 1980 .

[8] The Engineering Tool Box , "Young Modulus of Elasticity for Metals and Alloys" , http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_773.html , PP.1-6 , November 2008 .

[9] Li, Q. and Hamilton, J.F., "Investigation of the Transient Response of a Dual – Rotor

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

System With Intershaft Squeeze – Film Damper" Trans. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power , Vol.108 , PP. 613 – 618 , October 1986.

[10] Tawfik, M.A., "Lateral Vibration of Branched Systems in Particular Vertical Machine" , M.Sc.Thesis Granfield Institute of Technology , 1978 .

[11] Petyt M., "Introduction to Finite Element Vibration Analysis" , 1st Edition , Cambridge University , Press 1990 .

[12] Chandrupatla , T.R., and Belegundu , A.D., "Introduction to Finite Elements in Engineering" , 2nd Edition , Prentice , Hall of India Private Limited , 1997 .

[13] Ramesh, K., "Introduction to Rotor Dynamics: A Physical Interpretation of the Principles and Application of Rotor Dynamics" , Short Course at GMRC , PP.1-23 , 2005 .

$$(w2 = 1.5 * w1)$$

الجدول (1) التوزيع الحراري للعمودين (Type 1)

Freq. (rad/sec)	T = 25 C°	T = 75 C°
1	150	201
2	601	851
3	951	1100

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الجدول (2)التوزيع الحراري للعمودين (Type 2)

Freq. (rad/sec)	Linear 1	Linear 2
1	90	130
2	551	801
3	701	1000

$(w1 = 1.5 * w2)$

الجدول (3)التوزيع الحراري للعمودين (Type 1)

Freq. (rad/sec)	T = 25 Cº	T = 75 Cº
1	152	227
2	902	1280
3	1730	2180

الجدول (4)التوزيع الحراري للعمودين(Type 2)

Freq.(rad/sec)	Linear 1	Linear 2
1	151	166
2	1050	1200
3	1950	2330

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الجدول (B-1) اطوال العمودين الدوارين

Element No.	Length (mm)
1	40.2
2	20.0
3	16.2
4	76.2
5	12.5
6	23.1
7	15.2
8	23.1
9	15.2
10	12.5
11	37.6
12	40.9
13	23.1
14	12.3
15	17.7
16	20.8
17	17.7
18	12.3
19	20.8
20	11.9
21	21.2
22	17.7

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الملحق (B-2)

Density					Viscosity		
lb/in^3	kg/m^3		10^{-6} reyns (lb s/in^2)		Centistokes	Equivalent SAE Grade	ISO Grade
		212 °F	104 °F	100 °C	40 °C		
0.0310	857	0.6	4	5.4	32	10W	32
0.0311	861	0.8	5.7	6.8	46	20	46
0.0313	865	1.1	8.5	8.7	68	20W	68
0.0314	869	1.4	12.6	11.4	100	30	100
0.0315	872	1.8	19	15	150	40	150
0.0316	875	2.4	27.7	19.4	220	50	220

الجدول (B-3) خواص الأقراص الصلدة المثبتة على العمود الدوار

Station No.	Mass (kg)	Polar Inertia (kg.m^2)	Diametral Inertia (kg.m^2)
4	4.904	0.02712	0.01356
8	3.327	0.01469	7.345E-03
17	2.227	0.00972	4.86E-03
20	4.203	0.02034	0.01017

انصاف أقطار العمود الدوار الأول

Inner Diameter (mm)	Outer Diameter (mm)
0.0	15.2

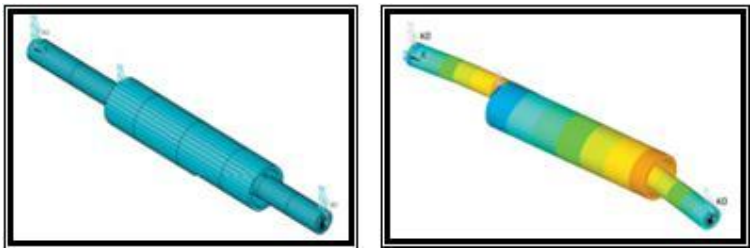
انصاف أقطار العمود الدوار الثاني

Inner Diameter (mm)	Outer Diameter (mm)
19.05	25.4

الملحق C

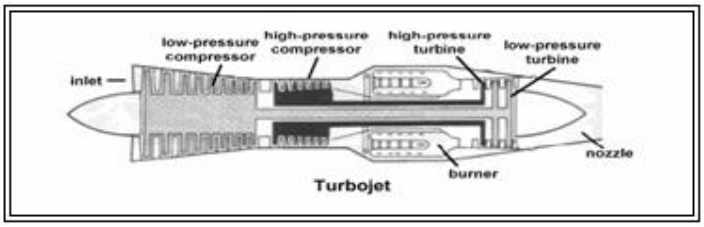
Linear 1 T=49.19323101*X+25.0
Linear 2 T=49.19323101*X+50.0

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

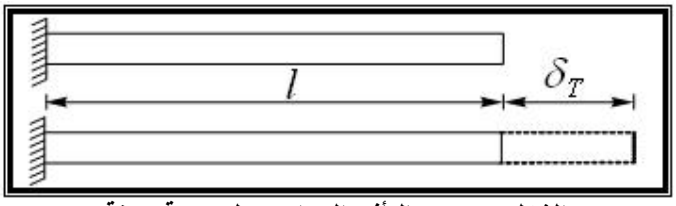


الشكل (1a) الشكل(1b)

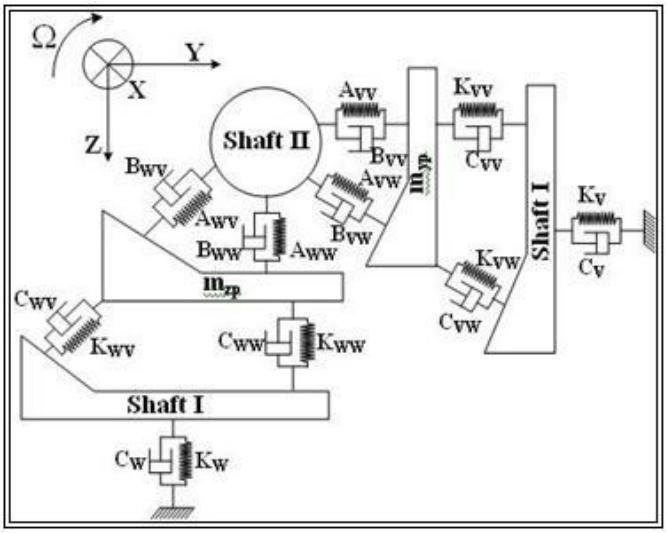
الشكل(1a) والشكل (1b) يبين العمودين الدوارين



الشكل (2)يبين العمودين الدوارين في محركات (Turbojet)

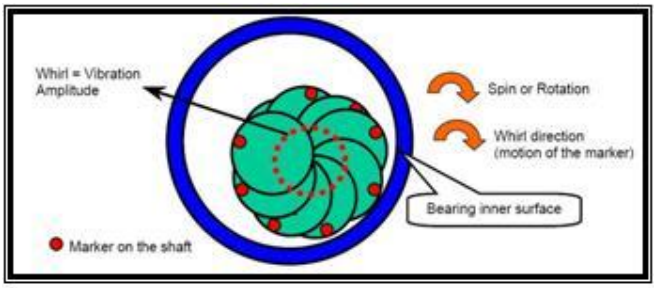


الشكل (3) يبين التأثير الحراري على عتبة معينة

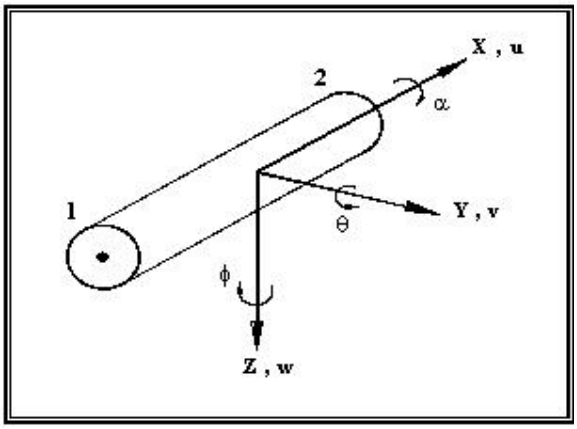


الشكل (4) النموذج الرياضي لعمود دوار- مسند – عمود دوار – مسند الى الارض

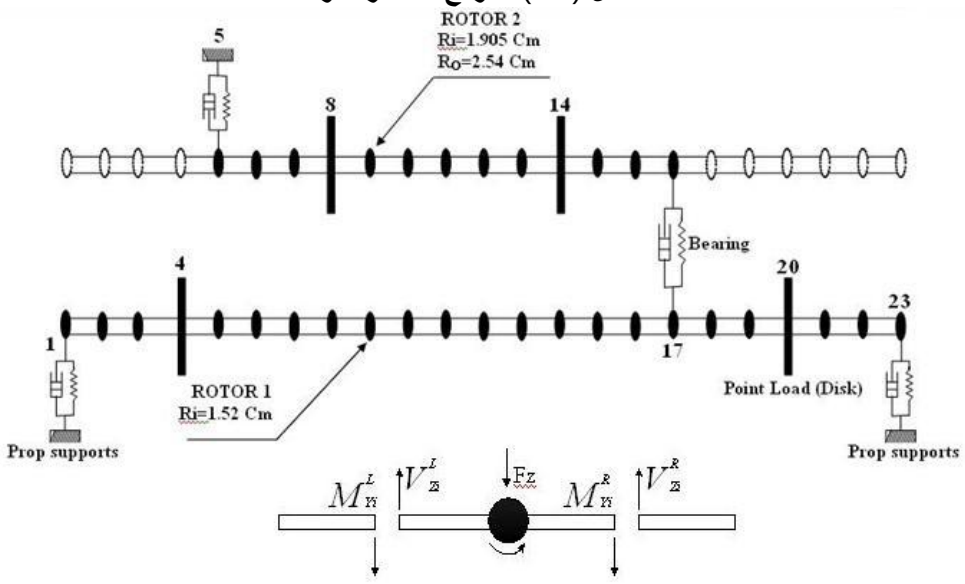
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (5) يبين حركة العمود داخل كرسي التحميل وحصول حالة التدويم [16]



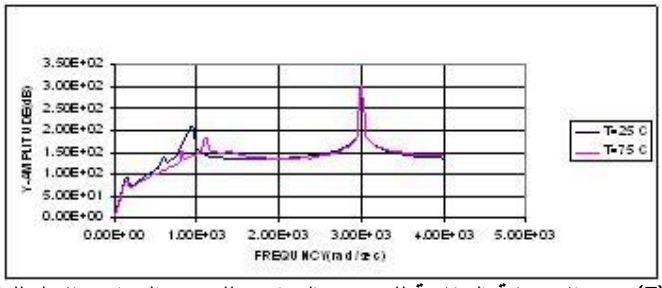
الشكل (5-a) انموذج العنصر الدوا



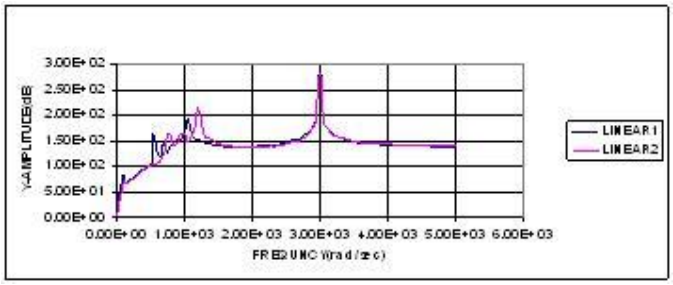
الشكل (6) أنموذج رياضي لعمودين دوارين متداخلين [1],[2]

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$(w2 = 1.5 * w1)$$

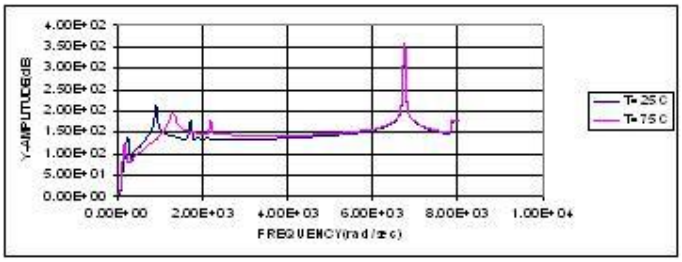


الشكل (7) يبين الاستجابة الدينامية للعمودين الدوارين للتوزيع الحراري الاول للعقدة 12

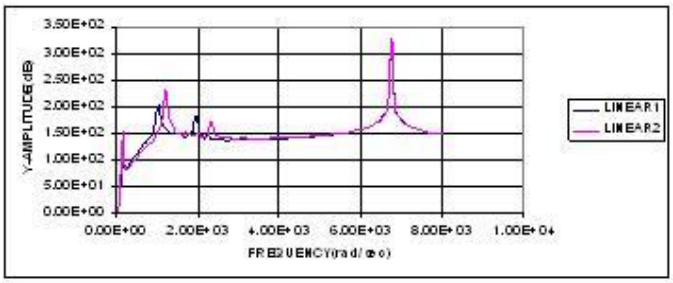


الشكل (8) يبين الاستجابة الدينامية للعمودين الدوارين للتوزيع الحراري الثاني للعقدة 12

$$(w1 = 1.5 * w2)$$

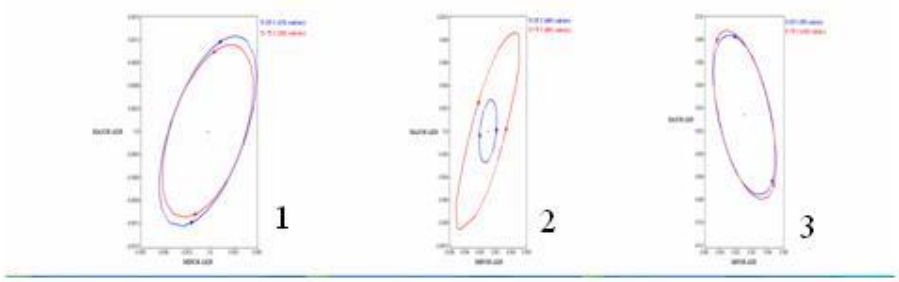


الشكل (9) يبين الاستجابة الدينامية للعمودين الدوارين للتوزيع الحراري الاول للعقدة 12

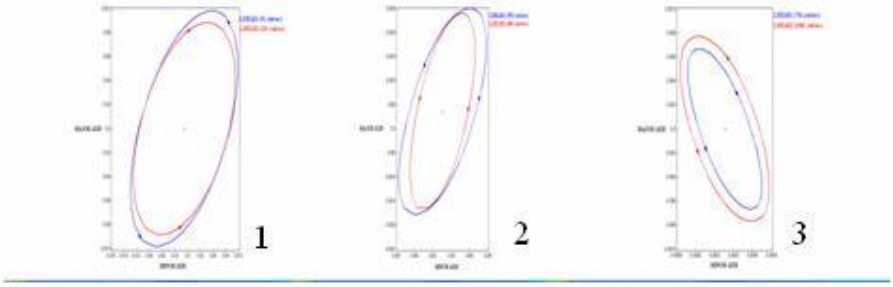


الشكل (10) يبين الاستجابة الدينامية للعمودين الدوارين للتوزيع الحراري الثاني للعقدة 12

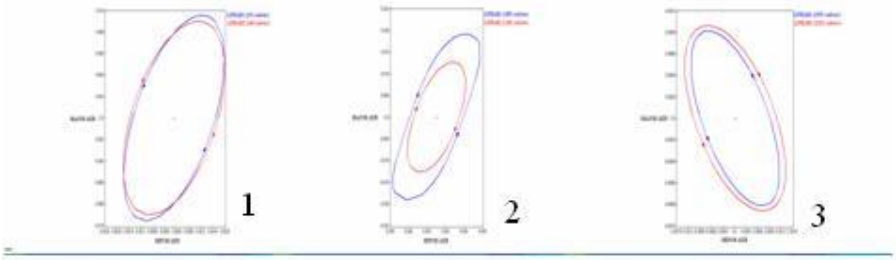
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (11) التوزيع الحراري الاول على المدار التدويمي للعقدة(12)
للعمودين عند السرع الحرجة الثلاث $(w2 = 1.5 * w1)$

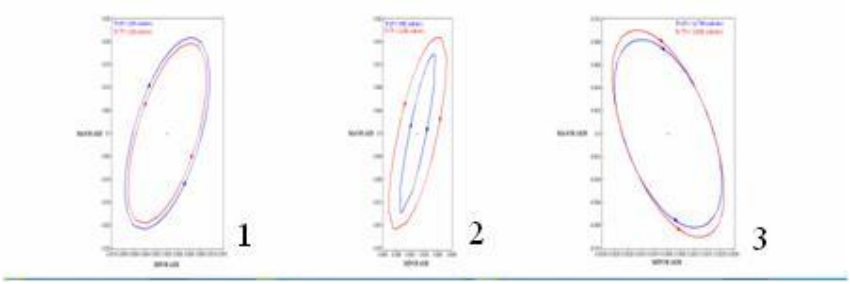


الشكل (12) التوزيع الحراري الثاني على المدار التدويمي للعقدة(12)
للعمودين عند السرع الحرجة الثلاث $(w2 = 1.5 * w1)$



الشكل (13) التوزيع الحراري الاول على المدار التدويمي للعقدة(12)
للعمودين عند السرع الحرجة الثلاث $(w1 = 1.5 * w2)$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (14) التوزيع الحراري الثاني على المدار التدويمي للعقدة(12)
للعمودين عند السرع الحرجة الثلاث $(w1 = 1.5 * w2)$

الملحقF

Mass Matrix due to Rotation

$$[M] = \frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)}{120\,l}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 36 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 36 & & & & \text{Symmetric} & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & -3l & 0 & 4l^2 & & & & & & & \\
0 & 3l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & -36 & 0 & 0 & 0 & -3l & 0 & 36 & & & & \\
0 & 0 & -36 & 0 & 3l & 0 & 0 & 0 & 36 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & -3l & 0 & -l^2 & 0 & 0 & 0 & 3l & 0 & 4l^2 & \\
0 & 3l & 0 & 0 & 0 & -l^2 & 0 & -3l & 0 & 0 & 0 & 4l^2
\end{bmatrix}$$

Mass Matrix due to Translation

$$[M] = \frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)l}{420}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 156 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 156 & & & & \text{Symmetric} & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & -22l & 0 & 4l^2 & & & & & & & \\
0 & 22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13l & 0 & 156 & & & & \\
0 & 0 & 54 & 0 & -13l & 0 & 0 & 0 & 156 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & 13l & 0 & -3l^2 & 0 & 0 & 0 & 22l & 0 & 4l^2 & \\
0 & -13l & 0 & 0 & 0 & -3l^2 & 0 & -22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2
\end{bmatrix}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Axial Mass Matrix

$$[M_a]=\frac{\rho A l}{6}\begin{bmatrix}2&&&&&&&&&&&\\0&0&&&&&&&&&&\\0&0&0&&&&&&&&&\\0&0&0&0&&&&&&&&\\0&0&0&0&0&&&&&&&\\0&0&0&0&0&0&&&&&&\\1&0&0&0&0&0&2&&&&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&&&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&&&\\0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$ Symmetric

Torsional Mass Matrix

$$[M_\alpha]=\frac{\rho J l}{6}\begin{bmatrix}0&&&&&&&&&&&\\0&0&&&&&&&&&&\\0&0&0&&&&&&&&&\\0&0&0&2&&&&&&&&\\0&0&0&0&0&&&&&&&\\0&0&0&0&0&0&&&&&&\\0&0&0&0&0&0&0&&&&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&&&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&&&\\0&0&0&1&0&0&0&0&0&2&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$ Symmetric

Axial Stiffness Matrix

$$[K_a]=\frac{E A}{l}\begin{bmatrix}1&&&&&&&&&&&\\0&0&&&&&&&&&&\\0&0&0&&&&&&&&&\\0&0&0&0&&&&&&&&\\0&0&0&0&0&&&&&&&\\0&0&0&0&0&0&&&&&&\\-1&0&0&0&0&0&1&&&&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&&&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$ Symmetric

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Bending Stiffness Matrix

$$[K_b]=\frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 12 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 12 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 0 & -6l & 0 & 4l^2 & & & & & & & \\
0 & 6l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & -12 & 0 & 0 & 0 & -6l & 0 & 12 & & & & \\
0 & 0 & -12 & 0 & 6l & 0 & 0 & 0 & 12 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & 0 & -6l & 0 & 2l^2 & 0 & 0 & 0 & 6l & 0 & 4l^2 & \\
0 & 6l & 0 & 0 & 0 & 2l^2 & 0 & -6l & 0 & 0 & 0 & 4l^2
\end{bmatrix}$$

Symmetric

Torsional Stiffness Matrix

$$[K_t]=\frac{G\ J}{l}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

Symmetric

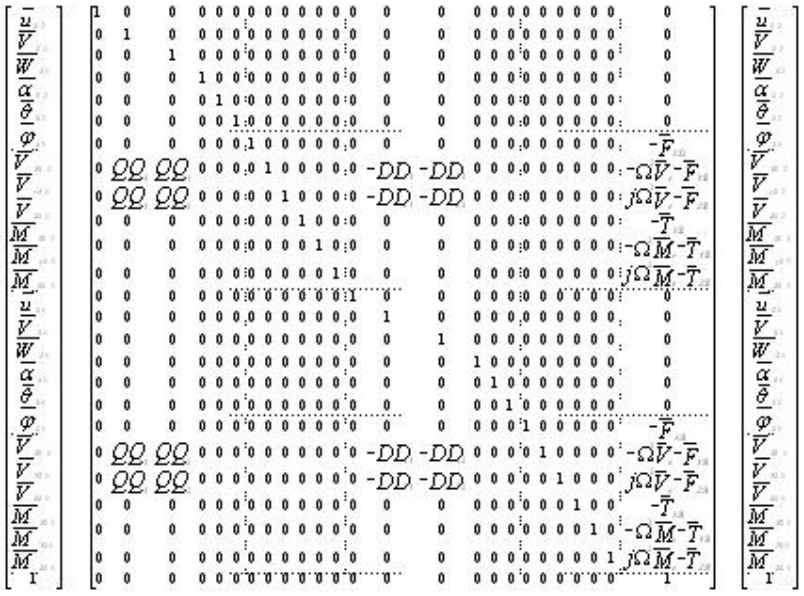
Gyroscopic Matrix

$$[G]=\frac{\rho\pi(r_o^4-r_i^4)}{60l}\begin{bmatrix}
0 & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & & \\
0 & 36 & 0 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\
0 & -3l & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & -3l & 0 & 4l^2 & 0 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 36 & 0 & -3l & 0 & 0 & 0 & & & & \\
0 & -36 & 0 & 0 & 0 & -3l & 0 & 36 & 0 & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
0 & -3l & 0 & 0 & 0 & l^2 & 0 & 3l & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & -3l & 0 & -l^2 & 0 & 0 & 0 & 3l & 0 & 4l^2 & 0
\end{bmatrix}$$

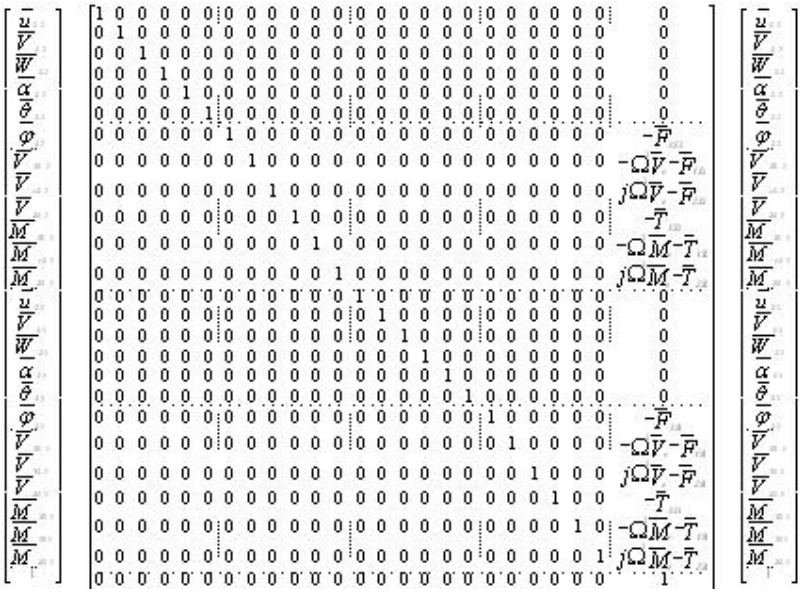
Symmetric

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الملحق (G)

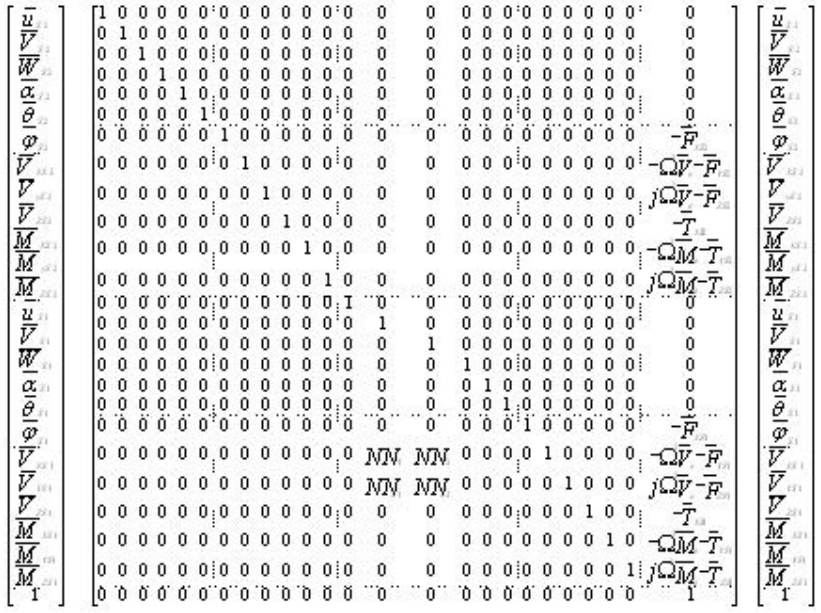


الشكل (15) مصفوفة النقطة (الحالة الاولى)

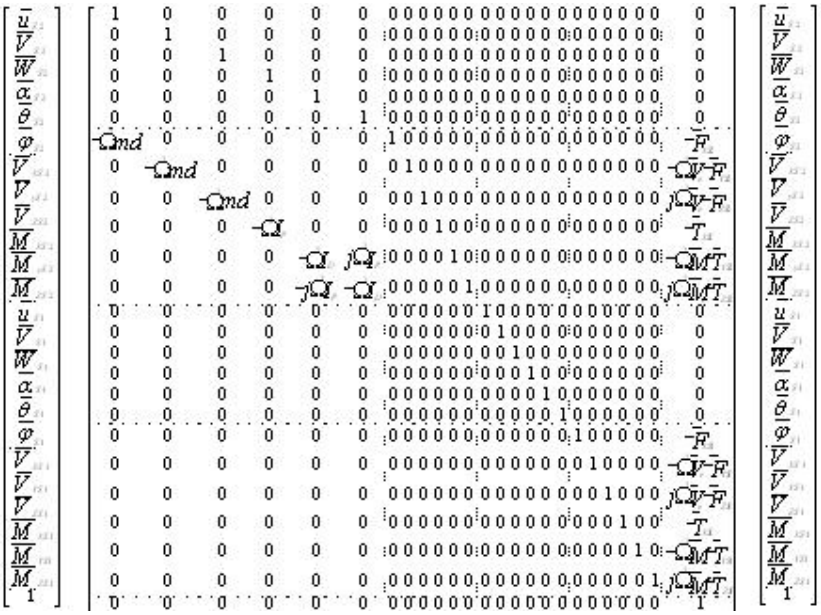


الشكل (16) مصفوفة النقطة (الحالة الثانية)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

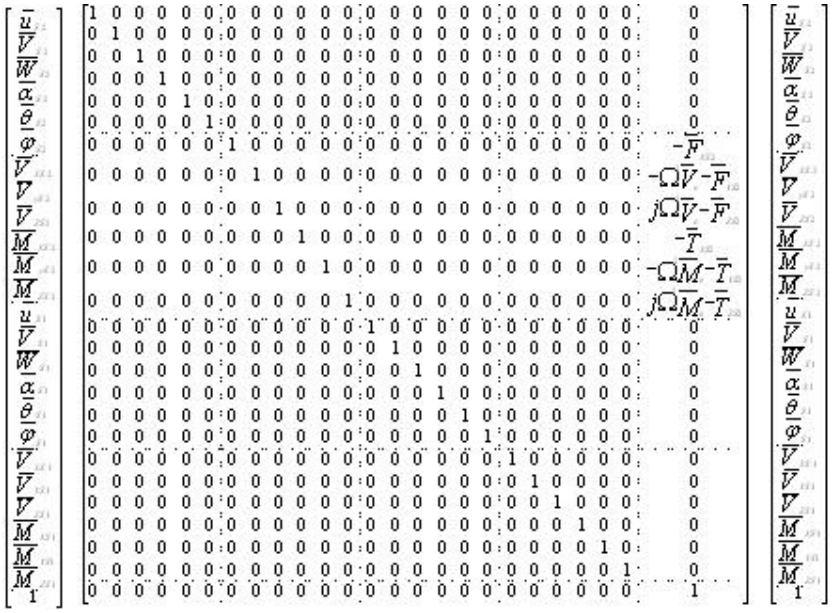


الشكل (17) مصفوفة النقطة (الحالة الثالثة)

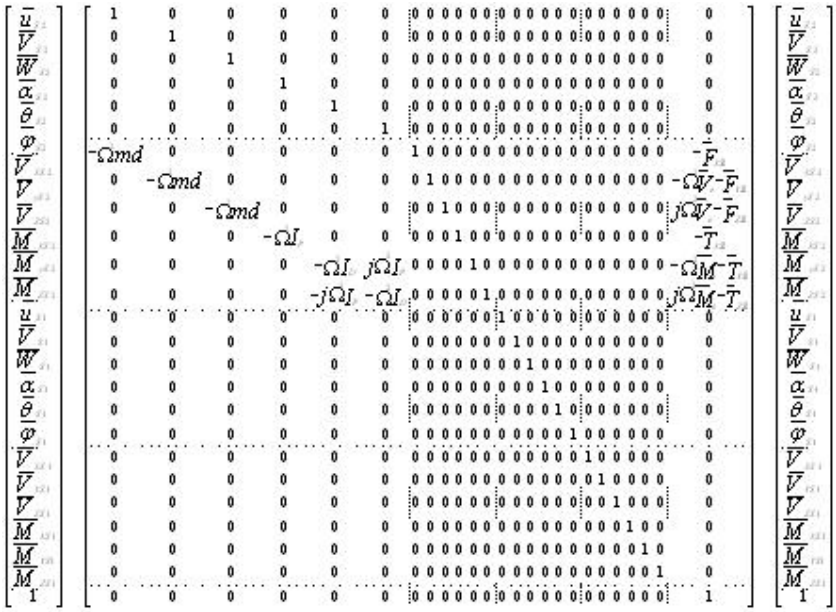


الشكل (18) مصفوفة النقطة (الحالة الرابعة)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

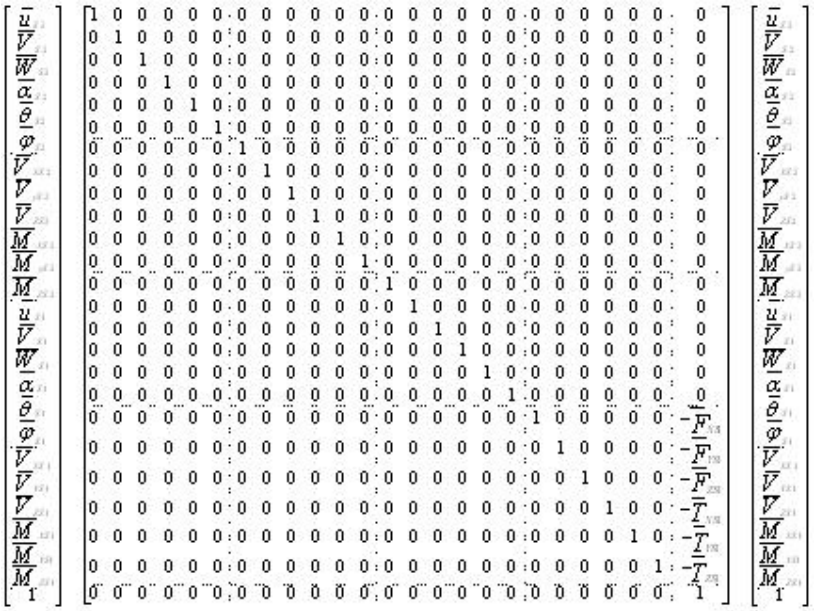


الشكل (19) مصفوفة النقطة (الحالة الخامسة)

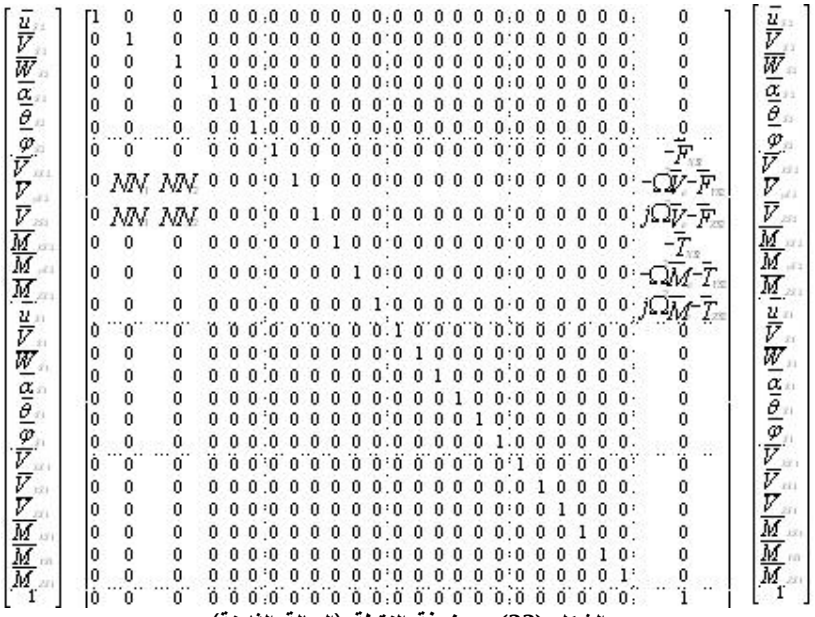


الشكل (20) مصفوفة النقطة (الحالة السادسة)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



الشكل (21) مصفوفة النقطة (الحالة السابعة)



الشكل (22) مصفوفة النقطة (الحالة الثامنة)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com