استخدام مبدأ سرعة التبديد الاقصى للطاقه الحركيه في نظرية التصادم

د.نبيل حسن هادي* د.أحمد عبد الحسين و د.أحمد زيدان محمد****

تاريخ التسلم: ٢٠٠٥/٢/١٢
تاريخ القبول: ٢٠٠٥/١٢/٢٠

المقدمة

عند النظر في الميكانيكا النظري وخاصة في نظرية التصادم نلاحظ ان في كثير من المسائل تظهر حالة "عدم امكانيه الحل سكونيا" أي ان عدد المجاهيل يفوق عدد المعادلات. على سبيل المثال هذه المشاكل تنتج في مسائل الاسناد البسيط أي الاسناد غير المثبت حيث ان عمليه التصادم في معظم الحالات تؤدي الى فقدان الترابط. وكما هو معروف المعادلات غير المتجهه في الانظمه ذات الاسناد الاحادي الجانب اقل من عدد المجاهيل لذلك فان حل هذه المسائل غير وحيد. ولكن واحده من اساسيات مبادئ الميكانيك هو وجود حل وحيد غير متناقض للمسائل وخاصة الديناميكيه منها. هذه الحاله غير مرتبطه بالحاله الثرموديناميكيه للنظام او بطريقه انشاء النموذج الميكانيكي والمسأله قيد الدراسه ككل. في عمليه تكوين الموديل الرياضي واستنتاج المعادلات الرياضيه الحاكمه نحاول الحصول على تمثيل افضل للنظام وهو قيد الدراسه الا ان هذا لن يتم الا بالاستناد على بعض النظريات والفرضيات المقبوله هندسيا.

Applying the Principle of Maximum Energy Dissipaition in Impact Problems

Abstract

In this study a dynamic model has been developed for two legs walking machine for analysing the impact process. Energy dissipation in impact process due to leg contact with the surface was determined. Then the principle of maximum energy dissipation was applied to find the vertical and horizontal reaction at the points of contact of legs with the surface. Also the relation between the angle of compass (legs angle see fig1), the angular velocity prior impact and the vertical and horizontal reactions at the points of contact is studied in order to determine the optimum angle that gives a stable walking process and reduces vibration.

المفرداة:

m - كتله الاليه (kg)

l - طول ساق الاليه(m)

C - مركز الكتله

A,B - نقطتي اسناد الاليه مع السطح الساند

$S_{Ax}, S_{Bx}, S_{Ay}, S_{By}$ - نبضات impulse ردود الافعال الافقيه والشاقوليه في A و B (N.s)

t^{-0}, t^{+0} - الزمن قبل الصدم وبعده

w_o - السرعه الزاويه للاليه قبل التصادم (rad/s)

Δw - التغير في السرعه الزاويه للاليه نتيجه التصادم (rad/s)

$2a$ -زاويه انفراج ضلعي الفرجال(deg)

T_1, T_0 - الطاقه الحركيه للفرجال بعد التصادم

I_C -عزم القصور الذاتي الكتلي للجسم حول مركز كتله الاليه في نقطة C.

* جامعة بغداد/ كلية الهندسة / قسم الميكانيك/ بغداد -العراق
** جامعة بغداد/ كلية الخوارزمي /قسم العمليات الصناعيه/ بغداد -العراق.

https://doi.org/10.30684/etj.25.2.1
2412-0758/University of Technology-Iraq, Baghdad, Iraq
This is an open access article under the CC BY 4.0 license http://creativecommons.org/licenses/by/4.0

النموذج الرياضي:

عند دراسة الخواص الحركيه للانسان أو الحيوان يكون من الطبيعي ان يؤخذ بنظر الاعتبار مسألة وضعه أو اجزاءه اثناء الحركه[3,2,1]. في هذا البحث سوف ندرس التأثير المتبادل لعمليه التصادم بين اليه ثنائيه الارجل مع السطح الساند في الوضع الشاقولي. اليه ثنائيه الارجل "فرجال" موضحه في الشكل (١)

مثل هذه المسائل تنشأ عند دراسةاستقرارية خطوات اليات ثنائيه الارجل, وخاصة عندالحاجه الى استعراض طوري حركتها[4]. يلاحظ في حاله اسناد الرجل الثانيه على السطح بصوره عامه تصاحب ذلك عمليه تصادم عندها الرجل الاولى فاما ان تبقى متصله مع الارض او تتركها.

هذه المسأله نوقشت من قبل فورمالسكيFormalsky [5] حيث قام بدراسة وتحليل المعادلات والنتائج العمليه لأسناد الارجل على افتراض عدم حدوث تصادم مع السطح الساند. اما مكير McGeer [6] فقد قسم دورة الحركه الكامله للاليه ثنائية الارجل ذو الطورين، الطور الاول هو طور الاسناد الاحادي single support phase اما الطور الثاني فتتم فيه عملية اسناد مزدوج حيث الرجل الاماميه تقوم بأمتصاص الصدم وتدريجيا تقبل وزن الجسم كاملا.

التحليل الفيزيائي للمسأله قيد الدراسه يعلل امكانية استخدام مبدأ سرعة تبديد الطاقه او صيغ الطاقه الكامنه[7]. قيم وصيغ معادلات تبديدالطاقه في ميكانيك الاجسام الصلبه في طور التشويه اللدن قد طورت واستنتجت سابقا [8].اما افلينEvlen [9] فاستخدم صيغ معادلات الطاقه المشتته في وسط الطور سائل-لدن في صيغها الخاصه بالجسم الصلب وغير القابل للتشوه.

ان الفكره الاساسيه للبحث الحالي هو استخدام مبدأ سرعة التبديد الاقصى للطاقه الحركيه (مبدأ P.Mesis) في دراسه حركه الاليه الموضح في الشكل اعلاه.

لتكن النقطتان A و B على التوالي نقطتي التماس الخلفيه والاماميه لحافتي الفرجال مع السطح. في بداية تصادم الحافه الحاده للرجل الاماميه مع سطح الاسناد وعند الزمن t^{-0} تكون سرعة هذه الحافه الحاده للرجل $V_A = 0$, اما في نهاية التصادم أي عند الزمن t^{+0} تكون سرعة الحافه الحاده للرجل الاماميه $V_B = 0$. كذلك نفرض ان السرعه الزاويه للجسم عند الزمن t^{-0} هي $w = w_0 < 0$, اما عند الزمن t^{+0} فهي $w = w_0 + \Delta w$ حيث $\Delta w < 0$. الصدم الحادث سوف نفرضه غير مرن بصوره مطلقه. وان موقع مركز كتله الاليه عند رأس الزاويه في النقطه C.

يعتبر على العموم استخدام مفهوم القوى في مسائل التصادم غير مجدي وبدلا من التعامل مع القوى يكون من الافضل التعامل مع متجه نبضات القوه(impulse force vector) وهو عباره تكامل القوه نسبة للزمن أي[11,10]:

$$S = \int_0^{t_1} F dt \qquad (1)$$

هذا التكامل يتم باي من طرق التكامل العامه للفتره من بدايه التصادم حتى نهايته أي نسبة لفترة الصدم.

وان معادله الحركه للنقطه C –مركز كتله الفرجال قبل الصدم هي:-

$$m\Delta V_C = S_A + S_B \qquad (2)$$

اما قانون تغيير الزخم الزاوي لمركز الكتله قبل الصدم فيعطي:-

$$\Delta K_C = [CA, S_A] + [CB, S_B] \qquad (3)$$

المعادلات غير الاتجاهيه (scaler equations) للفرجال قبل الصدم يعبر عنها بالشكل التالي

$$-m\Delta w l\cos a = S_{Ax} + S_{Bx} \qquad (4i)$$

$$-m(\Delta w + 2w_0) l\sin a = S_{Ay} + S_{By} \qquad (4ii)$$

$$I_C \Delta w = (S_{Ax} + S_{Bx}) l\cos a + (S_{By} - S_{Ay}) l\sin a \qquad (4iii)$$

حيث ان l -طول ضلع الفرجال, $2a$ -زاويه انفراج ضلعي الفرجال, I_C -عـزم القصـور الـذاتي الكتلـي mass moment of inertia للجسم حول مركز كتله الاليه في نقطة C. من التحليل الفيزيائي للاسناد احادي الجانب نـرى ان رد الفعل الشاقولي للسطح الساند لا يمكـن ان يكون سالب [12]:

$$S_{Ay} \geq 0 \qquad (5)$$

النظام المكون من المعادلات الثلاثه في (٤) والمتراجحه في (٥) تحوي خمسة مجاهيل ($S_{By}, S_{Bx}, S_{Ay}, S_{Ax}, \Delta w$) غير تام (عدد المجاهيل اكبر من عدد المعادلات). في البحث الحالي سوف لا نحاول فصل مركبات رد الفعل الافقيه في النفطتين A و B. على العموم نرمز الى $S_x = S_{Bx} + S_{Ax}$, عند ذلك نحصل على نظام ثلاثي المعادلات فى اربعة مجاهيل هي $S_{By}, S_{Ay}, S_x, \Delta w$

$$-m\Delta w l\cos a = S_x$$

$$-m(\Delta w + 2w_0) l\sin a = S_{Ay} + S_{By}$$

$$I_C \Delta w = (S_{Ax} + S_{Bx}) l\cos a + (S_{By} - S_{Ay}) l\sin a \qquad (6)$$

بعد التعبير عن المجاهيل $\Delta w, S_x, S_{By}$ بدلالة رد الفعل S_{Ay} نحصل على:

$$\Delta w = -2l\sin a\,(S_{Ay} + mlw_0\sin a)/(I_C + ml^2)$$

$$S_{By} = \left[(I_C + ml^2\cos 2a)\Delta w - 2ml^2 w_0 \sin^2 a\right]/2l\sin a$$

$$S_x = -m\Delta w l\cos a \qquad (7)$$

ان مشتقة كامل الطاقه الميكانيكيه نسبة للزمن تتناسب مع سالب مضاعف دالة رايلي للتغير في الطاقه الكليه للاجسام حيث ان النظام يعتبرنظاما غير محافظا لفقدان الطاقه خلال عمليه التصادم:

$$\frac{d(T+\Pi)}{dt} = -2R \qquad (8)$$

التغيرفي الطاقه الكامنه للنظام خلال عملية التصادم نسبيا قليل. لهذا في مسائل التصادم يحتم دراسة التغيير في الطاقه الحركيه والتي تتمثل كداله في السرعه. اما سرعة الاجسام المتصادمه فتتغير لحظيا خلال التصادم.

في ما يلي نجري تقييم للتغير ΔT للتغير في الطاقه الكامنه للنظام خلال عملية التصادم.
الطاقه الحركيه للفرجال قبل التصادم

$$T_0 = \frac{1}{2}(I_C + ml^2)w_0^2 \qquad (9)$$

اما الطاقه الحركيه للفرجال بعد التصادم

$$T_1 = \frac{1}{2}(I_C + ml^2)w_0^2\left(1 + \frac{\Delta w}{w_0}\right)^2 \qquad (10)$$

اما التغير في الطاقه الكامنه فهو

$$\Delta T = T_1 - T_0 = (I_C + ml^2)\Delta w\left(w + \frac{\Delta w}{2}\right) =$$

$$\left[S_{Ay} - \frac{(I_C + ml^2\cos^2 a)w_0}{l\sin a}\right] * 2\frac{l^2\sin^2 a}{I_C + ml^2}\left(S_{Ay} + mlw_0\sin a\right) \quad (11)$$

نرمزللتغير في الطاقه الكامنه بالداله f (شكل ٢), الممكن تسميتها داله تبديد الطاقه الكامنه أي: $f = -\Delta T$. بصوره عامه مشتقه الداله $-\frac{T}{2}$ في الزمن تعطي وصفا لسرع تشتت او خسارة الطاقه الحركيه في المسأله قيد الدراسه, وهو مشابهه لداله رايلي (معادلة (٨)) للتشتت في الطاقه.

النتائج الرياضيه:

معادله (١١) $f = -\Delta T$ تمثل داله من الدرجه الثانيه في S_{Ay} , حيث ان معامل S_{Ay}^2 فيها سالبا. الداله $f = -\Delta T$ ثلاثية الحدود تمتلك جذرين. الجذر الاول $S_{Ay} = -mlw_0\sin a$ وهو دائما موجب, اما الجذر الثاني

$$S_{Ay} = w_0(I_C + ml^2\cos^2 a)/l\sin a$$

فهو دائما سالب.

لقد وجد ان الداله f تصل قيمتها العظمى (شكل ٣) عند النقطه

$$S_{Ay} = w_0\frac{(I_C + ml^2\cos 2a)}{2l\sin a} > 0 \quad (12)$$

يجب ان يكون S_{Ay} اكبر من صفر وهذا ما يفرضه نوع الاسناد.حيث ان $w_o < 0$ دوران مع عقرب الساعه و $0 < \sin a$ عندما $a < 90^{\circ}$. يستنتج من معادلة (١٢) ان:

$$I_C + ml^2\cos 2a < 0 \quad (13)$$

الحاله الاولى عند

$$\cos 2a < -\frac{I_C}{ml^2}$$

الحاله الثانيه عند

$$\cos 2a \geq -\frac{I_C}{ml^2} \quad (14)$$

وعندها الداله f تصل قيمتها العظمى في حدود المدى الموجب في الفتره $S_{Ay} \geq 0$ (شكل ٤), عند النقطه $S_{Ay} = 0$.

نعيد صياغة معادله (١٢) نحصل على الشرط التالي

$$\sin^2 a > \frac{1}{2}(1 + \frac{I_C}{ml^2}) \quad (15)$$

وبتحقيقه نحصل على

$$S_{Ay} = w_0\frac{(I_C + ml^2\cos 2a)}{2l\sin a} \quad (16i)$$

$$S_{By} = -w_0\frac{(I_C + ml^2)}{2l\sin a} \quad (16ii)$$

$$S_x = mw_0 l\cos a \quad (16iii)$$

$$\Delta w = -w_0 \quad (16iv)$$

الاشكال ٥ و٦(a,b,c) تمثل العلاقه بين زاويه طرفي الاليه وسرعة التصادم والتي عندها يكون رد الفعل الشاقولي موجب في نقاط التماس الاماميه والخلفيه اي ان الماكنه سوف تكون في تماس مستقر مع السطح

من هنا نستنتج انه في حالة $\Delta w = -w_0$ فان حافتي ضلعي الفرجال تبقى مستقره على السطح,أي لا تحصل حاله الارتداد عن السطح.

من الشرط الثاني معادلة (١٤)

$$\sin^2 a \le \frac{1}{2}(1+\frac{I_C}{ml^2}) \qquad (17)$$

نحصل على

$$S_{Ay} = 0 \qquad (18i)$$

$$S_{By} = 2mlw_0 \sin a \, \frac{I_C + ml^2 \cos^2 a}{I_C + ml^2} \qquad (18ii)$$

(18iii)

$$S_x = 2\frac{m^2 l^3 w_0}{I_C + ml^2} \sin^2 a \cos a$$

$$\Delta w = -2\sin^2 a \, \frac{ml^2 w_0}{I_C + ml^2} \qquad (18iv)$$

اما الاشكال 7(a,b) فهي تمثل الحاله الثانيه لحل الشرط (معادله ١٣) وعندها يكون $S_{Ay} = 0$ وهذه الحاله تكون معتمده عند تصميم ودراسة العجلات المتعددة الاطراف شعاعيا(Rimless Wheel).
وفي هذه الحاله, تبقى الحافه الحاده للرجل الاماميه للفرجال على اتصال مع السطح بعد التصادم اما حافة الرجل الخلفيه فانها ترتد عن السطح. وعليه الفرجال يبدأ بالترنح من رجل الى اخرى. يستمر هذا الترنح الى مالانهايه لكن سعته تضمحل لوجود التخميد.

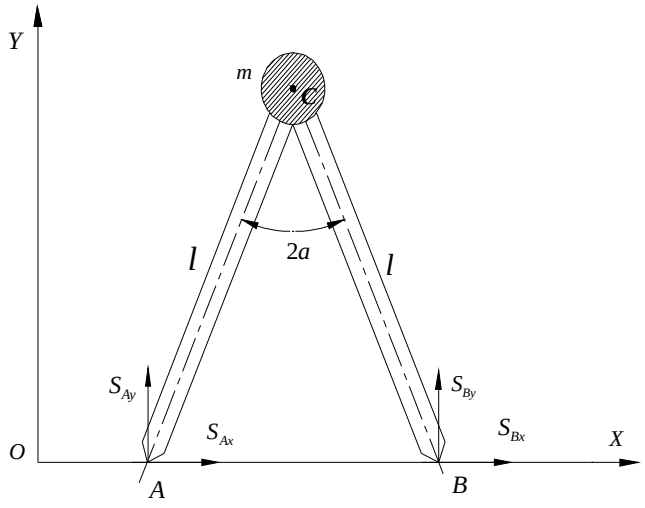
الاستنتاجات:

في هذا البحث تم دراسة وتحليل عمليه التصادم للحافات الحاده لاليه ثنائية الاطراف. حيث تم استخدام مبدأ التبديد الاقصى للطاقه اثناء عملية التصادم مع السطح لايجاد ردود الافعال الشاقوليه والافقيه عند نقاط التصادم. كما تم في البحث دراسة تأثير قيمة زاوية الانفراج لطرفي الاليه والسرعه الزاويه للاليه على ردود الافعال. حيث بالامكان استنتاج افضل زاويه تؤمن استقرار الماكنه بعد عملية التصادم مما يؤدي الى تقليل الاهتزازكذلك يؤمن الحصول على اشاره مستقره من المتحسسات المربوطه بالاطراف.

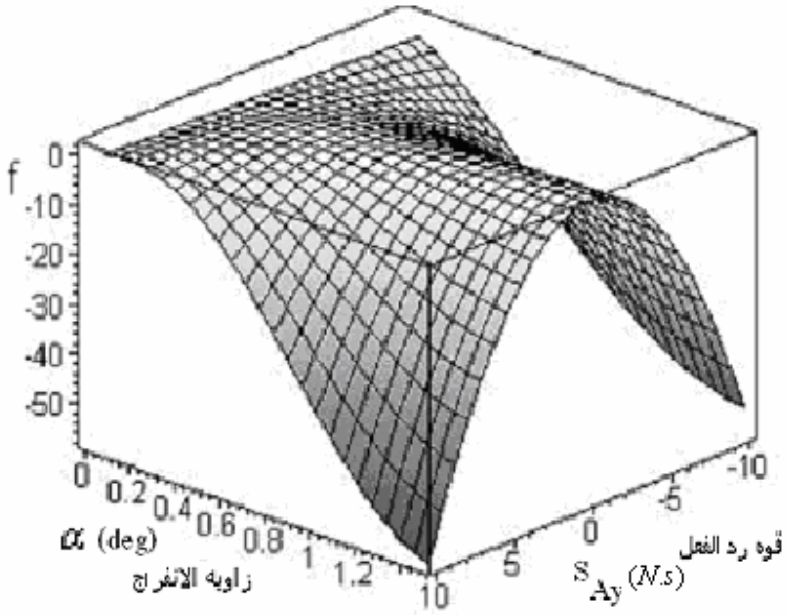
المصادر:

1. McGeer T. "Passive Dynamic Walking",Int. Journal of Robotics Research, (9),62—98. 1990.
2. Smith A.C., M.D.Berkermeier,"The Motion of a Finite Width Rimless Wheel in 3D", IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium,1998.
3. Steven H. Collins, Mortign Wisse and Andy Ruina."A Three-Dimensional Passive Dynamic Walking Robot With Two Legs and Knee". The International Journal of Robotics Research, Vol.20,No.7,2001,pp607-615.
4. Mochon S. and McMahon T.A.. "Ballistic Walking",J.Biomech.,13.49-57,1980.
5. Formalsky M., "Locomotion of Anthropomorphic Mechanisms", Moscow, Nauka,1982 368p.
6. McGear "Passive Dynamic Walking", Int. Journal of Robotics Res.,Vol.9,No.2,1990,pp62-82.
7. Shivakumar,K.N, and Elber, W. "Prediction of Impact Force and Duration due to Low—Velocity Impact on Circular Composite Laminates", Journal of Applied Mechanics, Vol.53,September 1985,pp.674-680.
8. Mezis R. "Mechanics of Rigid Bobies in Plasic State", Moscow,1948.

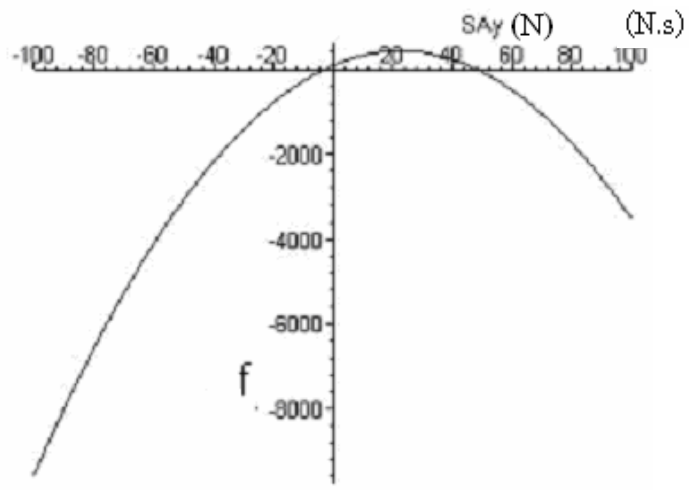
9. Evlen D.D. “Energy Dissipation Function for plasic deformable materials” DAN. SSSR. 1957,V176,No.5.
10. Brach Raymond M. ”Mechanical Impact Dynamics: Rigid Body Collisions”, John Wiley & Sons,New York,1991.
11. Lankarani Hamid M. and Nikravesh Parviz E. ”Continuous Contact Force Models for Impact in in Multibody Systems”, Nonlinear Dynamics,5,193-207,1994.
12. B. Perrin,”Modeling and Control of a Quadrupede Robot for Dynamically Stable Gait”, Ph.D. Dessertation, January 1999, Nantes.



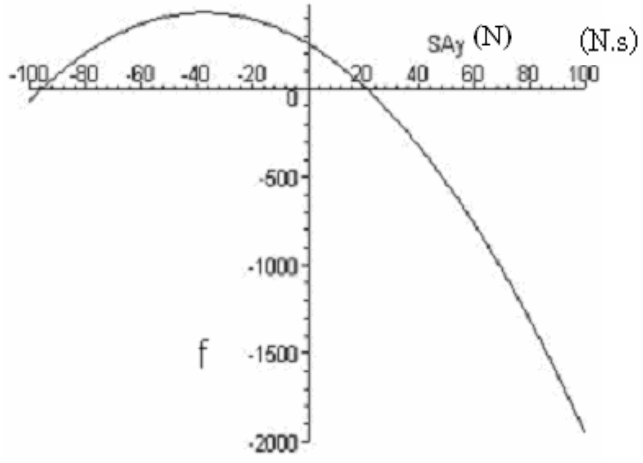
شكل١ اليه ثنائيه الارجل



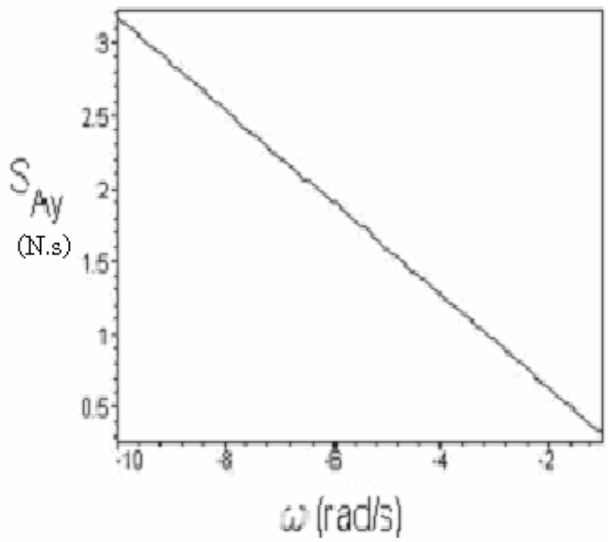
شكل٢ العلاقه بين التغير في الطاقه وزايه الانفراج ورد الفعل الشاقولي في الحافهA



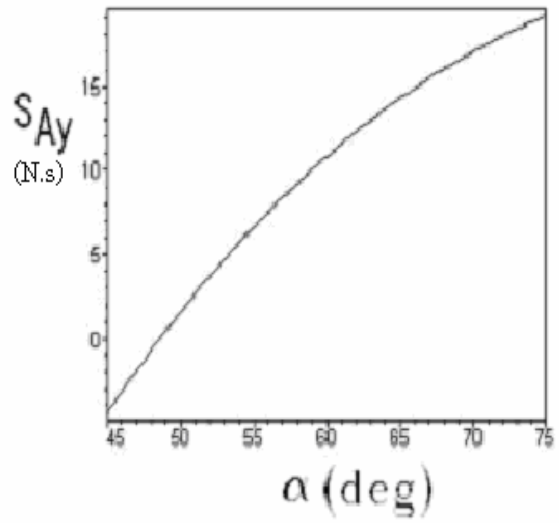
شكل٣ التغير في الطاقه المبدده ورد الفعل الشاقولي في الحافه A عند $a = 75^{\circ}$



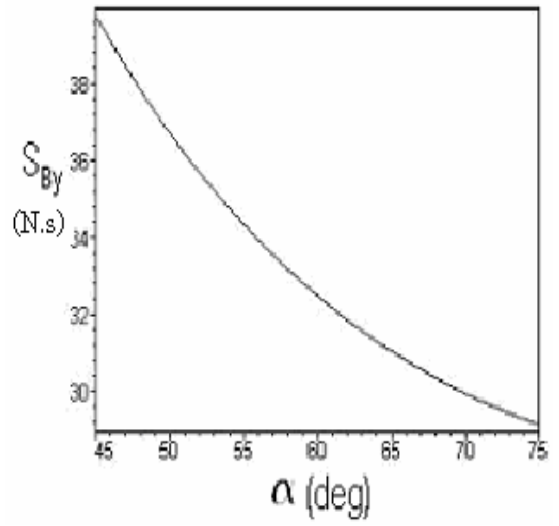
شكل4 التغير في الطاقه المبدده ورد الفعل الشاقولي في الحافه A عند $a = 25^{\circ}$



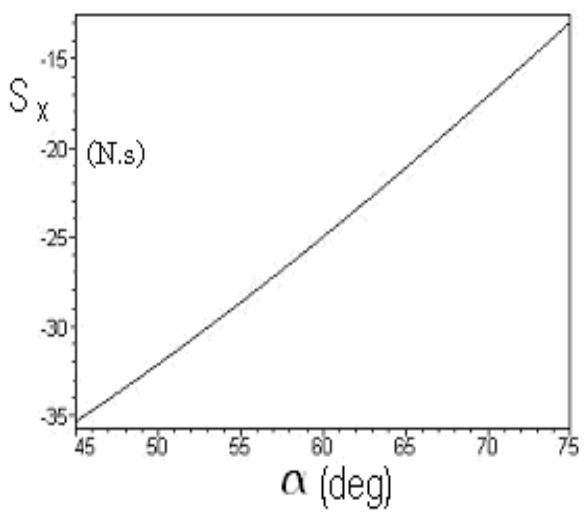
شكل٥ العلاقه بين رد الفعل S_{Ay} والسرعه الزاويه للاليه w


S_{Ay}
(N.s)
15
10
5
0
45
50
55
60
65
70
75
α (deg)

(a)

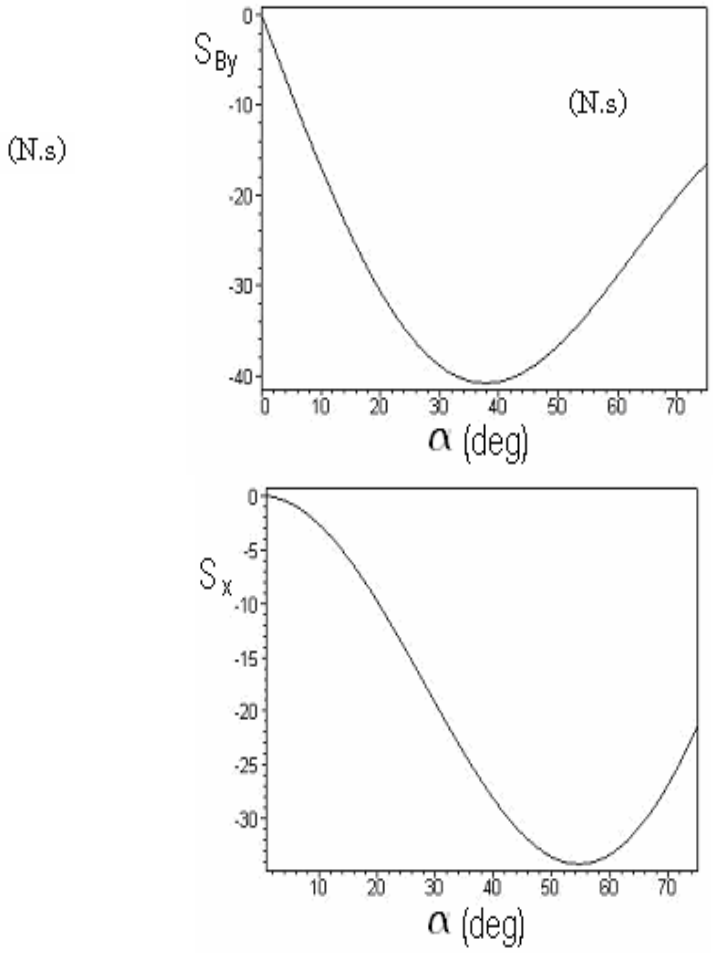

S_{By}
(N.s)
38
36
34
32
30
45
50
55
60
65
70
75
α (deg)

(b)



(c)

شكل٦ تاثير زاويه الانفراج a على a) رد الفعل S_{Ay} b) رد الفعل S_{By} c) رد الفعل S_x عند $\Delta w = -w_0$



(b) (a)

شكل٧ تاثير زاويه الانفراج a على a) رد الفعل S_{By} b) رد الفعل S_x، عند $S_{Ay} = 0$