تحقق من الانبعاج المرن لصفائح مثقبة في هياكل الطائرات

د. سعد عباس خضر الصراف* أ.د. حسين جاسم محمد العلكاوي** جميل حسين ذرب**

تاريخ التسلم: ٢٠٠٥/٦/٥
تاريخ القبول: ٢٠٠٧/٧/٨

الخلاصة

يتضمن البحث تنفيذ تحليلات وحسابات الانبعاج الجانبي على صفائح مربعة ومستطيلة تحتوي على ثقوب مركزية وتحت احمال ضغطية احادية المحور، تم اختيار نوعين من الثقوب هما، الدائرية والمربعة، تم استخدام سبيكة الالمنيوم $AL\text{-}2024T_3$ في الاختبارات وذلك لاستخداماتها الواسعة في صناعة هياكل الطائرات.

استخدمت تقنية التحليل الهيكلي بالعناصر المحددة لدراسة تأثير كل من طريقة تثبيت الصفائح، نسبة النحافة للصفائح، ابعاد وشكل الثقوب على مواصفات الانبعاج في الصفائح المثقبة .

تم استخدام البرنامج ANSYS لتنفيذ الحسابات، فاظهرت الصفائح المربعة ذات الثقوب الدائرية والمربعة انخفاضاً في مقاومة الانبعاج الحرجة كلما ازدادت ابعاد الثقوب، وعلى عكس ما كان متوقعا اظهرت الصفائح المستطيلة سلوكاً شاذاً وهو زيادة في مقاومة الانبعاج كلما ازدادت ابعاد الثقوب ان شكل الانبعاج الطولي الناتج لم يكن ثابتا فمرة يكون متناظراً ومرة يكون غير متناظر بسبب الاعتماد على طريقة تثبيت الصفائح ونسبة النحافة وابعاد الثقب.

تم اجراء مقارنة بين الثقوب المركزية الدائرية والمربعة (المتساوية المساحة) بخصوص مقاومة ألانبعاج الحرجة (في صفائح متساوية المساحة) وتبين ان مقاومة الانبعاج الحرجة في الصفائح ذات الثقوب المربعة تكون اكبر قليلا من مقاومة الانبعاج في الصفائح ذات الثقوب الدائرية عندما يكون حجم الثقب متوسطاً، والعكس يكون صحيحاً عندما تصبح هذه الثقوب كبيرة .

An Investigation of Elastic Buckling for Perforated Plates In Aircraft Structure

Abstract

The present work performs mechanical buckling analyses on square and rectangular plates with central cutouts under uniaxial compressive load. The cutouts were either circular or square holes. The material of plates was the widely used in aircraft structures i.e. Al-2024 T_3 aluminum alloy. The finite element structure analysis technique was used to study the effects of plate support conditions, plate aspect ratio , hole geometry, and hole shape on the buckling characteristics of the perforated plates. The well- known finite element structural ANSYS program was used to perform the calculations. Square plates with circular and square cutouts showed decays in buckling strengths as the hole sizes were increased. On the other hand , rectangular plates unexpectedly exhibited an anomalous behavior when their buckling strengths enhanced as the holes were enlarged. The plate buckling mode shape could be symmetrical or anti-symmetrical, depending on the plate boundary conditions, aspect ratio and the hole size. For the same cutouts areas, the buckling strengths of the same sized plates with square holes,

* خبير وزارة التربية / التعليم المهني
** ماجستير هندسة ميكانيك
*** قسم التعليم التكنلوجي / الجامعة التكنولوجية

http s://doi.org/10.30684/etj.25.5.3
2412-0758/University of Technology-Iraq, Baghdad, Iraq

slightly, overcome those of the plates with circular holes for moderate hole sizes. The buckling strengths of the latter cases, however, surpass those of the former cases when holes are large.

ت	الرمز	المعنى	وحدة القياس
١	a	طول الصفيحة	mm
٢	b	عرض الصفيحة	mm
٣	c	طول ضلع الثقب المربع	mm
٤	d	قطر الثقب الدائري	mm
٥	D	الجساءة الانثنائية للصفيحة	N.m
٦	E	معامل مرونة الصفيحة	Mpa
٧	G	معامل قص الصفيحة	Mpa
٨	Kc	المعامل الحرج لانبعاج المرونة	-
٩	u	نسبة بويسون	-
١٠	t	سمك الصفيحة	mm
١١	s_c	إجهاد الانبعاج الحرج	Mpa
١٢	m	عدد أنصاف الموجات في الاتجاه الطولي	-

١ - المقدمة

تستخدم عادة في هياكل مركبات الفضاء الجوي (Aerospace) فتحات (cutouts) كمناطق توصيل لمنظومات كهربائيه او ميكانيكيه او لتقليل الوزن واكثر اشكال هذه الفتحات النموذجيه شيوعا هي الدائريه او المربعه. يتم اختبار الالواح التركيبيه المحتويه على فتحات بواسطه احمال ضغطيه عاده والتي تستخدم اما بطريقه ميكانيكيه او حراريه فتسبب في انبعاج اللوح ،اذن سلوك انبعاج الصفائح الرقيقه المحتويه على فتحات يجب ان يفهم بشكل تام عند تصميم الهياكل . تشكل الفتحات الموجوده في اجنحه الطائره الحربيه وتركيبة مجموعه الذيل واحده من المشاكل المعقده التي تواجه المصمم بسبب تركيز الاجهاد الموضعي الناتج من وجود هذه الفتحات . يمكن الحصول على عدد من الحلول الجزئيه المفيدة للمشكله عن طريق تحليل سلوك الاجهاد تحت تحميل محوري او قصي لصفيحه ذات عوارض (stringer) او مقواة بشكل متكامل .كما يمكن الحصول بسهولة على حلول الانبعاج لشكل مغلق (closed form buckling solution) لصفيحة مستطيلة غير مثقبة ومحدودة الابعاد بتاثير ضغط منتظم ، لان مجال اجهاد الانبعاج الاولي يكون منتظم في كل مكان من الصفيحة .

اما في حالة صفيحة مستطيلة محدودة الابعاد مثقبة بفتحات مركزية بثقوب دائرية او مربعة فان تحليل الانبعاج يصبح معقدا بشكل كبير جدا لان هذه الفتحات تدخل حدودا حرة للتحميل والتي تسبب في مجال اجهاد غير منتظم في هذه الصفيحة المثقبة [١] .

أذن حلول الأنبعاج لشكل مغلق بالصورة العملية غير ممكن ويجب أيجاد طرق تقريبية مختلفة لتحليل مثل هذه الصفائح المثقبة وموضوع الانبعاج لصفائح مستوية ذات ثقوب مركزية لم يتم انجازه نظرياً وسبب ذلك يعود لتعقيد مجال الإجهاد.

٢ - البحوث السابقة

أستخدم أغلب الباحثون السابقون طرق (Rayleigh – Ritz) للطاقة القليلة والتي حددت للثقوب صغيرة الحجم

والحالات قليلة الأحمال لأن توزيع الاجهاد في صفيحة مثقبة غير محدودة الأبعاد هي التي تستخدم كحل لإيجاد أجهاد الانبعاج الأولى في صفيحة مثقبة محددة الأبعاد.
ان أغلب الأعمال السابقة هي غير ملائمة لدراسة تأثير الشروط المختلفة لحدود الصفيحة على مقاومة الأنبعاج لصفائح محددة الأبعاد تحتوي على ثقوب أعتباطية الحجم.

أستخدم Schlack [٢]طريقة (Rayleigh–Ritz) لتحليل سلوك الأنبعاج لصفيحة مربعة ذات ثقب دائري و مثبتة بصورة بسيطة (simply supported) ومعرضة إلى أزاحات الحافة المنظمة (edge displacements) مع ثلاث دوال أزاحية اعتباطية، وتم حساب إزاحات الأنبعاج ثم حسبت أحمال الأنبعاج بأستخدام علاقة الإجهاد – الانفعال.حصل كل من Ritchie & Rhods. [٣] على ملاحظة مهمة جدا وهي ان سلوك الانبعاج في صفائح مستطيلة مثقبة يختلف عنه في صفائح مربعة مثقبة ، وقاما بدمج تقنية *(F.E) مع طريقة (Rayleigh-Ritz) لكن الطريقة الناتجة تكون دقيقة مع الثقوب الصغيرة فقط .

أختبر Kawai & Ohtsubo [٤] صفائح مربعة مثقبة باستعمال طريقة (Ritz ـــ Rayleigh) وباستخدام اجهاد انبعاج اولي مستخرج بواسطة تقنية *(F.E) ، وقد اختصرت كمية الحسابات الرقمية بتحويل التكاملات المزدوجة بطريقة الطاقة لكل عنصر محدد الى تكاملات خطية حول حدود العنصر باستعمال نظرية (Gauss) المعروفة جيدا . قام Nemeth [٥-٨]بتحليل السلوك لصفائح مربعة مثقبة ، واشارت النتائج العملية والتحليلية ، بان زيادة حجم الثقب ربما لايقلل دائما من حمل الانبعاج [٧] . استعمل Lee [٩]تقنية العناصر المحدودة (F.E) واختبر سلوك الانبعاج لصفيحة مربعة تحتوي على ثقب دائري مركزي ، لكن بحثه كان محددا على الثقوب الصغيرة فقط . درس William [١]سلوك الانبعاج الحراري والميكانيكي لصفائح فولاذية مستطيلة تحتوي على فتحات مركزية دائرية ومربعة ، واستخدم طريقة تحليل التركيب بـ (F.E) ، لقياس تاثيرات: شروط تثبيت الصفيحة ، نسبة النحافة، شكل الثقب وحجمه على مقاومة الانبعاج الحرارية والميكانيكية في صفائح مثقبة . واستنتج بان مقاومة الانبعاج الضغطي للصفائح يمكن ان تزداد بشكل مهم تحت شروط الحدود المتاخمة †(B.C) المعينة ونسب النحافة للصفيح فقط . ولاحظ ايضا ان اسلوب أو نمط أنبعاج الصفيحة يمكن ان يكون متناظرا او غير متناظر بالاعتماد على شروط الحدود المتاخمة للصفيحة ، ونسبة النحافة ، وحجم الثقب .
امـا المصادر [١،١٠،١١،١٢،١٣،١٤،١٥،١٦] فهي تمثل نماذجاً لاصدارات جديدة في مجال مميزات الانبعاج لصفائح مثقبة ، وتقريبا جميع هذه المصادر استخدمت تقنية (F.E) ، وهذه هي اشارة قوية على الاستعمال المتزايد لهذه التقنية كاداة فعالة جدا في حساب احمال الانبعاجات وانماط الانبعاج المناظرة لها (mode shape) وكما تم ذكره الان ، فان اغلب تحليلات الانبعاج النظرية السابقة لصفائح مثقبة ، اعتبرت بشكل رئيسي ، الصفائح المربعة تحت شروط حدود التثبيت بسيطة وحجوم الثقوب الصغيرة هي لتقليل التعقيدات الرياضية ، وبطريقة مماثلة فان اغلب الدراسات العملية السابقة على صفائح مثقبة ، قد حددت الصفائح المربعة و تحت شروط حدود تثبيت لبسيطة وذلك لإيجاد نتائج نظرية للمقارنة مع بيانات التجارب معها ، اما توجه العمل الحالي فهو باتجاه استعمال طريقة (F.E) كاداة فعالة في التحليل الهيكلي للمشكلة.

٣ ـ وصف المشكلة Description of the problem

العمل الحالي هو دراسة تاثير التثقيب على مميزات الانبعاج لالواح صفائح رقيقة مستطيلة ومربعة الشكل محدودة الأبعاد كما في الشكل(١). يضم الجدول (١) ابعاد

صفائح مستطيلة مثقبة متنوعة استخدمت في البحث الحالي حيث يرمز لطول الصفائح ب (a) ملم وعرضها (b) ملم وسمكها (t) ملم والفتحة المركزية التي فيها هي اما ثقب دائري بقطر (d) ملم او ثقب مربع طول ضلعه (c) ملم .

والملاحظ بأنه في جميع الحالات تكون قيمتا العرض والسمك ثابتتان وهما $b = 100mm$ و $t = 1mm$.

جدول (١) أبعاد الصفائح المثقبة والمستعملة في البحث

Length(a)mm	Thickness(t)mm	a/b	d/b	c/b
100	1.0	1.0	0 – 0.70	0 – 0.70
150	1.0	1.5	0 – 0.70	0 – 0.70
200	1.0	2.0	0 – 0.70	0 – 0.70

في الجدول السابق (١) يعني المدى (0-0.70) الحالات الآتية (0.0،0.05،0.10،0.15،0.20،0.25،0.30، 0.35،0.40،0.45،0.50،0.55،0.60،0.65، 0.70) وفيما يخص نسب نحافة الصفائح (Aspect ratio) المعطاة أعلاه فأن حالات حجوم الثقوب الخمسة عشر سوف تعطينا خمسة عشر نقطة لرسم كل منحني انبعاج لاحقا ولمخططات بيانية بين أجهاد الانبعاج الحرج مقابل النسب (d/b) أو (c/b) .

والحمل الذي سوف يسلط على الألواح هو حمل انضغاطي احادي المحور وطرفي الصفيحة غير المحملتين unloaded edges هما غير مقيدتان بحركات عرضية من داخل المستوى (transverse in- plane motions) وكما موضحة في الشكل (٢) .

إن الأطراف الأربعة للصفائح المثقبة تثبت أما بشكل بسيط (simply supported) أو بشكل محكم (clamped Supported) و الشروط المتاخمة (boundary conditions) للحالتين مأخوذة بنظر الاعتبار في التحليل وكما يلي :ـــ

١ ـــ أطراف (حافات) الصفيحة الأربع مثبتة بشكل بسيط : يمكن لحافتي الجانبين أن ينزلقا بحرية على امتداد أدلة التثبيت المزيتة ، والتي لها حرية الحركة داخل المستوى (Free In-plane motions) وكما في الشكل (٣-أ)

٢ ـــ أطراف(حافات) الصفيحة الأربع مثبتة بشكل محكم : يمكن لحافتي الجانبين أن ينزلقا بحرية على امتداد أدلة التثبيت المزيتة والتي لها حرية الحركة داخل المستوى كما في الشكل(٣-ب) .

استخدم برنامجا معروفا وهو (ANSYS) وتقنية ألعنصر المحدد finite element في تحليل ودراسة الحالات أعلاه .وبسبب التماثل ، تم نمذجة نصف الصفيحة المثقبة فقط بغشاء مرن [١٧] وقد اختير حجم الشبكة (mesh) بعد عدة محاولات وتم الحصول على الحجم المناسب لها بحيث أعطت الشبكة الأدق نفس النتائج تقريبا.

٤ ــ اهداف البحث objectives of the present work :

الهدف الأساسي من البحث الحالي هو دراسة الانبعاج المرن لصفائح مثقبة (بثقوب مركزية دائرية او مربعة) باستعمال تقنية العناصر المحددة والبرنامج (ANSYS) وسوف يشتمل التحليل على ايجاد اول نمطين حرجين للانبعاج (first two critical modes of buckling) متضمنا ايجاد قيمة (eigen value) لاجهادالانبعاج وشكل (نمط) الانبعاج .

كما سيدرس تاثير تغير حجم الثقب وبنسب نحافة (aspect rations) مختلفة للصفائح . وستعاد نفس الحسابات على حالتين

مختلفتين من شروط الحدود المتاخمة اللتان هما :

١) تثبيت بسيط لجوانب الصفيحة .
٢) تثبيت محكم لجوانب الصفيحة .

وستقارن النتائج مع نتائج بحوث سابقة ، حيث إن الحلول النظرية غير موجودة بسبب تعقيد مجال الاجهاد .

٥ ـــ اختيار حالات للدراسة selection of study cases :

كما تم ذكره سابقا فان الهدف الاساس من البحث الحالي هو دراسة تاثير عمل ثقب في وسط صفيحة رقيقة على مقاومة الانبعاج الحرج اولا وعلى شكل (نمط) الانبعاج المناظر لها ثانيا ، لذا فمن الضروري ان نحدد العوامل (Factors) التي تؤثر على كلا من اجهاد الانبعاج وعلى شكل(نمط) الانبعاج لصفيحة غير مثقبة اخذين بنظر الاعتبار اولا العوامل التي تسيطر على قيمة اجهاد الانبعاج الحرج .

إن المعادلة الأساسية للانبعاج الحرج [٣] هي كما يلي :ـــ

بعبارة أخرى فان المعادلة (١) تبين بان (σ_{cr}) يعتمد على قيم υ, b, t, E, Kc فبالنسبة للمواد المتجانسة الخواص والمشابهة للمادة المستعملة في البحث الحالي فان قيم (υ,E) تكون ثابتة. اما اذا بقيت قيمتي (t،b) نفسها في جميع النماذج فان قيمة (σ_{cr}.)ستعتمد على قيمة (K_C) فقط ومع ذلك فان قيمة (K_c) تعتمد على قيمة نسبة النحافة للصفيحة (a/b) وعلى محددات الحدود المتاخمة [8, 7] . وفي الحقيقة ان شكل (نمط)الانبعاج يعتمد ايضاً على نسبة نحافة الصفيحة وعلى شروط الحدود المتاخمة [١٨] وبالنتيجة فان اختيار حالات للدراسة (study cases) يعتمد على اربع متغيرات هي:

١ ـــ نسبة نحافة اللوح (a/b) .
٢ ـــ شروط الحدود المتاخمة .
٣ ـــ شكل الثقب.
٤ ـــ حجم الثقب.

إن وصف حالة الدراسة الحالية قد لخصت كلها في الجدول (٢) الذي يبين (١٢) حالة رئيسية وكل واحدة من هذه الحالات تتضمن (١٥) قراءة(run) ناتجة من التغير في احجام الثقوب، وتكون النتيجة باستخدام البرنامج (ANSYS) (١٨٠) (runs) وخلال كل (run) ، تم استخراج اول نمط متناظر حرج ، واول نمط غير متناظر حرج من اجل دراسة تاثير الثقب على نمط الانبعاج الحرج .

جدول(٢) ملخص الحالات التي ستدرس في البحث بحسابات رقمية

No.	Plate aspect ratio	Hole shape	Boundary condition	Range of hole size (d/b) or (c/b)
١	1.0	Circular	Simply – supported	٠ ~0.7
٢	١,٥	Circular	Simply – supported	٠ ~0.7
٣	٢,٠	Circular	Simply – supported	٠ ~0.7
٤	١,٠	Circular	Clamped	٠ ~0.7
٥	١,٥	Circular	Clamped	٠ ~0.7
٦	٢,٠	Circular	Clamped	٠ ~0.7
٧	١,٠	Square	Simply – supported	٠ ~0.7
٨	١,٥	Square	Simply – supported	٠ ~0.7
٩	٢,٠	Square	Simply – supported	٠ ~0.7
١٠	١,٠	Square	Clamped	٠ ~0.7

١١	١,٥	Square	Clamped	٠ ~0.7
١٢	٢,٠	Square	Clamped	٠ ~0.7

٦ ـــ دقة الحل Solution Accuracy

قبل أن نتابع حسابات ألبحث الحالي ، من الاهمية ان نفحص دقة الحلول الرقمية .لذا فان حلول الانبعـــاج باســـتخدام العناصـــر المحددة لصفائح غير مثقبة ومثبتة بصـــورة بسيطة ولثلاث نسب نحافة مختلفة للصفائح وباستخدام الضغط الاحادي المحـــور ، قـــد قورنت مع حلول انبعاج تقليديـــة منـــاظرة والتي تعتمد على اســـتعمال المعـــادلتين(١) و(٢) وذلك بتعويض القيم آلاتيـــة لســـبيكة ألمنيومT_3 – 2024 في المعادلـــة (٢)لكـــي نحصل على (K_c)[١٨]

E= 73.774 Gpa,

$\upsilon = 0.3$, $\sigma_y = 255$ MPa

إن (m) تمثل عدد انصاف الموجات فـــي الاتجاه الطولي التي تجعل مقاومة الانبعاج الحرج اقل مايمكن . والجدول (٣) يضم قيم محسوبة نظريا لاجهاد الانبعـــاج الحـــرج باســـتخدام المعـــادلتين (١) و(٢) ويبـــين صلاحية وكفاية النمذجة باســـتعمال (F.E) ونلاحظ ان اجهادات الانبعاج تكـــون اقـــل كثيرا من اجهاد خضوع المادة لـــذا فانهـــا تكون ضمن المنطقة المرنة للمادة المقصودة في هذا البحث .

$$K_c = \frac{b^2}{a^2}\left(m + 1/m\frac{a^2}{b^2}\right)^2 \qquad (2)$$

جدول رقم (٣) مقارنة بين نتائج (σ_{cr}) المحسوبة بطريقة رقمية مع تلك المحسوبة نظريا لصفائح غير مثقبة ومثبتة بصورة بسيطة

No.	Aspect Ratio (a/b)	Buckling mode	K_c	Numerical Value of $\sigma_{cr.}$ Mpa	Theoretical Value of $\sigma_{cr.}$ Mpa
1	1.0	Symmetrical	4.0	26.656	26.671
2	1.5	Antisymmetrical	4.34	28.908	28.940
3	2.0	Antisymmetrical	4.0	26.64	26.671

وجد (Nemeth) [٥،٨] طـــوال دراســـته على هذا الموضوع نفس السلوك العام فـــي المواد المتعامـــدة الخـــواص orthotropic material وعند اجراء مقارنة نوعية بـــين البحث الحالي وبحث وليم ، يجـــب اولا ان نقوم بتحويل قيم الانبعـــاج الحرجـــة لـــــ William الى قيم مكافئة لها في البحـــث الحالي ويعود السبب في ذلك الى الاختلاف في طبيعة المواد المستعملة وابعاد الصفائح وتعتمد عملية التحويل هذه علـــى معادلـــة الانبعاج الرئيسية رقم (١) وكما موضح

$$(s_{cr})_w = \frac{K_c p^2 E w}{12(1-v^2)}\left(\frac{t}{b}\right)_w^2 \qquad (3)$$

$$(s_{cr})_{Epw} = \frac{K_c p^2 E_{Epw}}{12(1-v^2)}\left(\frac{t}{b}\right)_{Epw}^2 \qquad (4)$$

حيث تشير $_w$( ) و $_{Epw}$( ) الى بحث وليم والى القيم المكافئة لها من البحـــث الحـــالي على التوالي

وعند قسمة المعادلة (٤) على المعادلة (٣) ينتج

$$\frac{(s_{cr})_{Epw}}{(s_{cr})_{w}} = \frac{\left(E\left(\frac{t}{b}\right)^2\right)_{Epw}}{\left(E\left(\frac{t}{b}\right)^2\right)_{w}} \qquad (5)$$

إذن

$$(s_{cr})_{Epw} = (s_{cr})_{w}\, x2.71 \qquad (6)$$

وباستعمال المعادلة (٦) حولت القراءات المأخوذة من بحث وليم لصفيحة ذات نسبة نحافة (a/b =1) ومثبته بصورة بسيطة ولها شكل متناظر ومحتوية على ثقب دائري مركزي الى ما يكافئها من قيم جديدة في البحث الحالي وكما موضحة في الجدول (٥) ويبين الجدول (٥) التقارب بين نتائج البحثين بالرغم من اختلاف نوعية المواد المستعملة وابعادهما.

جدول رقم (٥) مقارنة بين نتائج البحث الحالي ونتائج بحث وليم بالنسبة لصفائح مربعة مثبتة بصورة بسيطة ومتناظرة ونسبة النحافة a/b =1

Hole size (d/b)	William's values $(\sigma_{cr.})_w$/Mpa	Converted Values $(\sigma_{cr.})_{pw}$/Mpa	Present work values $(\sigma_{cr.})_{pw}$/Mpa
٠	10.04	26.86	26.65
0.1	9.69	25.92	25.60
0.2	8.83	23.62	23.44
0.3	8.03	21.48	21.52
0.4	7.61	20.36	20.21
0.5	7.27	19.45	19.37
0.6	6.9	18.46	18.78
0.7	6.9	18.46	18.27

٧ ـــ عرض النتائج Presentation of Results

بدأت طريقة الحل بنمذجة الشكل الخارجي للمشكلة ، ثم تم تخطيط النموذج شبكيا بواسطة البرنامج (matlab) وعرضت النتائج بشكل رسومات في الأشكال (14,12,10,8,6,4) وباستعمال البرنامج (matlab) الذي يعطينا تسهيلات ممتازة في رسم المخططات البيانية . يبين كل شكل من الاشكال اعلاه ، اجهاد الانبعاج الحرج كدالة مع حجم الثقب وبالذات مع شكل الثقب ونسبة النحافة للصفيحة ، ولكن بشروط حدود متاخمة مختلفة وأشكال (أنماط)انبعاج مختلفة ايضا مؤدية الى اربعة منحنيات متناظرة ووفقا للاتي :ـــ

$$C^2 = \frac{pd^2}{4} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{2c}{\sqrt{p}\,b} \qquad (7)$$

1) Symmetrical mode for simply supported sides .
2) Anti – symmetrical mode for simply supported sides .
3) Symmetrical mode for clamped sides .
4) Anti – symmetrical mode for clamped sides .

وتحت كل شكل من الاشكال اعلاه ، وضعت اشكال (انماط) الانبعاج الحرجة المناظرة لها ، وان صورالأشكال (٥،٧،٩،١١،١٣،١٥) تمثل ذلك . وبالتالي فان النتائج التي تم الحصول عليها بالنسبة لصفائح مثقبة بثقوب دائرية والنتائج المناظرة لها لصفائح مثقبة بثقوب مربعة رسمت على مخطط بياني واحد من اجل المقارنة بينهما ، ولجعل ذلك ممكنا فانه يجب توحيد المحور السيني لنوعي الثقبين عن طريق مساواة مساحتيها وفق العلاقة الاتية :-

حيث أن C : طول ضلع الثقب المربع في الصفيحة

و استخدمت المعادلة (٧) في تحويل المحور الافقي الممثل بـ (c/b) للاشكال (٦،١٠،١٤) الى ما يكافئه من قيم (d/b) وهي مدونة في الجدول (٤) . ووفقاً لهذا الجدول ، فقد رسمت منحنيات جديدة لاجهاد الانبعاج الحرج لصفائح مثقبة بثقوب دائرية واخرى مربعة وكما في الشكلين (١٦،١٨) ، وأخذت بنظر الاعتبار انماط الانبعاج الحرجة الاولى فقط ، ويجب ان يلاحظ بعد تطبيق المعادلة (٧) ان معطيات المحور السيني للصفيحة المثقبة بثقب مربع قد زحفت الى اليمين وكما هو واضح في الشكلين (١٦،١٨) .

جدول (٤) تحويل قيم (c/b) الى ما يكافئها من قيم (d/b) باستخدام المعادلة(٧)

c/b	d/b	c/b	d/b
0.00	٠,٠٠٠	0.40	٠,٤٥١٠
0.05	٠,٠٥٦٥	٠,٤٥	٠,٥٠٧٥
0.10	٠,١١٣٠	٠,٥٠	٠,٥٦٤٠
0.15	٠,١٦٩٥	٠,٥٥	٠,٦٢٠٥
0.20	٠,٢٢٦٠	٠,٦٠	٠,٦٧٧٠
0.25	٠,٢٨٢٥	٠,٦٥	٠,٧٣٣٥
0.30	٠,٣٣٩٠	٠,٧٠	٠,٧٩٠٠
0.35	٠,٣٩٩٥		

8 -مناقشة النتائج

جاءت نتائج الصفائح المربعة ذات الثقوب الدائرية او المربعة بانسجام جيد مع ما كان متوقعاً وهو تضاءل مقاومة الانبعاج الحرجة مع زيادة حجم الثقب. وخلافاً للمتوقع فان مقاومة الانبعاج الحرجة للصفائح المسطحة يمكن ان تزداد عند وجود ثقوب مركزية فيها وهذا واضح تماماً عند نسبتي النحافة (١,٥ و ٢,٠) ولغرض وضع تفسير مقنع لهذا السلوك الشاذ يجب ان ناخذ بنظر الاعتبار بشكل مهم جدا العلاقة المترابطة Inter-relation بين إجهاد الانبعاج الحرج وشكل (نمط) الانبعاج المناظر له ويوصف هذا السلوك بالشاذ لان القارئ يتوقع ان يرى تضائل مستمر في مقاومة انبعاج الالواح عندما يصبح حجم الثقب اكبر في حين يحدث العكس وهذا واضح في الاشكال (٨) (١٠) (١٢) (١٤) وكما تم التاكيد عليه مسبقاً فان مميزات الانبعاج لصفيحة غير مثقبة تختلف بصورة جوهرية عن تلك المميزات لصفيحة مثقبة، ففي الصفائح غير المثقبة يكون مجال الاجهاد قد حدد بشكل تام قبل الانبعاج ووفقاً للتماثل والاستمرارية في المقطع العرضي للصفيحة ، أما مجال الإجهاد قبل الانبعاج في الصفائح المثقبة فهو غير معروف وذلك نسبة الى وجود حافات حرة للثقوب في وسط الصفيحة لذا فان طريقة الحل النظري (theoretical solution) للمشكلة غير ممكنه وهذا هو السبب في استخدام طريقة العناصر المحددة في الحل.

تظهر الأشكال (15,13,11,9,7,5) التغير في اشكال الانبعاج عند زيادة حجم الثقب تحت تاثير نفس شروط الحدود المتاخمة (boundary conditions) ونسب النحافة، وهذه الاشكال سوف تستخدم في تغير العلاقة المترابطة بين مقاومة الانبعاج الحرجة وشكل (نمط) الانبعاج المناظر له في كل حالة من الحالات ومن خلال ملاحظة دقيقة للاشكال المذكورة اعلاه يمكن الاشارة الى حقيقة وهي ان شكل (نمط) الانبعاج يتكون من أسلوبين :-

١.شكل أو نمط شامل Global mode وهو الذي يوجد على كامل مساحة الصفيحة .

٢.شكل أو نمط موضعي local mode وهو الذي يوجد في منطقة مجاورة من حافات الثقب .

ويمكن الإشارة الى هذه الملاحظة في حالات النقصان في مقاومة الانبعاج الحرجة عند زيادة حجم الثقب في حالات الصفائح المربعة مثلا عندما (a/b= 1) والزيادة في مقاومة الانبعاج عند زيادة حجم الثقب في حالات الصفائح المستطيلة مثلا عندما (a/b= 1.5,2.0) ويكون الاسلوب الشامل هو المسيطر في حالات الصفائح

المربعة , أما الأسلوب الموضعي فهو مهمل تقريبا بسبب عدم كفاية المجال الحر له في الاتجاه الطولي وتكون حدود الثقب قريبة تماما الى الحدود الخارجية للصفيحة وهذا واضح تماما في الشكلين (7,5) واللذان يبينان بان الانحرافات deflections قد وزعت على كامل الصفيحة حتى بالقرب من جوانبها ومشيرة الى سيطرة اسلوب الانبعاج الشامل. اذن بسبب نقصان المساحة وما يصاحبها من نقصان في عزم القصور الذاتي (Second Moment Of Areas) فان مقاومة انبعاج الالواح تتضاءل عندما يتناقص حجم الثقب.

أما فيما يخص الصفائح المستطيلة، فان اسلوب الانبعاج الموضعي يكون اساسياً ومسيطراً عندما تصبح نسبة نحافة الالواح اكبر. ومرة اخرى تبين الاشكال (15,13,11,9) هذا السلوك ويتركز في المناطق المجاورة للثقوب وتكون الانحرافات القريبة من حافات الصفيحة قليلة حتى في حالات التثبيت البسيطة (simply supported) ولاجل اجبار اسلوبي الانبعاج هذين لغرض الوصول الى الحالة الحرجة لهما نحتاج الى قوة اجهاد (stress) اكبر, ولهذا التفسير معولية جيدة ، فعند النظر الى الشكلين (١٢ ،١٤) الخاصين بنسبة النحافة (٢,٠) فان لهما زيادة حادة في مقاومة الانبعاج مقارنة مع الشكلين (10,8) الخاصين بنسبة النحافة (١,٥) وهناك تعزيز اخر لهذا التفسير وهو ان المنحنيات تبدأ بالارتفاع عند حجم الثقب (d/b=0.3) في حالات نسبة النحافة (١,٥) في حين تبدأ ذلك عند حجم الثقب (d/b=0.2) في حالات نسبة النحافة (٢,٠) كما يمكن الاستنتاج من الاشكال (٤-٩) بأن الحدود المثبتة بشكل محكم تسبب تضاءلاً حاداً في مقاومة الانبعاج عند نسبة النحافة (a/b=1) او زيادة حادة في المقاومة عند (a/b=1.5, 2.0) مقارنة مع حدود الصفيحة المثبتة بشكل بسيط وهذا يمكن تفسيره الى حقيقة ان حالة حدود الصفيحة الأقوى (الحدود المثبتة باحكام) تزيد من مقاومة انبعاج الصفيحة بدلا من الحدود المثبته بشكل بسيط . رسمت الاشكال (١٨،١٦) لإجراء مقارنة بين نتائج الصفائح المربعة المثقبة بثقوب دائرية وأخرى بثقوب مربعة فبالنسبة للحالات التي تحتوي على ثقوب مربعة كما في الشكل (١٦) فهي أكثر فعالية على كل مدى حجوم الثقوب المأخوذة بنظر الاعتبار والتي تعطي دائما قيماً عالية من اجهادات الانبعاج.

أما بالنسبة للشكلين (١٨،١٧) فهما يمثلان سلوكاً مختلفاً لحالات الصفائح المستطيلة والمربعة فالمنحنيات متداخلة (متشابكة) مع بعضها في حالة الثقوب صغيرة الحجم ثم تبدأ منحنيات الثقوب المربعة بالارتفاع الى الاعلى عند حجوم الثقوب المعتدلة القياس (d/b= 0.4 ~0.5) وبعد هذا المدى تُظهْر منحنيات الثقوب الدائرية قيماً اعلى من مقاومة الانبعاج الحرجة، ومرة اخرى تقدم الحدود المثبتة باحكام السلوك الموصوف سابقاً وبصورة اكثر وضوحا وعند النظر للنتائج قبل تحويل (c/b) الى (d/b) فان حالات الثقوب المربعة تنتج مقاومات انبعاج اعلى دائماً.

٩ ـــ الاستنتاجات conclusions

تم استنتاج الملاحظات الاتية حول تاثير عمل الثقوب على مقاومة الانبعاج في الصفائح الرقيقة .

١ ـــ بصورة عامة تنقص مقاومة الانبعاج عندما يزداد حجم الثقب في حالة الصفائح المربعة الموحدة الخواص .

٢ ـــ خلافا للتوقعات ، فان مقاومة الانبعاج تزداد عندما يزداد حجم الثقب في حالة الصفائح المستطيلة وهذا السلوك يوصف بالشاذ .

٣ ـــ تعرض الصفائح المثقبة شكلي الانبعاج الشامل والموضعي معا (في وتكون سيطرة احد الشكلين على الأخر هي التي تحدد قيمة مقاومة الانبعاج الحرجة ونوع شكل الانبعاج ; [متناظر او غير متناظر] .

٤ ـــ مقاومة الانبعاج للصفائح المربعة ذات الثقوب المربعة هي اعلى دائما

من نظيراتها ذات الثقوب الدائرية بالنسبة لجميع حجوم الثقوب وتحت نفس شروط الحدود المتاخمة .

٥ ـــ تعرض الصفائح المثقبة ذات مميزات الانبعاج الشاذة تطبيق مهم عند تصميم الألواح التركيبية في مركبات الفضاء أي فتح ثقوب ذات حجوم مناسبة في تلك الألواح للتقليل من وزنها ومقاومة الانبعاج فيها يمكن أن تحور في وقت واحد .

٦- ان مقاومة الانبعاج للصفائح المستطيلة ذات الثقوب المربعه هي اعلى قليلا من مثيلاتها ذات الثقوب الدائرية بالنسبة لحجوم ألثقوب المتوسطة

(5 .0-0) وتحت نفس شروط الحدود المتاخمة وفي حالة الثقوب الكبيرة التي هي اكبر من (5 .0) فان الاخيرة هي الاكبر .

المصادر

1- William L.Ko, "Mechanical and Thermal Buckling Behavior of Rectangular Plates with Different Central Cutouts", NASA TM-1998-206542.

2- Schlack, A.L., Jr., "Elastic Stability of Pierced Square Plates", Experimental Mechanics, 1964.

3- Ritchie, D and Rhodes J., "Buckling and Post-Buckling Behavior of Plates with Holes", Aeronautical Quarterly, Vol. 26, Nov. 1975.

4- Kawai, T. and Ohtsubo H., "A Method of Solution for the Complicated Buckling Problems of Elastic Plates With Combined Use of Rayleigh-Ritz's Procedure in the Finite Element Method", AFFDL-TR-68-150, 1968.

5- Nemeth, Michael Paul, "Buckling Behavior of Orthotropic Composite Plates with Centrally Located Cutouts", Ph.D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, May 1983.

6- Nemeth, 'Michael Paul, "A Buckling Analysis For Rectangular Orthotropic Plates with Centrally Located Cutouts", NASA TM-86263, Dec. 1984.

7- Nemeth, Michael Paul, Manuel Stein, and Eric R.Johnson, "An Approximate Buckling Analysis for Rectangular Orthotropic Plates with Centrally Located Cutouts", NASA TP-2528, Feb. 1986.

8- Nemeth, Michael Paul, "Buckling Behavior of Compression-Loaded Symmetrically Laminated Angle-Ply Plates With Holes", AIAA Journal, Vol. 26, No.3, March 1988.

9- Lee, Y.J., Lin H.J. and Lin C.C., "A Study on the Buckling Behavior of an Orthotropic Square Plate with a Central Circular Hole", Composite Structures, Vol. 13, No.3, 1989.

10- William L.Ko, "Anomalous Buckling Characteristics of Laminated Metal-Matrix Composite Plates with Central Square Holes", NASA TM-1998-206559.

11- Yattram and Brown, C.J, "The Elastic Stability of Square Perforated Plates", Computers and Structures, Vol.36, No.6, 1990.

12- Brown, C.J, "Elastic Buckling of Perforated Plates Subjected to Concentrated Loads", Computers and Structures, Vol.53, No.53, No.6, 1994.

13- Vann W. P., "Compressive Buckling of Perforated Plates", Proceedings of the First Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, August 1971.

14- Yu W.W. and Davis C.S., "Buckling Behavior and Post-Buckling Strength of Perforated Stiffened Compression Elements", Proceedings of the First Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, August 1971.

15- Jyrki Kesti, "Local and Distortional Buckling of Perforated Steel Wall Studs", Ph.D Dissertation, Helsinki, University of Technology (Espoo, Finland), 2000.

16- El-Sawy, K. and Nazmy, Aly s., "Effect of Aspect Ratio on the Elastic Buckling of Uniaxially Loaded Plates with Eccentric Holes", Journal of Thin-Walled Structures, February 2001.

17- "Theory , Analysis, and Element Manuals", ANSYS 5.4 Program

18- Bruhn E.F., "Analysis and Design of Flight Vehicle Structures", 1973.

19- Therib, Jameel Hussein, "An Investigation of Elastic Buckling for perforated plates in Aircraft structures", A Thesis submitted to Al-Rasheed College of Engineering and Science, University of Technology, 2004.

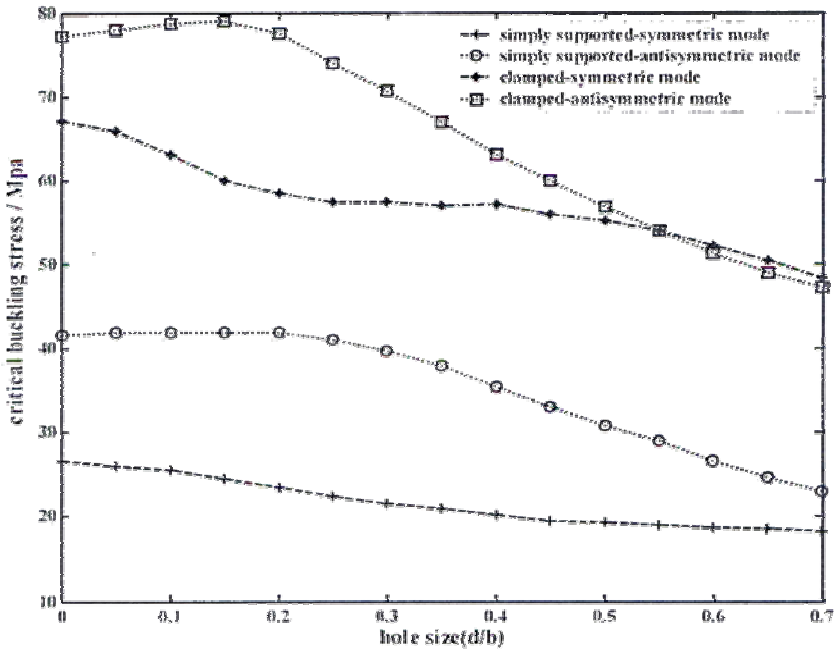
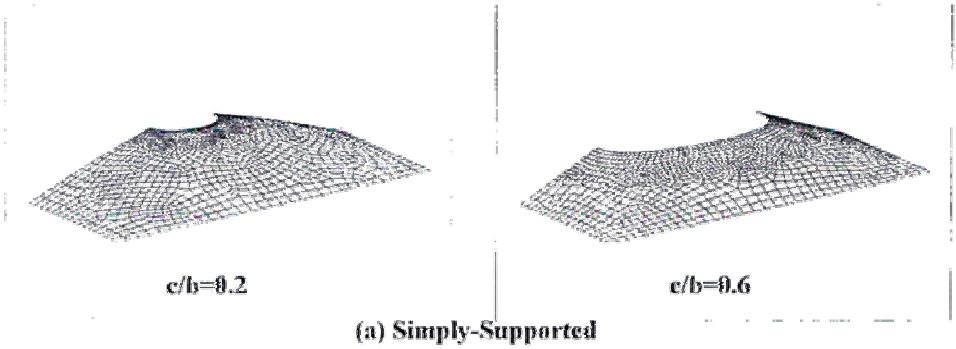
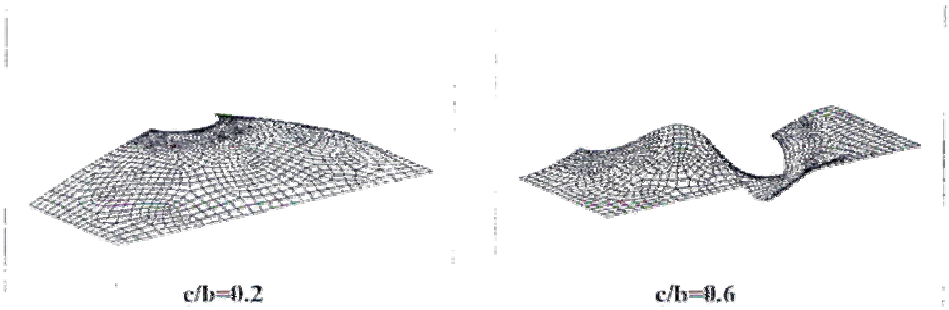


Figure 1- buckling stresses as functions of hole size;circular hole,a/b=1



c/b=0.2 **c/b=0.6**

(a) Simply-Supported



c/b=0.2 **c/b=0.6**

(b) clamped

Figure 2-Critical buckled mode shapes of square plates with circular holes; a/b=1

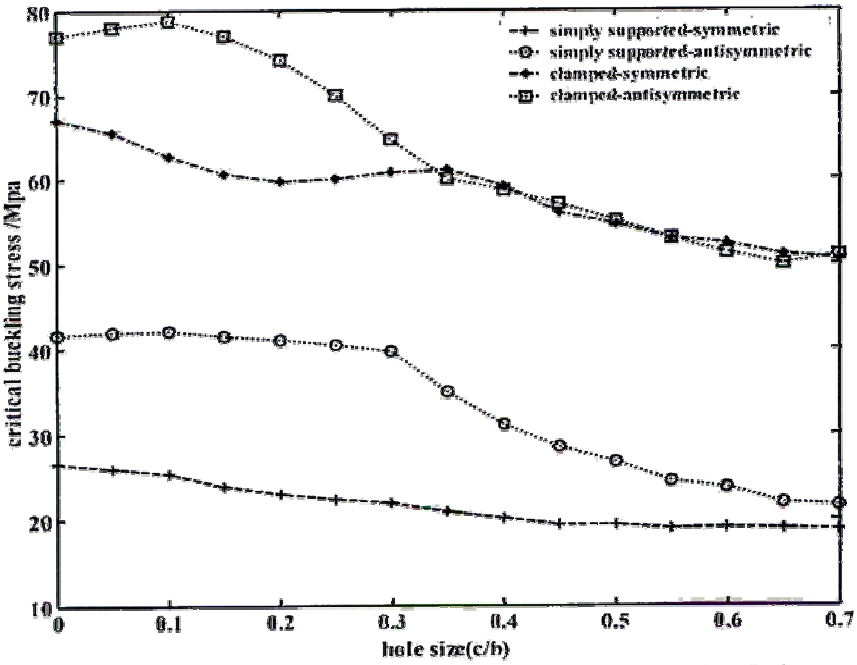


Figure 3- buckling stresses as functions of hole size; square hole; a/b=1

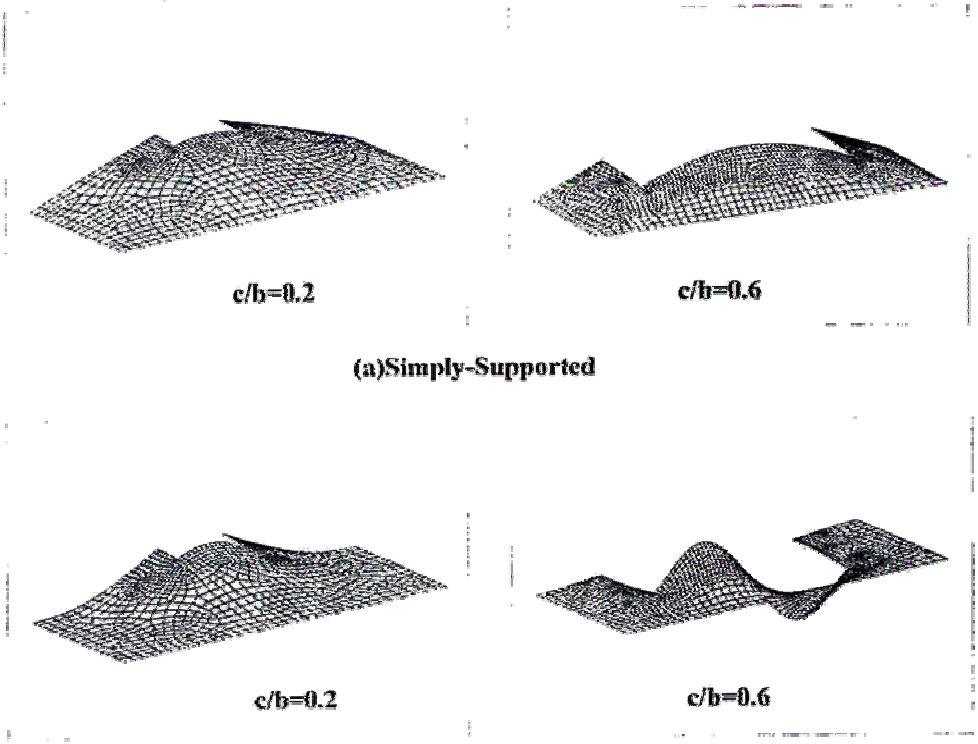


Figure 4-Critical buckled mode shapes of square plates with square holes; a/b=1

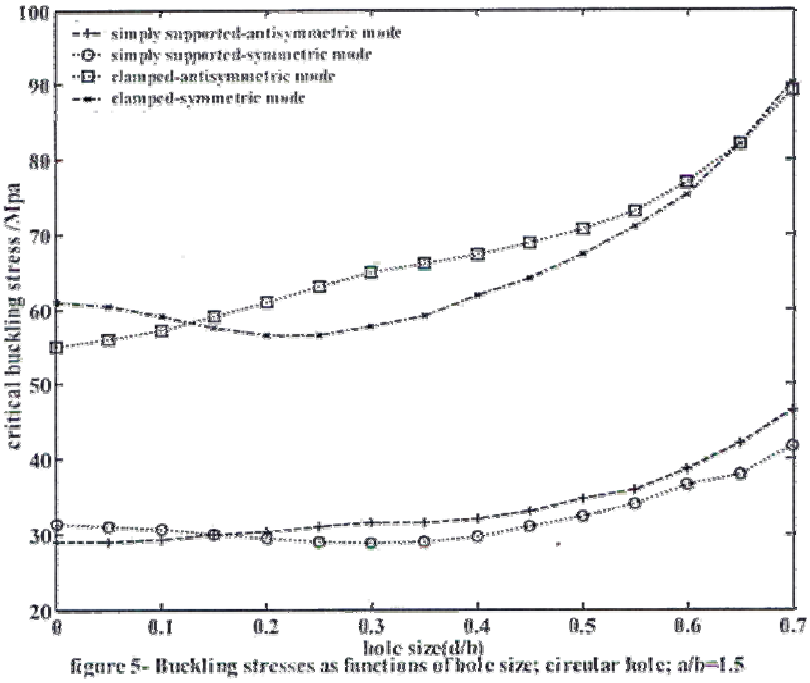


figure 5- Buckling stresses as functions of hole size; circular hole; a/b=1.5

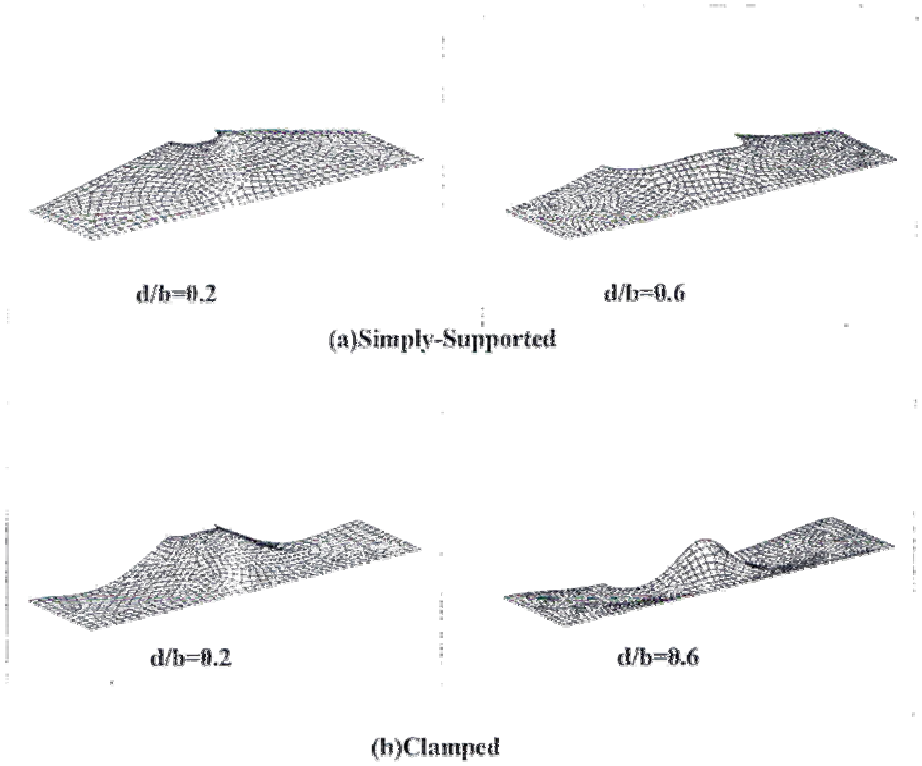


Figure 6-Critical buckled mode shapes of rectangular plates with circular holes; a/b=1.5

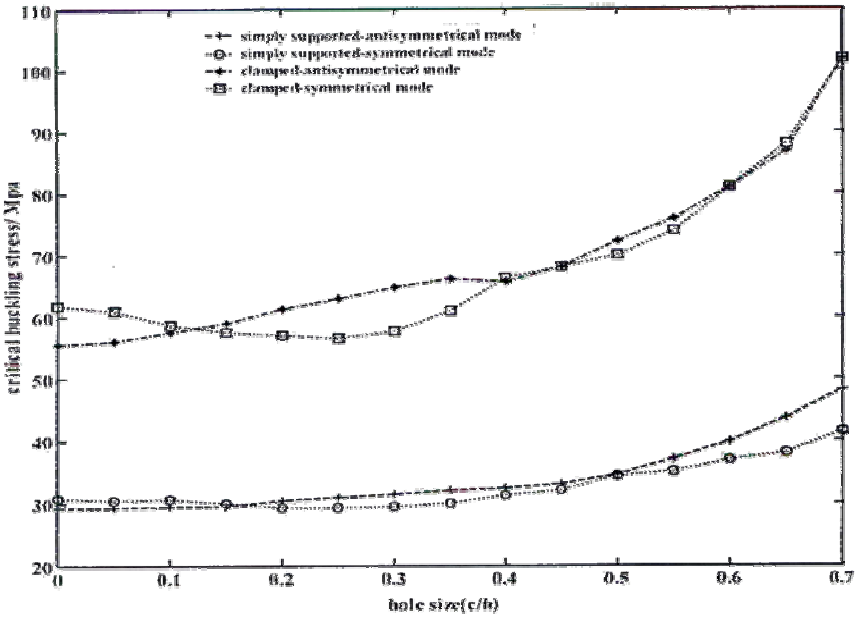


Figure7- Buckling srtresses as functions of hole size;square hole;a/b=1.5

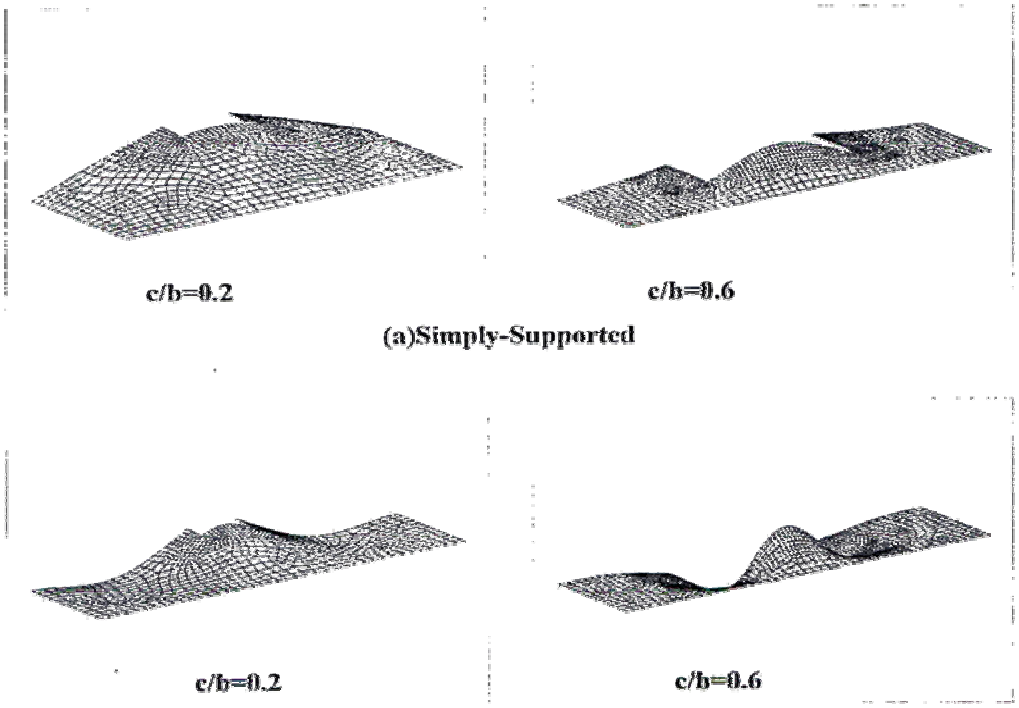


Figure 8-Critical buckled mode shapes of rectangular plates with square holes, a/b=1.5

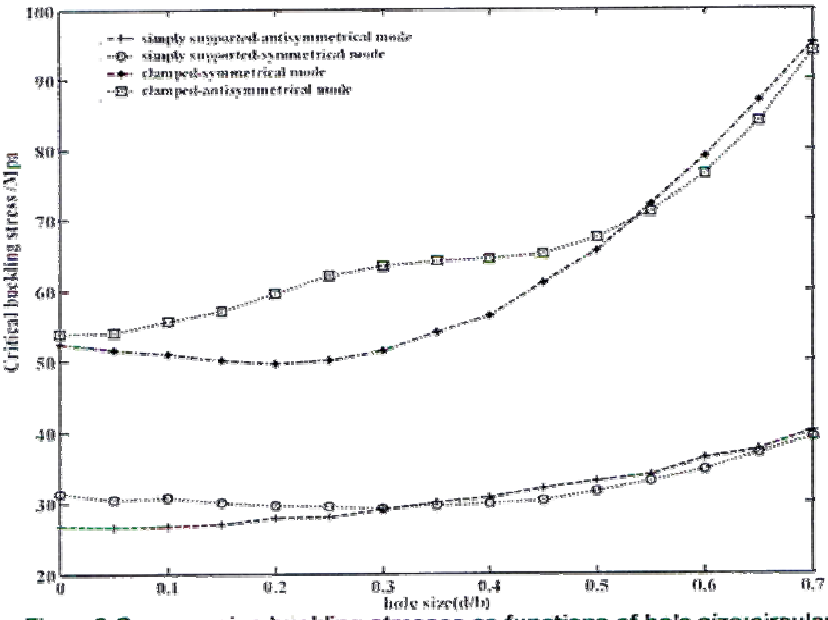


Figure9-Compressive buckling stresses as functions of hole size;circular hole;a/b=2.0

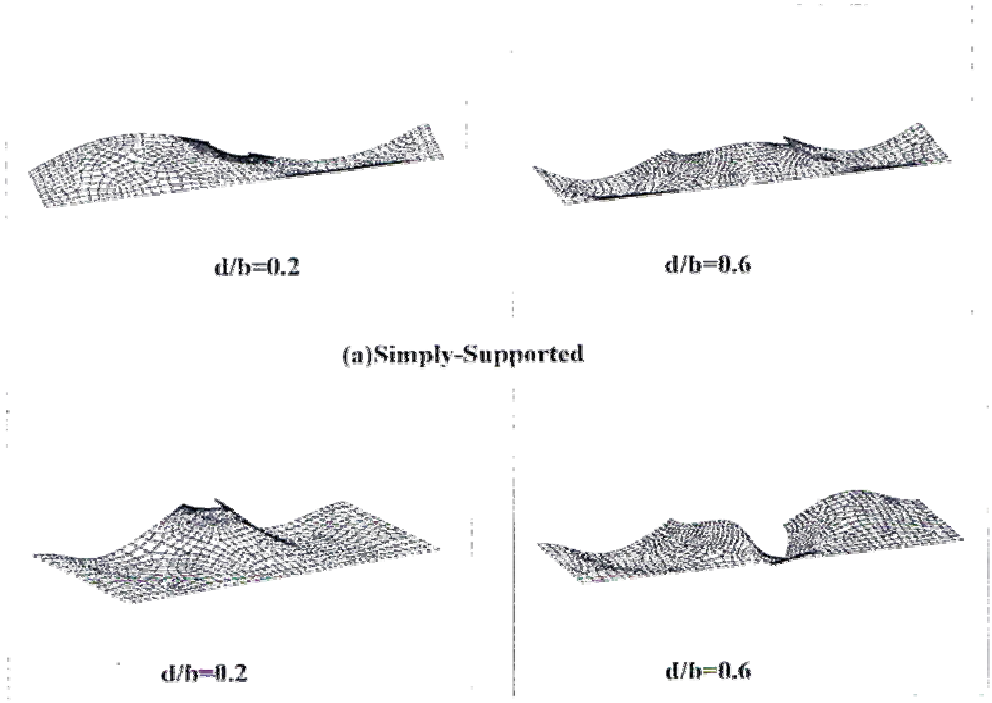


Figure10-Critical buckled mode shapes of rectangular plates with circular holes; a/b=2

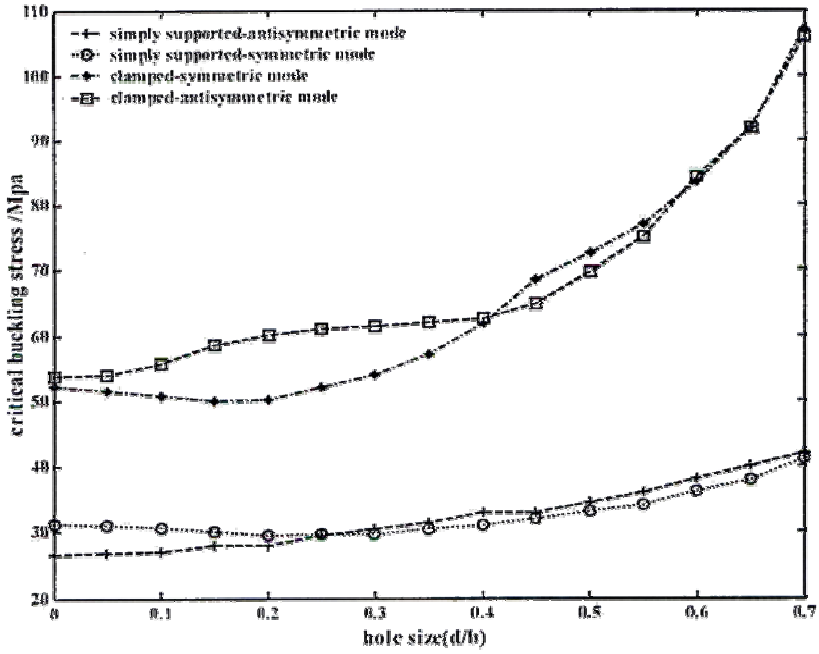
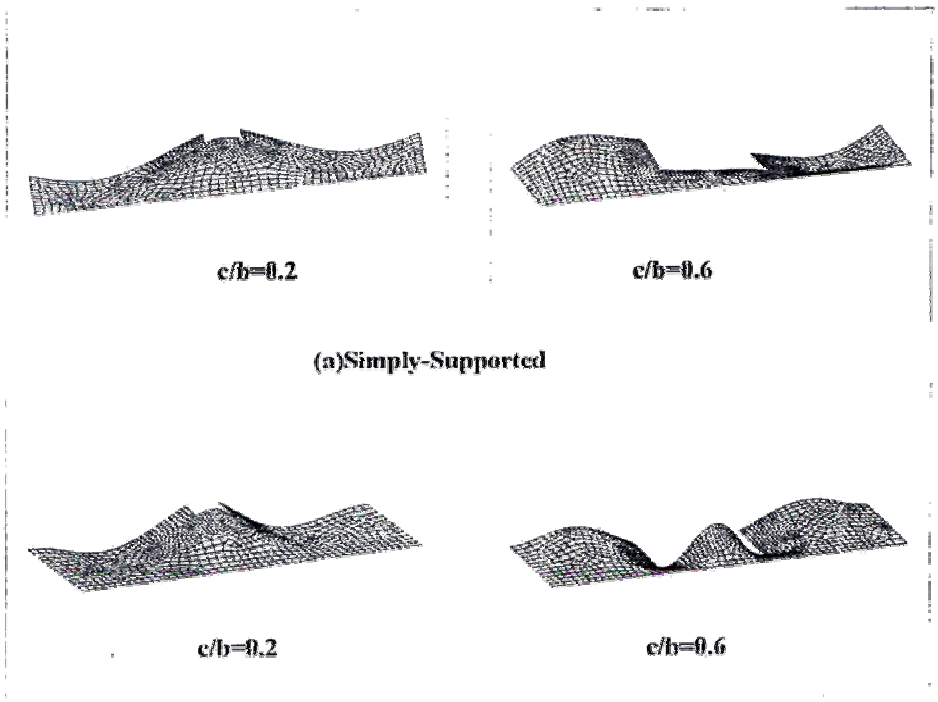


Figure 11- Buckling stresses as functions of hole size; square hole; a/b=2.0



(b)Clamped

Figure12-Critical buckling mode shapes of rectangular plates with square holes;a/b=2.0

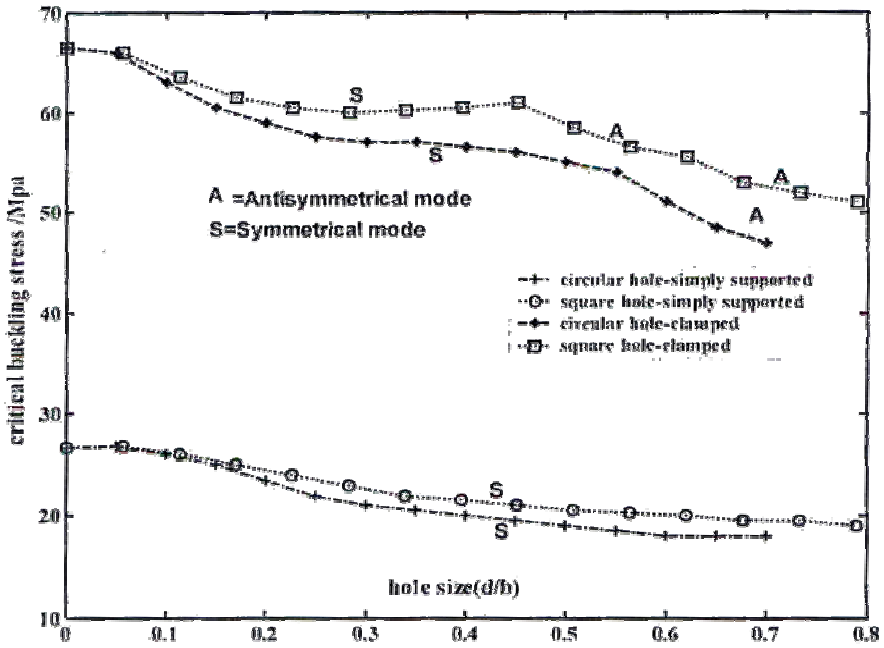


Figure13- Buckling stresses as functions of hole size for square plates with central circular or square holes; a/b=1

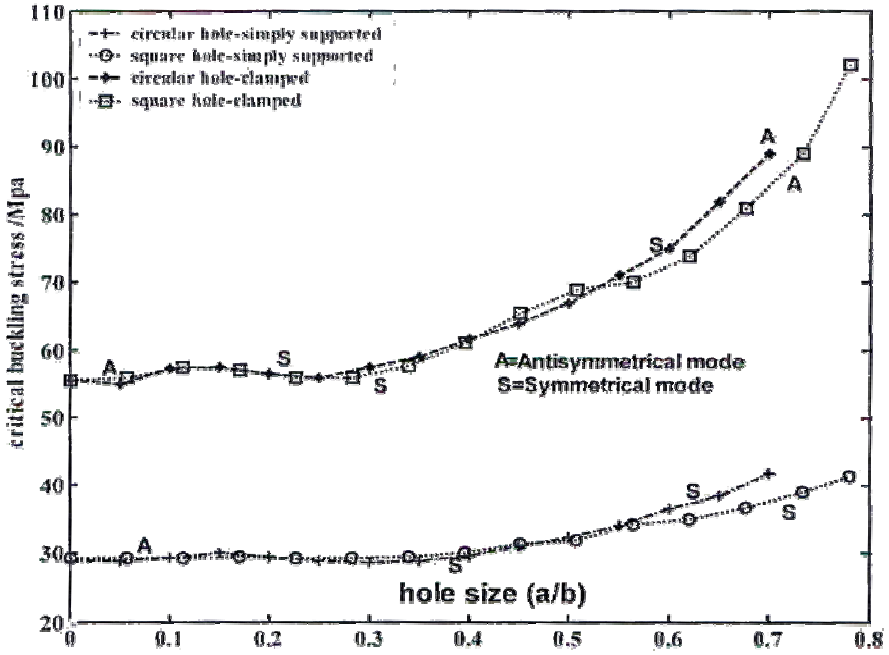


Figure14-Critical buckling stresses as functions of hole size for rectangular plates with central circular or square holes;a/b=1.5

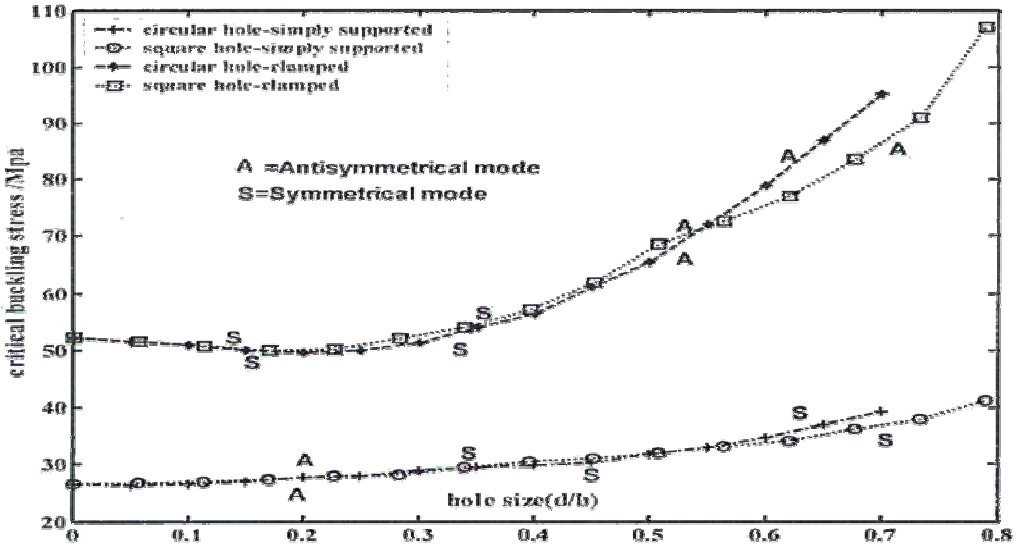


Figure15- Buckling stresses as functions of hole size for square plates with central circular or square holes; a/b=2

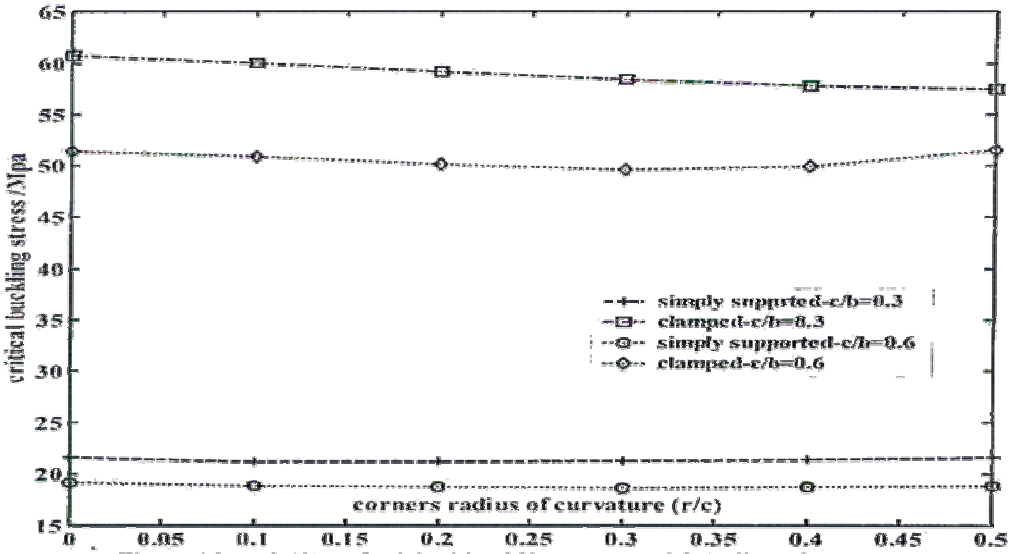


Figure16-variation of critical buckling stress with radius of curvature of square hole corners for square plates ;a/b=1.0