

تحديد معدلات اطوال التشغيل للوحات سيطرة المتوسط المتحرك الموزون

الاسي المزدوج باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري

Determine the Average Runs Lengths for The Double Exponentially Weighted Moving Average control Charts Using Repetitive Sampling

الكلية التقنية الادارية - بغداد

أ.م.د. جنان عباس ناصر

Dr. Jinan Abbas Naser Al-Obedy

Technical College of Management-Baghdad

المستخلص

نستعمل أسلوب اخذ عينات تكراري للوحات سيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (exponentially weighted moving average(EWMA)) وامتداد تقنية لوحة الـ EWMA لتقنية لوحة سيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج (الـ DEWMA) (Double Exponentially Weighted Moving Average(DEWMA)) لتحسين كفاءة تلك اللوحات لاكتشاف التغيرات الصغيرة الموجبة في متوسط العملية , عندما تكون العملية تخضع للتوزيع الطبيعي. ونقدم الصيغ التي تستعمل لحساب متوسط اطوال التشغيل تحت السيطرة وخارج السيطرة. استخدامنا لوحة سيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج عندما تكون معلمة التمهيد متساوية لـ $(\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda)$.

وقد استخدمنا لوحتي سيطرة الـ EWMA والـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لبيانات من الواقع العملي لمشاهدات (اختير لمنتج من مصنع المأمون) تكون مستقلة ومتطابقة التوزيع (iid) من التوزيع الطبيعي بعملية تصنيع مستمرة. افترضنا عدة قيم لمعاملات اللوحتي سيطرة الـ EWMA و الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري مثل القيم التغيرات الموجبة لمتوسط العملية (δ) وعدة قيم لمعلمة التمهيد وبقيمتين ثابتين حد السيطرة للوحات السيطرة. وقد استحصلت نتائج البحث باستخدام برامج مكتوبة ببرنامج Matlab-R2018a.

الكلمات المفتاحية: لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا، لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج، التوزيع الطبيعي، اخذ عينات تكراري، معدل طول التشغيل (ARL).

Abstract

We use repetitive sampling for exponentially weighted moving average (EWMA) control charts, and an extension of the exponentially weighted moving average (EWMA) technique to a DEWMA technique, to improve the efficiency for these control charts to detect small process mean positive shifts for a normally distributed process variable. Also, we present the formulas which is used to compute the average runs lengths under control and out of control. We used the DEWMA when the smoothing parameter is equal to $(\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda)$.

Also, we used the EWMA and DEWMA control charts using repetitive sampling technique for monitoring a process mean when the observations (products are selected from al_mamun factory) are identically and independently distributed (iid) from normal distribution in continuous manufacturing. We assumed several values for the parameters of the EWMA and DEWMA control charts using repetitive sampling technique, such as the values of the process mean positive shifts (δ) and the smoothing parameters and for two values of control charts constants using Matlab - R2018a.

Key Words: control charts, exponentially weighted moving average(EWMA), double exponentially weighted moving average(DEWMA), normal distribution, repetitive sampling, average run length(ARL).

1. المقدمة

استعملت لوحات السيطرة لمراقبة العملية الإنتاجية في العديد من القطاعات الصناعية لاكتشاف او تعيين سبب الانحراف في نوعية المنتج. ومن ثم تحديد أسباب الخلل وإعادة العملية لتحسين نوعية المنتج وبأقل كلفة ممكنة لتكون نوعية المنتج ملائمة لمتطلبات الزبائن. فقد تناول العديد من الباحثين دراسة وتطوير لوحات السيطرة التي تعتمد على الصفات المتغيرة (variable control charts) والتي تستعمل القراءات الحقيقية التي يمكن قياس خاصية النوعية المراد دراستها باستخدام وحدات قياس مناسبة. منها لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)) التي قدمت من قبل [9] Roberts (1959) لكشف الانحرافات الصغيرة في معلمة العملية الإنتاجية.

فقد اقترحت العديد من الأساليب المتطورة لغرض تحسين أداء لوحات السيطرة لاكتشاف الانحرافات بمعلمة العملية الإنتاجية، منها لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج (Double Exponentially Weighted Moving Average (DEWMA)) التي تعد امتداد للوحة الـ EWMA بأجراء التمهيد الاسي مرتين. وعادة يتم تقييم أداء لوحة السيطرة بدلالة معدلات اطوال التشغيل لتلك اللوحة. اذ يعرف طول التشغيل ((Run Length(RL)) بأنه عدد الإحصاءات المرسومة لغاية ظهور اول تجاوز لاحصاءة لوحة السيطرة لحدي السيطرة.

واستخدم الباحثين معيار معدل طول التشغيل ((Average Run Length(ARL)) لغرض المقارنة بين لوحات السيطرة، والذي يعرف بأنه معدل عدد العينات المفحوصة لحين ورود إلى ما يشير إلى إن العملية أصبحت خارج السيطرة ويكون هذا المعدل كبير عندما تكون العملية تحت السيطرة في حين يكون صغير عندما تحيد العملية عن السيطرة الاحصائية.

ونظرا للتطبيقات الواسعة الاستخدام للوحات السيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا في كافة المجالات الصناعية والاقتصادية. فقد قدمت العديد من الدراسات التي تناولت دراسة وتحليل لوحة الـ DEWMA عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع للتوزيع الطبيعي وغير الطبيعي. ومن خلال تلك الدراسات لوحظ بان أداء لوحة الـ DEWMA تفوق على أداء لوحة السيطرة الـ EWMA. فضلا عن رصانة لوحة الـ DEWMA للمتغيرات التي تتبع توزيعات غير طبيعية وفقا لمقياس اقل قيمة لمعدل طول التشغيل خارج السيطرة. نذكر بإيجاز لبعض من تلك الدراسات منها: -

قام الباحثين [10] Shamma و Shamma (1992) بتحسين وتطوير لوحة الـ DEWMA لمراقبة متوسط العملية. فقد اعطى الباحثين صيغة مقربة للانحراف المعياري لاحصاءة لوحة الـ DEWMA. بالإضافة الى تقديم امثلة لمناقشة معدل طول التشغيل لوحة الـ DEWMA ومقارنتها مع معدل طول التشغيل لوحة الـ EWMA. وتوصل الباحثين الى ان أداء لوحة الـ DEWMA أفضل من لوحة Shewart لكشف الانحرافات الصغيرة والمتوسطة في متوسط العملية. وان خصائص معدل طول التشغيل للوحة الـ DEWMA تكون متشابه لخصائص معدل طول التشغيل للوحة الـ EWMA. وان أداء لوحة الـ DEWMA يكون أفضل في الكشف عن الانحرافات في العملية عندما يكون انحراف متوسط العملية صغير، وهذا ما يرغب به لبعض من العمليات الصناعية.

استخدم الباحثين [12] Chen و Zhang (2005) امتداد لوحة الـ EWMA للوحة الـ DEWMA. وناقشا تصميم لوحة الـ DEWMA لمراقبة متوسط العملية. وقارن أداء اللوحتين من خلال قيم ARL كمقياس شائع الاستخدام للمقارنة بين أداء تلك اللوحتين. واستنتج الباحثين بان أداء لوحة الـ DEWMA تفوق على أداء لوحة الـ EWMA عندما يكون الانحراف يتراوح بين $(0.1\sigma - 0.5\sigma)$ ، وان أداء اللوحتين يكون متشابه للانحرافات التي تكون اكبر من (0.5σ) . وان أداء لوحة الـ DEWMA بقيمة لمعلمتي التمهيد $(\lambda = \lambda_1 = \lambda_2)$ يكون افضل من أداء لوحة الـ DEWMA بقيمتين مختلفة لمعلمتي التمهيد $(\lambda_1 \neq \lambda_2)$.

قيم الباحثين [8] Mahmoud و Woodall (2010) أداء لوحة الـ DEWMA لمراقبة متوسط العملية مقارنة بلوحة الـ EWMA استنادا الى قيم ARL عند حالة الصفر (zero-state) وعند اسوء حالة (worst-case). اذ أعطى الباحثين مثال يوضح فيه استخدام لوحتي الـ DEWMA و EWMA لمراقبة متوسط العملية. اذ اعتمد الباحثان استخدام لوحة الـ DEWMA

بقية لمعلمتي التمهيد متساوية ($\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$) استنادا الى ما توصل اليه الباحثين Zhang و Chen [4] في عام 2005 كون ادائها يكون افضل من أداء لوحة الـ DEWMA بقيمتين مختلفتين لمعلمتي التمهيد . فقد توصل الباحثين الى ان أداء لوحة DEWMA يكون أفضل مقارنة بأداء لوحة EWMA وفقا لقيم ARL عند حالة الصفر. ويكون أداء اللوحتين متشابه عندما تتقارب قيم معلمتي التمهيد (λ) للوحتي الـ DEWMA و EWMA. وان أداء لوحة الـ EWMA يكون افضل مقارنة بأداء لوحة الـ DEWMA بالتحديد عند استخدام قيمة صغيرة لمعلمة التمهيد (λ) وفقا لقيم ARL عند اسوء حالة (worst-case).

استخدام الباحثين [3] (2012) Alkahtani و Schaffer لوحة السيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج لمتعدد المتغيرات (dMEWMA) لكشف الانحرافات في متجه المتوسطات لعدة متغيرات تتبع خاصية النوعية للتوزيع الطبيعي. وبين الباحثين بان قيم ARL للوحة الـ dMEWMA يعتمد على المعلمة غير المركزية التي يدخل في حسابها مصفوفات المتوسط والتباين والتباين المشترك للمتغيرات قيد البحث من خلال تجارب المحاكاة. اذ قام الباحثين بمقارنة لوحة الـ dMEWMA مع لوحة الـ MEWMA وكذلك مع لوحة السيطرة لمربع كاي لـ Hotelling . وتوصل الباحثين الى ان أداء لوحة الـ dMEWMA تفوق على اداء لوحة الـ MEWMA ولوحة السيطرة لمربع كاي لـ Hotelling للانحرافات الكبيرة والصغيرة. ويكون أداء للوحتي الـ dMEWMA و الـ MEWMA امثل لقيم كبيرة لمعلمة التمهيد ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) للانحرافات الصغيرة في متوسط العملية .

تناول الباحث Alkahtani [2] (2013) رصانة لوحات الـ EWMA ولوحة الـ DEWMA عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيعات غير الطبيعية. اذ استعمل الباحث لوحتي الـ DEWMA و EWMA لمراقبة متوسط العملية عندما يكون المتغير يتبع توزيع كاما وتوزيع t. وقد استعمل الباحث محاكاة مونتني كارلو، لاختبار تأثير تلك التوزيعات على قيم ARL ومعيار قيم الخطاء القياسي لمعدل طول التشغيل (SEARL) مقارنة بنفس القيم لمعدل طول التشغيل ولمعيار قيم الخطاء القياسي لمعدل طول التشغيل المستحصلة للوحتي لمراقبة متوسط العملية عندما يكون المتغير يتبع التوزيع الطبيعي. وان أداء لوحتي الـ DEWMA و EWMA لمراقبة متوسط العملية عندما يكون المتغير يتبع توزيع t يكون أكثر رصانة وفقا لقيم معدل طول التشغيل. وان لوحة الـ DEWMA تكون أكثر رصانة عندما يكون المتغير تحت السيطرة يخضع للتوزيعات غير الطبيعية عندما تكون قيمة معلمة التمهيد كبيرة.

تناول الباحث [11] (2016) Sukparungsee رصانة لوحات السيطرة المتمثلة بالمتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) ولوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج (DEWMA) ولوحة المتوسط المتحرك الموزون عموما Generally (Weighted Moving Average (GWMA)) عندما يكون المتغير تحت السيطرة يخضع لأحدى التوزيعات الملتوية مثل توزيع كاما والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي. وقد استعمل الباحث محاكاة مونتني كارلو للحصول على قيم ARL الذي يعد من المعايير شائعة الاستخدام للمقارنة بين أداء لوحات السيطرة بين من خلال نتائج عددية للوحات الثلاثة الـ (EWMA, DEWMA, GWMA). وتوصل الباحث ان لوحة الـ DEWMA تكون رصينة وفقا لمقياس اقل قيمة لمتوسط طول التشغيل خارج السيطرة عندما يكون المتغير تحت السيطرة يخضع توزيع كاما بالمعلمتين ($a=b=2$) والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي بالمعلمتين ($\mu = 0, \sigma = 1$).

ثم توالت الدراسات المقدمة من قبل Aslam وغيره من الباحثين لتوضيح أهمية استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري (Repetitive Sampling) التي أصبحت شائعة الاستخدام بشكل متزايد في مجال السيطرة النوعية من خلال دمج أسلوب اخذ عينات تكراري مع لوحات السيطرة لمراقبة معالم العملية. اذ توقع الباحثين بان استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري (Repetitive Sampling) ودمجه مع لوحات السيطرة الـ DEWMA سيؤدي الى تحسن كفاءة لوحة السيطرة في اكتشاف الانحرافات الصغيرة في متوسط العملية. نذكر بإيجاز لبعض من تلك الدراسات منها: -

قام الباحث [6] (2014) Aslam واخرون معه بتطوير لوحة السيطرة للصفات لوحة- np عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع توزيع ثنائي الحدين و لوحة سيطرة شيوارت للمتوسط (\bar{x}) عندما تكون المشاهدات تتبع للتوزيع الطبيعي بالمعلمتين ($\mu = 0, \sigma = 1$) وذلك باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري (Repetitive Sampling) لكلا اللوحتين. وقد قام الباحثون باشتقاق حدود السيطرة الخارجية والداخلية للوحة السيطرة المقترحة. واستعمل الباحثون المحاكاة للحصول على قيم ARL وقيم معدل عدد العينة (Average Sample Number(ASN)) لكلا اللوحتين, فقد اعتمد قيم عدة لمعلمة توزيع ثنائي الحدين (p_0) تحت السيطرة - np وكذلك الانحرافات في العملية ولحجمين من العينات (n). وتوصل الباحثون بان استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لكلا اللوحتين يعطي قيم معدل طول التشغيل خارج السيطرة (ARL_1) تكون اقل مقارنة بقيم ARL_1 المستحصلة من كلا اللوحتين التقليدية. بمعنى ان أداء اللوحتين المقترح استخدامهما بأسلوب اخذ عينات تكراري يكون أفضل من أداء اللوحتين التقليدية.

دمج الباحث [7] (2017) Azam واخرون معه أسلوب اخذ عينات تكراري (Repetitive Sampling) مع للوحة ال EWMA لمراقبة بيانات تتبع التوزيع الاسي. وقد قام الباحثون باشتقاق حدود السيطرة الخارجية والداخلية للوحة السيطرة المقترحة. واعطى الباحثون جداول تتضمن قيم ARL تحت السيطرة وخارج السيطرة للمقارنة بين أداء اللوحات السيطرة التقليدية ال EWMA مع أداء لوحات ال EWMA مع استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري باستخدام محاكاة مونت كارلو، فضلا عن تطبيق اللوحة المقترحة لمجموعة بيانات للرعاية الصحية. وتوصل الباحثون الى انه أداء لوحات ال EWMA مع استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري يكون أدائها أفضل من لوحات السيطرة التقليدية ال EWMA لكل الانحرافات بدلالة معدل طول التشغيل (ARL).

واقترح الباحث [4] (2017) Arshad واخرون معه استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري (Repetitive Sampling) للوحة EWMA لمراقبة بيانات منقطعة تتبع التوزيع الهندسي -توزيع بواسون ($GP(\rho, \lambda)$). وقد قام الباحثون باشتقاق حدود السيطرة الخارجية والداخلية للوحة المقترحة. واعطى الباحثون جداول تتضمن قيم ARL وقيم الانحراف المعياري لمعدل طول التشغيل (SDARL) كمعيارين للمقارنة بين أداء اللوحات التقليدية ال EWMA مع اداء لوحات ال EWMA مع استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري باستخدام محاكاة مونت كارلو، فضلا عن تطبيق اللوحة المقترحة لمجموعة بيانات من الواقع الصناعي. وتوصل الباحثون بان أداء لوحات ال EWMA مع استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري يكون أفضل من أداء لوحات التقليدية ال EWMA لكل الانحرافات.

استعمل الباحث [5] (2018) Arshad واخرون معه أسلوب اخذ عينات تكراري (Repetitive Sampling) للوحة مراقبة متوسط العملية باستخدام معاينة متعاقبة (Successive Sampling) بفترتي وقت مختلفة. فقد افترض الباحثون وجود متغير تحت السيطرة يتبع للتوزيع الطبيعي بالمعلمتين (μ_y, σ_y)، واعتماد متغير ثاني متغير مساعد (Auxiliary variable) يتبع التوزيع الطبيعي بالمعلمتين (μ_x, σ_x) بوجود معامل ارتباط بينهما يرمز له ب (ρ). وقد قام الباحثون باشتقاق حدود السيطرة الخارجية والداخلية للوحة السيطرة المقترحة. اذ اعطى الباحثون جداول تتضمن قيم ARL كمعيار للمقارنة بين لوحات Shewart التقليدية ولوحات Shewart باستخدام معاينة متعاقبة ولوحة Shewart باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري. فضلا عن تطبيق لوحة السيطرة المقترحة لبيانات من الواقع العملي. وقد توصل الباحثون ان لوحة السيطرة المقترحة تكون كفؤة لأحجام العينات الصغيرة والكبيرة في كشف الانحراف في متوسط العملية عند وجود علاقة ارتباط بين المتغيرين المفترضين قيد البحث.

استعمل الباحث [1] (2018) Adeoti أسلوب اخذ عينات تكراري (Repetitive Sampling) للوحة ال EWMA ولوحة ال DEWMA لمراقبة متوسط العملية عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي. فقد استعمل أسلوب المحاكاة للحصول على معدلات اطوال التشغيل وقيم معدل عدد العينة (Average Sample Number(ASN)) لعدة قيم لحجوم العينات ولعدة قيم معلمة التمهيد ولعدة قيم لثابت حدي السيطرة الداخلية والخارجية، فضلا عن استخدام تلك اللوحتين لبيانات من الواقع العملي.

واستنتج من نتائج البحث بان أداء لوحات السيطرة الـ EWMA مع استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري يكون أدائها أفضل من لوحات السيطرة التقليدية الـ EWMA لكشف الانحرافات الصغيرة في متوسط العملية.

2. هدف البحث

وبذلك فان هدفنا في هذا البحث هو استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لوحة الـ EWMA ولوحة الـ DEWMA بمعلمتي التمهيد λ_1, λ_2 المتساويتين في القيمة حيث $(\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda)$ لتحسين قدرة تلك اللوحات للكشف عن الانحراف الموجب المفاجئ في متوسط العملية. اذ نعرف الحدود الداخلية والخارجية لكلا اللوحتين الـ EWMA و الـ DEWMA, فضلا عن اشتقاق الصيغ المتعلقة بحساب معدلات اطوال التشغيل تحت السيطرة وخارج السيطرة ولكلا اللوحتين الـ EWMA و الـ DEWMA بقيمة لمعلمة التمهيد (λ) حيث $0 < \lambda \leq 1$. وقد تم تطبيق تلك الصيغ على بيانات اختيرت من الواقع العملي مشاهدات للعملية تحت السيطرة من الشركة العامة للمنتوجات الغذائية- مصنع المأمون (المادة الحامضية لمنتوج معجون اسنان عنبر) تكون مستقلة ومتطابقة التوزيع (iid) تتبع التوزيع الطبيعي بعملية تصنيع مستمرة, تحت افتراض عدة قيم لمعاملات لوحتي سيطرة الـ EWMA و الـ DEWMA لمراقبة متوسط العملية, المتمثلة بمعلمة التمهيد (λ) و الانحراف في متوسط العملية (δ) وقيمتين مختلفة لثابت حد السيطرة الداخلي (k_2) بثبوت قيمة ثابت حد السيطرة الخارجي عند القيمة $k_1 = 3$. واعتماد معدلات اطوال التشغيل للوحتي السيطرة كمعيار للمقارنة بين أداء تلك اللوحات, لتحديد أسباب الخلل وإعادةتها تحت السيطرة الإحصائية لتحسين نوعية المنتج وبأقل كلفة ممكنة. فضلا عن إمكانية بناء قرارات عدة حول رفض او قبول الدفعات الإنتاجية.

3. لوحة الـ EWMA لمراقبة متوسط العملية

بافتراض ان المشاهدات X_1, X_2, \dots, X_n اخذت من عملية انتاج متكررة التي تكون متغيرات عشوائية مستقلة ومتطابقة التوزيع من التوزيع الطبيعي بمتوسط (μ_x) وتباين مقداره (σ_x^2) . اذ تكون العملية تحت السيطرة اذا كانت فرضية العدم هي $(\mu = \mu_0)$, وتكون خارج السيطرة اذا كانت الفرضية البديلة $(\mu \neq \mu_0)$. حيث ان μ_0 تمثل قيمة متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول أو تسمى بالقيمة (تحت السيطرة) لخاصية النوعية X_i و $i = 1, \dots, n$.

وفقا للوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) المقترحة من قبل [8] (Robert (1959) لكشف الانحرافات الصغيرة في العملية حيث يتم إعطاء وزن اكبر (λ) التي تمثل معلمة التمهيد) للمشاهدة الأكثر حداثة. ويتم حساب احصاءة المتوسط

المتحرك الموزون اسيا (W_i) لمراقبة متوسط العملية (الانحرافات في المتوسط) على وفق الصيغة الآتية [1,9,10]:

$$W_0 = \mu_0, \quad i = 0 \quad \dots (1)$$

$$W_i = (1-\lambda) W_{i-1} + \lambda x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (2)$$

أما λ فهي تمثل معلمة التمهيد (smoothing parameter) وقيمتها تكون $(0 < \lambda \leq 1)$ وتمثل الوزن المعطى للمشاهدة الأكثر حداثة. وان $W_0 = \mu_0$ تمثل القيمة الاولية المعطاة لأحصاءة المتوسط المتحرك الموزون اسيا. وان المتوسط والتباين لاحصاءة الـ EWMA تكون على التوالي وفق الصيغة الآتية:

$$\mu_w = \mu_0 \quad \dots (3)$$

$$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 \left[\frac{\lambda}{2-\lambda} (1-(1-\lambda)^{2i}) \right] \quad \dots (4)$$

ويكون حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) المتغيرة بتغير الوقت على التوالي وفق الاتي:-

$$LCL_1 = \mu_0 - k_1 \sigma_x \sqrt{\left[\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2i}) \right]}$$

$$UCL_1 = \mu_0 + k_1 \sigma_x \sqrt{\left[\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2i}) \right]} \quad \dots(5)$$

ويتم اختيار قيم λ و k_1 التي تمثل قيمة ثابت حد السيطرة للوحة سيطرة EWMA من قبل (الباحث) لتعطي الخصائص المرغوب بها لمعدل طول التشغيل لكلا الحالتين تحت السيطرة وخارج السيطرة. وعندما يزداد حجم العينة أي ($i \rightarrow \infty$) فان المقدار $(1-\lambda)^{2i} \rightarrow 0$ وبذلك يكون التباين لاحصاء الـ EWMA على وفق الصيغة الاتية :

$$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 \left[\frac{\lambda}{2-\lambda} \right] \quad \dots(6)$$

وان حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) الثابتة على التوالي وعندما يزداد حجم العينة أي ($i \rightarrow \infty$) تكون كما مبين ادناه:-

$$LCL_1 = \mu_0 - k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$UCL_1 = \mu_0 + k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad \dots(7)$$

ويقال ان العملية خارج السيطرة اذا كانت احصاء المتوسط المتحرك الموزون اسيا ($W_i > UCL_1$) او ($W_i < LCL_1$) خارج حدي السيطرة, وهنا يتطلب اجراء لتصحیح العملية واعادتها تحت السيطرة.

4. لوحة الـ DEWMA لمراقبة متوسط العملية

بافتراض ان المشاهدات x_1, x_2, \dots, x_n اخذت من عملية انتاج متكررة التي تكون متغيرات عشوائية مستقلة ومتطابقة التوزيع من التوزيع الطبيعي بمتوسط (μ) وتباين مقداره (σ^2). لاستخدام لوحة سيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج (DEWMA) لمراقبة خاصية النوعية x_i . يتم حساب احصاء لوحة السيطرة DEWMA لكشف الانحرافات الصغيرة في العملية حيث يتم إعطاء وزن اكبر (λ) التي تمثل معلمة التمهيد) للمشاهدة الأكثر حداثة . من خلال حساب احصاء المتوسط المتحرك الموزون اسيا (W_i) أولاً , ثم حساب احصاء المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج (Z_i) لمراقبة متوسط العملية (الانحرافات الموجبة في المتوسط) , بافتراض ان قيمة (λ) معلمة التمهيد في الصيغة (2) تكون مساوية لقيمة λ في الصيغة (9) وعموما قيمتها تكون ($0 < \lambda \leq 1$) وتمثل الوزن المعطى للمشاهدة الأكثر حداثة على وفق الصيغة الآتية [9,10] :

$$Z_0 = W_0 = \mu_0, \quad i = 0 \quad \dots(8)$$

$$W_i = (1-\lambda) W_{i-1} + \lambda x_i$$

$$Z_i = (1-\lambda) Z_{i-1} + \lambda W_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots(9)$$

وان $Z_0 = W_0 = \mu_0$ تمثل القيمة الاولية المعطاة لأحصاء المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج. ويتم حساب المتوسط والتباين لاحصاء الـ DEWMA وعلى التوالي على وفق الاتي :

$$\mu_z = \mu_x \quad \dots(10)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 \left[\frac{\lambda (2 - 2\lambda + \lambda^2)}{(2-\lambda)^3} \right] \quad \dots(11)$$

يعرف كل من حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي [9,10] :-

$$LCL_1 = \mu_0 - k_1 \sigma_z$$

$$\therefore LCL_1 = \mu_0 - k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2 - 2\lambda + \lambda^2)}{(2 - \lambda)^3}}$$

and

$$UCL_1 = \mu_0 + k_1 \sigma_z$$

$$\therefore UCL_1 = \mu_0 + k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2 - 2\lambda + \lambda^2)}{(2 - \lambda)^3}} \dots(12)$$

اذ يتم اختيار قيم λ و k_1 تمثل قيمة ثابت حد السيطرة للوحة سيطرة DEWMA من قبل (الباحث) لتعطي الخصائص المرغوب بها لمعدل طول التشغيل لكلا الحالتين تحت السيطرة وخارج السيطرة. و يقال ان العملية خارج السيطرة اذا وقعت احصاءة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج ($Z_i > UCL_1$) او ($Z_i < LCL_1$) خارج حدي السيطرة, وهنا يتطلب اجراء لتصحيح العملية واعادتها تحت السيطرة.

5. معدلات اطوال التشغيل للوحة سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري

في هذا المبحث نشق الصيغ المتعلقة بحساب معدل طول التشغيل للوحة سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري. بافتراض ان المشاهدات X_1, X_2, \dots, X_n المأخوذة من عملية انتاج متكررة تكون متغيرات عشوائية مستقلة ومتطابقة التوزيع من التوزيع الطبيعي بمتوسط (μ) وتباين مقداره (σ^2). نفترض لوحة سيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) باستخدام معاينة تكرارية كالاتي [1,4,12]:-

أولاً: نختار حجم عينة (n) من دفعة إنتاجية حالية , ثم نحسب احصاءة (W_i) كما مبين في الصيغتين (1,2) عند قيمة ثابتة مختارة من قبل الباحث لمعلمة التمهيد (λ).

ثانياً: يقال بان العملية تكون خارج السيطرة, اذا وقعت احصاءة المتوسط المتحرك الموزون اسيا ($W_i > UCL_1$) او ($W_i < LCL_1$). حيث ان (LCL_1, UCL_1) تسمى بحدي السيطرة الخارجية المبينة في الصيغة (7) . ويقال بان العملية تكون تحت السيطرة اذا وقعت احصاءة المتوسط المتحرك الموزون اسيا ($LCL_2 \leq W_i \leq UCL_2$). حيث ان (LCL_2, UCL_2) تسمى بحدي السيطرة الداخلية والتي سيتم توضيحها لاحقاً , مع ذلك فاذا كانت ($UCL_2 < W_i \leq UCL_1$) او ($LCL_1 \leq W_i < LCL_2$). يتم العودة الى أولاً بإعادة العملية من خلال اختيار حجم عينة (n) من دفعة إنتاجية حالية. اذ استعملت لوحة سيطرة EWMA لمراقبة لخاصية النوعية X_i بأربعة حدود السيطرة تكون على وفق الاتي:

حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي تكون على وفق الصيغة (7) كما مبين ادناه:-

$$LCL_1 = \mu_0 - k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}$$

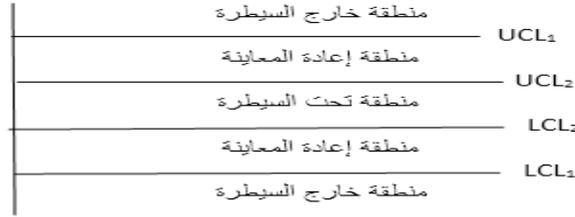
$$UCL_1 = \mu_0 + k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}$$

و حدي السيطرة الداخلية الأدنى (LCL_2) والاعلى (UCL_2) على التوالي تكون كما مبين في الصيغة ادناه:-

$$LCL_2 = \mu_0 - k_2 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}$$

$$UCL_2 = \mu_0 + k_2 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \dots(13)$$

حيث ان $(k_2 < k_1)$ تمثل معاملات ثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية للوحة السيطرة وان $(k_2 < k_1)$ اذ يتم اختيار القيمتين $(k_2 < k_1)$ و λ من قبل (الباحث) لتعطي الخصائص المرغوب بها لمعدل طول التشغيل لكلا الحالتين تحت السيطرة وخارج السيطرة. والشكل (1) يوضح لوحة السيطرة باستخدام معاينة تكرارية.



الشكل (a) يوضح لوحة السيطرة باستخدام معاينة تكرارية.

وبذلك فان احتمال العملية تكون خارج السيطرة عندما تكون فعليا العملية تحت السيطرة (in-control) عند سحب عينة مفردة ويرمز له بـ $(P_{out,1}^0)$, وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي والتبسيط يتم حساب $(P_{out,1}^0)$ على وفق الصيغة ادناه :

$$P_{out,1}^0 = P(W_i < LCL_1/\mu_0) + P(W_i > UCL_1/\mu_0) \Rightarrow P_{out,1}^0 = P(W_i < LCL_1/\mu_0) + [1 - P(W_i < UCL_1/\mu_0)]$$

$$P_{out,1}^0 = \Phi\left(\frac{LCL_1 - \mu_0}{\sigma_w}\right) + [1 - \Phi\left(\frac{UCL_1 - \mu_0}{\sigma_w}\right)] \Rightarrow P_{out,1}^0 = \Phi(-k_1) + [1 - \Phi(k_1)]$$

$$P_{out,1}^0 = [1 - \Phi(k_1)] + [1 - \Phi(k_1)] \Rightarrow P_{out,1}^0 = 2[1 - \Phi(k_1)] \quad \dots(14)$$

اذ تمثل $\Phi(\cdot)$ دالة التوزيع التجميعية للتوزيع الطبيعي القياسي. ويشير الرمز العلوي $(^0)$ الى ان العملية تكون تحت السيطرة في حين يشير الرمز السفلي $(_1)$ الى ان العملية تكون خارج السيطرة.

واحتمال تكرار اخذ عينة (repetition) عندما تكون العملية تحت السيطرة ويرمز له بـ (P_{rept}^0) , وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) وعلى التوالي, وكذلك التعويض بحدي السيطرة الداخلية الأدنى (LCL_2) والاعلى (UCL_2) على التوالي والتبسيط يتم احتساب (P_{rept}^0) على وفق الصيغة ادناه :

$$P_{rept}^0 = P(UCL_2 < W_i \leq UCL_1/\mu_0) + P(LCL_1 < W_i \leq LCL_2/\mu_0)$$

$$P_{rept}^0 = [\Phi\left(\frac{UCL_1 - \mu_0}{\sigma_w}\right) - \Phi\left(\frac{UCL_2 - \mu_0}{\sigma_w}\right)] + [\Phi\left(\frac{LCL_2 - \mu_0}{\sigma_w}\right) - \Phi\left(\frac{LCL_1 - \mu_0}{\sigma_w}\right)]$$

$$P_{rept}^0 = [\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] + [\Phi(-k_2) - \Phi(-k_1)] \Rightarrow P_{rept}^0 = [\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] + ([1 - \Phi(k_2)] - [1 - \Phi(k_1)])$$

$$P_{rept}^0 = 2\Phi(k_1) - 2\Phi(k_2) \Rightarrow P_{rept}^0 = 2[\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] \quad \dots(15)$$

اذ تمثل $\Phi(\cdot)$ دالة التوزيع التجميعية للتوزيع الطبيعي القياسي. ويتم حساب احتمال بان العملية في حالة الخروج عن السيطرة عندما تكون العملية تحت السيطرة (in-control) ويرمز له بـ (P_{out}^0) على وفق الصيغة ادناه [1,8]:

$$P_{out}^0 = \frac{P_{out,1}^0}{1 - P_{rept}^0} \quad \dots(16)$$

وان معدل طول التشغيل تحت السيطرة (ARL_0) يحتسب على وفق الصيغة ادناه [1,8]:

$$ARL_0 = \frac{1}{P_{out}^0} \quad \dots(17)$$

قد تتحرف العملية بسبب عوامل خارج السيطرة، ومن ثم ينتقل متوسط العملية من (μ_0) الى $(\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_x)$ وتكون δ تمثل ثابت التغير في متوسط العملية بدلالة الانحراف المعياري للعملية أي $(\delta\sigma)$. وان احتمال بان تكون العملية خارج السيطرة عند اخذ عينة مفردة ويرمز له بـ $(P_{out,1}^1)$ ، وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي والتبسيط للصيغ ادناه ، يتم احتساب $(P_{out,1}^1)$ على وفق الصيغة ادناه [1,8] :

$$P_{out,1}^1 = P(W_i < LCL_1/\mu_1) + P(W_i > UCL_1/\mu_1) \Rightarrow P_{out,1}^1 = P(W_i < LCL_1/\mu_1) + [1 - P(W_i < UCL_1/\mu_1)]$$

$$P_{out,1}^1 = \Phi\left(\frac{LCL_1 - \mu_1}{\sigma_w}\right) + [1 - \Phi\left(\frac{UCL_1 - \mu_1}{\sigma_w}\right)]$$

$$P_{out,1}^1 = \Phi\left(\frac{LCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right) + [1 - \Phi\left(\frac{UCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right)]$$

$$P_{out,1}^1 = \Phi\left(-k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right) + [1 - \Phi\left(k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right)] \quad \dots(18)$$

وا احتمال تكرار اخذ عينة عندما ينحرف متوسط العملية ويرمز له بـ (P_{rept}^1) ، وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي، وكذلك التعويض بحدي السيطرة الداخلية الأدنى (LCL_2) والاعلى (UCL_2) على التوالي والتبسيط للصيغ ادناه ، يتم احتساب (P_{rept}^1) على وفق الصيغة ادناه [1,8] :

$$P_{rept}^1 = P(UCL_2 < W_i \leq UCL_1/\mu_0) + P(LCL_1 < W_i \leq LCL_2/\mu_0)$$

$$P_{rept}^1 = [\Phi\left(\frac{UCL_1 - \mu_1}{\sigma_w}\right) - \Phi\left(\frac{UCL_2 - \mu_1}{\sigma_w}\right)] + [\Phi\left(\frac{LCL_2 - \mu_1}{\sigma_w}\right) - \Phi\left(\frac{LCL_1 - \mu_1}{\sigma_w}\right)]$$

$$P_{rept}^1 = [\Phi\left(\frac{UCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right) - \Phi\left(\frac{UCL_2 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right)] + [\Phi\left(\frac{LCL_2 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right) - \Phi\left(\frac{LCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right)]$$

$$P_{rept}^1 = [\Phi\left(k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right) - \Phi\left(k_2 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right)] + [\Phi\left(-k_2 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right) - \Phi\left(-k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}}\right)] \quad \dots(19)$$

ويتم حساب احتمال بان تكون العملية في حالة الخروج عن السيطرة (out-of-control) ويرمز له بـ (P_{out}^1) على وفق الصيغة ادناه [1,8]:

$$P_{out}^1 = \frac{P_{out,1}^1}{1 - P_{rept}^1} \quad \dots(20)$$

وان معدل طول التشغيل خارج السيطرة (ARL_1) يحتسب على وفق الصيغة ادناه [1,8] :

$$ARL_1 = \frac{1}{P_{out}^1} \quad \dots(21)$$

6. معدلات اطوال التشغيل للوحة سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري

في هذا المبحث نشق الصيغ المتعلقة بحساب معدل طول التشغيل للوحة سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري. بافتراض ان المشاهدات X_1, X_2, \dots, X_n المأخوذة من عملية انتاج متكررة تكون متغيرات عشوائية مستقلة ومتطابقة التوزيع من التوزيع الطبيعي بمتوسط (μ) وتباين مقداره (σ^2) . وان تطبيق لوحة سيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج (DEWMA) باستخدام معاينة تكرارية يكون على وفق الخطوات الاتية [1,11,12]:-

أولاً: نختار حجم عينة (n) من دفعة إنتاجية حالية , ثم نحسب احصاء الـ DEWMA (Z_i) كما مبين في الصيغتين (8,9) عند قيمة ثابتة مختارة من قبل الباحث لمعلمة التمهيد (λ) .

ثانياً: تكون العملية خارج السيطرة, اذا وقعت احصاء المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج $(Z_i > UCL_1)$ او $(Z_i < LCL_1)$. حيث ان (LCL_1, UCL_1) تسمى بحدي السيطرة الخارجية. في حين تكون العملية تحت السيطرة اذا وقعت احصاء المتوسط المتحرك الموزون اسيا المزدوج $(LCL_2 \leq Z_i \leq UCL_2)$. ونعرف كل من (LCL_2, UCL_2) بحدي السيطرة الداخلية التي سيتم توضيحها لاحقا. مع ذلك فاذا كانت $(UCL_2 < Z_i \leq UCL_1)$ او $(LCL_1 \leq Z_i < LCL_2)$. يتم العودة الى أولاً بإعادة العملية من خلال اختيار حجم عينة (n) من دفعة إنتاجية حالية. وبذلك يكون استخدام لوحة سيطرة DEWMA لمراقبة خاصية النوعية X_i بأربعة حدود السيطرة تكون على وفق الاتي:

وان حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) وعلى التوالي, والتي سبق تعريفها بالصيغة (12) الاتية :-

$$LCL_1 = \mu_0 - k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}$$

$$UCL_1 = \mu_0 + k_1 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}$$

ونعرف حدي السيطرة الداخلية الأدنى (LCL_2) والاعلى (UCL_2) على التوالي وفق الاتي:-

$$LCL_2 = \mu_0 - k_2 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}$$

$$UCL_2 = \mu_0 + k_2 \sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}} \dots(22)$$

حيث تمثل كل من (k_2, k_1) معاملات ثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية على التوالي للوحة السيطرة, وتكون قيمة $(k_2 < k_1)$. اذ يتم اختيار القيمتين (k_2, k_1) و λ من قبل (الباحث) لتعطي الخصائص المرغوب بها لمعدل طول التشغيل لكلا الحالتين تحت السيطرة وخارج السيطرة. وفقاً للشكل (a) المبين في المبحث (5) الذي يوضح لوحة السيطرة باستخدام معاينة تكرارية.

ويعرف احتمال العملية خارج السيطرة عندما تكون العملية فعليا تحت السيطرة (in-control) عند سحب عينة مفردة بالرمز $(P_{out,1}^0)$, وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي والتبسيط للصيغ ادناه , يتم احتساب $(P_{out,1}^0)$ على وفق الصيغة ادناه [1,9]:

$$P_{out,1}^0 = P(Z_i < LCL_1/\mu_0) + P(Z_i > UCL_1/\mu_0) \Rightarrow P_{out,1}^0 = P(Z_i < LCL_1/\mu_0) + [1 - P(Z_i < UCL_1/\mu_0)]$$

$$P_{out,1}^0 = \Phi\left(\frac{LCL_1 - \mu_0}{\sigma_z}\right) + [1 - \Phi\left(\frac{UCL_1 - \mu_0}{\sigma_z}\right)] \Rightarrow P_{out,1}^0 = \Phi(-k_1) + [1 - \Phi(k_1)]$$

$$P_{out,1}^0 = [1 - \Phi(k_1)] + [1 - \Phi(k_1)] \Rightarrow P_{out,1}^0 = 2[1 - \Phi(k_1)] \dots(23)$$

اذ تمثل $\Phi(\cdot)$ دالة التوزيع التجميعية للتوزيع الطبيعي القياسي. ويشير الرمز العلوي $(^0)$ في P الى ان العملية تكون تحت السيطرة في حين يشير الرمز السفلي $(_1)$ الى ان العملية تكون خارج السيطرة.

ويرمز لاحتمال التكرار اخذ عينة عندما تكون العملية تحت السيطرة بالرمز (P_{rept}^0) , وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي, وكذلك التعويض بحدي السيطرة الداخلية الأدنى (LCL_2) والاعلى (UCL_2) على التوالي والتبسيط للصيغ ادناه , يتم احتساب (P_{rept}^0) على وفق الصيغة ادناه [1,9,12]:

$$P_{rept}^0 = P(UCL_2 < Z_i \leq UCL_1/\mu_0) + P(LCL_1 < Z_i \leq LCL_2/\mu_0)$$

$$P_{rept}^0 = [\Phi(\frac{UCL_1 - \mu_0}{\sigma_z}) - \Phi(\frac{UCL_2 - \mu_0}{\sigma_z})] + [\Phi(\frac{LCL_2 - \mu_0}{\sigma_z}) - \Phi(\frac{LCL_1 - \mu_0}{\sigma_z})]$$

$$P_{rept}^0 = [\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] + [\Phi(-k_2) - \Phi(-k_1)]$$

$$P_{rept}^0 = [\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] + ([1 - \Phi(k_2)] - [1 - \Phi(k_1)])$$

$$P_{rept}^0 = [\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] + [\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] \Rightarrow P_{rept}^0 = 2\Phi(k_1) - 2\Phi(k_2)$$

$$P_{rept}^0 = 2[\Phi(k_1) - \Phi(k_2)] \quad \dots(24)$$

وبذلك يمكن حساب احتمال بان العملية في حالة الخروج عن السيطرة عندما تكون العملية تحت السيطرة (in-control) ويرمز له بـ (P_{out}^0) على وفق الصيغة ادناه :

$$P_{out}^0 = \frac{P_{out,1}^0}{1 - P_{rept}^0} \quad \dots(25)$$

وان معدل طول التشغيل تحت السيطرة (ARL_0) يحتسب على وفق الصيغة ادناه [1,8] :

$$ARL_0 = \frac{1}{P_{out}^0} \quad \dots(26)$$

قد تتحرف العملية بسبب عوامل خارج السيطرة, ومن ثم ينتقل متوسط العملية من (μ_0) الى $(\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma)$ وتكون δ ثابت التغير في متوسط العملية بدلالة الانحراف المعياري للعملية أي $(\delta\sigma)$. وان احتمال بان تكون العملية خارج السيطرة عند اخذ عينة مفردة ويرمز له بـ $(P_{out,1}^1)$, وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي والتبسيط للصيغ ادناه , يتم احتساب $(P_{out,1}^1)$ على وفق الصيغة ادناه :

$$P_{out,1}^1 = P(Z_i < LCL_1/\mu_1) + P(Z_i > UCL_1/\mu_1) \Rightarrow P_{out,1}^1 = P(Z_i < LCL_1/\mu_1) + [1 - P(Z_i < UCL_1/\mu_1)]$$

$$P_{out,1}^1 = \Phi(\frac{LCL_1 - \mu_1}{\sigma_z}) + [1 - \Phi(\frac{UCL_1 - \mu_1}{\sigma_z})]$$

$$P_{out,1}^1 = \Phi(\frac{LCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}}) + [1 - \Phi(\frac{UCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}})]$$

$$P_{out,1}^1 = \Phi(-k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}}) + [1 - \Phi(k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}})] \quad \dots(27)$$

وان احتمال تكرار اخذ عينة عندما ينحرف متوسط العملية ويرمز له بـ (P_{rept}^1) , وبالتعويض عن حدي السيطرة الخارجية الأدنى (LCL_1) والاعلى (UCL_1) على التوالي, وكذلك التعويض بحدي السيطرة الداخلية الأدنى (LCL_2) والاعلى (UCL_2) على التوالي والتبسيط للصيغ ادناه , يتم احتساب (P_{rept}^1) على وفق الصيغة ادناه [1,8,9] :

$$\begin{aligned}
P_{\text{rept}}^1 &= P(UCL_2 < Z_i \leq UCL_1/\mu_1) + P(LCL_1 < Z_i \leq LCL_2/\mu_1) \\
P_{\text{rept}}^1 &= [\Phi(\frac{UCL_1 - \mu_1}{\sigma_Z}) - \Phi(\frac{UCL_2 - \mu_1}{\sigma_Z})] + [\Phi(\frac{LCL_2 - \mu_1}{\sigma_Z}) - \Phi(\frac{LCL_1 - \mu_1}{\sigma_Z})] \\
P_{\text{rept}}^1 &= [\Phi(\frac{UCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}}) - \Phi(\frac{UCL_2 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}})] \\
&+ [\Phi(\frac{LCL_2 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}}) - \Phi(\frac{LCL_1 - (\mu_0 + \delta\sigma_x)}{\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}})] \\
P_{\text{rept}}^1 &= [\Phi(k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}}) - \Phi(k_2 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}})] \\
&+ [\Phi(-k_2 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}}) - \Phi(-k_1 - \frac{\delta}{\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}}})] \quad \dots(28)
\end{aligned}$$

ويمكن حساب احتمال بان تكون العملية في حالة الخروج عن السيطرة (out-of-control) ويرمز له بـ (P_{out}^1) على وفق الصيغة ادناه [1,8]:

$$P_{\text{out}}^0 = \frac{P_{\text{out},1}^1}{1 - P_{\text{rept}}^1} \quad \dots(29)$$

وان معدل طول التشغيل خارج السيطرة (ARL_1) يحتسب على وفق الصيغة ادناه [1,8]:

$$ARL_1 = \frac{1}{P_{\text{out}}^1} \quad \dots(30)$$

7. الجانب التطبيقي ومناقشة النتائج

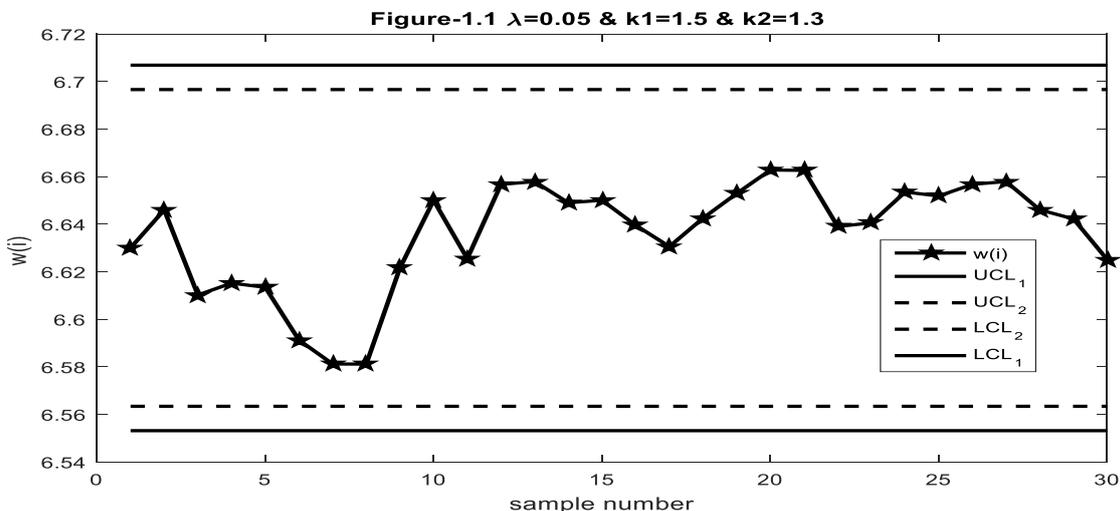
في هذا المبحث يتم استخدام لوحة سيطرة الـ EWMA ولوحة سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لبيانات من الواقع العملي عندما يكون المتغير تحت السيطرة يخضع للتوزيع الطبيعي لمراقبة المتوسط للعملية الإنتاجية تحت السيطرة من خلال تطبيق الصيغ المتقدم ذكرها في الجانب النظري. وقد تم كتابة برامج باستخدام برنامج Matlab -R2018a للحصول على نتائج البحث وفقا للتوزيع الطبيعي لتوليفات مختلفة لمعاملات تلك اللوحتين. فقد تم سحب العينات بشكل عشوائي واجراء الفحص لعينة الدراسة لغرض رسم لوحات السيطرة النوعية للكشف عن الانحرافات في العملية الإنتاجية بشكل مبكر او الانحرافات عن الجودة المستهدف للمنتجات المختارة (عينة البحث). فقد تم استخدام البيانات المتوفرة في الشركة العامة للزيوت النباتية - مصنع المأمون. وقد اختير المنتج معجون اسنان عنبر. فقد كانت البيانات المعتمدة حول المادة الحامضية للمنتج. فقد تم فحص متغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون الاسنان عنبر , علما بان الشركة قد حددت المواصفات للمادة الحامضية من حيث الحد الأعلى مساوي لـ 7 والحد الأدنى مساوي لـ 6 والقيمة المستهدفة مساوية لـ 6.5 والمواصفة المقبولة تكون مساوية لـ 6.5 ± 0.5 . وقد تم اجراء اختبار فحص الملائمة للتوزيع الطبيعي للقراءات بعدد (30) مشاهدة باستخدام اختبار Kolmogrov-Smirnov(K-S) باستخدام التطبيق الاحصائي Minitab, لاختبار الفرضية فرضية العدم التي تنص على ان المتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر يخضع للتوزيع الطبيعي بالمعلمتين ($\mu = 6.63, \sigma = 0.32$) اي ($x_1 \sim \text{Normal dist}^n, (\mu = 6.63, \sigma = 0.32)$). لمزيد من التفاصيل انظر الملحق-اولا.

A.1 لوحات الـ EWMA لمراقبة متوسط العملية باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري

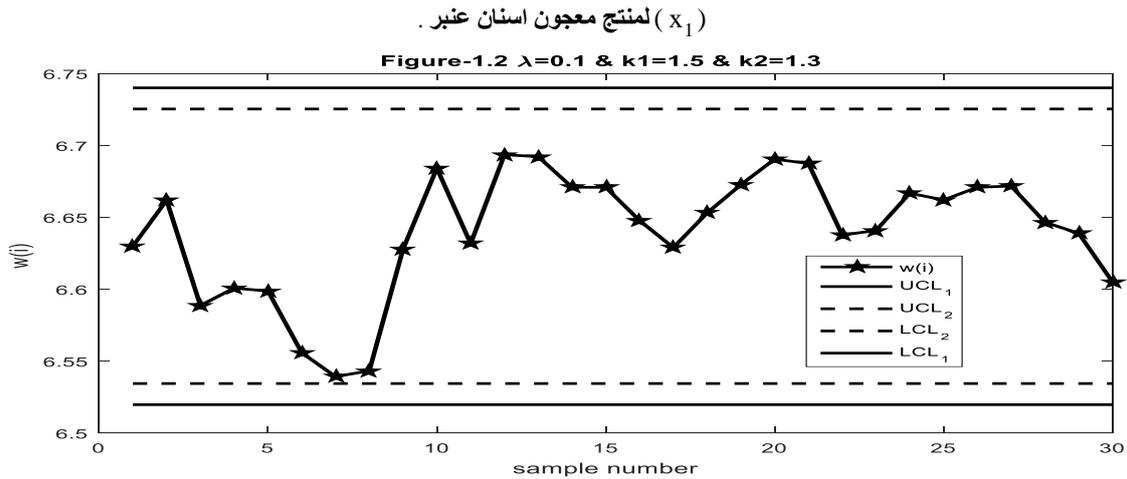
لقد تم رسم لوحة EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمراقبة متوسط العملية متغير المادة الحامضية (X_1) لمنتج معجون اسنان عنبر الذي يخضع للتوزيع الطبيعي بالمعلمتين ($\hat{\mu} = 6.63, \hat{\sigma} = 0.32$), وتكون قيمة متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوية لـ $\mu_0 = 6.63$. فقد تم حساب احصاء الاختبار للوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري على وفق الصيغة (1,2), اذ كانت قيمة $W_0 = \hat{\mu} = 6.63$. وقد اختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد λ مساوية لـ $\lambda = [0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 0.75]$. ثم تحسب قيمة تباين احصاء اللوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري (σ_w) على وفق الصيغة (6). وكذلك اختيرت قيمة ثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية لتكون مساوية لـ $(k_1, k_2) = (1.5, 1.3)$. انظر الجدول (1) الذي يبين نتائج لوحة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري بحدي السيطرة الخارجية والداخلية لمتغير المادة الحامضية (X_1) لمنتج معجون الاسنان عنبر.

جدول (1) نتائج لوحة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (X_1) لمنتج معجون الاسنان عنبر.

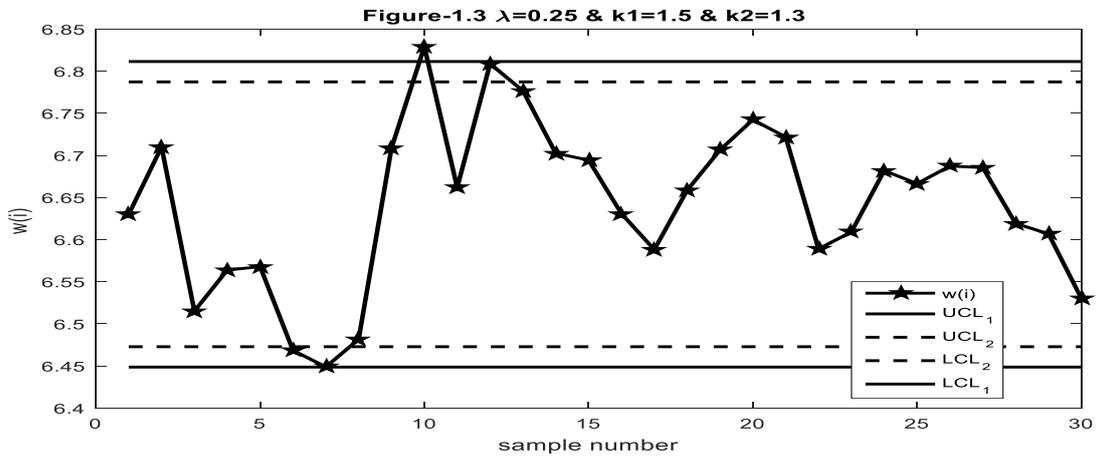
رقم اللوحة	1	2	3	4	5	رقم الصيغة
λ	0.05	0.1	0.25	0.5	0.75	-
$\hat{\mu}_{x_1} = \mu_0$	6.63	6.63	6.63	6.63	6.63	-
$\hat{\sigma}_{x_1}$	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	-
Sample Size(n)	30	30	30	30	30	-
$\hat{\mu}_w = \mu_{x_1}$	6.63	6.63	6.63	6.63	6.63	(3)
σ_w	0.051	0.073	0.121	0.18475	0.24787	(6)
k_1	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	-
k_2	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	-
UCL_1	6.7069	6.7401	6.8114	6.9071	7.0018	(7)
UCL_2	6.6966	6.7254	6.7872	6.8702	6.9522	(13)
LCL_2	6.5634	6.5346	6.4728	6.3898	6.3078	(13)
LCL_1	6.5531	6.5199	6.4486	6.3529	6.2582	(7)



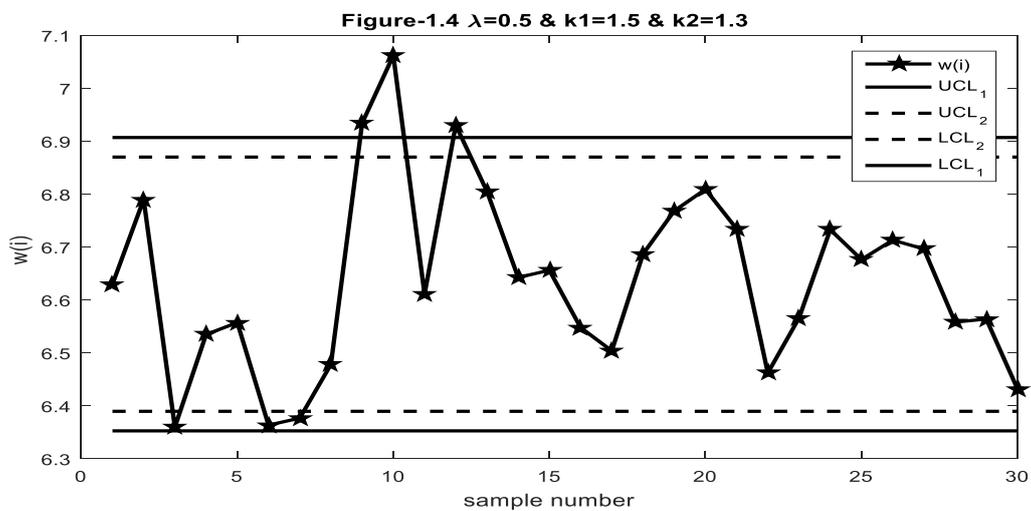
الشكل (1-1) يبين لوحة سيطرة اللوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية



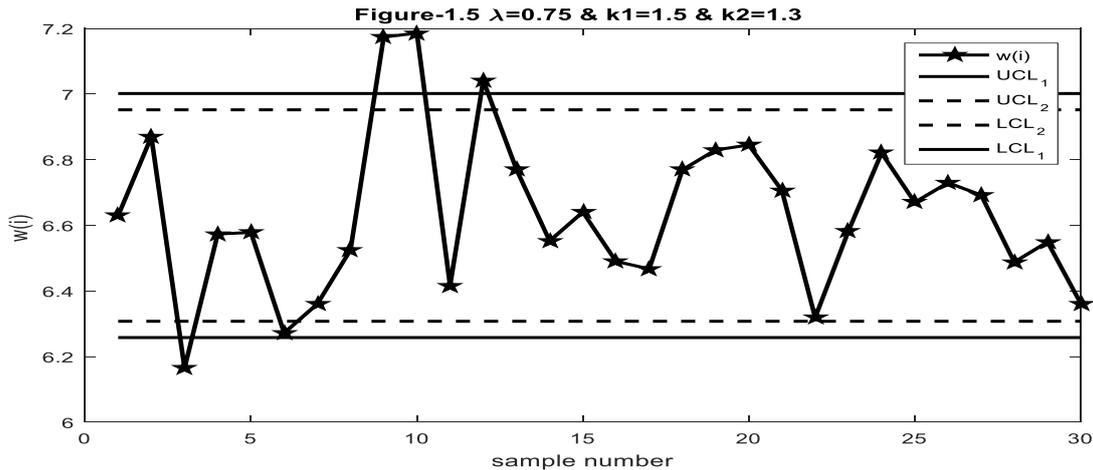
الشكل (1-2) يبين لوحة سيطرة للوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (X₁) لمنتج معجون اسنان عنبر .



الشكل (1-3) يبين لوحة سيطرة للوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (X₁) لمنتج معجون اسنان عنبر .



الشكل (1-4) يبين لوحة سيطرة للوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (X₁) لمنتج معجون اسنان عنبر .



الشكل (1-5) يبين لوحة سيطرة للوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر .

على وفق النتائج المبينة في الجدول (1) المتضمن قيم معاملات لوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري وقيم حدي السيطرة الخارجية والداخلية. لرسم لوحات السيطرة الـ EWMA وكما مبين

• من الشكلين (1-1) و (1-2) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.05) و (0.1) نلاحظ بان العملية الإنتاجية تكون تحت السيطرة.

• من الشكل (1-3) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.25) نلاحظ العينة رقم (6) تكون خارج الحد الأدنى الداخلي للوحة السيطرة. وبذلك يتم إعادة سحب حجم عينة ($n=30$) من دفعة إنتاجية حالية , ثم نحسب احصاء الـ EWMA (W_i) باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري في الصيغة (1,2) بثبوت قيمة معلمة التمهيد (λ). ثم نلاحظ العينات رقم (7,10,12) تكون خارج حدي السيطرة الأدنى والاعلى الخارجية للوحة السيطرة. وبذلك تكون العملية الإنتاجية خارج السيطرة.

• من الشكل (1-4) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.5) نلاحظ العينات رقم (3,6,7) تكون خارج حد السيطرة الأدنى الداخلي للوحة السيطرة. وبذلك يتم إعادة سحب حجم عينة ($n=30$) من دفعة إنتاجية حالية , ثم نحسب احصاء الـ EWMA (W_i) باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري في الصيغة (1,2) بثبوت قيمة معلمة التمهيد (λ). نلاحظ العينات رقم (9,10,12) تكون خارج حد السيطرة الأعلى الخارجية للوحة السيطرة. وبذلك تكون العملية الإنتاجية خارج السيطرة.

• من الشكل (1-5) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.75) نلاحظ العينات رقم (3,9,10,12) تكون خارج حدي السيطرة الأدنى والاعلى الخارجية للوحة السيطرة. في حين نلاحظ العينة رقم (22) تكون خارج حد السيطرة الأدنى الداخلي للوحة السيطرة. وبذلك تكون العملية الإنتاجية خارج السيطرة.

بشكل عام نلاحظ بان حساسية اللوحة تزداد بزيادة قيمة معلمة التمهيد (λ) في الكشف عن العينات خارج حدي السيطرة للوحات الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري.

A.2 حساب قيم معدل طول التشغيل (ARL) للوحات سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري

لغرض حساب معدلات اطوال التشغيل (ARL) للوحات سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري، على وفق الصيغ (17, 21) المبينة في المبحث (5) , ووفقا لاختبار حسن المطابقة للتوزيع الطبيعي لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر , بمتوسط وانحراف معياري للعملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ ($\hat{\mu} = 6.63, \hat{\sigma} = 0.32$).

وقد تم حساب قيم معدلات اطوال التشغيل , لمعرفة تأثير استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري على كفاءة لوحة السيطرة في اكتشاف تغيير في متوسط العملية أي عند مستوى النوعية المرفوض. لغرض المقارنة بين معدلات اطوال التشغيل (ARL) فقد اختيرت عدة قيم للانحراف في متوسط العملية (δ) من ($\delta = 0$) الى ($\delta = 3.5$) الذي نرغب باكتشافه بوقت مبكر. وتكون قيمة متوسط العملية عند ذلك التغيير وفقا لـ $\hat{\mu}_1 = \hat{\mu}_0 + \delta\sqrt{\hat{\sigma}_0}$. وكذلك اختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد λ من ($\lambda = 0.05$) الى ($\lambda = 0.8$). ونفرض قيمتين لثابت حد السيطرة الداخلية والخارجية مساوية لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.5$ وكذلك $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.1$. وقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون الاسنان عنبر, للحصول على معدلات اطوال التشغيل للوحات الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري. وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول (2)، اذ نلاحظ منه

- تتناقص معدلات اطوال التشغيل (ARL) بتناقص قيمة ثابت حد السيطرة الداخلي (k_2). فمثلا من الجدول (2) عندما تكون قيمة $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.4$ ، وتكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.1) وقيمة λ مساوية لـ (0.1)، يكون معدل طول التشغيل مساوي لـ 180.03، في حين يكون معدل طول التشغيل مساوي لـ 174.09 لنفس القيمة لـ λ عندما تكون القيم لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.1$.
- وتزداد قيم معدلات اطوال التشغيل بزيادة قيمة معلمة التمهيد (λ)، فمثلا من الجدول (2)، عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.1)، اذ تكون قيمة معدل طول التشغيل تكون مساوية لـ 180.03 عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.1)، في حين تكون قيمة معدل طول التشغيل تكون مساوية لـ 341.23 عندما قيمة λ مساوية لـ (0.8) بثبوت القيم لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.5$.
- وكذلك تتناقص قيم معدلات اطوال التشغيل بزيادة الانحراف في متوسط العملية (δ)، انظر الجدول (2). نلاحظ بان حساسية اللوحة تزداد من خلال تناقص معدلات اطوال التشغيل، ووفقا لمعاملات للوحات الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري. عموما تكون معدلات اطوال التشغيل كبير عندما تكون العملية تحت السيطرة أي عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0)، في حين يكون قصير جدا لتصل معدلات اطوال التشغيل عندما تحديد العملية عن السيطرة لعينة واحدة.

جدول (2) قيم ARL للوحات سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب خذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون الاسنان عنبر الذي يتبع التوزيع الطبيعي بقيمة للمتوسط $\hat{\mu} = 6.63$ وانحراف معياري مقداره $\hat{\sigma} = 0.32$ ، ووفقا للقيم المقترضة (λ) و (δ) لقيمتين لثابت حد السيطرة الداخلية ($k_2 = 2.5, 2.1$) بثبوت قيمة ثابت حد السيطرة الخارجية $k_1 = 3$.

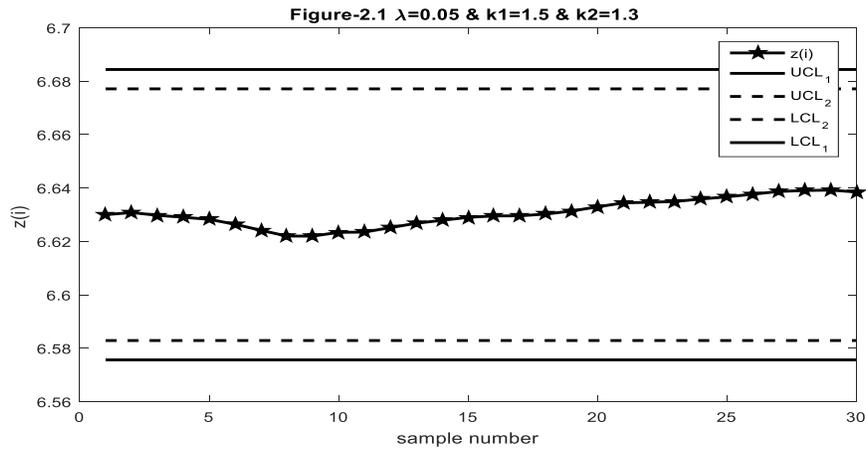
$\delta \setminus \lambda$	ARL											
	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.5$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.1$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.5$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.1$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.5$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.1$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.5$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.1$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.5$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.1$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.5$	$k_1 = 3$ $k_2 = 2.1$
	0.05		0.1		0.2		0.4		0.6		0.8	
0.0	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16
0.1	109.76	105.04	180.03	174.09	249.97	242.97	305.05	297.26	328.36	320.25	341.23	332.95
0.3	6.651	5.5359	20.5	18.342	53.749	50.328	117.11	112.26	169.98	164.2	213.6	207.14
0.5	1.4862	1.2793	4.0382	3.274	13.593	11.86	41.952	38.897	76.141	72.141	113.34	108.55
0.7	1.0335	1.0126	1.5587	1.3281	4.5609	3.7164	16.77	14.827	35.485	32.66	59.87	56.278
0.9	1.0009	1.0002	1.0941	1.0415	2.1012	1.7178	7.5875	6.3694	17.705	15.705	32.806	30.083
1.1	1	1	1.0113	1.0037	1.3429	1.1862	3.9167	3.1721	9.493	8.089	18.795	16.732
1.3	1	1	1.0008	1.0002	1.099	1.044	2.3355	1.8954	5.4863	4.5136	11.277	9.7207
1.5	1	1	1	1	1.0244	1.0088	1.6171	1.3681	3.4354	2.7728	7.0952	5.9301
1.7	1	1	1	1	1.0047	1.0014	1.2808	1.1477	2.3438	1.9018	4.6916	3.828
1.9	1	1	1	1	1.0007	1.0002	1.1228	1.0565	1.7455	1.458	3.2703	2.6377
2.1	1	1	1	1	1.0001	1	1.0504	1.0202	1.4114	1.2301	2.4098	1.9526
2.3	1	1	1	1	1	1	1.0189	1.0066	1.2233	1.1132	1.879	1.5539
2.5	1	1	1	1	1	1	1.0064	1.0019	1.118	1.054	1.5472	1.3203
2.7	1	1	1	1	1	1	1.0019	1.0005	1.06	1.0247	1.3383	1.1833
2.9	1	1	1	1	1	1	1.0005	1.0001	1.029	1.0107	1.2064	1.1033
3.1	1	1	1	1	1	1	1.0001	1	1.0132	1.0044	1.1237	1.057
3.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0056	1.0017	1.0723	1.0306
3.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0022	1.0006	1.0411	1.016

B.1 لوحات الـ DEWMA لمراقبة متوسط العملية باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري

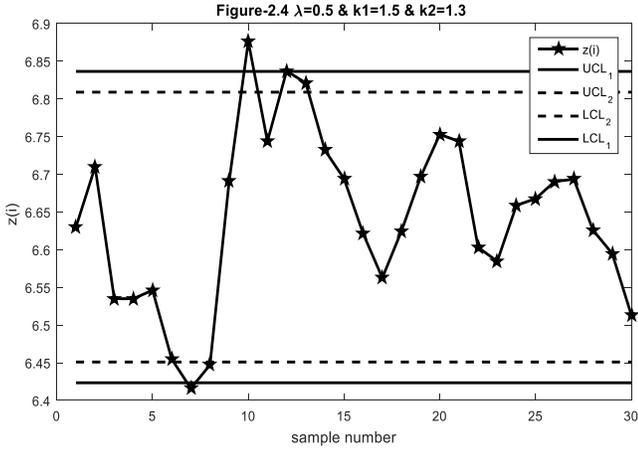
لقد تم رسم لوحة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمراقبة متوسط العملية لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر، الذي يخضع للتوزيع الطبيعي بالمعلمتين ($\hat{\mu} = 6.63, \hat{\sigma} = 0.32$)، عندما يكون متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 6.63$. فقد تم حساب احصاء الاختبار Z_1 للوحة السيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري على وفق الصيغة (8,9)، اذ كانت قيمة $Z_0 = W_0 = \hat{\mu}_0 = 6.63$. وقد اختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد λ مساوية لـ (0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 0.75). ثم تحسب قيمة تباين احصاء للوحة السيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري (σ_w) على وفق الصيغة (11). وكذلك اختيرت قيمة لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية لتكون مساوية لـ $(k_1, k_2) = (1.5, 1.3)$. انظر الجدول (3) الذي يبين نتائج لوحة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية لمنتج معجون الاسنان عنبر (x_1).

جدول (3) نتائج لوحة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون الاسنان عنبر.

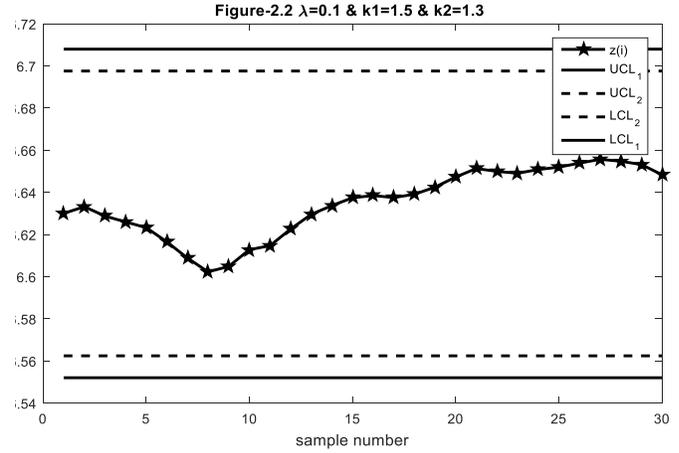
رقم اللوحة	1	2	3	4	5	رقم الصيغة
λ	0.05	0.1	0.25	0.5	0.75	-
$\hat{\mu}_{x_1} = \mu_0$	6.63	6.63	6.63	6.63	6.63	-
$\hat{\sigma}_{x_1}$	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	-
Sample Size(n)	30	30	30	30	30	-
$\hat{\mu}_z = \mu_{x_1}$	6.63	6.63	6.63	6.63	6.63	(10)
σ_z	0.036245	0.051983	0.086392	0.13771	0.2044	(11)
k_1	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	-
k_2	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	-
UCL ₁ الحد الاعلى الخارجي	6.6844	6.708	6.7596	6.8366	6.9366	(12)
UCL ₂ الحد الاعلى الداخلي	6.6771	6.6976	6.7423	6.809	6.8957	(22)
LCL ₂ الحد الادنى الداخلي	6.5829	6.5624	6.5177	6.451	6.3643	(22)
LCL ₁ الحد الادنى الخارجي	6.5756	6.552	6.5004	6.4234	6.3234	(12)



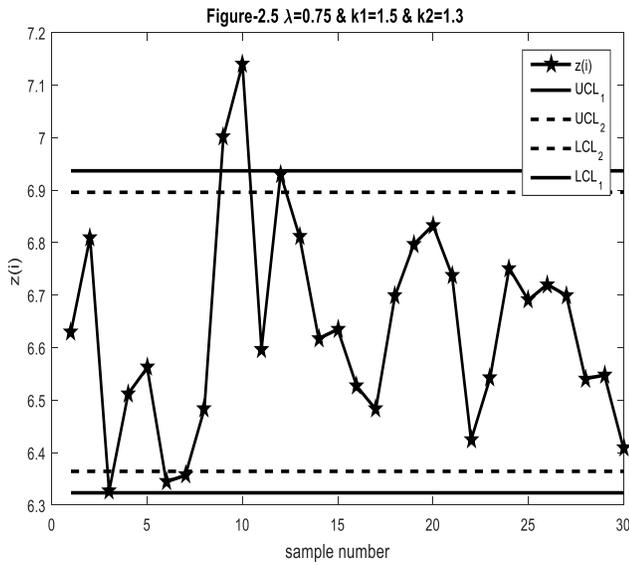
الشكل (2-1) يبين لوحة سيطرة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر .



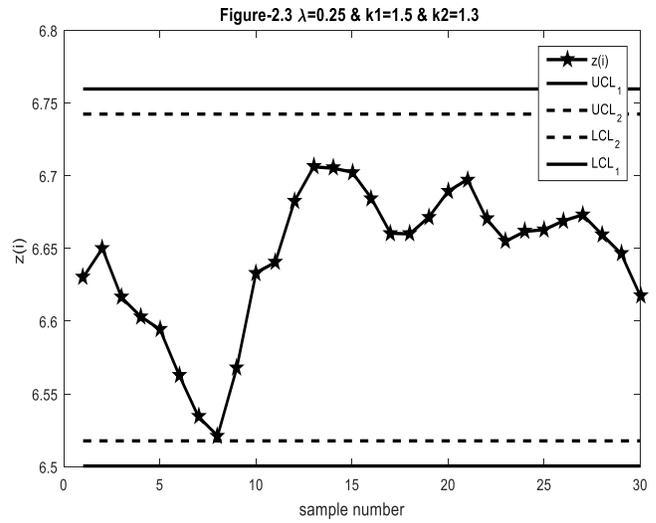
الشكل (2-4) يبين لوحة سيطرة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر .



الشكل (2-2) يبين لوحة سيطرة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر .



الشكل (2-5) يبين لوحة سيطرة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر .



الشكل (2-3) يبين لوحة سيطرة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر .

- على وفق النتائج المبينة في الجدول (3) المتضمن قيم معاملات لوحة السيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري وقيم حدي السيطرة الخارجية والداخلية. لرسم لوحات السيطرة الـ DEWMA وكما مبين
- من الشكلين (1-2) و(2-2) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.1, 0.05) نلاحظ بان العملية الإنتاجية تكون تحت السيطرة.
 - من الشكل (3-2) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.25)، نلاحظ العينة رقم (8) تكون على الحد الأدنى الداخلي للوحة السيطرة. وبذلك يتم إعادة سحب حجم عينة ($n=30$) من دفعة إنتاجية حالية، ثم نحسب احصاء الـ DEWMA (Z_i) باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري في الصيغة (8,9) بثبوت قيمة معلمة التمهيد (λ).
 - من الشكل (4-2) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.5) نلاحظ العينات رقم (7,10,12) تكون خارج حدي السيطرة الأدنى والاعلى الخارجية للوحة السيطرة، في حين رقم (8, 6) تقع على السيطرة الأدنى الداخلي. للوحة وبذلك تكون العملية الإنتاجية خارج السيطرة.
 - من الشكل (5-2) عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.75)، نلاحظ العينة رقم (3) تكون على حدي السيطرة الأدنى الخارجية للوحة السيطرة، في حين نلاحظ العينتين رقم (6,7) تكون خارج حد السيطرة الأدنى الداخلي للوحة السيطرة. وان العينات رقم (9,10) تكون خارج حدي السيطرة الأدنى والاعلى الخارجية للوحة السيطرة. في حين تكون العينة رقم (12) على الحد الأعلى الخارجية. وبذلك تكون العملية الإنتاجية خارج السيطرة.
- بشكل عام نلاحظ بان حساسية اللوحة تزداد بزيادة قيمة (λ) للكشف عن العينات خارج حدي السيطرة للوحات الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري.

B.2 حساب قيم معدل طول التشغيل (ARL) للوحات سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري

لغرض حساب قيم معدل طول التشغيل (ARL) للوحات سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري، وعلى وفق الصيغ (26,30) المبينة في المبحث (6)، وفقا لاختبار حسن المطابقة للتوزيع الطبيعي لمتغير المادة الحامضية (x_1) لمنتج معجون اسنان عنبر، بمتوسط وانحراف معياري للعملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ ($\mu = 6.63, \sigma = 0.32$). وقد تم حساب قيم معدلات اطوال التشغيل لمعرفة تأثير استخدام أسلوب اخذ عينات تكراري على كفاءة لوحة السيطرة في اكتشاف تغيير في متوسط العملية أي عند مستوى النوعية المرفوض. فقد افترض عدة قيم للتغير في متوسط العملية (δ) من ($\delta = 0$) الى ($\delta = 3.5$) الذي نرغب باكتشافه بوقت مبكر، وبذلك فان قيمة متوسط العملية عند ذلك التغيير تكون مساوية لـ $\hat{\mu}_1 = \hat{\mu}_0 + \delta \sqrt{\sigma_0}$ وكذلك اختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد λ من ($\lambda = 0.05$) الى ($\lambda = 0.8$). ونفرض قيمتين لثابت حدي السيطرة مساوية لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.5$ و $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.1$. وقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمتغير المادة الحامضية لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1) لحصول على معدلات اطوال التشغيل للوحات الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري. وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول (4)، اذ نلاحظ

- تتناقص قيم معدلات اطوال التشغيل (ARL) بتناقص قيمة ثابت حد السيطرة الداخلي (k_2). فمثلا من الجدول (4) عندما تكون قيمة $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.5$ ، وقيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.3) وقيمة λ مساوية لـ (0.05)، تكون قيمة معدل طول التشغيل مساوية لـ 2.2158، في حين تكون قيمة معدل طول التشغيل مساوية لـ 1.8041 لنفس قيمة λ عندما تكون القيم لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.1$.

- وتزداد قيم معدلات اطوال التشغيل بزيادة قيمة (λ) فمثلا من الجدول (4)، عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.3) و قيمة λ تكون مساوية لـ (0.05) فان معدل طول التشغيل يكون مساوي لـ 2.2158، في حين يكون معدل طول التشغيل مساوي لـ 181.67 عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.8) بثبوت القيم لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.5$.
- وكذلك تتناقص قيم معدلات اطوال التشغيل بزيادة الانحراف في متوسط العملية (δ) ، انظر الجدول (4).
نلاحظ تزايد حساسية اللوحة من خلال تناقص قيم معدلات اطوال التشغيل، ووفقا لمعاملات للوحات الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري للتغيرات الصغيرة في متوسط العملية. عموما تكون معدلات اطوال التشغيل كبير عندما تكون العملية تحت السيطرة أي عندما تكون وقيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0)، في حين يكون قصير جدا لتصل معدلات اطوال التشغيل عندما تحديد العملية عن السيطرة لعينة واحدة، وكما مبين في الجدول (4).

جدول (4) قيم ARL للوحات سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب خذ عينات تكراري لمتغير المادة الحامضية لمنتج معجون الاسنان عنبر (x_1) الذي يتبع التوزيع الطبيعي بقيمة للمتوسط $\mu = 6.63$ وانحراف معياري مقداره $\sigma = 0.32$ ووفقا للقيم المفترضة (λ) و (δ) لقيمتين ثابت حد السيطرة الداخلية $(k_2 = 2.5, 2.1)$ بثبوت قيمة ثابت حد السيطرة الخارجية $k_1 = 3$.

	ARL		ARL		ARL		ARL		ARL		ARL	
	$k_1 = 3$											
	$k_2 = 2.5$	$k_2 = 2.1$										
δ	0.05		0.1		0.2		0.4		0.6		0.8	
λ	0.05		0.1		0.2		0.4		0.6		0.8	
0.0	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16	366.8	358.16
0.1	56.116	52.628	112.38	107.61	186.67	180.62	264.25	257.04	305.8	298.01	332.23	324.07
0.3	2.2158	1.8041	6.9738	5.8222	22.544	20.278	65.318	61.583	118.46	113.58	181.67	175.7
0.5	1.0302	1.0112	1.5303	1.3089	4.5018	3.6661	17.812	15.805	42.698	39.618	85.216	81.008
0.7	1.0001	1	1.0389	1.015	1.6776	1.4102	6.1251	5.072	17.137	15.172	41.06	38.036
0.9	1	1	1.0012	1.0003	1.1241	1.0572	2.7191	2.1945	7.7697	6.5326	20.989	18.804
1.1	1	1	1	1	1.0171	1.0059	1.5955	1.3532	4.01	3.2503	11.433	9.8642
1.3	1	1	1	1	1.0014	1.0004	1.2	1.0996	2.3847	1.9333	6.651	5.5359
1.5	1	1	1	1	1.0001	1	1.0611	1.0252	1.6435	1.3864	4.1473	3.3658
1.7	1	1	1	1	1	1	1.016	1.0054	1.295	1.1564	2.7859	2.2474
1.9	1	1	1	1	1	1	1.0034	1.0009	1.1302	1.0605	2.023	1.6596
2.1	1	1	1	1	1	1	1.0006	1.0001	1.054	1.0219	1.5862	1.3469
2.3	1	1	1	1	1	1	1.0001	1	1.0206	1.0072	1.333	1.18
2.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1.007	1.0021	1.1858	1.0914
2.7	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0021	1.0006	1.1009	1.045
2.9	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0006	1.0001	1.0528	1.0213
3.1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0001	1	1.0264	1.0096
3.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0125	1.0041
3.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0056	1.0017

ومن ملاحظة الاشكال (1-1) - (1-5) المتعلقة بلوحات سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري ومقارنتها مع

الاشكال (2-1) - (2-5) المتعلقة بلوحات سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري يمكن القول بان

- أداء اللوحتين المتقدم نكرهما أعلاه متشابه او متقارب عندما تكون قيم λ مساوية لـ (0.1, 0.05) عند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 1.5, k_2 = 1.3$). اذ تكون العملية تحت السيطرة الإحصائية ولكلا اللوحتين كما مبين في الاشكال (1-1) - (1-2) للوحة EWMA والاشكال (2-1) - (2-2) للوحة DEWMA .
 - يكون أداء لوحة EWMA اكثر فاعلية في كشف خروج العملية عن السيطرة الإحصائية عندما تكون العملية في مبدئها مقارنة بلوحة DEWMA عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.25) عند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 1.5, k_2 = 1.3$). كما نلاحظ من الشكل (1-3) للوحة EWMA ان اول إشارة لظهور خروج العملية عن السيطرة الإحصائية عند العينة رقم (7) , في حين تكون العملية تحت السيطرة الإحصائية باستخدام لوحة DEWMA , انظر الشكل (2-3) .
 - يكون أداء لوحة EWMA اكثر فاعلية في كشف خروج العملية عن السيطرة الإحصائية عندما تكون العملية في مبدئها مقارنة بلوحة DEWMA عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.5) عند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 1.5, k_2 = 1.3$). كما نلاحظ من الشكل (1-4) للوحة EWMA ان اول إشارة لظهور خروج العملية عن السيطرة الإحصائية عند العينة رقم (3) , في حين يكون اول إشارة لظهور خروج العملية عن السيطرة الإحصائية عند العينة رقم (7) باستخدام لوحة DEWMA , انظر الشكل (2-4)
 - أداء اللوحتين المتقدم نكرهما أعلاه متشابه او متقارب عندما تكون قيمة λ مساوية لـ (0.75) عند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 1.5, k_2 = 1.3$). اذ تكون العملية خارج السيطرة الإحصائية ولكلا اللوحتين كما مبين في الشكل (1-5) للوحة EWMA والشكل (2-5) للوحة DEWMA. اذ يكون اول إشارة لظهور خروج العملية عن السيطرة الإحصائية عند العينة رقم (3).
- اما أداء للوحات سيطرة EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري مقارنة بلوحات سيطرة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري من خلال معدل طول التشغيل (ARL) نلاحظ الاتي: -
- ان معدل طول التشغيل (ARL) تحت السيطرة يكون متساوية لكلا اللوحتين, أي عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0) ولكل قيم λ عند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.5$) و ($k_1 = 3, k_2 = 2.1$).
 - ان معدل طول التشغيل (ARL) لكلا اللوحتين يكون متناقص بتناقص قيمة ثابت حد السيطرة الداخلي (k_2) ولكل قيم λ وثبوت قيمة ثابت حدي السيطرة الخارجية ($k_1 = 3$). فمثلا للوحة EWMA عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.1) وقيمة λ مساوية لـ (0.1) وعند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.5$) نجد ان معدل طول التشغيل يكون مساوي لـ (174.09) لنفس قيمة التغير في متوسط العملية (δ) وقيمة λ وعند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.1$) نجد ان معدل طول التشغيل يكون مساوي لـ (180.03) , في حين نجد ان معدل طول التشغيل يكون مساوي لـ (174.09) لنفس قيمة التغير في متوسط العملية (δ) وقيمة λ وعند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.1$) وكما مبين في الجدول (2). ويمكن القول الشيء نفسه للوحة DEWMA عند نفس القيمة لـ λ والقيمتين لـ (k_1, k_2) وكما مبين في الجدول (4).
 - تزداد حساسية لوحتي الـ EWMA والـ DEWMA بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية (δ) بثبوت قيمة λ وكذلك بثبوت القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية (k_1, k_2). فمثلا للوحة EWMA نجد ان معدل طول التشغيل يكون مساوي لـ 53.749 عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.3) وقيمة λ مساوية لـ (0.2) وعند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.5$). في حين نجد معدل طول التشغيل يصل لعينة

واحدة, عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (2.3) وقيمة λ مساوية لـ (0.2) وعند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.5$) وكما مبين في الجدول (2). ويمكن القول الشيء نفسه للوحة الـ DEWMA عند نفس القيمة لـ λ والقيمتين لـ (k_1, k_2) وكما مبين في الجدول (4).

- تزداد حساسية لوحتي الـ EWMA والـ DEWMA بتناقص قيمة λ وثبوت قيمة التغير في متوسط العملية ($\delta \geq 0.1$) وكذلك بثبوت القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية (k_1, k_2). فمثلا للوحة الـ EWMA نجد ان معدل طول التشغيل يكون مساوي لـ 109.76 عينة, عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.1) وقيمة λ مساوية لـ (0.05) وعند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.5$). في حين نجد معدل طول التشغيل يكون مساوي لـ 328.36 عينة, عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية (δ) مساوية لـ (0.1) وقيمة λ مساوية لـ (0.6) وعند القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية ($k_1 = 3, k_2 = 2.5$) وكما مبين في الجدول (2). ويمكن القول الشيء نفسه للوحة الـ DEWMA عند نفس القيمة لـ λ والقيمتين لـ (k_1, k_2) وكما مبين في الجدول (4).
- تكون لوحة الـ DEWMA حساسة اكثر للتغيرات الصغيرة في متوسط العملية (δ) مقارنة بلوحة الـ EWMA بثبوت قيمة λ وكذلك بثبوت القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية (k_1, k_2). اذ يكون معدل طول التشغيل خارج السيطرة للوحات سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري يكون اقل مقارنة بمعدل طول التشغيل للوحات سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري لقيم صغيرة للتغير في متوسط العملية (δ). فمثلا يكون معدل طول التشغيل للوحة سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري مساوي لـ 56.116 وهو اقل مقارنة بمعدل طول التشغيل للوحة سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري المساوي لـ 109.76, بثبوت قيمة التغير في متوسط العملية (δ) عند القيمة (0.1) وللمعلمة λ عند القيمة (0.05), وبثبوت القيم لثابت حدي السيطرة الداخلية والخارجية المساوية لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.5$. انظر الجدولين (2,4).

8. الاستنتاجات

- أهم الاستنتاجات التي تم التوصل إليها من خلال نتائج البحث المتمثلة باستخدام للوحات سيطرة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري ومقارنتها بلوحات سيطرة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري، وبشكل عام نلاحظ:
- بان أداء لوحة الـ EWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري يكون أكثر فعالية مقارنة بلوحة الـ DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري في كشف اول ظهور لخروج العملية عن السيطرة الإحصائية، انظر الاشكال المتعلقة بلوحتي السيطرة.
 - ان أداء لوحتي الـ (EWMA و DEWMA) باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري يكون متشابه او متقاربة من حيث كون العملية تحت السيطرة الإحصائية او عند تحديد اول ظهور لخروج العملية عن السيطرة الإحصائية عندما تكون قيم المعلمة λ عند القيمة (0.05, 0.1, 0.75), وبثبوت القيم لثابت حدي السيطرة الداخلية والخارجية المساوية لـ $k_1 = 3$ و $k_2 = 2.5$, انظر الاشكال المتعلقة بلوحتي السيطرة.
 - بان لوحات الـ DEWMA تعد اكثر حساسية للتغيرات الصغيرة في متوسط العملية لـ ($\delta \leq 0.3$) لكل قيم λ وثبوت القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية (k_1, k_2) وفقا لمعيار اقل معدل لأطوال التشغيل .
 - بان لوحات الـ DEWMA تعد اكثر حساسية مقارنة بلوحات الـ EWMA عند كل القيم المفترضة للتغيرات في متوسط العملية لـ (δ) ولكل قيمة من قيم λ وثبوت القيمتين لثابت حدي السيطرة الخارجية والداخلية (k_1, k_2) وفقا لمعيار اقل معدل لأطوال التشغيل .

9.التوصيات

أهم التوصيات التي تم التوصل إليها من خلال البحث عموماً: -

الاهتمام باستخدام لوحات السيطرة DEWMA باستخدام أسلوب اخذ عينات تكراري بحدي السيطرة الخارجية والداخلية. بوصفها مؤشراً لقياس قدرة المصنع على تقليل الانحرافات في عملية الانتاج، وذلك من خلال مراقبة عمليات الإنتاج والتعرف على مسببات الانحراف التي قد تحدث لأسباب عشوائية او غير عشوائية وبالتالي تحسين الجودة المنتج.

اعتماد معيار معدل طول التشغيل (ARL) لأنه يساعد في الكشف المبكر للانحرافات في عملية الانتاج والعمل على تقليلها وتلافي الانحرافات قبل حدوثها.

References

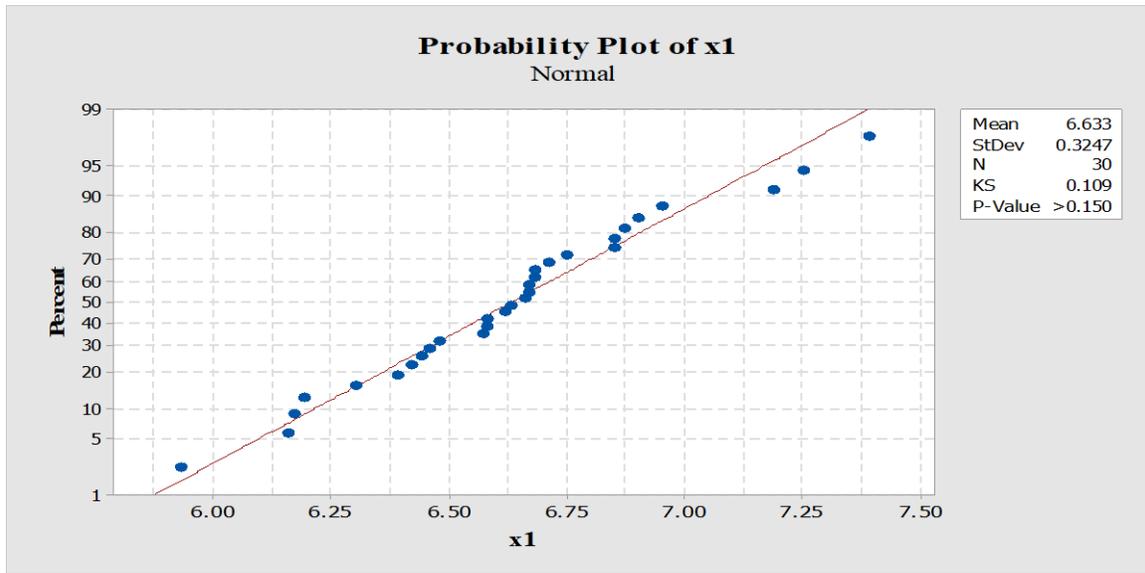
- [1] Adeoti, O., A., (2018). A new double exponentially weighted moving average control chart using repetitive sampling. International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 35 Issue:2, pp.387-404.
- [2] Alkahtani, S. S., (2013). Robustness of DEWMA versus EWMA control charts to non-normal processes. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 12(1), 148-163.
- [3] Alkahtani, S., and Schaffer, J. (2012). A double multivariate exponentially weighted moving average (dMEWMA) control chart for a process location monitoring. Communications in Statistics – Simulation and Computation, 41(2), 238-252.
- [4] Arshad ,A. , Azam ,M., Aslam ,M., Jun ,C._H. ,(2017). A EWMA Control Chart based on Repetitive Sampling to Monitor Process Mean with Geometric Poisson Characteristics. Industrial Engineering & Management Systems, Vol 16, No 2, pp.186-194.
- [5] Arshad, A., Azam, M., Aslam, M., and Jun, C.-H., (2018) .Process Monitoring using Successive Sampling and a Repetitive Scheme. Industrial Engineering & Management Systems, Vol 17, No 1, March 2018, pp.82-90 .
- [6] Aslam, M., Azam, M., and Jun, C-H. ,(2014). New attributes and variables control charts under repetitive sampling. Industrial Engineering & Management Systems, 13(1), 101-106.
- [7] Azam , M., Aslam ,M. and Jun, C.-H. , (2017),An EWMA control chart for the exponential distribution Using Repetitive Sampling. Operations Reseach and Decision ,No. 2.
- [8] Mahmoud, M. A., and Woodall, W. H. ,(2010). An evaluation of the double exponentially weighted moving average control chart. Communications in Statistics – Simulation and Computation, 39(5), 933-949.
- [9] Roberts ,S .W.,(1959).Control chart tests based on geometric moving average. Technometrics, vol. 42, no. 1, pp. 239-250.
- [10] Shamma , S. E., and Shamma, A. K. ,(1992). Development and evaluation of control charts using double exponentially weighted moving averages. International Journal of Quality & Reliability Management, 9(6), 18-25.
- [11] Sukparungsee, S.,(2016). Robustness of Memory-Type Charts to Skew Processes. Volume 6, Number 4.
- [12] Zhang, L. and Chen, G.,(2005). An extended EWMA mean chart. Quality. Technology & Quantitative Management, 2(1), 39-52.

الملحق: نبين نتائج اختبار فحص الملائمة للتوزيع الطبيعي للقراءات بعدد (30) مشاهدة لمتغير المادة الحامضية لمنتوج (x_1) معجون اسنان عنبر .باستخدام اختبار Kolmogrov-Smirnov(K-S) باستخدام التطبيق الاحصائي Minitab. لاختبار الفرضية H_0 التي تنص على ان البيانات تتبع التوزيع الطبيعي على وفق الاتي :

H_0 : البيانات تتبع التوزيع الطبيعي:

H_1 : البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي:

انظر الشكل (a) الذي يبين الحسابات الضرورية لاختبار فحص الملائمة للتوزيع الطبيعي. و يتضح من التحليل الاحصائي لاختبار (K-S) لمتغير x_1 , بان قيمة p-value اكبر من 0.15 وهي اكبر من مستوى المعنوية 5% وبذلك نقبل فرضية العدم وان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي بالمعلمتين ($\mu = 6.63, \sigma = 0.32$).



الشكل (a) يبين ان البيانات (القراءات) تتبع التوزيع الطبيعي لوقوعها على استقامة واحدة.