مجلة فصلية محكمة تختص بالعلوم الطبيعية والهندسية

تصدر عن
العتبة العباسية المقدسة
مركز العميد الدولي للبحوث والدراسات

مجازة من
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي معتمدة لأغراض الترقية العلمية

السنة الثالثة، المجلد الخامس، العددان التاسع والعاشر
رمضان ١٤٣٨ هـ، حزيران ٢٠١٧ م

الترقيم الدولي

ردمد: ٥٧٢١ – ٢٣١٢

ردمد الالكتروني ٠٠٨٣ – ٢٣١٣

رقم الايداع في دار الكتب والوثائق العراقية ١٩٩٦ لسنة ٢٠١٤

كربلاء المقدسة – جمهورية العراق

Mobile: +9647602355555
+9647719487257
http://albahir.alkafeel.net
Email: albahir@alkafeel.net

المشرف العام

السيد أحمد الصافي

رئيس التحرير

السيد ليث الموسوي

رئيس قسم الشؤون الفكرية والثقافية

الهيأة الأستشارية

أ . د . رياض طارق العميدي – جامعة بابل – كلية التربية

أ . د . كريمة مجيد زيدان – جامعة البصرة – كلية العلوم

أ . د . أحمد محمود عبد اللطيف – جامعة كربلاء – كلية العلوم

أ . د . سرحان جفات سلمان – جامعة القادسية – كلية التربية

أ . د . إيمان سمير عبد علي بهية – جامعة بابل كلية التربية للعلوم الصرفة

أ . د . فاضل اسماعيل شراد الطائي – جامعة كربلاء – كلية العلوم

أ . د . شامل هادي – جامعة اوكلاند – الولايات المتحدة الامريكية

مدير التحرير

أ . د . نورس محمد شهيد الدهان – جامعة كربلاء – كلية العلوم

سكرتير التحرير

رضوان عبد الهادي السلامي

سكرتير التحرير التنفيذي

م . م . حيدر حسين الاعرجي

هيأة التحرير

أ . د . افتخار مضر طالب الشرع – جامعة بابل – كلية التربية للعلوم الصرفة

أ . د . وسام سمير عبد علي بهية – جامعة بابل – كلية تكنلوجيا المعلومات

أ . د . شوقي مصطفى علي الموسوي – جامعة بابل – كلية الفنون الجميلة

أ . حيدر غازي الموسوي – جامعة بابل – كلية التربية

أ . م . د . حيدر حميد محسن الحميداوي – جامعة كربلاء – كلية العلوم

Prof. Dr. Zhenmin Chen
Department of Mathematics and Statistics, Florida International University, Miami, USA.

Prof. Dr. Adrian Nicolae BRANGA
Department of Mathematics and Informatics, Lucian Blaga University of Sibiu, Romania.

Prof. Dr. Akbar Nikkhah
Department of Animal Sciences, University of Zanjan, Zanjan 313-45195Iran, Iran.

Prof. Dr. Khalil EL-HAMI
Material Sciences towards nanotechnology University of Hassan 1st, Faculty of Khouribga, Morocco, Morocco.

Prof. Dr. Wen-Xiu Ma
Department of Mathematics at University of South Florida, USA.

Prof. Dr. Mohammad Reza Allazadeh
Department of Design, Manufacture and Engineering Management, Advanced Forming Research Centre, University of Strathclyde, UK.

Prof. Dr. Norsuzailina Mohamed Sutan
Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University Malaysia Sarawak, Malaysia.

Prof. Ravindra Pogaku
Chemical and Bioprocess Engineering, Technical Director of Oil and Gas Engineering, Head of Energy Research Unit, Faculty of Engineering, University Malaysia Sabah (UMS), Malaysia.

Prof. Dr. Luc Avérous
BioTeam/ECPM-ICPEES, UMR CNRS 7515, Université de Strasbourg, 25 rue Becquerel, 67087, Strasbourg Cedex 2, France, France.

Asst. Prof Dr. Ibtisam Abbas Nasir Al-Ali
College of Science, University of Kerbala, Iraq.

Prof. Dr. Hongqing Hu
Huazhong Agricultural University, China.

Prof. Dr. Stefano Bonacci
University of Siena, Department of Environmental Sciences, Italy.

Prof. Dr. Pierre Basmaji
Scientific Director of Innovatecs, and Institute of Science and technology, Director-Brazil, Brazil.

Asst. Prof. Dr. Basil Abeid Mahdi Abid Al-Sada
College of Engineering, University of Babylon, Iraq.

Prof. Dr. Michael Koutsilieris
Experimental Physiology Laboratory, Medical School, National & Kapodistrian University of Athens. Greece.

Prof. Dr. Gopal Shankar Singh
Institute of Environment & Sustainable Development, Banaras Hindu University, Dist-Varanasi-221 005, UP, India, India.

Prof. Dr. MUTLU ÖZCAN
Dental Materials Unit (University of Zurich, Dental School, Zurich, Switzerland), Switzerland.

Prof. Dr. Devdutt Chaturvedi
Department of Applied Chemistry, Amity School of Applied Sciences, Amity University Uttar Pradesh, India.

Prof. Dr. Rafat A. Siddiqui
Food and Nutrition Science Laboratory, Agriculture Research Station, Virginia State University, USA.

Prof. Dr. Carlotta Granchi
Department of Pharmacy, Via Bonanno 33, 56126 Pisa, Italy.

Prof. Dr. Piotr Kulczycki
Technical Sciences; Polish Academy of Sciences, Systems Research Institute, Poland.

Prof. Dr. Jan Awrejcewicz
The Lodz University of Technology, Department of Automation, Biomechanics and Mechatronics, Poland, Poland.

Prof. Dr. Fu-Kwun Wang
Department of Industrial Management, National Taiwan University of Science and Technology , Taiwan.

Prof. Min-Shiang Hwang
Department of Computer Science and Information Engineering, Asia University, Taiwan, Taiwan.

Prof. Dr. Ling Bing Kong
School of Materials Science and Engineering, Nanyang Technological University Singapore Singapore.

Prof. Dr. Qualid Hamdaoui
Department of Process Engineering, Faculty of Engineering, Badji Mokhtar-Annaba University, P.O. Box 12, 23000 Annaba, Algeria, Algeria.

Prof. Dr. Abdelkader azarrouk
Mohammed First University, Faculty of Sciences, Department of Chemistry, Morocco.

Prof. Dr. Khalil El-Hami
Laboratory of Nano-sciences and Modeling, University of Hassan 1st, Morocco, Morocco.

Assist. Prof. Dr. Abdurahim Abduraxmonovich Okhunov
Department of Science in Engineering, Faculty of in Engineering, International Islamic University of Malaysia, Uzbekistan.

Dr. Selvakumar Manickam
National Advanced IPv6 Centre, University Sains Malaysia, Malaysia.

Dr. M.V. Reddy
1Department of Materials Science & Engineering, 02 Department of Physics, National University of Singapore, Singapore.

التدقيق اللغوي

أ .م. د . أمين عبيد الدليمي – جامعة بابل – كلية التربية – مقوم اللغة العربية

الإدارة المالية

عقيل عبد الحسين الياسري
ضياء محمد حسن النصراوي

الادارة التنفيذية

محمد جاسم شعلان
حسنين صباح العكيلي

الادارة الالكترونية

سامر فلاح الصافي
محمد جاسم عبد إبراهيم

التصميم والإخراج الفني

حسين علي شمران

قواعد النشر في المجلة

مثلما يرحب العميد ابو الفضل (عليه السلام) بزائريه من أطياف الإنسانية، تُرَحب مجلة الباهر بنشر البحوث العلمية على وفق الشروط الاتية:

1. ان يكون البحث في مجالات العلوم المتنوعة التي تلتزم بمنهجية البحث العلمي وخطواته المتعارف عليها عالميا ومكتوبة بإحدى اللغتين العربية أو الانكليزية.
2. أن لا يكون البحث قد نشر سابقاً وليس مقدما إلى أية وسيلة نشر أخرى، وعلى الباحث تقديم تعهد مستقل بذلك.
3. أن تحتوي الصفحة الاولى من البحث على عنوان البحث، واسم الباحث او الباحثين، وجهة العمل، ورقم الهاتف باللغتين العربية والانكليزية والبريد الالكتروني مع مراعاة عدم ذكر اسم الباحث أو الباحثين في متن البحث أو اية اشارة إلى ذلك. وفي حالة كون البحث باللغة العربية تاتي بعد الفقرات اعلاه الخلاصة باللغة الانكليزية تتبعها الكلمات المفتاحية باللغة الانكليزية، ومن ثم الخلاصة باللغة العربية تتبعها الكلمات المفتاحية باللغة العربية ثم بقية فقرات البحث، أما اذا كان البحث باللغة الانكليزية فتكون بعد فقرات العنوان والاسماء والعناوين الخلاصة باللغة العربية تتبعها الكلمات المفتاحية باللغة العربية ايضاً، ثم الخلاصة باللغة الانكليزية تتبعها الكلمات المفتاحية باللغة الانكليزية ثم بقية فقرات البحث.
4. ترسل البحوث الى المجلة الكترونياً على الموقع الالكتروني للمجلة albahir.alkafeel.net او albahir@alameedcenter.iq عِبرَ ملء إستمارة إرسال البحوث بنسختين الاولى كاملة والثانية محذوف منها الاسم والعنوان للباحث (الباحثين) بصيغة مستند Word .
5. اعداد الصفحة (2 سم للجهات الاربع للصفحة).
6. يكون نوع الخط Time new roman للغة الانكليزية و Simplified Arabic للغة العربية، وحجم الخط لعنوان البحث الرئيس (16غامق) اما العناوين الثانوية (14غامق) ومادة البحث (14).
7. نوع الفقرة singleمسافة بادئة خاص (بلا) قبل النص :(0) بعد النص (0) تباعد الاسطر (مفرد) قبل النص (0) بعد النص(0).
8. عدم استعمال الاطارات و الزخارف وتكون جميع الارقام باللغة الانكليزية حتى في البحوث المكتوبة باللغة العربية .
9. عند كتابة رقم في متن البحث يكون الرقم بين قوسين، وبعده وحدة القياس بدون اقواس مثلاً cm (10) أو (10) سم.
10. تذكر المصادر في البحث باتباع اسلوب الترقيم بحسب اسبقية ذكر المصدر وتذكر المصادر في نهاية البحث، حسب التسلسل واعتماد طريقة كتابة البحوث حسب الطريقة Modern Language Association (MLA) كما في المثال التالي:-

اسم المؤلف/ المؤلفون، اسم المجلة رقم المجلد، الصفحات من-الى، (السنة).

وللغة الانكليزية تكون نفس الصيغة اعلاه بمجرد البدأ من اليسار. اما في متن البحث فلا يكتب رقم المصدر بصيغة ال Superscript وانما يكتب بنفس نمط الكتابة بالشكل]رقم المصدر[وفي حالة كتابة اكثر من رقم بحث في نهاية الفقرة الواحدة تكبت جميعها داخل القوس مع وضع فوارز بينها [رقم المصدر , رقم المصدر].

11. اسم الشكل يكتب تحته متمركزاً بحجم خط (12 غامق) ويكون للغتين الانكليزية والعربية كما يلي:-

اسمه أو توضيح محتواه :(رقم الشكل) .Fig

شكل (رقم الشكل): اسمه او توضيح محتواه

اما الجدول فيكون عنوانه فوقه متمركزاً بحجم خط (12 غامق) ويكون للغتين الانكليزية والعربية كما يأتي:-

اسمه أو توضيح محتواه: (رقم الجدول) Table

جدول (رقم الجدول): اسمه أو توضيح محتواه

12. تكون الرسوم والصور والمخططات ملونة واضحة ذات دقة عالية مع مراعاة وضعها في مربع نص ويراعى عدم استعمال scan في الاشكال البيانية.

13. تكتب الهوامش ان وجدت في نهاية البحث قبل المصادر.

14. اينما وردت كلمة Figure في متن البحث تكتب بالشكل Fig. وبعدها رقم الشكل بين قوسين وتكب كلمة table بحرف T كبير اينما وردت ايضاً.

15. لاتتجاوز عدد الصفحات (25) صفحة.

16. تكتب معادلات الرياضيات على وفق برنامج Math Type

17. تعبر الأفكار المنشورة في المجلة عن آراء كاتبيها ولا تعبّر بالضرورة عن وجهة نظر جهة الإصدار ويخضع ترتيب البحوث المنشورة لموجبات فنية.

18. تخضع البحوث لبرنامج الاستلال من الانترنت وكذلك لتقويم سري لبيان صلاحيّتها للنشر وتكون الالية كما يأتي:-

أ- يبلّغ الباحث بتسلّم بحثه خلال مدّة أقصاها أسبوعان من تاريخ التسلّم .

ب- يعاد البحث الى الباحث فورا في حال عدم مطابقته للشروط اعلاه.

ت- يخطر أصحاب البحوث المقبولة للنشر بموافقة هيأة التحرير على نشرها .

ث- البحوث التي يرى المقومون وجوب إجراء تعديلات أو إضافات عليها قبل نشرها، تعاد الى أصحابها مع الملاحظات المحددة كي يعملوا على أجراء التعديلات بصورة نهائية خلال مدة أقصاها (أربعة أسابيع) من تاريخ إرسال التعديلات.

ج- يبلغ الباحث في حال الإعتذار عن نشر بحثه.

ح- يمنح كل باحث نسخة واحدة من العدد الذي نشر فيه بحثه .

19. يراعى في أسبقية النشر :

أ- البحوث المشاركة في المؤتمرات التي تقيمها جهة الإصدار .

ب- تاريخ استلام البحث.

ت- تاريخ قبول البحث للنشر.

ث-أهمية البحث وأصالته.

ج-تنوع اختصاصات البحوث الصادرة في العدد.

20. على الباحثين إجراء التعديلات المطلوبة من قبل الخبراء العلميين واللغويين

21. ملء التعهد الخاص بالمجلة الذي يتضمن حقوق النشر الخاصة بمجلة الباهر العلمية ومراعاة شروط الامانة العلمية في كتابة البحث.

بسم الله الرحمن الرحيم

جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
دائرة البحث والتطوير

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education & Scientific Research
Research & Development

الرقم : ب ت ٤ / ٤٠٢١
No:

التاريخ : ٢٠١٥/٠٥/١٨
Date:

العتبة العباسية المقدسة / مركز العميد للدراسات والبحوث

م / مجلة الباهر

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته...

استنادا الى الية اعتماد المجلات العلمية الصادرة عن مؤسسات الدولة، وبناءً على توافر شروط اعتماد المجلات العلمية لأغراض الترقية العلمية في "**مجلة الباهر** "الصادرة عن مركزكم تقرر اعتمادها كمجلة علمية محكمة ومعتمدة للنشر العلمي والترقية العلمية .

... مع التقدير

أ.د. غسان حميد عبد المجيد
المدير العام لدائرة البحث والتطوير
١٨ /٥/ ٢٠١٥

نسخة منه الى//
- مكتب السيد المدير العام / إشارة الى موافقة سيادته بتاريخ ٢٠١٥/٥/١٧/ للتفضل بالاطلاع ... مع التقدير .
- قسم الشؤون العلمية/ شعبة التأليف والنشر والترجمة
- الصادرة

www.rddiraq.com
Emailscientificdep@rddiraq.com

بسم الله الرحمن الرحيم

كلمة العدد

رب اشرح لي صدري، ويسر لي امري، واحلل عقدة من لساني يفقهوا قولي والحمد لله رب العالمين وصل اللهم على محمد وال محمد الطيبين الطاهرين.

هذا عدد جديد من مجلة الباهر العلمية المحكمة، وقد تضمن مجموعة من الابحاث ذات الصلة بالعلوم الطبيعية والهندسية، ونامل منها ان تسد ثغرة علمية يرقبها المتخصصون، وتؤشر ظاهرة علمية تستحق العناية يتأملها الباحثون. وقد حرصنا على تنوع الموضوعات بتنوع البحوث والتخصصات تلبية لطموح القراء والمتابعين لهذه المجلة، التي باتت اليوم وبهمة القائمين عليها اشرافا وتحريرا تسعى – وقد قطعت شوطا لابأس به – الى تحقيق امال الباحثين ولا سيما من يجتهد للنشر في مجلة الباهر للارتباط بدار نشر عالمية لتلتحق بمصاف المجلات العلمية العالمية.

ونحن في هذه المناسبة نجدد العهد والوفاء لكل من يراقب بمحبة واهتمام اصداراتنا –في مركز العميد الدولي للبحوث والدراسات التابع الى قسم الشؤون الفكرية والثقافية في العتبة العباسية المقدسة– على السعي الحثيث والدائب للوصول الى كل ما ينشط الحراك العلمي والبحث الاكاديمي في ربوع عراقنا والامة املا بخلق جيل جديد من البحث يواكب تطورات المرحلة العلمية الراهنة ويلبي طموح الباحثين والمتخصصين داخل العراق وخارجه.

والحمد لله رب العالمين من قبل ومن بعد.

17	استخدام الأطيان المحلية في العراق (طين الخاوة) في صناعة الصابون وكريمات الوجه وأصباغ الشعر	عمر حمد شهاب ،* تغريد هاشم النور قسم الكيمياء، كلية التربية للبنات، جامعة الانبار، العراق. *قسم الكيمياء، كلية التربية ابن الهيثم، جامعة بغداد، العراق.
27	توهين إشعاعات كاما المنبعثة من نواتج الانشطار (90Sr, 60Co) من وقود UO2 المحترق داخل مفاعل PWR	علي خلف حسن، نجم عبد عسكوري، وفاء سالم صكب قسم الفيزياء، كلية التربية للبنات،جامعة الكوفة، العراق .
51	تحليل الإستقرارية الكلية لنظام رياضي يصف ظاهرة إنتشار وباء التدخين بين طلاب المدارس الثانوية والمتضمن مصادر خارجية مؤثرة ومساعده على إنتشار الوباء	احمد علي محسن متوسطة الرياض للبنين، مديرية تربية بغداد الرصافة الاولى، بغداد، العراق.
65	تأثير نوع الولادة وجنس الحمل في التركيب الكيميائي لحليب الأغنام العرابية	إسراء عبد الحسن حمدان و فرحان علي عبيد قسم علوم الحياة، كلية التربية للعلوم الصرفة، جامعة المثنى، المثنى، العراق.
73	تحليل عمل المرشح المتكيف وتميز المنظومات باستخدام خوارزمية مربع المتوسط الاصغر) LMS(	سفيان هزاع علي قسم الكهرباء، كلية الهندسة، جامعة تكريت، العراق.
83	تأثير بعض المضادات الحيوية على مستوى الكلوبيولين Agl في إدرار مرضى خمج السبيل البولي	وفاء صادق ألوزني و سلطان كريم سلطان قسم علوم الحياة، كلية العلوم، جامعة كربلاء، العراق.
97	بناء نموذج رياضي للتنبؤ بعدد أيام التوقف عن العمل في مشاريع المدارس في محافظة بغداد	غافل كريم اسود و محمد نعمه احمد الغانمي قسم الهندسة المدنية، كلية الهندسة، جامعة كربلاء، العراق

Vol. 5, No. 9 and 10, P. (51-63)A, 2017

تحليل الإستقرارية الكلية لنظام رياضي يصف ظاهرة إنتشار وباء التدخين بين طلاب المدارس الثانوية والمتضمن مصادر خارجية مؤثرة ومساعده على إنتشار الوباء

احمد علي محسن

متوسطة الرياض للبنين، مديرية تربية بغداد الرصافة الاولى، بغداد، العراق.

تاريخ الاستلام: 16 / 3 / 2016

تاريخ قبول النشر: 8 / 9 / 2016

Abstract

There are many factors that affect the student's behavior, which also affects his health, and these factors are the addiction to smoking both types (cigarettes or water pipe). The main objective of the research is to study and determine the effect of the epidemic on students through the study of the dynamic behavior of the proposed model. We assume that the student populations divided into to three classes are the first class students potentials of smoking and second class smoking students with a probability of quitting smoking permanently or temporarily last class of students quit Smoking. The existence, uniqueness and boundedness of the solution of this model are investigated. The local and global dynamical behaviors of the model are studied. Finally, in order to confirm our obtained results and specify the effects of model's parameters on the dynamical behavior, numerical simulation of the PSQ model is performed.

Keyword

The addiction to smoking, Dynamical behaviors of the model.

الخلاصة

هناك العديد من الظواهر التي تؤثر على سلوك الطالب والتي تؤثر ايضاً على صحته، ومن هذه الظواهر هو الادمان على التدخين بنوعيه اي (السكائر او الأركيلة). الهدف الرئيسي من البحث هو دراسة ومعرفة مدى تأثير هذا الوباء على الطلاب من خلال دراسة السلوك الديناميكي للنموذج المقترح. افترضنا ان المجتمع الطلابي يتكون من ثلاثة اقسام الاول الطلاب المعرضين للتدخين والثاني الطلاب المدخنين مع وجود احتمال ترك التدخين بصورة نهائية او مؤقتة والقسم الاخير الطلاب التاركين للتدخين. تمت مناقشة وجود و وحدانية وقيود الحل للنموذج المقترح. قمنا بدراسة السلوك المحلي و الشامل له. واخيراً من اجل تأكيد نتائجنا وتحديد تأثير معلمات النموذج التربوي على السلوك الديناميكي له اجرينا محاكاة عددية له.

الكلمات المفتاحية

الادمان على التدخين، السلوك الديناميكي للنموذج.

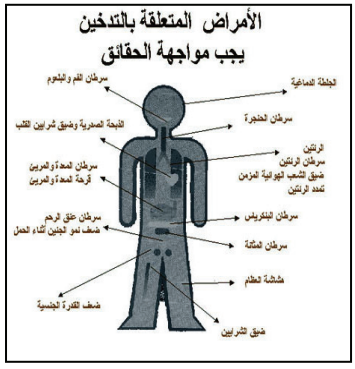
Vol. 5, No. 9 and 10, P. (51-63)A, 2017

1. المقدمة:

ان الدخان الصادر عن السجائر والأركيلة وغيرها خليطاً كيميائياً معقدا للغاية وخطيراً على صحة الانسان وعلى كافة عناصر البيئة، فهو يحتوي على اكثر من (3800) مادة كيميائية سامة، ومن أهمها نذكر أول أوكسيد الكاربون Co حيث يعتبر احد الغازات السامة والخطرة على حياة الانسان، الامونيا NH_3، كبريتيد الهيدروجينH_2S، الفورمالدهايد HCHO، الاسيتالدهايد CH_3CHO، وسيانيد الهيدروجين HCN بالإضافة الى عدد كبير من الاحماض من أهمها، حامض الكربونيك H_2CO_3 وحامض النيتريك HNO_3 وحامض الخليك CH_3COOH وحامض الفورميك HCOOH.

إن دخان السجائر والاركيلة الساخن يحمل ايضا مجموعة ضخمه من المركبات العضوية المسرطنة والتي اثبتت الدراسات مدى خطورتها، بحيث صنفت عالميا على انها من المركبات الخطرة جدا، ومن هذه المواد نذكر مادة البنزوبيرين والتي تعمل على تدمير وإتلاف الخلايا المخاطية للجهاز التنفسي للمدخنين وايضاً تدمر القصبات الهوائية للإنسان المدخن او الفرد الذي يستنشق دخان السجائر، وهذا يؤدي الى الاصابة بالكثير من الالتهابات التي تصيب الجهاز التنفسي. كذلك اثبت التحليل المختبري لدخان السجائر والاركيلة احتوائه على عنصر القطران. وايضاً يحتوي دخان السجائر و الاركيلة بأنواعه على مركب النيكوتين والذي هو عبارة عن مادة منبهة للجهاز العصبي، واكدت الدراسات على ان مادة النيكوتين تحدث تغيرات كيميائية وفسيولوجية ونفسية حادة لدى المدخنين، كتسارع نبضات القلب وزيادة عددها وتضخمه بشكل كبير وارتفاع ضغط الدم وزيادة إفراز بعض هرمونات الغدد الصماء، كهرمون الادرينالين والذي يؤثر بدوره على عمل الجهاز العصبي، وايضا بينت الدراسات الطبية ان النيكوتين يعمل على زيادة نسبة الحوامض الدهنية في الجسم. إضافة الى ذلك بين التحليل الكيميائي لدخان السجائر والاركيلة احتوائه على نسبة من الكحول الميثيلي والذي يؤدي الى حدوث العمى المؤقت لدى بعض المدخنين إذا كان المدخن مصاباً بمرض السكري، حيث قد تسبب له حالة من العمى الدائم، ولايقتصر خطر دخان السجائر والاركيلة على المدخنين بل يطال كل من يستنشق هواء ملوثا بهذا الدخان السام والقاتل، ففي عام (1990) بينت إحدى الدراسات التي أجريت في الولايات المتحدة الامريكية أن التدخين يتسبب سنوياً في قتل مايزيد عن ستة أضعاف عن اللذين قتلوا في الحرب الفيتنامية، كذلك وجد انه يموت سنوياً أكثر من (3500) شخص بسبب سرطان الرئة الناتج عن دخان السجائر. كما ويعتبر وباء التدخين واحد من أكبر التهديدات للصحة العامة في العالم من اي وباء انتشر في أي وقت مضى، فهو يقتل مايصل الى نصف من مستخدميه تقريباً. حيث ان في كل سنة ستة ملايين شخص يموت من التدخين مقسمة الى خمسة ملايين شخص منهم من المدخنين والبقية من غير المدخنين(اي المعرضين الى دخان السجائر). ومن تقرير لمنظمة الصحة العالمية عن وباء التدخين العالمي(2009) حيث ان استخدام التبغ (السجائر او الاركيلة) يسبب تعطيل وقتل كثير من الناس في سنوات عمرهم الاكثر انتاجية ويستهلك ميزانية الاسرة ويرفع تكاليف الرعاية الصحية ويعوق التنمية الاقتصادية، وكما ان الدراسات الطبية بينت بشكل قاطع ان التدخين هو المسؤول الاول عن الاصابة بمرض السرطان وامراض القلب والشرايين وغيرها من الامراض الخطرة منها (سرطان تجويف الفم والحنجره والرئة والمرئ والمثانة والبنكرياس والكلى والمعدة والسكتات الدماغية والذبحة الصدرية وامراض القرحة الهضمية)، وكما وان

نسبة الوفاة المبكرة للمدخنين قد تصل الى (50٪) في كل عام [1]. ومن هنا ظهرت أهمية النماذج الرياضية والتي تعتبر واحده من اهم الوسائل التي تساعد في دراسة وتحليل بعض المشاكل في الحياة وتقديم الحلول المناسبة لها، ففي عام (2000) وضع Castillo-Garsow et al [1] اول نموذج رياضي لدراسة ظاهرة التدخين، وبعدها قام كل من Sharomi and Gumel, Zaman [2,3] بالعمل على تطوير نظام التدخين بإضافة صنف التاركين للتدخين، وقام Lahrouz 2011، [4] بدراسة ديناميكية لنموذج التدخين. في هذا البحث اقترحنا نموذج رياضي درسنا فيه تأثير ظاهرة انتشار التدخين بين طلاب المدارس الثانوية عن طريق الاتصال المباشر بينهم وعن طريق المصادر الخارجية. درسنا الاستقرارية المحلية و الكلية لكل نقاط التوازن المحتملة للنموذج وكذلك قمنا بمحاكاة عددية للنموذج المقترح بإستخدام برنامجي الماتلاب وال C++.



شكل (1): عدة صور تمثل المكونات السامة الموجودة في السجائر والامراض التي تسببها وتأثيرها على الجهاز التنفسي

2. النموذج الرياضي:

في هذا النموذج قسمنا مجتمع الطلاب الى ثلاثة اقسام القسم الاول الطلاب المعرضين للتدخين (Potentials) والذي يرمز لهم بالرمز P(t) عند الزمن (t)، القسم الثاني الطلاب المدخنين(Smokers) ويرمز لهم بالرمز S(t) عند الزمن (t) والقسم الثالث الطلاب التاركين للتدخين(Quit Smoking) بصورة نهائية او مؤقتة ويرمز لهم بالرمز Q(t) عند الزمن (t). كما مبين ادناه:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= \Lambda - (\beta S + \sigma + \psi Q + \mu)P \\ \frac{dS}{dt} &= (\beta S + \sigma)P - (\mu + \alpha + \gamma)S + \theta Q \qquad (1) \\ \frac{dQ}{dt} &= \gamma S + (\psi P - \mu - \theta)Q\end{aligned}$$

هنا $\Lambda > 0$ تمثل نسبة الطلاب الوافدين الجدد، $\beta > 0$ نسبة تحول الطلاب الى مدخنين عن طريق الاتصال المباشر بين الطلاب المعرضين للتدخين والطلاب المدخنين، $\sigma \geq 0$ وهي نسبة تحول الطلاب الى مدخنين ولكن بسبب مصادر خارجية مؤثرة على الطالب، $\psi \geq 0$ نسبة الطلاب اللذين لم يرغبوا بالتدخين من قسم الطلاب المعرضين للتدخين عن طريق الاتصال المباشر مع الطلاب الغير مدخنين او التاركين للتدخين، $\mu > 0$ هي نسبة الموت الطبيعي من كل الاقسام اعلاه (الطلاب المعرضين للتدخين، الطلاب المدخنون والطلاب التاركين للتدخين)، $\alpha > 0$ نسبة الموت بسبب التدخين، $\gamma > 0$ نسبة الطلاب التاركين للتدخين بصورة نهائية او مؤقتة وأخيراً $\theta > 0$ هي نسبة الطلاب العائدين للتدخين. وبناءا على ذلك نفرض ان العدد الكلي لمجتمع الطلاب هو $N = P(t) + S(t) + Q(t)$. ومن الواضح ان المتغيرات في النظام (1) تكون في مجال:

$$\Re_+^3 = \left\{(P,S,Q) \in \Re_+^3, P \geq 0, S \geq 0, Q \geq 0\right\}$$

أي ان النظام (1) له ثبات ايجابي. اضافة الى ذلك ان المعادلات في النظام (1) هي مستمرة ومشتقاتها مستمرة وتحقق دالة ليبشيزين من هذا ينتج ان الحل موجود و وحيد في $\Re_+^3$، كما ان جميع حلول النظام (1) لاتمتلك شروط ابتدائية سالبة وتكون مقيدة بانتظام كما مبين في النظرية ادناه:

مبرهنة 1: كل الحلول للنظام (1) تكون في $\Re_+^3$ هي مقيدة بانتظام.

البرهان:

ليكن $(P(t)\ S(t)\ Q(t))$ هي أية حلول للنظام (1) مع شروط ابتدائية غير سالبة $(P(0)\ S(0)\ Q(0))$ حيث ان $N(t) = P(t) + S(t) + Q(t)$ وهذا ينتج:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dP}{dt} + \frac{dS}{dt} + \frac{dQ}{dt}$$
$$= \Lambda - \mu(P+S+Q) - \alpha S$$

ومنها نحصل على:

$$\frac{dN}{dt} \leq \Lambda - \mu\left(P+S+Q\right)$$

أي ان:

$$\frac{dN}{dt} + \mu N \leq \Lambda$$

والان باستخدام نتيجة كرونوال [5] نحل المعادلة التفاضلية اعلاه نحصل على:

$$N(t) \leq \frac{\Lambda}{\mu}\left(1 - e^{-\mu t}\right) + N(0)e^{-\mu t}$$

وعندها ينتج ان $N(t) \leq \frac{\Lambda}{\mu}$ عندما $t \to \infty$ أي ان كل حلول النظام (1) تبدأ في $\Re_+^3$ وتكون في المنطقة $\Omega = \left\{(P,S,Q) \in \Re_+^3 : N \leq \frac{\Lambda}{\mu}\right\}$، وهنا نهاية البرهان.

3. إيجاد نقاط التوازن للنظام (1):

في هذا الجزء نناقش وجود كل نقاط التوازن المحتملة للنظام (1). هنا نلاحظ ان النظام (1) يمتلك أثنين من نقاط التوازن المحتملة وسوف نرمز لها بالرمز $E_i = (P_i, S_i, Q_i)\ i = 0,1$ حيث تم وضع شروط الوجود لكل نقاط التوازن كما مبين ادناه:

1. اذا كان $S = Q = 0$ ينتج ان النظام (1) يمتلك نقطة توازن تسمى نقطة التوازن الخالية من الطلاب المدخنين والتاركين للتدخين ويرمز لها بالرمز $E_0 = (P_0, 0, 0)$ حيث ان:

$$P_0 = \frac{\Lambda}{\mu} \qquad (2)$$

1. اذا كان $Q \neq 0, S \neq 0$ فان النظام (1) يمتلك نقطة توازن تسمى نقطة التوازن في حالة وجود كل من الطلاب المدخنين والطلاب التاركين للتدخين ويرمز لها بالرمز $E_1 = (P_1, S_1, Q_1)$ حيث ان S_1, P_1 و Q_1 تمثل الحل الموجب للمعادلات ادناه:

$$\begin{aligned} &\Lambda - (\beta S + \sigma + \psi Q + \mu)P = 0 \\ &(\beta S + \sigma)P - (\mu + \alpha + \gamma)S + \theta Q = 0 \\ &\gamma S + (\psi P - \mu - \theta)Q = 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

من المعادلة الاولى في النظام (3) ينتج ان:

$$P_1 = \frac{\Lambda}{\beta S + \sigma + \psi Q + \mu} \qquad (4a)$$

وبتعويض قيمة P_1 في المعادلة الثالثة من النظام (3) نحصل على:

$$S_1 = \frac{-D_2}{2D_1} + \frac{1}{2D_1}\sqrt{D_2^2 - 4D_1D_3} \qquad (4b)$$

حيث ان:

$$D_1 = \beta$$
$$D_2 = [\gamma(\sigma + \psi Q + \mu) - \beta Q(\mu + \theta)]$$
$$D_3 = Q[\Lambda\psi - (\mu + \theta)(\sigma + \psi Q + \mu)]$$

وعليه فإن $S_1 > 0$ إذا تحققت الشروط التالية:

$$\gamma(\sigma+\psi Q+\mu) < \beta Q(\mu+\theta) \qquad (4c)$$

$$\Lambda\psi < (\mu+\theta)(\sigma+\psi Q+\mu) \qquad (4d)$$

الان نعوض قيميتي P_1 و S_1 في المعادلة الثانية من النظام

(3) وبإجراء عمليات جبرية بسيطة نحصل على:

$$Q_1 = \frac{-K_2}{2K_1} + \frac{1}{2K_1}\sqrt{K_2^2 - 4K_1K_3} \qquad (4e)$$

حيث ان:

$$K_1 = \psi\theta$$
$$K_2 = \theta(\beta S_1+\sigma+\mu) - \psi S_1(\mu+\alpha+\gamma)$$
$$K_3 = \Lambda(\beta S_1+\sigma) - S_1(\mu+\alpha+\gamma)(\beta S_1+\sigma+\mu)$$

وعليه فإن $Q_1 > 0$ إذا تحققت الشروط التالية:

$$\theta(\beta S_1+\sigma+\mu) < \psi S_1(\mu+\alpha+\gamma) \qquad (4f)$$

$$\Lambda(\beta S_1+\sigma) < S_1(\mu+\alpha+\gamma)(\beta S_1+\sigma+\mu) \qquad (4g)$$

والان النقطة $E_1 = (P_1, S_1, Q_1)$ تكون موجوده ووحيده وموجبة إذا تحققت الشروط (4a)-(4g).

4. عدد الانتاج الاساسي للنظام (1):

عدد الانتاج (الاستنساخ) الاساسي، ويسمى أحياناً معدل الانجاب الاساسي او النسبة الانجابية الاساسية، هو واحد من المعلمات المفيده التي تميز المشاكل الرياضية المتعلقة بالامراض. هذا المقياس هو مفيد لانه يساعد على تحديد ما إذا كان احد الامراض المعدية أو من غير المعدية سوف ينتشر في المجتمع السكاني او كلا. في هذا القسم سوف نقوم بحساب عدد الانتاج الاساسي للنظام (1) عند النقطة E_0. والان من السهولة مشاهدة ان النظام (1) دائماً يمتلك نقطة خالية من المرض (التدخين) والتاركين للتدخين وهي $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu},0,0\right)$ أي ان كل من $S = Q = 0$، ليكن $X = (S,Q,P)^T$ عندها يمكن كتابة النظام (1) بالصورة الاتية:

$$\frac{dX}{dt} = F(x) - V(x),$$

حيث ان:

$$F(x) = \begin{pmatrix} (\beta S+\sigma)P \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad V(x) = \begin{pmatrix} (\mu+\alpha+\gamma)S - \theta Q \\ -\gamma S - (\psi P - \mu - \theta)Q \\ (\beta S+\sigma+\psi Q+\mu)P - \Lambda \end{pmatrix}$$

وبحساب المشتقة نحصل على:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\beta\Lambda}{\mu} \end{bmatrix}, \quad V = [\mu+\alpha+\gamma]$$

ومنها نحصل على ان:

$$V^{-1} = \frac{1}{\mu+\alpha+\gamma}$$

ولذلك فأن $F\cdot V^{-1}$ يمثل عدد الانتاج الاساسي ومن خلال النظرية (2) في [6]، فأن:

$$R_\circ = \frac{\beta\Lambda}{\mu(\mu+\alpha+\gamma)} \qquad (5)$$

5. تحليل الاستقرارية المحلية للنظام (1):

في هذا الجزء ندرس الاستقرارية المحلية للنظام (1) ولكل نقاط التوازن الخاصة بالنظام وذلك بالاعتماد على مصفوفة الجاكوبياً وكما مبين في المبرهنة التالية:

مبرهنة 2: نقطة التوازن الخالية من الطلاب المدخنين والطلاب التاركين للتدخين الخاصة بالنظام (1) وهي $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu},0,0\right)$ تكون مستقرة استقراراً محلياً إذا تحققت الشروط أدناه إضافة الى ان $R_\circ < 1$.

$$\frac{\theta(\sigma+\mu)}{\sigma\psi} < P_\circ < \max\left\{\frac{\mu+\alpha+\gamma}{\beta}, \frac{\mu+\theta}{\psi}\right\} \qquad (6a)$$

$$[\beta P_\circ - (\mu+\alpha+\gamma)][\psi P_\circ - (\mu+\theta)] > \gamma\theta \qquad (6b)$$

$$2(\sigma+\mu)[\beta P_\circ - (\mu+\alpha+\gamma)][\psi P_\circ - (\mu+\theta)] > \sigma\gamma\psi P_\circ \qquad (6c)$$

البرهان:

بما ان النظام المقترح مكون من معادلات غير خطية فان مصفوفة الجاكوبياً له وعند نقطة التوازن الخالية من المدخنين والتاركين للتدخين E_0 والتي يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

حيث ان:

$$a_{11}=-(\sigma+\mu)\ ;\ a_{12}=-\beta P_\circ\ ;\ a_{13}=-\psi P_\circ$$
$$a_{21}=\sigma\ ;\ a_{22}=\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma)\ ;\ a_{23}=\theta$$
$$a_{31}=0\ ;\ a_{32}=\gamma\ ;\ a_{33}=\psi P_\circ-(\mu+\theta)$$

بسهولة نرى ان المعادلة المميزة لمصفوفة الجاكوبياً عند نقطة التوازن E_0 تكتب بالشكل:

$$\lambda^3+A_1\lambda^2+A_2\lambda+A_3=0 \qquad (7)$$

هنا:

$$A_1=-[a_{11}+a_{22}+a_{33}]$$
$$=-[-(\sigma+\mu)+\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma)+\psi P_\circ-(\mu+\theta)]$$
$$A_2=[a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}+a_{11}a_{33}+a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32}]$$
$$A_3=-[a_{11}a_{22}a_{33}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{33}a_{12}a_{21}]$$
$$=[a_{33}a_{12}a_{21}-a_{11}a_{22}a_{33}-a_{13}a_{21}a_{32}+a_{11}a_{23}a_{32}]$$
$$=[-\sigma\beta P(\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma))+(\sigma+\mu)(\beta P_\circ-((\mu+\alpha+\gamma))$$
$$\times(\psi P_\circ-(\mu+\theta))+\gamma(\sigma\psi P_\circ-\theta(\sigma+\mu))]$$

ومن هنا نجد ان:

$$\Delta=A_1A_2-A_3$$
$$=-(a_{11}+a_{22}+a_{33})(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}+a_{11}a_{33}+a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32})$$
$$+(a_{11}a_{22}a_{33}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{33}a_{12}a_{21})$$

وبتبسيط مقدار الدلتا اعلاه نحصل على:

$$\Delta=[a_{11}+a_{22}][a_{12}a_{21}-a_{11}a_{22}]-a_{11}a_{33}[a_{11}+a_{33}]$$
$$=\{-(\sigma+\mu)+(\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma))\}\{-\sigma\beta P_\circ+(\sigma+\mu)$$
$$-2a_{11}a_{22}a_{33}+[a_{22}+a_{33}][a_{23}a_{32}-a_{22}a_{33}]+a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$\times(\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma))\}+(\sigma+\mu)(\psi P_\circ-(\mu+\theta))\{-(\sigma+\mu)$$
$$+(\psi P_\circ-(\mu+\theta))\}+2(\sigma+\mu)(\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma))(\psi P_\circ-(\mu+\theta))$$
$$+\{(\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma))+(\psi P_\circ-(\mu+\theta))\}\{\gamma\theta-(\beta P_\circ-(\mu+\alpha+\gamma))$$
$$\times(\psi P_\circ-(\mu+\theta))\}-\sigma\gamma\psi P_\circ$$

والان عند تطبيق قاعدة روث-هوارتز [7] تكون نقطة التوازن E_0 الخاصة بالنظام (1) مستقرة استقراراً محلياً اذا كانت الشروط $A_1>0;A_3>0$ و $\Delta=A_1A_2-A_3>0$ متحققة. وبسهولة نلاحظ ان $A_1>0;A_3>0$ تكون موجبة إذا تحقق الشرط (6a)، بينما $\Delta=A_1A_2-A_3>0$ تكون متحققة اذا تحققت الشروط (6c)-(6a).

مبرهنة 3: نقطة التوازن الثانية وهي $E_1=(P_1,S_1,Q_1)$ تكون مستقرة استقراراً محلياً إذا تحققت الشروط التالية وكان $R_\circ>1$.

$$\frac{\theta(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)}{\psi(\beta S_1+\sigma)}<P_1<\max\left\{\frac{\mu+\alpha+\gamma}{\beta},\frac{\mu+\theta}{\psi}\right\} \qquad (8a)$$

$$[\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma)][\psi P_1-(\mu+\theta)]>\gamma\theta \qquad (8b)$$

$$2(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)[\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma)][\psi P_1-(\mu+\theta)] \qquad (8c)$$
$$>\psi P_1(\beta\theta Q_1+\sigma\gamma+\beta\gamma S_1)$$

البرهان:

بما ان النظام المقترح مكون من معادلات غير خطية فان مصفوفة الجاكوبياً له وعند نقطة التوازن بوجود كل من المدخنين والتاركين للتدخين E_1 والتي يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$J(E_1)=\begin{bmatrix}b_{11}&b_{12}&b_{13}\\b_{21}&b_{22}&b_{23}\\b_{31}&b_{32}&b_{33}\end{bmatrix}$$

حيث ان:

$$b_{11}=-(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)\ ;\ b_{12}=-\beta P_1\ ;\ b_{13}=-\psi P_1$$
$$b_{21}=\beta S_1+\sigma\ ;\ b_{22}=\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma)\ ;\ b_{23}=\theta$$
$$b_{31}=\psi Q_1\ ;\ b_{32}=\gamma\ ;\ b_{33}=\psi P_1-(\mu+\theta)$$

بسهولة نرى ان المعادلة المميزة لمصفوفة الجاكوبياً عند نقطة التوازن E_1 تكتب بالشكل:

$$\lambda^3+B_1\lambda^2+B_2\lambda+B_3=0 \qquad (9)$$

هنا:

$$B_1=-[b_{11}+b_{22}+b_{33}]$$
$$=-[-(\beta S_1+\sigma\psi Q_1+\mu)+\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma)+\psi P_1-(\mu+\theta)]$$
$$B_2=[b_{11}b_{22}-b_{12}b_{21}+b_{11}b_{33}-b_{13}b_{31}+b_{22}b_{33}-b_{23}b_{32}]$$
$$B_3=-[b_{11}b_{22}b_{33}+b_{12}b_{31}b_{23}+b_{13}b_{21}b_{32}-b_{13}b_{31}b_{22}$$
$$-b_{11}b_{23}b_{32}-b_{33}b_{12}b_{21}]$$
$$=[b_{22}b_{13}b_{31}+b_{11}b_{23}b_{32}+b_{33}b_{12}b_{21}-b_{11}b_{22}b_{33}$$
$$-b_{12}b_{31}b_{23}-b_{13}b_{21}b_{32}]$$
$$=[-(\psi P_1)(\psi Q_1)(\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma)-\gamma\theta(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)$$
$$-(\beta P_1)(\beta S_1+\sigma)(\psi P_1-(\mu+\theta))+(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)$$
$$\times(\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma)(\psi P_1-(\mu+\theta))+\theta\beta\psi P_1Q_1$$

$$+\gamma\psi(\beta S_1+\sigma)P_1]$$

ومن هنا نجد ان:

$$\Delta = B_1B_2 - B_3$$
$$= -(b_{11}+b_{22}+b_{33})(b_{11}b_{22}-b_{12}b_{21}+b_{11}b_{33}-b_{13}b_{31}$$
$$+b_{22}b_{33}-b_{23}b_{32})+(b_{11}b_{22}b_{33}+b_{12}b_{31}b_{23}+b_{13}b_{21}b_{32}$$
$$-b_{11}b_{23}b_{32}-b_{33}b_{12}b_{21}-b_{22}b_{13}b_{31})$$

وبتبسيط مقدار الدلتا اعلاه نحصل على:

$$\Delta=[b_{11}+b_{22}][b_{12}b_{21}-b_{11}b_{22}]+[b_{11}+b_{33}][b_{13}b_{31}-b_{11}b_{33}]$$
$$+[b_{22}+b_{33}][b_{23}b_{32}-b_{22}b_{33}]-2b_{11}b_{22}b_{33}+b_{13}b_{21}b_{32}$$
$$=\{-(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)+(\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma))\}\{-\beta(\beta S_1+\sigma)P_1$$
$$+(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)(\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma))\}+\{-(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)$$
$$+(\psi P_1-(\mu+\theta))\}\{-\psi^2 P_1Q_1+(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)(\psi P_1-(\mu+\theta))\}$$
$$+\{(\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma))+(\psi P_1-(\mu+\theta))\}\{\gamma\theta-(\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma))$$
$$\times(\psi P_1-(\mu+\theta))\}+2(\beta S_1+\sigma+\psi Q_1+\mu)(\beta P_1-(\mu+\alpha+\gamma))$$
$$\times(\psi P_1-(\mu+\theta))-\gamma\psi(\beta S_1+\sigma)P_1$$

والان عند تطبيق قاعدة روث-هوارتز[7] تكون نقطة التوازن الثانية E_1 الخاصة بالنظام (1) مستقرة استقراراً محلياً اذا كانت الشروط $A_1>0; A_3>0$ و $\Delta = A_1A_2 - A_3 > 0$ متحققة. وبسهولة نلاحظ ان $A_1>0; A_3>0$ تكون موجبة إذا تحقق الشرط (8a)، بينما $\Delta = A_1A_2 - A_3 > 0$ تكون متحققة اذا تحققت الشروط (8a)-(8c).

6. تحليل الاستقرارية الكلية للنظام (1):

في هذا الجزء سندرس الاستقرارية الكلية للنظام (1) ولكل نقاط التوازن الخاصة بالنظام وذلك بالاعتماد على دالة ليابانوف [8] وكما مبين في النظريات ادناه.

مبرهنة 4: نقطة التوازن الخالية من المدخنين والتاركين للتدخين (E_0) تكون مستقرة استقرارا كليا اذا تحقق الشرط الاتي:

$$(\beta S+\sigma+\psi Q)P_\circ < (\mu+\alpha)S+\mu Q \qquad (10)$$

البرهان:

لتكن V_1 دالة موجبة حيث ان:

$$V_1 = \left(P - P_0 - P_0\ln\frac{P}{P_0}\right)+S+Q$$

من الواضح ان $V_1 : R_+^3 \to R$ هي دالة مستمرة ومشتقتها مستمرة ايضاً بحيث ان:

$$V_1=(P_0,0,0)=0, \quad V_1(P,S,Q)>0 \ \forall\ (P,S,Q)\neq(P_0,0,0)$$

وباخذ المشتقة للدالة V_1 نحصل على:

$$\frac{dV_1}{dt}=\left(\frac{P-P_0}{P}\right)\frac{dP}{dt}+\frac{dS}{dt}+\frac{dQ}{dt}$$
$$=\left(\frac{P-P_0}{P}\right)(\Lambda-(\beta S+\sigma+\psi Q+\mu)P)+(\beta S+\sigma)P$$
$$-(\mu+\alpha+\gamma)S+\theta Q+\gamma S+(\psi P-\mu-\theta)Q$$

وبتبسيط هذه المعادلة ينتج:

$$\frac{dV_1}{dt}=\frac{-\mu}{P}(P-P_0)^2-((\mu+\alpha)S+\mu Q)+(\beta S+\sigma+\psi Q)P_0$$

واذا كان الشرط (10) متحقق فان:

$$\frac{dV_1}{dt}\le\frac{-\mu}{P}(P-P_0)^2-((\mu+\alpha)S+\mu Q)+(\beta S+\sigma+\psi Q)P_0$$

حيث ان $\frac{dV_1}{dt}<0$ و V_1 تحقق دالة ليابانوف اذا تحقق الشرط (10) وهذا ينتج بان نقطة التوازن الخالية من التدخين والتاركين للتدخين (E_0) تكون مستقره استقرارا كليا.

مبرهة 5: نقطة التوازن الثانية (E_1) تكون مستقرة استقرارا كليا اذا تحققت الشروط الاتيه:

$$P_1 < \max.\left\{\frac{\mu+\alpha+\gamma}{\beta},\frac{\mu+\theta}{\psi}\right\} \qquad (11a)$$

$$[\beta S+\sigma-\beta P_1]^2 < (\beta S+\sigma+\mu+\psi Q)(\mu+\alpha+\gamma-\beta P_1) \qquad (11b)$$

$$[\psi(P_1+Q)]^2 < (\beta S+\sigma+\mu+\psi Q)(\mu+\theta-\psi P_1) \qquad (11c)$$

$$[\theta+\gamma]^2 < (\mu+\alpha+\gamma-\beta P_1)(\mu+\theta-\psi P_1) \qquad (11d)$$

البرهان:

لتكن V_2 دالة موجبة ومعرفة بالشكل الاتي:

$$V_2=\frac{(P-P_1)^2}{2}+\frac{(S-S_1)^2}{2}+\frac{(Q-Q_1)^2}{2}$$

من الواضح ان $V_2 : R_+^3 \to R$ هي دالة مستمرة ومشتقتها مستمرة ايضاً بحيث ان:

$$V_2 = (P_1, S_1, Q_1) = 0, \quad V_2(P,S,Q) > 0 \ \forall \ (P,S,Q) \neq (P_1, S_1, Q_1)$$

والان نحسب المشتقة للدالة V_2 نحصل على:

$$\frac{dV_2}{dt} = (P-P_1)\frac{dP}{dt} + (S-S_1)\frac{dS}{dt} + (Q-Q_1)\frac{dQ}{dt}$$
$$= (P-P_1)[\Lambda - (\beta S + \sigma + \psi Q + \mu)P] + (S-S_1)[(\beta S + \sigma)P$$
$$-(\mu + \alpha + \gamma)S + \theta Q] + (Q-Q_1)[\gamma S + (\psi P - \mu - \theta)Q]$$

وبتبسيط المعادلة اعلاه ينتج:

$$\frac{dV_2}{dt} = \frac{-1}{2}q_{11}(P-P_1)^2 + q_{12}(P-P_1)(S-S_1) - \frac{1}{2}q_{22}(S-S_1)^2$$
$$-\frac{1}{2}q_{11}(P-P_1)^2 + q_{13}(P-P_1)(Q-Q_1) - \frac{1}{2}q_{33}(Q-Q_1)^2$$
$$-\frac{1}{2}q_{22}(S-S_1)^2 + q_{23}(S-S_1)(Q-Q_1) - \frac{1}{2}q_{33}(Q-Q_1)^2$$

حيث ان:

$$q_{11} = (\beta S + \sigma + \mu + \psi Q) \ ; \ q_{12} = (\beta S + \sigma - \beta P_1)$$
$$q_{22} = (\mu + \alpha + \gamma - \beta P_1) \ ; \ q_{13} = \psi(P_1 + Q) \ ; \ q_{33} = (\mu + \theta - \psi P_1)$$
$$q_{23} = \theta + \gamma$$

واذا كانت الشروط (11a–11d) متحققه نحصل على:

$$\frac{dV_2}{dt} \leq -\left[\sqrt{\frac{q_{11}}{2}}(P-P_1) + \sqrt{\frac{q_{22}}{2}}(S-S_1)\right]^2$$
$$-\left[\sqrt{\frac{q_{11}}{2}}(P-P_1) + \sqrt{\frac{q_{33}}{2}}(Q-Q_1)\right]^2$$
$$-\left[\sqrt{\frac{q_{22}}{2}}(S-S_1) + \sqrt{\frac{q_{33}}{2}}(Q-Q_1)\right]^2$$

وببساطة، $\frac{dV_2}{dt} < 0$ و V_2 هي دالة ليابانوف اذا تحققت الشروط (11a–11d) ومن هذا ينتج بان نقطة التوازن الثانية (E_1) تكون مستقره استقرارا كليا. ■

6. المحاكاة العددية للنظام (1):

في هذا البند ندرس الديناميكية الكلية للنظام (1). الهدف الرئيسي من هذه الدراسة هو فهم وتحليل نتائج تأثير كل باراميتر موجود في النظام (1) على السلوك الديناميكي للنموذج المقترح. حيث تم الحل العددي للنظام (1) من خلال مجموعة مختلفة من الشروط الابتدائية وهي (2500,1,000),(500,2500,1000),(1000,2000,2000),(000,500، ومجموعة مختلفة من الباراميترات الافتراضية حيث ظهرت لنا الحالات الاتية:

❖ نقطة التوازن الاولى أي في حالة عدم وجود كل من المدخنين والتاركين للتدخين E_0 اخترنا البيانات ادناه:

$$\Lambda = 350 \ ; \ \beta = 0.0000001 \ ; \ \sigma = 0 \ ; \ \psi = 0.00001 \ ; \ \mu = 0.0$$
$$\alpha = 0.0 \ ; \ \gamma = 0.0 \ ; \ \theta = 0.0 \ ; \ R_\circ = 0.11666 \quad (12)$$

حيث ان نقطة التوازن الاولى للنظام (1) تكون مستقرة استقراراً كلياً والنظام يقترب الى (3500,0,0)، **(انظر الشكل 2)**.

❖ نقطة التوازن الثانية أي في حالة وجود كل من المدخنين والتاركين للتدخين E_1 اخترنا البيانات ادناه:

$$\Lambda = 350 \ ; \ \beta = 0.0003 \ ; \ \sigma = 0.0 \ ; \ \psi = 0.0001 \ ; \ \mu = 0.1$$
$$\alpha = 0.0 \ ; \ \gamma = 0.0 \ ; \ \theta = 0.0 \ ; \ R_\circ = 8.3 \quad (13)$$

حيث ان نقطة التوازن الثانية للنظام (1) تكون مستقرة استقراراً كلياً والنظام يقترب الى (1159,625,1622)، **(انظر الشكل 3)**.

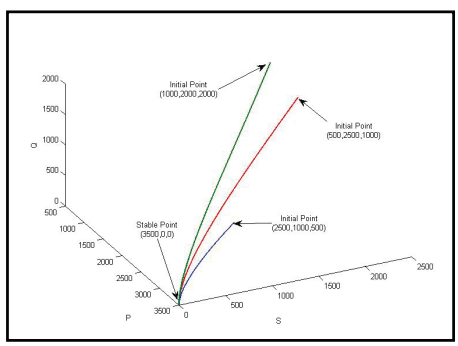
❖ الان نغير قيمة نسبة الطلاب المدخنين عن طريق الاتصال المباشر والمقصود بها (β) لتأخذ القيم $\beta = 0.0003, 0.0005, 0.001, 0.003$ على التوالي مع تثبيت قيم جميع الباراميترات الموجودة في المعادلة (13). عندها نلاحظ ان السلوك للنظام (1) لايزال يقترب للنقطة الثانية (E_1) ولكن نلاحظ نقصان في عدد الطلاب المعرضين للتدخين والتاركين له ايضاً مع زيادة في عدد المدخنين، **(انظر الاشكال 4a–4c)**.

❖ أما إذا قمنا بتغيير قيمة نسبة الطلاب المدخنين عن طريق المصادر الخارجية والتي يرمز لها بالرمز (σ) لتأخذ القيم $\sigma = 0.02, 0.05, 0.1, 0.3$ على التوالي

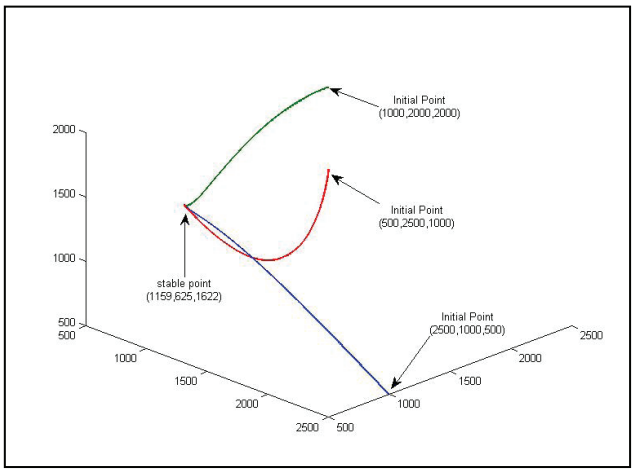
مع تثبيت قيم جميع الباراميترات الموجودة في المعادلة (13). عندها نلاحظ ان السلوك للنظام (1) لايزال يقترب للنقطة الثانية (E_1) ايضاً نلاحظ نقصان في عدد الطلاب المعرضين للتدخين والتاركين له ايضاً مع زيادة في عدد المدخنين، (**انظر الاشكال 5a-5c**).

❖ الان ندرس تأثير نسبة الطلاب التاركين للتدخين والتي يرمز لها بالرمز (γ) لتأخذ القيم $\gamma = 0.01,0.05,0.2,0.5$ على التوالي مع تثبيت قيم جميع الباراميترات الموجودة في المعادلة (13). عندها نلاحظ ان السلوك للنظام (1) لايزال يقترب للنقطة الثانية (E_1) ولكن نلاحظ نقصان في عدد الطلاب المدخنين مع زيادة بسيطة جدا في عدد الطلاب المعرضين للتدخين والتاركين للتدخين، (**انظر الاشكال 6a-6c**).

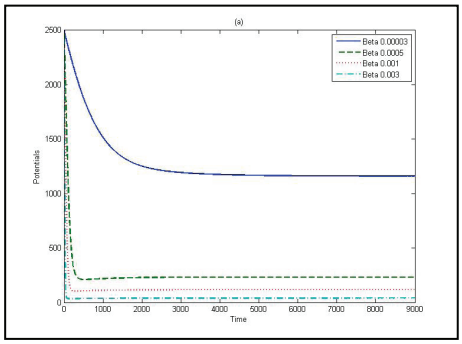
❖ أخيراً ندرس تأثير نسبة الطلاب العائدين للتدخين والتي يرمز لها بالرمز (θ) لتأخذ القيم $\theta = 0.02,0.05,0.1,0.4$ على التوالي مع تثبيت قيم جميع الباراميترات الموجودة في المعادلة (13). عندها نلاحظ ان السلوك للنظام (1) لايزال يقترب للنقطة الثانية (E_1) ولكن نلاحظ نقصان في عدد الطلاب التاركين للتدخين مع زيادة في عدد كل من الطلاب المعرضين للتدخين و المدخنين، (**انظر الاشكال 7a-7c**).

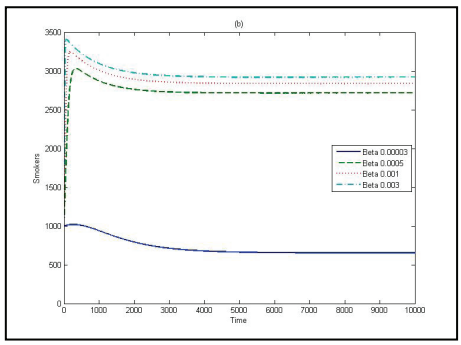


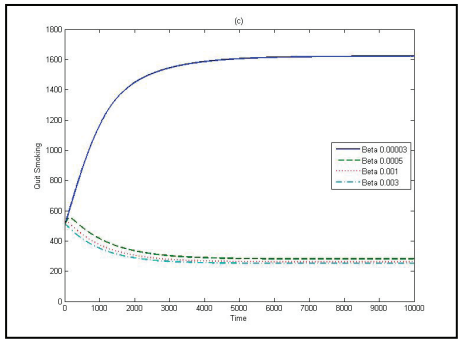
شكل (2): يمثل الاستقرارية الكلية لنقطة التوازن الاولى E_0 للنظام (1).



شكل (3): يمثل الاستقرارية الكلية لنقطة التوازن الثانية E_1 للنظام (1)

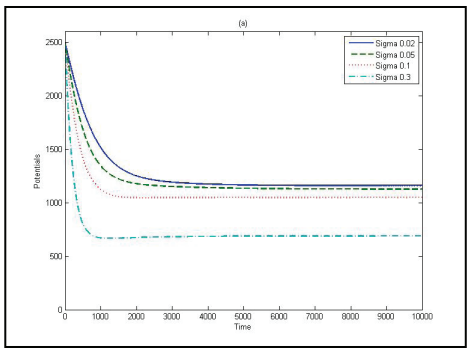


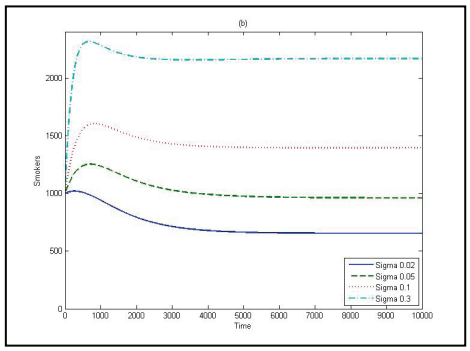


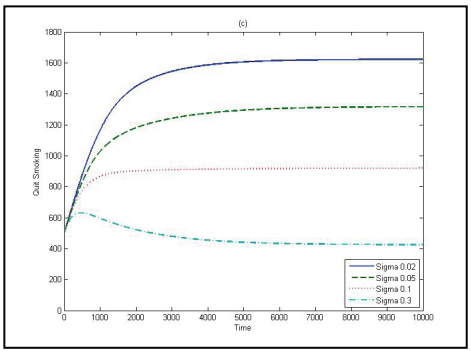


Vol. 5, No. 9 and 10, P. (51-63)A, 2017

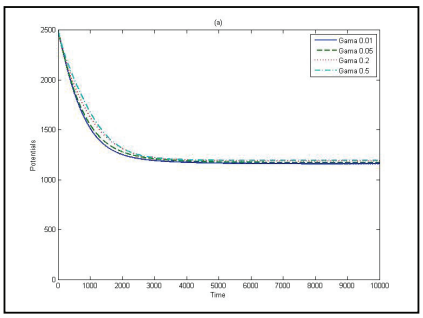
شكل (4): يمثل المتسلسلة الزمنية لحل النظام (1). حيث ان (**a**) يمثل الطلاب المعرضين للتدخين. (**b**) يمثل الطلاب المدخنين. (**C**) يمثل الطلاب التاركين للتدخين.

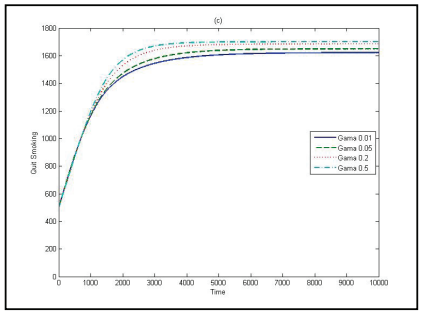




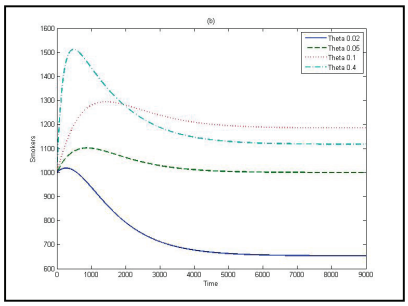


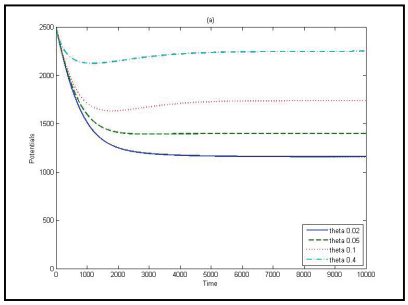
شكل (5): يمثل المتسلسلة الزمنية لحل النظام (1). حيث ان (**a**) يمثل الطلاب المعرضين للتدخين. (**b**) يمثل الطلاب المدخنين. (**C**) يمثل الطلاب التاركين للتدخين.

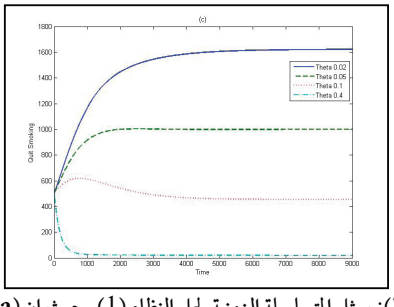




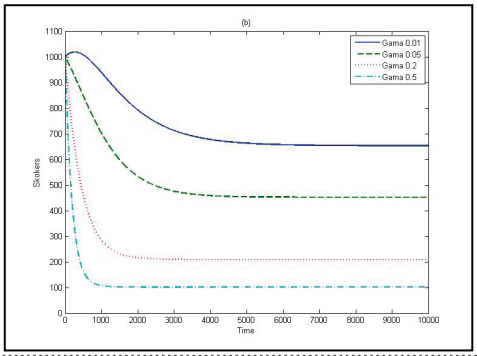
شكل (6): يمثل المتسلسلة الزمنية لحل النظام (1). حيث ان (**a**) يمثل الطلاب المعرضين للتدخين. (**b**) يمثل الطلاب المدخنين. (**C**) يمثل الطلاب التاركين للتدخين.







شكل (7): يمثل المتسلسلة الزمنية لحل النظام (1). حيث ان (**a**) يمثل الطلاب المعرضين للتدخين. (**b**) يمثل الطلاب المدخنين. (**C**) يمثل الطلاب التاركين للتدخين.



7. الاستنتاجات والمناقشة:

في هذا الجزء، اقترحنا وحللنا نموذج رياضي يدرس السلوك الديناميكي لتأثير انتشار التدخين التي تؤثر على سلوك وصحة الطلاب. حيث يتكون النظام من ثلاثة معادلات تفاضلية غير خطية تمثل ثلاثة مجتمعات مختلفة **P** مجتمع الطلاب المعرضين للتدخين، **S** مجتمع الطلاب المدخنين و **Q** مجتمع الطلاب التاركين للتدخين. درسنا وحدانية ووجود وقيود الحل للنظام المقترح. تم ايجاد نقطتي التوازن المحتملة للنظام المقترح وهي ($E_i\, i=0,1$)، حيث تم ملاحظة ان جميع نقاط التوازن تكون مستقرة استقرار محليا اذا تحققت الشروط (6a-6c)،(8a-8c). كما ان نقطة التوازن الاولى E_0 تكون مستقرة استقرارا كليا اذا تحقق الشرط (10)، والنقطة الثانية E_1 تكون مستقره استقرار كليا اذا تحقق الشرطين (11a-10d). ولفهم تأثير كل الباراميترات على الديناميكية الكلية للنظام (1) ولتقديم صورة اوضح للحل التحليلي للنظام قمنا بدراسة عددية للنظام من خلال عدد من الشروط الابتدائية المختلفة وقيم لعدد من الباراميترات الافتراضية والملخصة بالاتي:

1. من خلال مجموعة الباراميترات الافتراضية المعطاة في المعادلة (12) نلاحظ ان النظام مستقر استقرارا كليا نحو نقطة التوازن الاولى وهي $E_0=(3500,0,0)$. و من خلال مجموعة الباراميترات الافتراضية المعطاة في المعادلة (13) نلاحظ ان النظام مستقر استقرارا كليا نحو نقطة التوازن الثانية وهي $E_1=(1159,625,1622)$.
2. النظام دائما مستقر وغير متذبذب.
3. عند زيادة نسبة التدخين عن طريق الاتصال المباشر بزيادة نسبة β النظام يتجه نحو نقطة التوازن E_1 كما نلاحظ زيادة في اعداد S ونقصان في اعداد P, Q. كذلك نحصل على نفس النتائج عن زيادة نسبة المدخنين عن طريق المصادر الخارجية.
4. عند زيادة نسبة العائدين للتدخين θ نلاحظ زيادة في اعداد S ونقصان في اعداد P,Q. ولكن النظام (1) يبقى متجه نحو نقطة التوازن E_1.
5. في حالة زيادة نسبة التاركين للتدخين γ، نلاحظ زيادة بسيطة في اعداد P,Q, ونقصان في اعداد كل من S. والنظام يقترب من نقطة التوازن E_1.

8. التوصيات:

إنتشار التدخين في المدارس وحتى خارج المدارس اصبحت مشكلة حقيقية يجب التوقف عندها وتشخيص اسباب إنتشارها ودراسة أثارها السلبية لنتمكن من وضع الحلول المناسبة للحد من انتشارها. وهذا يتطلب توحيد الجهود لكل المعنيين بالعملية التربوية و غيرها للقضاء على هذا الوباء الذي بدأ يهدد كل افراد المجتمع الطلابي والغير طلابي وبجميع اعمارهم. من هنا نريد ان طبق أمر الله تعالى في الحفاظ على انفسنا واولادنا وكما قال الله تعالى في محكم كتابه الكريم " **يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا قُوا أَنْفُسَكُمْ وَأَهْلِيكُمْ نَارًا وَقُودُهَا النَّاسُ وَالْحِجَارَةُ عَلَيْهَا مَلَائِكَةٌ غِلَاظٌ شِدَادٌ لَا يَعْصُونَ اللَّهَ مَا أَمَرَهُمْ وَيَفْعَلُونَ مَا يُؤْمَرُونَ**" (6) سورة التحريم. ولحماية الطلاب من سموم التدخين يجب التعاون بين كل من إدارة المدرسة وعوائل الطلاب والمتمثلة بالوالدان او من ينوب عنهم، فالعائلة تقع عليها المسؤولية الاكبر في تربية الابناء وتنشئتهم تنشئة صالحة وسليمة وذلك عن طريق مراقبة سلوك الابناء وكذلك مراقبة اصدقاء السوء وتوجيه النصائح لهم و معرفة مكان صرف النقود وغيرها. أما المدرسة ومن منطلق العقل السليم في الجسم السليم أيضا لها دورها البارز في القضاء او الحد من مشكلة التدخين تتم في توعية الطلاب بالأثار السلبية للتدخين عن طريق عمل

مؤتمرات إعلامية يبين فيها دور كل معلم واجبه للمساعدة في الحد من هذه المشكلة الخطيرة على مجتمعنا، فمثلاً مدرس الرياضية له الدور الكبير في توضيح سموم التدخين وتأثيرها على صحة الطالب ولياقته البدنية وعدم قدرته على إداء التمارين الرياضية وحرمانه من مزاولة هواياته الرياضية. اما مدرس الاحياء فعليه ان يبين تاثير التدخين على صحة الانسان مما يؤدي الى إصابته بالكثير من الامراض الخطرة التي تصيب الجهاز التنفسي والجهاز الهضمي وامراض القلب والشرايين وذلك عن طريق عرض صور ووسائل إيضاح للجهاز التنفسي تبين الفرق بين رئة انسان مدخن وأخر غير مدخن او صور تبين تأثير التدخين على القلب وما سببه من تضخم فيه. اما مدرس الاجتماعيات يبين للطلاب تاثير التدخين على العلاقات الاجتماعية والضرر الحاصل لأفراد المجتمع كذلك يبن لهم تأثير التدخين اقتصادياً حيث يسبب هدر ميزانيات البلد وذلك بشراء وتوفير العلاجات اللازمة لعلاج المدخنين. اما واجب مدرس الاسلامية ان يشرح لهم حكم الضرر في النفس وبالاخرين من الناحية الشرعية وان الدين الاسلامي حرم كل ما يفعله الانسان من ضرر في نفسه. واخيراً مدرس الفنية فيجب عليه ان يقوم بعمل بعض الرسومات المعبرة عن تأثير التدخين والامتناع عنه وايضاً يحث الطلاب على ذلك. فمرض التدخين ومسؤولية الحد من انتشاره هي مسؤولية عامة اي تقع على جميع مكونات المجتمع ولا تخص شخصاً دون أخر لان أبنائنا وطلابنا هم اللذين سيدفعون الثمن غالياً وبها انهم يمثلون مستقبل البلد فهذا يعني ان دمارهم هو دمار البلد كاملاً.

المصادر

[1] G.C. Castillo, S.G. Jordan, and A.H. Rodriguez. Mathematical models for the dynamics of tobacco use, recovery and relapse. Technical Report Series, BU-1505-M. Department of Biometrics, Cornell University, (2000).

[2] O. Sharomi, A.B. Gumel, Curtailing smoking dynamics a mathematical modeling approach, J. Applied Math., and Comp., 195, 475-499, (2008).

[3] Gumel Zaman, Optimal Campaign in the Smoking Dynamics, J., Hindawi Publishing Corp., Comp., and Math., Meth., in Med., ID 163834, pp 9, (2011).

[4] Lahrouz, L. Omari, D. Kiouach, A. Belmaati, Deterministic and stochastic stability of a mathematical model of smoking. J. Statistics and Probability Letters, (2011).

[5] Hirsch, M. W. and Smale, S., Differential Equation, Dynamical System, and Linear Algebra. Academic Press, Inc., New York. p 169-170, (1974).

[6] Van den Driessche P,Watmough J. Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmentalmodels of disease transmission. Mathematical Biosciences; 180:29–48. DOI: 10.1016/S0025-5564(02)00108-6, (2002).

[7] May R. M., Stability and Complexity in model ecosystem, Princeton, New Jersey : Princeton University press, (1973).