

**دراسة مقارنة للتأثير المزدوج للانحراف في
متوسط العملية (δ) والانحراف
المعياري (θ) في بعض من لوحات السيطرة
على طول التشغيل**

د . جنان عباس ناصر

معهد الإدارة - الرصافة

الخلاصة

نتناول في هذا البحث تحليل الخصائص التصادفية لطول التشغيل للوحات السيطرة، نتحرى عن التأثير المزدوج للانحراف في المتوسط (δ) والانحراف المعياري (θ) للعملية على طول التشغيل (Run Length) للوحتي \bar{X} والـ EWMA، عندما يكون المتغير العشوائي تحت السيطرة موزع طبيعياً مع حالة دراسية .

Abstract

In this study, we deals with analysis stochastic properties the run length of control charts, we investigate the double effect of the shift in the process mean and the standard deviation (θ) on the run length of the \bar{X} and EWMA control charts to detect the shift for the process mean, when the random variable is normally distributed which is to be controlled with studying case.

1. المقدمة

من المفيد تطبيق النظريات الخاصة بلوحات السيطرة على النوعية لمراقبة وتحسين النوعية في العملية الانتاجية في العديد من المجالات الصناعية. ويعد Shewart [7] عام 1924 اول من استخدم لوحات السيطرة (لوحة الـ \bar{X}) في مراقبة وضبط جودة الانتاج. اذ استخدمت تلك الوحات للكشف عن الانحرافات الكبيرة في متوسط العملية الانتاجية، عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي بتباين معلوم ، ولغرض كشف الانحرافات الصغيرة والمتوسطة في متوسط العملية الانتاجية، فقد استخدمت لوحات سيطرة الـ EWMA بدلا من لوحة الـ \bar{X} للكشف عن الانحرافات الصغيرة المتزايدة في متوسط العملية الانتاجية ، و المقترحة من قبل Roberts [6] عام 1959. وتمتاز لوحة الـ EWMA بانها تاخذ جميع المشاهدات السابقة في عملية اتخاذ القرار ولكن باوزان مختلفة. اذ يتم اعطاء المشاهدة الاكثر حداثة وزن اكبر من المشاهدات السابقة. ونظرا للتطبيقات الواسعة لتلك الوحتين واهميتها في المجالات الصناعية لمراقبة وضبط جودة الانتاج، فقد درس العديد من الباحثين الخصائص التصادفية لتلك اللوحات، فقد تناول الباحثان Cabral و Pacheco [2] عام 1998 الخصائص التصادفية لطول التشغيل (Run Length) (RL) ومتوسط طول التشغيل (Average Run Length) (ARL) باستخدام اسلوب سلسلة ماركوف والذي يعد الاسلوب البديل لأختبارات النسبة الاحتمالية المتسلسل (SPRT)، لتحديد العدد المتوقع من العينات المفحوصة لغاية ورود مايشير الى ان العملية قد اصبحت خارج السيطرة الاحصائية للوحات سيطرة الـ EWMA من الجانب الاعلى، للكشف عن الانحراف في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية، عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي وتوزيع ويبل مع تبني قيمة بداية اخرى للوحات سيطرة الـ EWMA. وكذلك تناول الباحثان Cabral و Pacheco [3,4,5] عام 2000 و عام 2001 الخصائص التصادفية لطول التشغيل للوحتي الـ \bar{X} والـ EWMA من الجانب الاعلى للكشف عن الانحراف المتزايد في متوسط العملية بوجود الانحراف في قيمة المتوسط والانحراف المعياري للعملية الانتاجية ، عندما يكون المتغير العشوائي تحت السيطرة موزع طبيعياً.

وتناولت الباحثة جنان [1] عام 2008 في بحثها الموسوم خاصيتين تصادفيتين للوحات سيطرة الـ EWMA من جانب واحد تأثير زيادة حجم التغير في قيمة الانحراف المعياري على طول التشغيل ومتوسطة

فضلا عن دراستهما في حالة تبني قيمة بداية اخرى لتلك اللوحات، باستخدام اسلوب سلسلة ماركوف للكشف عن الانحراف في الانحراف المعياري لفولتية الدائرة المفتوحة للبطارية الجافة من النوع 2G كحالة تطبيقية في المنشأة العامة لصناعة البطاريات الجافة ، ولتحديد العدد المتوقع من العينات المفحوصة لغاية ورود مايشيرالى حالة الخروج عن السيطرة، مع دراسة منحنيات القيم الاحتمالية لدالة البقاء لأطوال التشغيل ووفقا لمعلمت لوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى لـ σ .

وفي هذا البحث نتحري عن التأثير المزدوج للانحراف في المتوسط (δ) والانحراف المعياري (θ) للعملية الانتاجية على طول التشغيل (RL) للوحة الـ \bar{X} وتأثيرهما على طول التشغيل (RL) ومتوسطة (ARL) للوحات الـ EWMA من الجانب الاعلى لـ μ وفي حالة تبني قيمة بداية اخرى ، عندما يكون المتغير العشوائي تحت السيطرة موزع طبيعيا وكللا اللوحتين المتقدم ذكرهما. عندما يكون الانحراف في متوسط العملية مساوي لـ $\delta = \sqrt{n}(\mu - \mu_0)/\sigma_0$ ، وأما الانحراف في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية فيكون مساوي لـ $\theta = \sigma/\sigma_0$ ، وان μ_0 و σ_0/\sqrt{n} يمثلان قيمة المتوسط والانحراف المعياري لمتوسط العينة عند مستوى النوعية المقبول وعلى التوالي. أما μ و σ فتمثل قيمة الانحراف للمتوسط والانحراف المعياري للعملية الانتاجية عند اية قيمة اخرى، اي ان $(\mu \neq \mu_0)$

$(\sigma \neq \sigma_0, (\mu = \mu_0 + \delta \sigma_0/\sqrt{n}, \delta \geq 0))$ ، وتمثل n حجم العينة المسحوبة في اوقات منتظمة على التوالي (N). فعندما تكون العملية الانتاجية تحت السيطرة فان قيمة التغير في المتوسط والانحراف المعياري للعملية تكون مساوية للصفر والواحد وعلى التوالي، أي ان $(\delta, \theta) = (0, 1)$ ، بينما تكون قيمة (δ, θ) قيمة ثابتة في حالة الخروج عن السيطرة. ومن المعروف بان اختيار قيمة ثابت حد السيطرة (γ_S) للوحة الـ \bar{X} . وقيم معلمت لوحة الـ EWMA (قيمة معلمة التنعيم (λ) وقيمة ثابت حد السيطرة (γ_E)) له تأثير على الخصائص التصادفية لتلك اللوحتين. وبذلك فان هدف البحث التحرى عن اداء تلك اللوحتين من خلال عدة توليفات مفترضة للتغير في المتوسط (δ) والانحراف المعياري (θ) للعملية الانتاجية تحت السيطرة والتي تمثل متوسط فولتية الدائرة المفتوحة للبطارية الجافة من النوع 3G كحالة تطبيقية في المنشأة العامة لصناعة البطاريات الجافة باستخدام لوحتي الـ \bar{X} والـ EWMA من الجانب الاعلى للكشف عن الانحراف في متوسط العملية الانتاجية.

2 . للوحة الـ \bar{X} من الجانب الاعلى

بافتراض ان العينة العشوائية رقم N $\underline{X}_N = (X_{1N}, \dots, X_{nN})$ سحبت من التوزيع الطبيعي

$\{N(\mu, \sigma^2), -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0\}$. فان احصاء الاختبار للوحة الـ \bar{X} تكون وفق الصيغة [4,5]:

$$\bar{X}_N^+ = \text{Max} \{ \mu_0, \bar{X}_N \} \quad \dots(1)$$

ان حد السيطرة الاعلى (UCL_S) للوحة \bar{X} يكون وفق الصيغة

$$UCL_S = \mu_0 + \gamma_S \sigma_0/\sqrt{n} \quad \dots(2)$$

أذ ان μ_0 و σ_0/\sqrt{n} قد سبق تعريفهما في المبحث (1). وتمثل μ_0 قيمة حد السيطرة المركزي وتمثل ايضا الحد الادني في لوحة الـ \bar{X} من الجانب الاعلى. وان γ_S تمثل قيمة ثابت حد السيطرة وهي قيمة موجبة وثابتة اي ان قيمتها تكون $(0, \infty)$. ويقال ان العملية الانتاجية خارج السيطرة عند الوقت N عندما تقع قيمة احصاء الاختبار \bar{X}_N^+ خارج حد السيطرة الاعلى. وسيتم في المبحث الاتي عرض الخصائص التصادفية لتلك اللوحة.

2.1 الخصائص التصادفية للوحة الـ \bar{X} من الجانب الاعلى

نعرض في هذا المبحث الخصائص التصادفية للوحة الـ \bar{X} من الجانب الاعلى للكشف عن الانحراف في متوسط العملية الانتاجية، أذ ان قيمة الانحراف في المتوسط تكون وفق الصيغة $\mu = \mu_0 + \delta \sigma_0 / \sqrt{n}$, $\delta \geq 0$ وتمثل δ قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية. ونستخدم طول التشغيل للوحة Shewart (لوحة الـ \bar{X}) ونرمز له بـ $(RL_S(\delta, \theta))$ كمعيار للمقارنة بين لوحات الـ \bar{X} ، ولتوضيح الخصائص التصادفية للوحة الـ \bar{X} الذي يكون دالة بالمعلمتين للتغير في متوسط العملية الانتاجية والانحراف المعياري، حيث ان طول التشغيل يمثل احتمال سحب عينات عند وجود انحراف في قيمة المتوسط للعملية الانتاجية، ويكون طول التشغيل طويل عندما تكون العملية الانتاجية تحت السيطرة وقصير عندما تحيد العملية عن السيطرة (حالة الخروج عن السيطرة). وان طول التشغيل للوحة الـ \bar{X} يكون متغير عشوائي ويتبع التوزيع الهندسي. أما دالة البقاء $(\bar{F}_{RL_S(\delta, \theta)}(s))$ التي تمثل احتمال ان يكون طول التشغيل أكبر من قيمة معينة لتكن s فتكون وفق الصيغة [3,4,5]:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{RL_S(\delta, \theta)}(s) &= 1 - F_{RL_S(\delta, \theta)}(s) = 1 - p(RL_S(\delta, \theta) \leq s) \\ \bar{F}_{RL_S(\delta, \theta)}(s) &= 1, \quad s < 1 \\ \bar{F}_{RL_S(\delta, \theta)}(s) &= [\Phi\{(\gamma_s - \delta) / \theta\}]^{[s]}, \quad s \geq 1 \end{aligned} \quad \dots(3)$$

وتمثل $F_{RL_S(\delta, \theta)}$ دالة التوزيع التجميعية للمتغير العشوائي. وان $[s]$ عدد صحيح ويكون جزء من

حدود الـ s التي تكون بين 1 والـ $+\infty$. أما $\bar{F}_{RL_S(\delta, \theta)}(s)$ فتكون دالة متناقصة بـ δ ، وتكون متناقصة وثابتة ومنتزادة بـ θ ، عندما تكون قيمة $\delta < \gamma_s$ و $\delta = \gamma_s$ و $\delta > \gamma_s$ وعلى التوالي، أذ ان المتغير العشوائي Z يكون أكبر من Y تصادفياً $(Z \geq_{st} Y)$ إذا تحقق دوال بقائهما $\bar{F}_X(X) \geq \bar{F}_Y(Y)$ لـ $-\infty < X < \infty$ وبذلك فانه

• لاية قيمة ثابتة لـ θ عندما $\theta \geq 1$

$$RL_S(\delta, \theta) \geq_{st} RL_S(\delta', \theta), \quad 0 \leq \delta < \delta' < +\infty \quad \dots(4)$$

• لاية قيمة ثابتة لـ δ عندما تكون $\delta < \gamma_s$

$$RL_S(\delta, \theta) \geq_{st} RL_S(\delta, \theta'), \quad 1 \leq \theta < \theta' < +\infty \quad \dots(5)$$

• لاية قيمة ثابتة لـ δ عندما تكون $\delta = \gamma_s$

$$RL_S(\delta, \theta) =_{st} RL_S(\delta, \theta'), \quad \theta, \theta' \in [1, +\infty) \quad \dots(6)$$

• لاية قيمة ثابتة لـ δ عندما تكون $\delta > \gamma_s$

$$RL_S(\delta, \theta) \leq_{st} RL_S(\delta, \theta'), \quad 1 \leq \theta < \theta' < +\infty \quad \dots(7)$$

وتعني st الأكبر مختصر كلمة largest. أما θ' و δ' فهي تمثل اية قيم اخرى لـ θ و δ . ومن النتيجة (4) (5)، نلاحظ بانه عند أية قيمة ثابتة لـ θ عندما تكون $\theta \geq 1$ (وإذا $\delta < \gamma_s$)، فان اكبر زيادة في قيمة المتوسط للعملية (والانحراف المعياري)، تعطي اصغر عدد من العينات المفحوصة لحين الكشف عن التغير في متوسط العملية الانتاجية. اما النتيجة (6) اي عندما تكون قيمة $\delta = \gamma_s$ فان طول التشغيل يكون له دالة توزيع لاتعمد على التغير في قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) ويكون متغير عشوائي يتبع التوزيع الهندسي بالمعلمة ($p=0.5$). ومن النتيجة (7) وعندما تكون $\delta > \gamma_s$ فإنه كلما يزداد الانحراف في قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (σ) كلما تقل فاعلية لوحة الـ \bar{X} لكشف عن التغيرات بشكل فعال في الانحراف

في متوسط العملية. أذ تكون قيمة متوسط العينة الحقيقي اعلى من قيمة حد السيطرة الاعلى (UCL_S) والمعرفة في الصيغة (2)، وان احتمال ان تكون قيمة المتوسط أكبر من قيمة حد السيطرة الاعلى (UCL_S) تكون مساوية لـ $\Phi\{(\delta - \gamma_S) / \theta\}$ وهي أكبر من 0.5، وبذلك فان انخفاض قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (σ) سيجعل متوسط العينة مسؤول عن ظهور اشارة الخروج عن السيطرة. ويمكن الحصول على اشارة زائفة لطول التشغيل أي اكتشاف خلل في متوسط العملية الانتاجية نتيجة للتغير او الانحراف في قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية عن الانحراف المعياري للعملية عند مستوى النوعية المقبول ($\sigma \neq \sigma_0$). أذ تعطي فكرة خاطئة للباحث بوجود خلل في متوسط العملية الانتاجية، فيقوم بمحاولة تشخيص اسباب التغير الغير موجودة في متوسط العملية الانتاجية (اي ان $\delta = 0$)، والتي تحدث نتيجة لدمج تأثير تغير المتوسط والانحراف المعياري بلوحة واحدة فنحصل على النتيجة التصادفية الاتية:

$$RL_S(0, \theta) \geq_{st} RL_S(0, \theta') \quad , 1 \leq \theta < \theta' < +\infty \quad \dots(8)$$

3. لوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى

بافتراض ان العينة العشوائية رقم N $\underline{X}_N = (X_{1N}, \dots, X_{nN})$ سحبت من التوزيع الطبيعي $\{N(\mu, \sigma^2), -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0\}$. فان احصاء الاختبار للوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى للكشف عن الانحراف في المتوسط (μ) تكون وفق الصيغة [4,5]:

$$W_N = \mu_0 \quad , \quad N = 0$$

$$W_N = \max \{ \mu_0, (1 - \lambda)W_{N-1} + \lambda \bar{X}_N \} \quad , \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad \dots(9)$$

وان حد السيطرة الاعلى للوحة الـ EWMA (UCL_E) يكون وفق الصيغة

$$UCL_E = \mu_0 + \gamma_E \sigma_0 \sqrt{\lambda / [(2 - \lambda) n]} \quad \dots(10)$$

أذ ان μ_0 و σ_0 / \sqrt{n} قد سبق تعريفهما في المبحث (1). وتمثل γ_E قيمة ثابت حد السيطرة وهي قيمة موجبة وثابتة اي ان قيمتها تكون بين الصفر والملا نهاية $(0, \infty)$. وان λ مثل قيمة معلمة التنعيم وهي قيمة موجبة وثابتة وتكون بين الصفر والواحد $(0 < \lambda < 1)$ وتمثل الوزن المعطى لمتوسط العملية الاكثر حداثة. ويقال ان العملية الانتاجية خارج السيطرة عند الوقت N عندما تقع قيمة احصاء الاختبار W_N خارج حد السيطرة الاعلى (UCL_E).

وفي حالة تبني قيمة بداية اخرى [1,2] وفق الصيغة $w_0 = \mu_0 + \alpha \gamma_E \sigma_0 \sqrt{\lambda / [(2 - \lambda) n]}$ ، عندما تكون قيمة α بين الصفر والواحد اي ان $\alpha \in (0, 1)$. ولتوضيح هذا الاسلوب بشكل موجز، نفترض تم تبني قيمة بداية بـ $\alpha = 0.2$ ، فان قيمة البداية لاحصاء الاختبار w_0 تكون مساوية لـ

$w_0 = \mu_0 + 0.2 \gamma_E \sigma_0 \sqrt{\lambda / [(2 - \lambda) n]}$. أن استخدام اسلوب تبني قيمة بداية اخرى للوحة الـ EWMA يعجل في الكشف عن الانحراف المتزايد في متوسط العملية الانتاجية (μ).

3.1 الخصائص التصادفية للوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى

لدراسة الخصائص التصادفية للوحة الـ EWMA التي سيرد ذكرها في ادناه، نستخدم اسلوب ماركوف لتحديد متوسط طول التشغيل (ARL) للوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى مع تبني قيمة بداية اخرى ($\alpha \in (0, 1)$) $\alpha \times 100\%$ ويرمز له بـ $ARL_E^\alpha(\delta, \theta)$ ، أما قيم دالة البقاء لطول التشغيل

التي تمثل احتمال ان يكون طول التشغيل أكبر من قيمة معينة لتكن s (احتمال فحص $\bar{F}_{RL_E^\alpha}(\delta, \theta)$)

عينات اكثر) فيرمز بـ $RL_E^\alpha(\delta, \theta)$ ، وتكون دالة بقيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ) ، وقيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) .

يبدأ اسلوب سلسلة ماركوف بتقسيم فترة القرار (الفترة المحصورة بين الحد الأدنى (حد السيطرة المركزي) (μ_0)) والحد الأعلى للوحة السيطرة (UCL_E) اي بين القيمتين

$(\mu_0, \mu_0 + \gamma_E \sigma_0 \sqrt{\lambda / [(2-\lambda)n]})$ بـ $(X+1)$ من الفترات الجزئية (الحالات الانتقالية للأسلوب سلسلة

ماركوف)، $[e_i, e_{i+1}]$ ، بمدى مساوي لـ $(X+1) / \Delta = \gamma_E \times \sigma_0 \sqrt{\lambda / [(2-\lambda)n]}$ ، $i \in \{0, 1, \dots, X\}$ ، تتشارك الفترات الجزئية بـ $(X+1)$ من الحالات الانتقالية لسلسلة ماركوف المنتهية بمجال الحالة المنقطع $\{0, 1, \dots, X+1\}$ ، وتمثل الحالة المنتهية بـ $(X+1)$ ، اما مصفوفة الاحتمال الانتقالية $[3, 4, 5]$ فهي

$$Q(\delta, \theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \quad \dots (11)$$

أذ ان $\mathbf{1}$ يمثل مصفوفة الوحدة ذات رتبة $(X+1)$ و $\mathbf{0}$ تمثل متجة صفري ذو رتبة $(1 \times X+1)$ ، أما $\mathbf{1}$ فهو متجة ذو رتبة $(X+1 \times 1)$ تكون قيمة كل عنصر من عناصره مساوية للواحد، أما $\mathbf{1}$ فيمثل احتمال البقاء ضمن الحالة المنتهية (Absorbing state). وتكون المصفوفة الجزئية $Q(\delta, \theta)$ مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بين الحالات $\{0, 1, \dots, X+1\}$ وتكون مدخلاتها كماياتي

$$Q(\delta, \theta) = [q_{ij}(\delta, \theta)], i, j \in \{0, 1, \dots, X\}$$

وتمثل $q_{ij}(\delta, \theta)$ القيمة الاحتمالية بالصف i والعمود j والتي تمثل احتمال المرور من حالة الى اخرى

بمصفوفة الاحتمالات الانتقالية $Q(\delta, \theta)$ التي تكون دالة بالمعلمتين للتغير في المتوسط والانحراف المعياري للعملية الانتاجية وتكون وفق الصيغة

$$q_{ij}(\delta, \theta) = a_{ij}(\delta, \theta) - a_{ij-1}(\delta, \theta) \quad i, j \in \{0, 1, \dots, X\} \quad \dots (12)$$

أذ ان a_{ij} تكون وفق الصيغة الاتية

$$a_{i-1}(\delta, \theta) = 0, \quad i \in \{0, 1, \dots, X\}$$

$$a_{ij}(\delta, \theta) = \Phi((1/\theta) \{ (([j+1] - (1-\lambda)(i+1/2)) \gamma_E) / [(X+1) \sqrt{\lambda(2-\lambda)}] - \delta \}) \quad i, j \in \{0, 1, 2, \dots, X\} \quad \dots (13)$$

وتحقق العناصر الداخلة في حساب مصفوفة الاحتمالات الانتقالية $Q(\delta, \theta)$ الصيغة الاتية

$$a_{ij}(\delta, \theta) > a_{i+1j}(\delta, \theta) \quad ; \quad i \in \{0, 1, 2, \dots, X-1\}; \quad j \in \{0, 1, 2, \dots, X\} \quad \dots (14)$$

ولان $\sum_{i=0}^j q_{il}(\delta, \theta) = a_{ij}(\delta, \theta)$ ، فالمتبينة (14) تعني بان المصفوفة $P(\delta, \theta)$ تكون رتيبة تصادفياً. وان متوسط طول التشغيل (ARL) باستخدام اسلوب ماركوف يكون وفق الصيغة

$$ARL_E^\alpha(\delta, \theta) = ERL_E^\alpha(\delta, \theta) = e_{[\alpha \times (X+1)]+1} [I - Q(\delta, \theta)]^{-1} \mathbf{1} \quad \dots (15)$$

أذ يكون $ARL_E^\alpha(\delta, \theta)$ العنصر رقم $([\alpha \times (X+1)]+1)$ من متجة متوسط طول التشغيل ذو رتبة $(X+1) \times 1$ الذي يحسب وفق الصيغة $ARL_E(\delta, \theta) = [I - Q(\delta, \theta)]^{-1} \mathbf{1}$ ، ولتوضيح ذلك، ليكن عدد الحالات المفترضة تحت السيطرة مساوية لـ $X=49$ وقيمة البداية المتبينة تكون مساوية لـ $\alpha = 0.2$ فان رقم العنصر سيكون مساوي لـ 11 وهكذا لبقية القيم التي يمكن تبنيها ضمن الصفر والواحد.

أما القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $(RL_E^\alpha(\delta, \theta))$ ، أي أن $\bar{F}_{RL_E^\alpha}(\delta, \theta)$ تكون وفق الصيغة

الاتية:

$$\bar{F}_{RL_E^\alpha}(\delta, \theta) = 1 - F_{RL_E^\alpha}(\delta, \theta) = 1 - p(RL_E^\alpha(\delta, \theta) \leq s)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_{RL_E}^{\alpha}(\delta, \theta) &= 1, s < 1 \\ \bar{F}_{RL_E}^{\alpha}(\delta, \theta) &= e^{-[\alpha \times (X+1)]+1} [Q(\theta)]^{[s]} 1, s \geq 1 \end{aligned} \quad \dots(16)$$

أذ أن $F_{RL_E}(\delta, \theta)$ تمثل دالة التوزيع التجميعية للمتغير العشوائي (RL). أما $\bar{F}_{RL_E}^{\alpha}(\delta, \theta)$ فتتمثل العنصر رقم $([\alpha \times (X+1)]+1)$ من متجة القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل ذو رتبة (1×1) $(X+1)$ الذي يحسب وفق الصيغة $\bar{F}_{RL_E}^{\alpha}(\delta, \theta) = [Q(\theta)]^{[s]} 1, s \geq 1$ ، أذ تمثل عناصره قيم الدوال

الاحتمالية لطول التشغيل (اي احتمال ان يكون طول التشغيل اكبر من قيمة معينة لتكن s) تبدأ من الحالات $(0, 1, \dots, X)$. اما e_i' فيتمثل المتجة رقم i ذورتبة $(1 \times (X+1))$ تكون قيمة عناصره مساوية للصفر والواحد، أذ تعطى القيمة واحد للعنصر رقم $([\alpha \times (X+1)]+1)$ والمعتمد كمييار للمقارنة طول التشغيل ومتوسطه للوحات الـ EWMA، اما بقية العناصر تكون مساوية للصفر، وهكذا لبقية العناصر في المتجهات الاخرى ووفقا لقيمة البداية المتبناة. أما الخصائص التصادفية للوحة السيطرة الـ EWMA فتكون كالآتي :

- لاية قيمة ثابتة لـ $\theta \geq 1$ و $\alpha \in (0, 1)$

$$RL_E^{\alpha}(\delta, \theta) \geq_{st} RL_E^{\alpha}(\delta', \theta), \quad 0 \leq \delta < \delta' < +\infty \quad \dots(17)$$

- لاية قيمة ثابتة لـ $\delta \leq \delta_L$ و $\alpha \in (0, 1)$

$$RL_E^{\alpha}(\delta, \theta) \geq_{st} RL_E^{\alpha}(\delta, \theta'), \quad 1 \leq \theta < \theta' < +\infty \quad \dots(18)$$

- لاية قيمة ثابتة لـ $\delta \geq \delta_U$ و $\alpha \in (0, 1)$

$$RL_E^{\alpha}(\delta, \theta) \leq_{st} RL_E^{\alpha}(\delta, \theta'), \quad 1 \leq \theta < \theta' < +\infty \quad \dots(19)$$

ويمكن تحديد قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية الدنيا (δ_L) والعليا (δ_U) بالاعتماد على معلمات لوحة الـ EWMA (عدد الحالات تحت السيطرة (X) المستخدمة في اسلوب سلسلة ماركوف وثابت حد السيطرة (γ_E) ومعلمة التعيم (λ)) وفق الصيغة الآتية وعلى التوالي [5] :

$$\delta_L = (\gamma_E [1 - (1 - \lambda)(X + 1/2)]) / [(X + 1) \sqrt{\lambda(2 - \lambda)}] \quad \dots(20)$$

$$\delta_U = (\gamma_E [(X + 1) - (1 - \lambda)/2]) / [(X + 1) \sqrt{\lambda(2 - \lambda)}] \quad \dots(21)$$

وفي حالة تبني قيمة بداية اخرى للوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى لـ $[\mu, 2, 1]$ باستخدام اسلوب سلسلة ماركوف ووفقا لما تقدم ذكره ستكون لدينا خاصية تصادفية اخرى لطول التشغيل (RL) وفق الصيغة

- لاية قيمة ثابتة لـ $\delta \geq 0$ و $\theta \geq 1$

$$RL_E^{\alpha}(\delta, \theta) \geq_{st} RL_E^{\alpha'}(\delta, \theta), \quad 0 \leq \alpha < \alpha' < 1 \quad \dots(22)$$

أذ ان α' و θ' و δ' تمثل اية قيم اخرى لـ α و θ و δ . ويمكن الحصول على اشارة زائفة لطول التشغيل للوحة الـ EWMA، أي اكتشاف خلل في متوسط العملية الانتاجية حين تكون قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية مساوية للصفر ($\delta = 0$) نتيجة للتغير والانحراف في قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية

والتي سبق توضيحها في المبحث (2.1) والتي تحدث نتيجة لدمج تأثير تغير قيمة المتوسط (δ) ، وقيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) بلوحة واحدة فنحصل على النتيجة التصادفية الآتية:

• لاية قيمة ثابتة لـ $\theta > 1$

$$RL_E^\alpha(0, \theta) \geq_{st} RL_E^{\alpha'}(0, \theta) \quad , \quad 0 \leq \alpha < \alpha' < 1 \quad \dots(23)$$

4. الجانب التطبيقي

يتضمن هذا المبحث عرض الاساليب التي يتم من خلالها اعتماد لوحات الـ \bar{X} و لوحات الـ EWMA من الجانب الاعلى للكشف عن الانحراف في المتوسط (μ) بوجود الانحرافات في σ . عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي من خلال تطبيق الخصائص التصادفية المتقدم ذكرها في الجانب النظري. اما البيانات المعتمدة للتوزيع الطبيعي، فقد كانت القراءات لمتوسط تيار الدورة القصيرة للبطارية الجافة من النوع 3G- من نتائج تجربة مقامة لهذا الغرض في المنشأة العامة لصناعة البطاريات الجافة. اذ يعتبر تيار الدورة القصيرة (فحص الامبيرية) من احد العوامل المهمة لتحديد جودة البطارية، اذ يتم في بعض الاحيان تجاوز حدود الامبيرية المحددة مسبقا عندها يمكن استخدام البطارية ولكن عمرها يكون اقل. فقد تم اجراء اختبار التوزيع الطبيعي لمئة قراءة لتيار الدورة القصيرة للبيانات المتوفرة في قسم السيطرة على النوعية بهدف تحديد قيمة متوسط تيار الدورة القصيرة والانحراف المعياري ضمن الحدود المسموح بها وقد كانت $\mu_0 = 4.5$ بانحراف معياري مساوي للواحد $(\sigma_0 = 1)$. ثم تم سحب خمسة بطاريات $(n=5)$ في كل وقت ولفترة $(N=30)$ يوم عمل فعلي لتسجيل تيار الدورة القصيرة. بهدف توضيح وتعميم تلك الخصائص التصادفية المتقدم ذكرها لتلك اللوحتين والمبينة في الجانب النظري لمراقبة وضبط جودة الانتاج لمتوسط فولتية الدائرة المفتوحة للبطارية الجافة من النوع 3G. فقد استخدم الـ Matlab للحصول على رسم لوحة الـ \bar{X} وكذلك رسم لوحة الـ EWMA لتيار الدورة القصيرة وايجاد القيم الاحتمالية لطول التشغيل وكما مبين في الاشكال البيانية المتعلقة بطول التشغيل للوحتين المتقدم ذكرها فضلا عن حساب قيم متوسط طول التشغيل (ARL) للوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى للكشف عن الانحراف المتزايد في المتوسط (μ) ، حيث ان ARL يمثل العدد المتوقع من العينات المسحوبة لغاية ورود مايشير الى أن العملية الانتاجية قد اصبحت خارج السيطرة. اذ يكون هذا العدد المتوقع كبيراً حين تكون العملية الانتاجية تحت السيطرة الإحصائية و يكون صغيراً عندما تحيد هذه العملية عن مسارها الطبيعي أي تكون خارج السيطرة الاحصائي.

4.1 لوحة الـ \bar{X}

لغرض تكوين لوحة الـ \bar{X} من الجانب الاعلى للكشف عن الانحراف في متوسط العملية الانتاجية (μ) بوجود الانحرافات في σ (التوزيع الطبيعي)، فقد تم رسم قيم احصاءة \bar{X}_N^+ لتيار الدورة القصيرة للبطارية 3G فقد حسبت وفق الصيغة (1)، وعندما تكون $\gamma_s = 1.5$ و $n=5$ و $N=30$. ثم حسبت قيمة حد السيطرة الاعلى للوحة الـ \bar{X} وفق الصيغة (2) اذ تكون مساوية لـ $UCL_s = 5.1708$ وان قيمة الحد المركزي مساوية لـ $\mu_0 = 4.5$ وان $(\sigma_0 = 1)$ ، وكما مبين في الملحق- الشكل (a) لوحة الـ \bar{X} لتيار الدورة القصيرة للبطارية 3G ونلاحظ منها بان العملية الانتاجية تكون خارج السيطرة عند العينة رقم (7). ولتطبيق الخصائص التصادفية المتقدم ذكرها في الجانب النظري لتلك اللوحة لمراقبة وضبط جودة الانتاج، فقد تم حساب القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل وفقاً للصيغة (3) ولعدة قيم مقترضة للتغير في متوسط العملية (δ) ، للتغير في الانحراف المعياري العملية (θ) ولثابت حد السيطرة (γ_s) ووفقاً للحالات الآتية:

• عندما تكون القيم المقترضة لـ $\gamma_s = 1.5$ ، $\theta = 1.2$ ، ولقيم $\delta = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$. وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (1)، ونلاحظ منها تناقص القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ) ، اذ نلاحظ عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية

الانتاجية مساوية لـ $\delta = 2.0$ فان القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل تقترب من الصفر وتكون مساوية للصفر عندما تكون $S = 9$. وكما مبين بيانيا في الشكل (1) في الملحق .

جدول (1) يبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $RL_s(\delta, \theta)$ لبعض من قيم s ولقيم δ المفترضة*.

s	$\theta = 1.2, \gamma_s = 1.5$									
	1	2	3	4	5	6	7	9	13	23
0.0	0.8944	0.7999	0.7154	0.6398	0.5722	0.5117	0.4577	0.3661	0.2342	0.0767
0.5	0.7977	0.6363	0.5075	0.4049	0.3229	0.2576	0.2055	0.1307	0.0529	0.0055
1.0	0.6615	0.4376	0.2895	0.1915	0.0838	0.0554	0.0554	0.0243	0.0046	
1.5	0.5000	0.2500	0.1250	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078	0.0020	0.0001	
2.0	0.3385	0.1146	0.0388	0.0131	0.0044	0.0015	0.0005			

*الخلية الفارغة تكون فيها قيمة دالة البقاء مساوية لاربعة اصفار بعد الفارزة اي (0.0000).

- عندما تكون القيم المفترضة لـ $\delta = 0.5, \gamma_s = 1.5$ ولقيم $\theta = 1.0, 1.2, 1.5$. وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (2)، ونلاحظ منها استمرار تناقص القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) بصورة ضئيلة، بكلام اخر ان زيادة التغير في الانحراف المعياري العملية (θ) لا يعطي مؤشرا سريع في الكشف عن الانحراف في متوسط العملية. انظر الشكل (2) في الملحق.
- عندما تكون القيم المفترضة لـ $\delta = \gamma_s = 1.5$ ولقيم $\theta = 1.0, 1.2, 1.5$. فقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (2)، ونلاحظ منها ثبات القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) وتقترب القيمة الاحتمالية لدالة البقاء من الصفر عندما يكون طول التشغيل عند القيمة $S = 13$ ، وتكون القيمة الاحتمالية لدالة البقاء مساوية لـ 0.0000 عند القيمة $S = 23$ ، اذ يكون طول التشغيل في هذه الحالة متغير عشوائي يتبع التوزيع الهندسي بالمعلمة $p = 0.5$ ، وكما مبين في الشكل (3) في الملحق.
- عندما تكون القيم المفترضة لـ $\delta = 2$ و $\gamma_s = 1.5$ ولقيم $\theta = 1.0, 1.2, 1.5$. فقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (2)، ونلاحظ منها تزايد القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ)، الا انه زيادة التغير في الانحراف المعياري العملية (θ) يعطي قيمة احتمالية لدالة البقاء اكبر من الصفر قليلا عندما تكون $S = 9$ في حين تكون القيمة الاحتمالية لدالة البقاء مساوية للصفر عندما تكون $S = 8$ وكما مبين في الشكل (4) في الملحق. نلاحظ احتمال ان يتجاوز متوسط العينة حد السيطرة الاعلى يكون مساوي لـ 0.691 وهو اكبر من 0.5، اي ان متوسط العينة يكون مسؤول عن ظهور اشارة الخروج عن السيطرة.
- اما الخاصية التصادفية المتعلقة بطول التشغيل للاشارة زائفة، فقد حسبت القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل للوحة الـ \bar{X} وفقا للصيغة (3) عندما تكون القيمة المفترضة للتغير في متوسط العملية مساوية للصفر ($\delta = 0$)، والقيمة المفترضة للتغير في الانحراف المعياري العملية ($\theta = 1.0, 1.2, 1.5$) ولقيمة ثابت حد السيطرة ($\gamma_s = 1.25$)، وقد لخصت النتائج في الجدول (3). ونلاحظ منه تناقص القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ). اذ يكون التغير في قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية مسؤول عن اشارة لوجود خلل في متوسط العملية الانتاجية.

جدول (2) يبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل (δ, θ) لـ RL_s لبعض من قيم S ولقيم θ المفترضة*.

s θ	$\delta = 0.5, \gamma_s = 1.5$									
	1	2	3	4	5	6	7	9	13	23
1.0	0.8413	0.7079	0.5956	0.5011	0.4216	0.3547	0.2984	0.2112	0.1058	0.0188
1.2	0.7977	0.6363	0.5075	0.4049	0.3229	0.2576	0.2055	0.1307	0.0529	0.0055
1.5	0.7475	0.5588	0.4177	0.3122	0.2334	0.1745	0.1304	0.0729	0.0228	0.0012
s θ	$\delta = \gamma_s = 1.5$									
	1	2	3	4	5	6	7	9	13	23
1.0	0.5000	0.2500	0.1250	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078	0.0020	0.0001	
1.2	0.5000	0.2500	0.1250	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078	0.0020	0.0001	
1.5	0.5000	0.2500	0.1250	0.0625	0.0313	0.0156	0.0078	0.0020	0.0001	

تابع لجدول (2)

s θ	$\delta = 2, \gamma_s = 1.5$									
	1	2	3	4	5	6	7	9	13	23
1.0	0.3085	0.0952	0.0294	0.0091	0.0028	0.0009	0.0003	0.0000		
1.2	0.3385	0.1146	0.0388	0.0131	0.0044	0.0015	0.0005	0.0000		
1.5	0.3694	0.1365	0.0504	0.0186	0.0069	0.0025	0.0009	0.0001		

*الخلية الفارغة تكون فيها القيمة الاحتمالية لدالة البقاء مساوية لاربعة اصفار بعد الفارزة

اي (0.0000).

جدول (3) يبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $(0, \theta)$ لـ RL_s لبعض من قيم S ولقيم θ المفترضة*.

s θ	$\delta = 0.0, \gamma_s = 1.25$									
	1	2	3	4	5	6	7	9	13	23
1.0	0.894	0.800	0.715	0.640	0.572	0.512	0.458	0.366	0.234	0.077
1.2	0.851	0.725	0.617	0.525	0.447	0.380	0.324	0.235	0.123	0.025
1.5	0.798	0.636	0.508	0.405	0.323	0.258	0.205	0.131	0.053	0.006

4.2 لوحة الـ EWMA

لغرض تكوين لوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى لـ μ بوجود الانحرافات في σ (عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي)، فقد تم رسم قيم احصاءة W_N لتيار الدورة القصيرة للبطارية 3G المحتسبة وفق الصيغة (9)، اذ ان $W_0 = \mu_0 = 4.5$ وتكون مساوية لقيمة الحد المركزي او حد السيطرة الادنى). وعندما تكون قيمة معلمة التنعيم مساوية لـ $\lambda = 0.05$ وقيمة ثابت حد السيطرة مساوية لـ $n = 5$ و $\gamma_E = 1.5$ الذي يمثل حجم العينة المسحوبة على اوقات منتظمة على التوالي عددها $N = 30$. وان قيمة حد السيطرة الاعلى (UCL_E) للوحة الـ EWMA المحتسب وفق الصيغة (10) تكون مساوية لـ $UCL_E = 4.6074$ ، وكما مبين في الملحق- الشكل (b) الذي يبين لوحة الـ EWMA لتيار الدورة القصيرة للبطارية 3G، اذ نلاحظ منه ان العملية الانتاجية تكون خارج السيطرة عند العينات رقم (26 و 28 و 29 و 30). ولتطبيق الخصائص التصادفية المتقدم ذكرها في الجانب النظري لتلك الوحة لمراقبة وضبط جودة الانتاج لمتوسط تيار الدورة القصيرة للبطارية 3G، فقد تم حساب القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $(RL_E^\alpha(\delta, \theta))$ وفقا للصيغة (16) ولعدة قيم مفترضة للتغير في متوسط العملية (δ) ولقيمة

التغير في الانحراف المعياري العملية (θ) وقيمة ثابت حد السيطرة (γ_S) وقيمة معلمة التنعيم $\lambda = 0.05$ وعندما يكون العدد المفترض للحالات تحت السيطرة المستخدمة في أسلوب سلسلة ماركوف مساوي لـ $X=49$ ، وكذلك قيم $ARL_E^{\alpha}(\delta, \theta)$ المحتسبة وفق الصيغة (15) ووفقا لميائاتي:

- عندما تكون القيم المفترضة لـ $\gamma_E = 2$ و $\theta = 1.2$ ولقيم $\delta = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$. فقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (4)، ونلاحظ منها تناقص القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $RL_E^0(\delta, 1.2)$ (في حالة عدم تبني قيمة بداية اخرى للوحة السيطرة الـ EWMA (اي ان $\alpha = 0$)) بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ) أي احتمال فحص عينات اكثر يتناقص بزيادة التغير في متوسط العملية الانتاجية وان طول التشغيل يكون قصير بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية δ . والشئ نفسه لقيم متوسط طول التشغيل في حالة عدم تبني قيمة بداية اخرى $ARL_E^0(\delta, 1.2)$ أذ ان معدل عدد العينات التي يتم معاينتها لحين الكشف عن تغير في متوسط العملية يتناقص بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ)، اي يجب البدء بالبحث عن الخلل في متوسط العملية الانتاجية. وكما مبين في الشكل (5) في الملحق الذي يمثل الرسم ثلاثي الابعاد لنفس التوليفات المتقدم ذكرها ولقيم التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ) في المدى (0-2)، وفي حالة عدم تبني قيمة بداية اخرى للوحة السيطرة ($\alpha = 0$)، الذي يبين السلوك التصادفي لطول التشغيل والذي يكون متغير عشوائي.

جدول (4) يبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $RL_E^0(\delta, 1.2)$ لبعض من قيم S لقيمة $ARL_E^0(\delta, 1.2)$ عندما تكون $\lambda = 0.05$ ، $\gamma_E = 2$ ، ولكل قيم δ المفترضة و $X=49$.

δ	$ARL_E^0(\delta, 1.2)$	$S = [ARL_E^0(\delta, 1.2)]$									
		1	3	4	5	7	9	13	24	69	458
0.0	78.624	1.000	0.999	0.997	0.993	0.980	0.962	0.918	0.790	0.419	0.002
0.5	16.564	1.000	0.993	0.975	0.943	0.846	0.731	0.516	0.176	0.002	
1.0	8.374	1.000	0.960	0.873	0.748	0.484	0.284	0.086	0.003		
1.5	5.374	1.000	0.850	0.623	0.402	0.133	0.038	0.003			
2.0	4.043	1.000	0.624	0.304	0.121	0.014	0.001				

*الخلية الفارغة تكون فيها القيمة الاحتمالية لدالة البقاء مساوية لثلاثة اصفار بعد الفارزة اي (0.000) عند التقريب المرتبة اربعة الى الثالثة.

- عندما تكون القيم المفترضة لـ $\gamma_E = 2$ و $\theta = 1.2$ وعندما يكون متوسط العملية الانتاجية عند مستوى النوعية المقبول ($\delta = 0.0$) ولعدة قيم لبدايات اخرى مختارة لنفس اللوحة عندما تكون $\alpha = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$. وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (5)، ونلاحظ منها تناقص القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل ($RL_E^{\alpha}(0.0, 1.2)$) بزيادة القيمة المتبناة ((في حالة تبني قيمة بداية اخرى (α) للوحة السيطرة)، اي ان تبني قيمة بداية للوحة السيطرة يعجل في الكشف عن الانحرافات في متوسط العملية الانتاجية، وكما مبين في الشكل (6) في الملحق الذي يبين منحنيات طول التشغيل لاول ثلاثة قيم لـ α .

جدول (5) يبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $(RL_E^\alpha(0.0, 1.2))$ لبعض من قيم S لقيمة $ARL_E^\alpha(0.0, 1.2)$ عندما تكون $\lambda = 0.05$ ، $\gamma_E = 2$ ، ولكل قيم α المختارة و $X=49$.

α	$RL_E^\alpha(0.0, 1.2)$	$s = [ARL_E^\alpha(0.0, 1.2)]$									
		1	3	4	5	7	9	13	24	69	458
0.0	78.624	1.000	0.999	0.997	0.993	0.980	0.962	0.918	0.790	0.419	0.002
0.2	76.197	1.000	0.996	0.989	0.981	0.960	0.937	0.889	0.763	0.405	0.002
0.4	71.229	0.999	0.979	0.962	0.945	0.912	0.883	0.830	0.709	0.376	0.002
0.6	62.484	0.988	0.917	0.885	0.858	0.813	0.779	0.725	0.616	0.327	0.001
0.8	47.731	0.891	0.746	0.704	0.673	0.627	0.595	0.549	0.464	0.246	0.001

- عندما تكون القيم المفترضة لـ $\gamma_E = 1$ و $\alpha = 0.0$ ، أذ تم حساب قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية الدنيا (δ_L) بالاعتماد على معلمات لوحة الـ EWMA ووفق الصيغة (20) وتكون مساوية لـ $\delta_L = -1.4572 = \delta$ ، وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (6)، ونلاحظ منها تناقص القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل ومتوسطه بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ).
- عندما تكون القيم المفترضة لـ $\gamma_E = 0.2$ و $\alpha = 0.0$ ، فقد تم حساب قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية العليا (δ_U) بالاعتماد على معلمات لوحة الـ EWMA ووفق الصيغة (21) وتكون مساوية لـ $\delta_U = 0.63443 = \delta$ ، وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (7)، ونلاحظ منها تزايد القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل ومتوسطه بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية (θ)، وان كان هذا التزايد بطيء جداً.

جدول (6) يبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $(RL_E^0(-1.4572, \theta))$ لبعض من قيم S لقيمة $ARL_E^0(-1.4572, \theta)$ عندما تكون $\lambda = 0.05$ ، $\gamma_E = 1$ ، ولكل قيم θ المفترضة و $X=49$.

θ	$RL_E^0(-1.4572, \theta)$	$s = [ARL_E^0(-1.4572, \theta)]$ ، ($\delta = \delta_L$)									
		1	3	4	5	7	9	13	24	69	458
1.0	85037.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.995
1.1	14849.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.995	0.970
1.2	3946.100	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998	0.997	0.994	0.983	0.891
1.3	1412.300	1.000	0.999	0.998	0.997	0.996	0.994	0.992	0.984	0.953	0.723
1.4	627.430	1.000	0.997	0.995	0.994	0.991	0.987	0.981	0.964	0.897	0.482
1.5	327.210	0.999	0.994	0.991	0.988	0.982	0.976	0.964	0.932	0.812	0.246
1.6	192.570	0.998	0.989	0.984	0.979	0.969	0.959	0.939	0.886	0.700	0.092
1.7	124.310	0.997	0.983	0.975	0.967	0.951	0.936	0.906	0.828	0.575	0.024
1.8	86.227	0.995	0.974	0.963	0.951	0.930	0.908	0.866	0.761	0.448	0.005
1.9	63.283	0.993	0.964	0.949	0.934	0.904	0.875	0.821	0.687	0.333	0.001
2.0	48.580	0.990	0.952	0.932	0.913	0.875	0.839	0.771	0.611	0.237	

*الخلية الفارغة تكون فيها القيمة الاحتمالية لدالة البقاء مساوية لثلاثة اصفار بعد الفارزة اي (0.000) عند التقريب المرتبة اربعة الى الثالثة.

- وبهدف معرفة تأثير التغير في قيمة المتوسط والانحراف المعياري (δ, θ) للعملية الانتاجية على عدد العينات المتوقع لحين الكشف عن خلل في العملية الانتاجية، اي قيم متوسط طول التشغيل (δ, θ) ARL_E^α فقد تم حساب قيم ARL_E^α لعدة قيم مفترضة لمعلمة التنعيم $\lambda = 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ، عندما تكون قيمة ثابت حد السيطرة مساوية لـ

$\gamma_E = 2$ ، وبافتراض ان قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية مساوي لـ $\theta = 1.0, 1.2, 1.5$ وقيمة التغير في الانحراف لمتوسط العملية مساوي لـ $\delta = 0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.5$ ، وبافتراض ان عدد الحالات تحت السيطرة المستخدمة في اسلوب سلسلة ماركوف تساوي $X=99$. وقد اختيرت عدة قيم لبدابات اخرى لنفس اللوحة $\alpha = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ فضلا عن الحالة التي لم يتم فيها تبني قيمة بداية اخرى للوحة ($\alpha = 0.0$). وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (8)، ونلاحظ منه بان قيم $ARL_E^\alpha(\delta, \theta)$

- تتناقص بزيادة قيمة α (عند تبني قيمة بداية اخرى للوحة) بثبات القيم لـ θ و λ و δ .
- تتناقص تصادفيا بزيادة قيمة المتوسط (μ)، أي التغير في قيمة متوسط العملية الانتاجية (δ) بثبات القيم لـ θ و λ و α . وبذلك تزداد امكانية اللوحة لكشف عن الانحراف المتزايد في قيمة المتوسط (μ)، كلما تزداد قيمة التغير في المتوسط للعملية تحت السيطرة (δ). بكلام اخر ان التغير في قيمة متوسط العملية الانتاجية يكون مسؤول عن الاشارة لوجود خلل في العملية الانتاجية.
- تتناقص تصادفيا بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) بثبات القيم لـ λ و α و δ للاشارة بان العملية الانتاجية تكون خارج السيطرة.
- تتناقص بزيادة قيمة معلمة التنعيم (λ) بثبات القيم لـ θ و α و δ .
- تزداد بزيادة قيمة عدد الحالات المفترضة لأسلوب سلسلة ماركوف (X) وان كانت هذه الزيادة ضئيلة. اذ كما نلاحظ من الجدول (8) بان قيم $ARL_E^\alpha(0.0, 1.2)$ تكون أكبر قليلا عندما تكون قيمة معلمة التنعيم $\lambda = 0.05$ وقيمة ثابت حد السيطرة $\gamma_E = 2$ وعدد الحالات تحت السيطرة و المستخدمة في اسلوب سلسلة ماركوف $X=99$ ، ولكل قيم البداية المتبناة للوحة (α) مقارنة مع قيم $ARL_E^\alpha(0.0, 1.2)$ المبينة في الجدول (5) وبافتراض ان عدد الحالات تحت السيطرة $X=49$ ولنفس القيم لـ λ و γ_E . وبذلك يمكن القول بان معدل عدد العينات التي يتم معاينتها لحين الكشف عن خلل (أشارة الخروج عن السيطرة) يتأثر بعدد الحالات تحت السيطرة (X) المستخدمة في اسلوب لسلسلة ماركوف.
- نستنتج مما تقدم ذكره ان زيادة قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ) يزيد من حساسية اللوحة للكشف عن الزيادة في قيمة متوسط العملية (μ) اذ كلما يكون هذا التغير كبير يتناقص معدل عدد العينات ($ARL_E^\alpha(\delta, \theta)$) المفحوصة للاشارة الى وجود خلل في العملية الانتاجية والبدء بالبحث عن اسباب الخروج عن السيطرة عندما تكون العملية الانتاجية في مبدئها. في حين يؤدي تزايد قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) الى تناقص ضئيل في قيم $ARL_E^\alpha(\delta, \theta)$ ، أي ان زيادة قيمة متوسط العملية الانتاجية (μ) تكون مسؤولة عن اشارة الخروج عن السيطرة.

جدول (7) يبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $(RL_E^0(0.63443, \theta))$ لبعض من قيم S لقيمة $(ARL_E^0(0.63443, \theta))$ عندما تكون $\lambda = 0.05$ ، $\gamma_E = 0.2$ ، ولكل قيم θ المفترضة و $X=49$.

θ	$ARL_E^0(0.63443, \theta)$	$s = [ARL_E^0(0.63443, \theta)]$, ($\delta = \delta_U$)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.0	1.895	0.500	0.221	0.097	0.043	0.019	0.008	0.003	0.002	0.001	0.000
1.1	1.911	0.500	0.226	0.102	0.046	0.021	0.009	0.004	0.002	0.001	0.000
1.2	1.924	0.500	0.230	0.105	0.048	0.022	0.010	0.005	0.002	0.001	0.000
1.3	1.934	0.500	0.233	0.108	0.050	0.023	0.011	0.005	0.002	0.001	0.000
1.4	1.942	0.500	0.235	0.110	0.0520	0.024	0.011	0.005	0.002	0.001	0.001
1.5	1.945	0.500	0.237	0.112	0.053	0.025	0.012	0.006	0.003	0.001	0.001
1.6	1.955	0.500	0.238	0.114	0.054	0.026	0.012	0.006	0.003	0.001	0.001
1.7	1.960	0.500	0.240	0.115	0.055	0.026	0.013	0.006	0.003	0.001	0.001
1.8	1.964	0.500	0.241	0.116	0.056	0.027	0.013	0.006	0.003	0.001	0.001
1.9	1.968	0.500	0.242	0.117	0.056	0.027	0.013	0.006	0.003	0.001	0.001
2.0	1.971	0.500	0.242	0.118	0.057	0.028	0.013	0.006	0.003	0.001	0.001

جدول (8) يبين قيم $ARL_E^\alpha(\delta, \theta)$ عندما تكون قيمة ثابت حد السيطرة مساوية لـ $\gamma_E = 2$ ، ولكل قيم البداية المتبناة (α) المختارة وعدد الحالات تحت السيطرة $X=99$.

λ		$\delta = 0.0$						$\delta = 0.25$					
θ	α	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
1.0	0.0	149.00	91.08	70.40	59.72	53.12	48.80	38.15	29.80	26.08	23.96	22.60	21.68
	0.2	146.26	89.18	68.99	58.57	52.21	47.95	35.81	28.33	24.97	23.04	21.91	20.99
	0.4	139.13	85.34	66.30	56.48	50.51	46.52	31.83	25.90	23.16	21.58	20.59	19.25
	0.6	125.42	78.13	61.38	52.80	47.62	44.21	26.13	22.45	20.42	19.39	18.79	18.44
	0.8	98.95	64.87	52.84	46.72	43.06	40.68	18.21	16.97	16.48	16.30	16.29	16.39
1.2	0.0	79.30	48.17	37.05	31.23	27.62	25.17	30.75	22.39	18.79	16.73	15.38	14.44
	0.2	76.87	46.69	35.94	30.32	26.85	24.50	28.83	21.18	17.87	15.97	14.73	13.87
	0.4	71.92	43.98	34.02	28.83	25.64	23.49	25.61	19.25	16.44	14.83	13.79	13.07
	0.6	63.21	39.38	30.90	26.52	23.84	22.06	21.01	16.44	14.40	13.24	12.51	12.02
	0.8	48.51	32.12	26.25	23.21	21.36	20.13	14.79	12.65	11.70	11.19	10.88	10.71
1.5	0.0	43.27	26.52	20.45	17.24	15.24	13.88	23.33	16.15	13.18	11.51	10.42	9.67
	0.2	41.51	25.42	19.62	16.56	14.66	13.38	21.84	15.2	12.45	10.91	9.92	9.23
	0.4	38.24	23.60	18.32	15.56	13.86	12.72	19.42	13.76	11.40	10.08	9.24	8.67
	0.6	32.95	20.81	16.46	14.19	12.80	11.88	15.98	11.76	10.00	9.02	8.40	7.99
	0.8	25.07	16.97	14.01	12.45	11.49	10.86	11.53	9.26	8.30	7.76	7.42	7.19

تابع لجدول (8)

λ		$\delta = 0.50$						$\delta = 0.75$					
θ	α	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
1.0	0.0	17.87	14.46	13.04	12.26	11.79	11.51	11.29	9.02	8.09	7.60	7.30	7.13
	0.2	16.08	13.30	12.14	11.51	11.15	10.93	9.87	8.07	7.35	6.98	6.76	6.65
	0.4	13.56	11.64	10.86	10.45	10.24	10.15	8.11	6.87	6.40	6.17	6.07	6.03
	0.6	10.49	9.48	9.15	9.04	9.04	9.11	6.12	5.43	5.22	5.18	5.21	5.29
	0.8	6.85	6.82	7.02	7.27	7.55	7.84	3.92	3.80	3.90	4.06	4.24	4.44
1.2	0.0	16.63	12.86	11.19	10.22	9.58	9.13	11.00	8.61	7.57	6.97	6.58	6.31
	0.2	15.08	11.85	10.42	9.58	9.03	8.65	9.73	7.76	6.91	6.42	6.10	5.89
	0.4	12.84	10.42	9.33	8.69	8.28	8.01	8.07	6.66	6.05	5.71	5.50	5.36
	0.6	10.04	8.56	7.90	7.55	7.34	7.22	6.16	5.33	5.01	4.85	4.78	4.75
	0.8	6.73	6.32	6.21	6.20	6.23	6.29	4.05	3.86	3.86	3.92	3.99	4.08
1.5	0.0	14.73	10.86	9.17	8.18	7.53	7.07	10.43	7.91	6.80	6.15	5.71	5.40
	0.2	13.46	10.03	8.53	7.65	7.08	6.68	9.33	7.19	6.24	5.68	5.31	5.05
	0.4	11.60	8.88	7.66	6.96	6.51	6.20	7.86	6.24	5.52	5.10	4.82	4.64
	0.6	9.22	7.39	6.58	6.12	5.83	5.64	6.11	5.10	4.66	4.42	4.27	4.18
	0.8	6.42	5.68	5.36	5.18	5.08	5.02	4.19	3.86	3.75	3.70	3.69	3.69
λ		$\delta = 1.0$						$\delta = 1.5$					
θ	α	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
1.0	0.0	8.22	6.48	5.76	5.36	5.12	4.97	5.36	4.16	3.65	3.36	3.16	3.03
	0.2	7.07	5.70	5.14	4.84	4.66	4.56	4.54	3.60	3.20	2.97	2.82	2.72
	0.4	5.74	4.77	4.39	4.2	4.11	4.07	3.66	2.98	2.68	2.52	2.43	2.38
	0.6	4.30	3.71	3.52	3.47	3.47	3.51	2.74	2.29	2.13	2.06	2.03	2.03
	0.8	2.75	2.59	2.62	2.69	2.80	2.91	1.78	1.64	1.62	1.64	1.67	1.71
1.2	0.0	8.17	6.38	5.61	5.17	4.88	4.68	5.39	4.19	3.67	3.36	3.16	3.02
	0.2	7.09	5.66	5.04	4.69	4.47	4.31	4.60	3.65	3.23	2.99	2.83	2.73
	0.4	5.81	4.78	4.34	4.11	3.97	3.88	3.73	3.03	2.74	2.57	2.48	2.42
	0.6	4.39	3.77	3.54	3.45	3.41	3.40	2.81	2.37	2.21	2.14	2.11	2.11
	0.8	2.88	2.72	2.72	2.77	2.83	2.90	1.88	1.75	1.74	1.75	1.78	1.81
1.5	0.0	7.98	6.14	5.32	4.84	4.51	4.28	5.41	4.19	3.65	3.33	3.12	2.97
	0.2	7.03	5.50	4.82	4.42	4.16	3.97	4.67	3.69	3.25	3.00	2.83	2.72
	0.4	5.84	4.71	4.21	3.92	3.74	3.62	3.83	3.10	2.80	2.62	2.52	2.45
	0.6	4.48	3.80	3.52	3.37	3.29	3.24	2.91	2.48	2.32	2.25	2.20	2.19
	0.8	3.07	2.87	2.82	2.81	2.83	2.85	2.03	1.91	1.89	1.89	1.91	1.93

اما طول التشغيل لإشارة زائفة للوحة الـ EWMA فان القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل $(RL_E^\alpha(0.0,1.2))$ لبعض من قيم S لقيمة $ARL_E^\alpha(0.0,1.2)$ عندما تكون القيم المفترضة لـ $\lambda = 0.05$ و $\gamma_E = 2$ وعدد الحالات تحت السيطرة $X=49$ وحسب قيم α المختارة. المبينة في الجدول (5). أذ نلاحظ منه تناقص القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل بزيادة قيمة α . ان قيم ARL تتناقص بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) اي الإشارة الى وجود خلل في العملية الانتاجية عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية مساوي للصفر (عندما يكون متوسط العملية تحت السيطرة ($\delta = 0$)) و قيمة ثابت حد السيطرة $\gamma_E = 2$ ولكل القيم المتبناة (α) للوحة ولقيم معلمة التنعيم (λ) المفترضة والمبين في الجدول (8). وبذلك فان زيادة التغير في قيمة الانحراف المعياري للعملية (θ) تكون مسؤولة عن إشارة الخروج عن السيطرة (أشارة زائفة) نتيجة لدمج تأثير التغير في قيمة المتوسط والانحراف المعياري للعملية بلوحة واحدة، مما يعطي مؤشرا زائفا للخروج متوسط العملية عن السيطرة الاحصائية.

5.5. الأستنتاجات

يمكن تلخيص أهم الأستنتاجات التي تم التوصل اليها من خلال هذا البحث للوحات الـ \bar{X} الـ EWMA هي كالآتي :

اولا : للوحات الـ \bar{X}

ان طول التشغيل لهذه اللوحة يتأثر بزيادة التغير في متوسط العملية الانتاجية والانحراف المعياري لها وبقيمة ثابت حد السيطرة. وبشكل عام نلاحظ بأن القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل (RL)

- تتناقص بزيادة التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ) بثبات قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ).
- تتناقص بزيادة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) بثبات قيمة متوسط العملية الانتاجية (δ) مما يعطي مؤشر لخروج متوسط العملية الانتاجية عن السيطرة.
- تتناقص بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ) اي الاشارة الى وجود خلل في العملية الانتاجية على الرغم من قيمة التغير في متوسط العملية الانتاجية تكون مساوي للصفر ($\delta = 0$). وبذلك فان زيادة التغير في قيمة θ تكون مسؤولة عن اشارة الخروج عن السيطرة الاحصائية (اشارة زائفة).

ثانيا : لوحات الـ EWMA

ان تبني قيمة بداية اللوحة السيطرة لوحات الـ EWMA يزيد من حساسية اللوحة للكشف عن الانحرافات الصغيرة في متوسط العملية الانتاجية بوجود الانحراف المعياري للعملية الانتاجية، اي الاشارة للخروج متوسط العملية الانتاجية عن السيطرة الاحصائية. وان دمج تأثير التغير في المتوسط والانحراف المعياري بلوحة واحدة يعطي مؤشر زائف للبدء بالبحث عن الخلل في متوسط العملية الانتاجية. وبشكل عام نلاحظ بان قيم ARL و RL

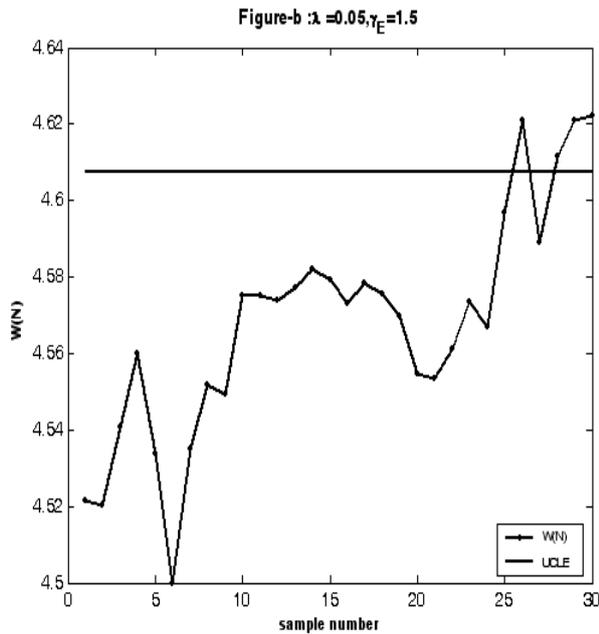
- تتناقص بزيادة التغير في متوسط العملية الانتاجية (δ) وثبات القيم لـ θ و λ و γ_E وعدد الحالات تحت السيطرة (X)، اذ يرافقها منحنيات قصيرة لطول التشغيل (القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل)، لحالة الصفر (عدم تبني قيمة بداية اخرى لنفس اللوحة ($\alpha = 0$)).
 - تتناقص عندما يكون متوسط العملية الانتاجية عند مستوى النوعية المقبول اي ($\delta = 0$)، اذ يرافقها منحنيات طويلة لطول التشغيل (القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل)، بثبات القيم لـ θ و λ و γ_E في حالة تبني قيمة بداية اخرى لنفس اللوحة (α).
 - تتناقص ARL بزيادة α ، عندما تكون $\delta = 0$ ووجود انحراف في قيمة الانحراف المعياري للعملية الانتاجية مساوي لـ ($\theta = 1.2$) وثبات قيمة كل من λ و γ_E .
 - تتناقص ARL بزيادة قيمة التغير في الانحراف المعياري للعملية الانتاجية (θ)، اي الاشارة الى وجود خلل في العملية الانتاجية على الرغم من التغير في قيمة متوسط العملية الانتاجية تكون مساوية للصفر ($\delta = 0$) وبثبات قيمة ثابت حد السيطرة γ_E ولكل القيم لـ α و λ وعدد الحالات (X) المفترضة. وبذلك فان زيادة التغير في θ تكون مسؤولة عن اشارة الخروج عن السيطرة (حصول اشارة زائفة).
- واخيرا يمكن تعميم النتائج المدونة في الجداول (1-8) لمراقبة وضبط جودة الانتاج لاية عملية انتاجية تحت السيطرة ولاية قيمة للمتوسط والانحراف المعياري للعملية الانتاجية تحت السيطرة من خلال اعتماد الخصائص التصافية للوحتين المتقدم ذكرها.

المصادر

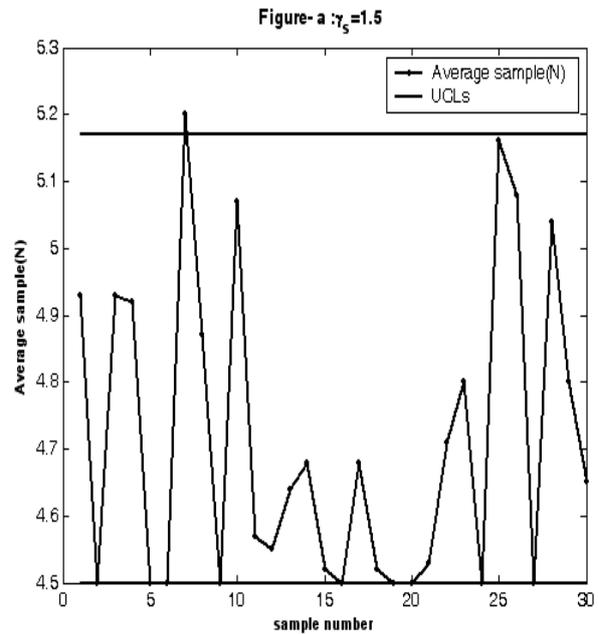
1. العبيدي، جنان عباس ناصر، (2008)، "خاصيتين تصادفيتين للوحات سيطرة الـ EWMA من جانب واحد"، بحث مقبول للنشر في مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية بموجب الكتاب ذي العدد 1025 بتاريخ 2008/5/02.
2. Cabral Morais, M.and Pacheco, A. (1998). " Two stochastic properties of one sided-Exponentiallyweighted Moving Average control charts," Communications in Statistics- Simulation and Computation, 27,937-952.
3. Cabral Morais, M.and Pacheco, A. (2000a). "On the performance of ombined EWMA schemes for μ and σ : a Markovian approach," Communications in Statistics- Simulation and Computation, 29(1), 153-174.
4. Cabral Morais, M.and Pacheco, A. (2000b). "Some stochastic properties of one sided \bar{X} and EWMA charts for μ in the presence of shifts in σ ," Technical Report 38/2000, Instituto Superior Técnico, Mathematics Department, Lisbon, Portugal.
5. Cabral Morais, M.and Pacheco, A. (2001a). "Some stochastic properties of upper one- sided \bar{X} and EWMA charts for μ in the presence of shifts in σ ," Sequential Analysis 20(1/2), 1-12.
6. Montgomery, D .C. (1991). Introduction to statistical Quality control , Second Edition, John wiley and Sons, New York.
7. Weitherill, C.B. (1977). "Sampling Inspection and Quality control". 2nd edn. , Chapman and Hall, London, New York.

الملحق

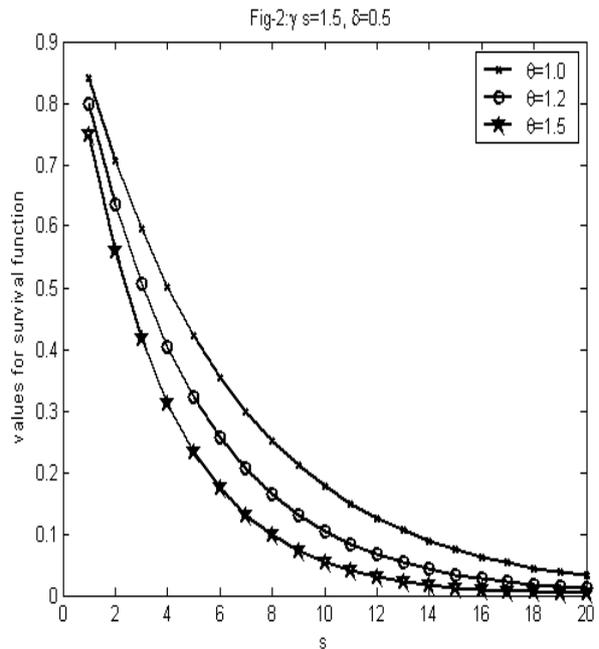
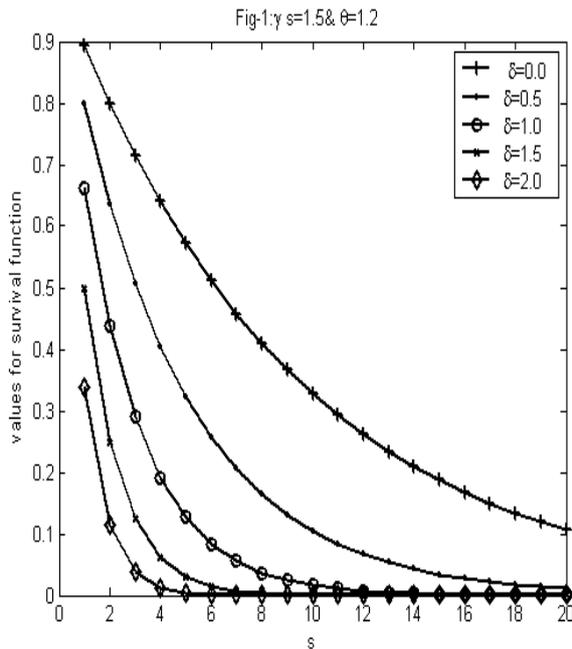
الشكل (b) يبين لوحة الـ EWMA لمتوسط تيار الدورة القصيرة للبطارية 3G

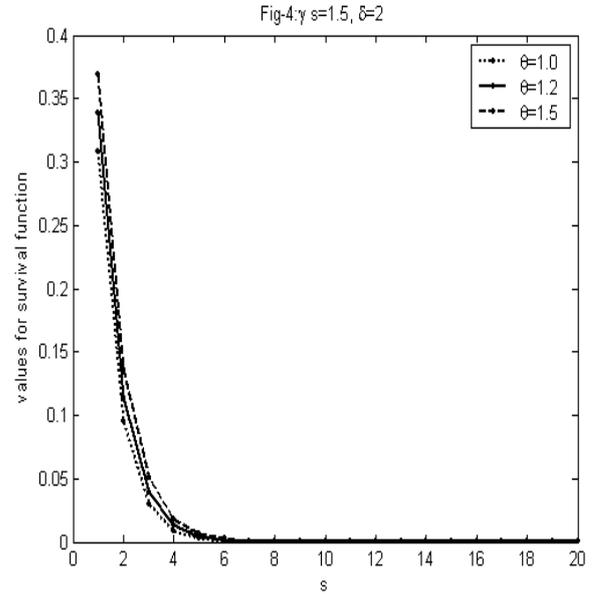
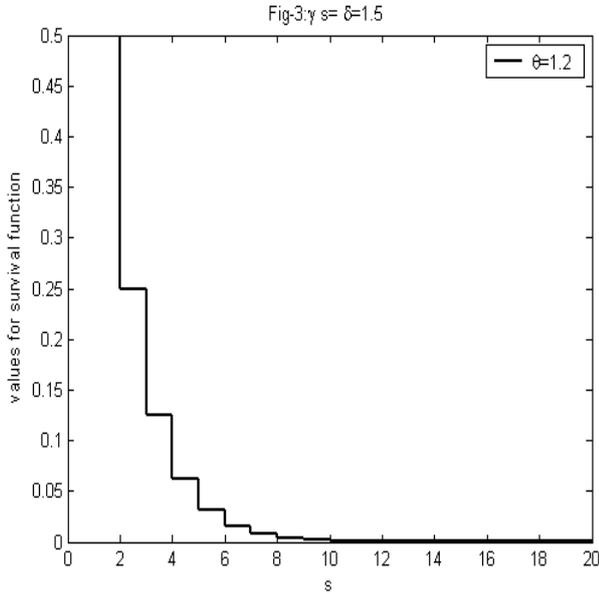


الشكل (a) يبين لوحة \bar{X} - لمتوسط تيار الدورة القصيرة للبطارية 3G.



الاشكال (1,2,3,4) تبين القيم الاحتمالية لدالة البقاء لطول التشغيل للوحات \bar{X} .-





الشكل (5) الرسم 3D للقيم الاحتمالية التشغيل (RL⁰_E(δ,θ)) للوحات الـ

الشكل (6) يبين منحنيات القيم الاحتمالية لدالة البقاء لدالة البقاء لطول التشغيل (RL^α_E(δ,θ)) للوحات الـ EWMA وفقا لقيم α المختارة.

