



ISSN: 1608-9391
e-ISSN: 2664-2786

Received:15/5/2021

Accepted:14/6/2021

تعميم أنموذج شبيه الكوارك (QLM) للحصول الى صيغة حديثة لطاقة انحلال بيتا
الموجبة ($Q_{\beta}^{+} - value$) لمدى النوى $10 \geq Z \geq 98$

رغدة طارق عبد اللطيف* فراس محمد علي الجميلي**

قسم الفيزياء/ كلية العلوم/ جامعة الموصل

*E-mail: raghda.scp92@student.uomosul.edu.iq

**E-mail: dr.firas@uomosul.edu.iq

الملخص

تم تحديد طاقة انحلال بيتا الموجبة ($Q_{\beta}^{+} - value$) وبدلالة طاقات الربط النووية لنوى السلف والوليدة بدلاً من قيم كتلهم و لمدى واسع من النوى يمتد من $10 \leq Z \leq 98$. أجري ذلك باستخدام أنموذج شبيه الكوارك (QLM) Quark-like Model، اذ بإمكانه حساب طاقات الربط النووية لنوى السلف والوليدة بكفاءة وبالتالي تم الحصول على صيغة جديدة لحساب طاقة انحلال بيتا الموجبة. كان لاستخدام التمثيل البياني بين القيم العملية والنظرية لطاقات الربط الأثر الواضح للحصول على معادلات المعايرة الخطية مضافا اليها معامل تصحيح بوحدات MeV لنوى السلف والوليدة التي بدورها أفضت الى تقارب القيم التجريبية والنظرية. أجريت الاشتقاقات الرياضية اللازمة للحصول على صيغة نهائية وجديدة ل $Q_{\beta}^{+} - value$. اظهرت النتائج ان هناك تطابقا مقبولا بين القيم العملية والنظرية بعد تعديل الانموذج المستخدم ولاسيما للنوى المتوسطة والثقيلة واقل قبولاً للنوى الخفيفة بسبب وجود الأعداد السحرية وتداخلها في هذا الطيف. تم الحصول على انحراف معياري لا يزيد عن (2.32) الذي يمكن اعتباره كبيرا نسبيا ذلك بسبب الطيف المستمر لانحلال بيتا. تكمن اهمية هذا العمل في امكانية حساب قيم طاقات الانحلال بالاعتماد على قيم طاقات الربط النووية التي يتم حسابها بالاعتماد على معرفة اعداد البروتونات والنيوترونات؛ لذا تكون النتائج أكثر دقة وكفاءة من اعتماد صيغة الكتلة المتعارف عليها اذ يصعب الحصول على قيم الكتل بوحدات الكتل الذرية للنوى بدقة متناهية. كما بينت النتائج أن طاقة انحلال بيتا الموجبة تقل للنظائر بشكل عام وتزداد لللايزوتونات عند زيادة اعدادها الكتلية وتتناقص مع زيادة العدد الكتلي (A) للنوى بشكل عام. أظهر الانموذج المحور إمكانية مقبولة في تحديد معدل طاقة الربط للنوى المدروسة ويمكن التعويل عليه في تحديد طاقة الانحلال وطاقة الربط النووية بعد التعديل.

الكلمات الدالة: أنموذج شبيه الكوارك (QLM)، طاقة الربط النووية، انحلال بيتا، $Q_{\beta}^{+} - value$.

المقدمة

يعتبر انحلال بيتا احد الأنحلال الشائعة التي تحدث في داخل النواة وتعد من التفاعلات الضعيفة الا انه ومنذ ان لاحظ Henri Becquerel بأن جسيمات بيتا هي عبارة عن الكترونات، ظهرت العديد من المشاكل كان منها ان توزيع طاقات جسيمة بيتا متناقض من ناحية قانون حفظ الطاقة، كما ان التغيير في البرم النووي يجب ان يكون عدداً صحيحاً الا ان برم الالكترون هو $\frac{1}{2}$ لذا فإن الزخم الزاوي سيكون عندها غير محفوظ اذا كان تحلل بيتا هو انبعاث الكترون فقط، اضافة الى ان انبعاث الكترون منفرد يخرق قانون حفظ العدد الليبتوني لذا وللأسباب اعلاه فقد تم فرض ان هناك جسيم متعادل صغير سمي ب النيوتريينو ويجب ان يكون من الليبتونات ويمتلك برم $\frac{1}{2}$ ويحمل ما تبقى من الطاقة، كما يجب ان يكون تفاعله ضعيفاً جداً مع المادة لدرجة تجعل من غير الممكن اكتشافه. ان ملاحظة هذا الجسيم بشكل مباشر تكون مستحيلة لذا يتم استخدام طرق غير مباشرة حيث يتم ملاحظته من خلال مراقبة ارتداد النوى او من خلال ظهور البوزترون عند تحول البروتون الى نيترون (Martin, 2006).

لقد افترض فيرمي في عام 1934 ان الالكترون والنيوتريينو يتم تخليقهم اثناء عملية انحلال بيتا، وان هذا التخليق يشبه الى حد كبير عملية انبعاث الفوتون في عمليات الانحلال النووي والذري. وبحلول عام 1933 اصبحت نظرية الكم للإشعاع واضحة ومفهومة ووضع فيرمي نظريته هذه لانحلال بيتا. على النقيض من التفاعل الكهرومغناطيسي اذ يتم تبادل الفوتون بين الجسيمات المشحونة وبكتلة سكويه صفر ($m_\gamma = 0$) ومدى تفاعل غير محدود، في حين ان عملية انحلال بيتا تكون قصيرة المدى (Pérez Cerdán, 2012). يمثل نصف عمر انحلال بيتا اهمية كبيرة في الفيزياء النووية حيث يعتبر كأجهزة استشعار للتركيب النووي كما ويتأثر بشكل اساسي بقيمة طاقة الانحلال (Q) (Kurtukian-Nieto, 2014).

ومن الدراسات التي قُدمت عن العمر النصفى كانت قياس العمر النصفى لانحلال بيتا للنوى غنية النيترينون (Mg Ar) – في المناطق المجاورة للقشرات المغلقة N=28، وتم حساب 22 عمر نصفى، 12 منها تم حسابها لأول مرة (Grévy et al., 2004). كما قام NI Dong بالتحقق من نصف العمر لانحلال β^+ والأسر الالكتروني باستخدام التقريب الطوري العشوائي لأشباه الموصلات بروتون – بروتون مع التفاعل المتبقي Gamow – Teller δ - form (Ni et al., 2012)، كذلك قام (Wu et al., 2020) بقياس العمر النصفى ل 55 نواة غنية النيوترونات ($^{134-139}\text{Sn}$ ، $^{134-142}\text{Sb}$ ، $^{137-144}\text{Te}$ ، $^{140-146}\text{I}$ ، $^{140-142}\text{Xe}$ ، $^{145-151}\text{Cs}$ ، $^{140-153}\text{Ba}$ ، $^{151-155}\text{La}$)، تم قياسه في مصنع اشعاع النظائر المشعة باستخدام شظايا الانشطار المقذوفة ل ^{238}U ، وسيكون لتركيب المستوى النووي بعد التشوه تأثير كبير على نصف العمر، وتمت دراسة تأثير نصف العمر المقاس حديثاً على عملية التخليق النووي (r-process). تمكن (Kumar et al., 2020) من حساب خصائص انحلال بيتا السالبة المسموح للنوى ذات العدد الذري (Z=8-15) بالترتيب في اطار أنموذج القشرة النووية، حيث انجز الحساب للتحويلات ($P \rightarrow S$ ، $Si \rightarrow P$ ، $Al \rightarrow Si$ ، $Mg \rightarrow Al$ ، $Na \rightarrow Mg$ ، $Ne \rightarrow Na$ ، $F \rightarrow Ne$ ، $O \rightarrow F$) كذلك ناقش النتائج النظرية لقيم $\log ft$ ونصف العمر ومقارنتها بالبيانات التجريبية المتوفرة. ولحساب العمر النصفى للنوى ^{113}Cd و ^{115}In . تم اقامة وصف لعملية انحلال بيتا للانتقالات الممنوعة الرابعة الى الحالة الارضية لنفس النوى وتم الحصول على نتائج متوافقة تماماً مع القيم التجريبية (Mustonen and Suhonen, 2007). اجرى عدد من الباحثين بدراسات اعتمدت على العمر النصفى وعلاقته مع طاقة الانحلال التجريبية وتم استنتاج صيغة يمكنها التنبؤ بقيم العمر النصفى لمدى محدد من النوى (Li et al., 2018). يُعبر عن طاقة الانحلال بشكل عام بفرق طاقات الربط النووية للأم والوليدة، وتعرف طاقة الربط النووية بأنها الطاقة اللازمة لكسر النواة الى بروتونات ونيوترونات حرة، احدى الطرق لكسر النواة الى محتوياتها هو بفصل كل نكليون على حده في كل مرة وبالتالي وجد ان طاقة فصل النكليون ثابتة وتقدر بحدود (8MeV) (Cohen, 1971). ناقش مجموعة من الباحثين تأثير الطاقات العظمى عند نقطة نهاية جسيمات بيتا وارتباطها بالعدد الذري (Z) لإيجاد كتلة النيوتريينو الذي ينتج من انحلال التريتيوم

(Otten *et al.*, 2006). كما اشتق Blake أنموذج جديد لحساب طاقة الربط النووية للنوى الخفيفة وظهرت النتائج قيماً متوافقة مع القيم التجريبية عن طريق الاعتماد على طريقة الترابط من خلال اعداد الكواركات في البروتونات والنيوترونات وعلاقتها مع قوة التناثر الكهرومغناطيسية للبروتونات، وبذلك تمكن من حساب طاقة الربط النووية لـ 12 من نظائر الديتريوم وبملاءمة عالية (Blake, 2011). تمت دراسة طاقات الفصل النووية وعلاقتها بالقشرات المغلقة بالإضافة الى التعبير عن طريقة التفاعل بين النكليونات (p-n) التي استنتجت من فرق الكتل للنوى المتوسطة والثقيلة باستخدام الأنموذج الجماعي (Cakirli and Casten, 2013). اجريت دراسة نظرية لتحديد طاقة انحلال بيتا الموجبة والسالبة والأسر الالكترونية لتفسير الانتقالات النووية وتحديد بعض خصائصها، وامكن هذا من حساب الكتل الذرية المجهولة وبكفاءة وذلك بعد تثبيت طاقة الربط التجريبية (Roeckl and Mukha, 2013). وُجد ان العمر النصفى لانحلال بيتا السالب يعد مفتاحاً لخصائص التركيب النووي اضافة الى عملية انتاج نوى جديدة والتنبؤ باحتمالية وجودها ، حيث تم الاعتماد على الانتقال الممنوع الاول ونسب النقرح لاقتراح صيغة جديدة لحساب العمر النصفى لانحلال بيتا السالب (You *et al.*, 2019). تمت دراسة انحلال بيتا الممنوع للحالة الارضية لـ ^{96}Zr وحساب العمر النصفى للانتقالات 6^+ ، 5^+ ، 4^+ ، وتمت حساباتها باستخدام التقريب الطوري العشوائي شبه الجسيمي بروتون - نيوترون، ووجد ان الانحلال يُسيطر عليه من قبل الانتقال الممنوع الرابع الى المستوى 5^+ وينصف عمر $(2.4 \times 1020 \text{ year})$ (Heiskanen *et al.*, 2007). تم حساب طاقة انحلال بيتا وخصائصها لنظائر المولبيديوم ^{95}Md و ^{97}Md والتكنيشيوم ^{95}Tc و ^{97}Tc باستخدام أنموذج الفونون شبه الجسيمي المايكروسكوبي (MQPM) وظهرت النتائج توافقاً مع القيم التجريبية (Ydrefors *et al.*, 2010). قام (Falkowski *et al.*, 2021) بمراجعة وتحليل القياسات في انحلال بيتا النووية المسموحة وانحلال النيوترونات من خلال الأنموذج المعياري (Standard model) ، حيث تضمن التحليل احدث التطورات التجريبية والنظرية، وتم تفسير النتائج بدلالة معاملات ويلسون التي تصف التفاعلات النشطة بين الليبتونات والنكليونات (الكواركات) المسؤولة عن انحلال بيتا.

يهدف البحث الحالي الى اشتقاق صيغة نظرية جديدة لطاقة انحلال بيتا الموجبة طبقاً للفرق بين طاقات الربط النووية للسلف والوليدة لتكون بديلاً عن صيغة الكتلة المعروفة (بوحدة الكتل الذرية)، من ثم توظيف أنموذج شبيه الكوارك من اجل الوصول الى تلك الغاية، اذ اصبح بالإمكان الحصول على نتائج اكثر دقة وسلاسة في الحساب ولطيف واسع من النوى لتشمل النوى الخفيفة والمتوسطة والثقيلة، ليتسنى للباحثين في هذا المجال الحصول على قيم طاقات الانحلال لجميع النوى الى جانب التنبؤ بالعمر النصفى لهذا النوع من النوى ومعرفة ماهيتها وتركيبها النووي ولأهمية تلك المعطيات في تحديد خواص النوى.

الإطار النظري

طاقة الربط النووية وفقاً لأنموذج شبيه الكوارك

يتمثل أنموذج شبيه الكوارك بفرض ان النواة تتكون من مزيج الكوارك-الكلون (Ghahramani *et al.*, 2008) (Ghahramany *et al.*, 2011)، نحن نعتبر ان النكليونات هي عناصر مكونة للنواة بسبب المسافات المتباعدة بين الكواركات وبالتالي فإن القوة النووية ستكون ضعيفة وهذا هو سبب تشكيل ما يسمى بمزيج الكوارك-الكلون. ولحساب طاقة الربط النووية سيتم اتباع الفرضيات التالية:

1. طاقة الربط النووية في نفس النمط بحدود 1% من طاقة الكتلة المتبقية للكواركات المكونة $(m_q C^2)$ ، اذ ان q تمثل الكواركات العليا والسفلى.
2. تعتمد طاقة الربط على حجم مزيج الكوارك-الكلون خلال النواة مما يجعلها تتناسب مع $3A$ ، حيث تمثل A العدد الكلي.
3. نتيجة التوزيع الغير متماثل للكواركات السفلى والعليا فيمكننا الاستنتاج من هذا ان طاقة الربط النووية تعتمد على: $\frac{N^2 - Z^2}{Z}$.

ان هذه الافتراضات ساعدت في الحصول على المعادلة التالية لأجل حساب طاقة الربط (Ghahramany *et al.*, 2007) (Ghahramany *et al.*, 2011):

$$B(A, Z) = \left[3A - \left(\frac{(N^2 - Z^2) + \delta(N - Z)}{Z} + 3^2 \right) \right] \times \frac{m_u c^2}{100} \quad (1)$$

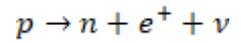
اذ ان $m_u = 335 \text{ MeV}$ (De Rújula *et al.*, 1975) ، كما تمثل $\delta(N - Z)$ شرط استقرار بيتا النووي وتعرف كالاتي:

$$\delta(N - Z) = \begin{cases} 0 & \text{for } N \neq Z \\ 1 & \text{for } N = Z \end{cases}$$

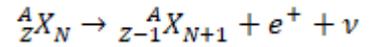
ان كل مصطلح من المعادلة اعلاه يحتوي جزء من الرؤيا الفيزيائية كما هو الحال في المعادلة شبه التجريبية لأنموذج قطرة السائل فمثلا تواجد 3^2 في القانون يوضح عدد الكواركات المكونة للنكليون، ووفقاً للمعادلة اعلاه ظهرت النتائج بشكل يتوافق تماماً مع القيمة التجريبية لطاقة الربط.

حساب قيمة طاقة الانحلال (Q_β^+ - value) بدلالة طاقة الربط النووية

تتمثل عملية انحلال بيتا الموجبة في النواة بالمعادلة التالية



ويمكن كتابتها بالشكل



اذ ينبعث من هذه العملية بوزترون من النواة مما يقود لتحويل بروتون الى نيوترون وبذلك تقل الشحنة النووية Z بمقدار واحد. ان الطاقة المتحررة من هذه العملية تدعى بطاقة انحلال بيتا الموجب Q_β^+ - value والمتمثلة بفرق الكتل الذرية لنوى السلف والوليدة وكالاتي:

$$Q_\beta^+ = [M_p - M_d - 2m_e]C^2 \quad (2)$$

اذ ان:

M_p ، M_d - تمثلان الكتل الذرية لنوى السلف والوليدة على التوالي

C^2 - يمثل عامل التحويل ويساوي (931.5 MeV/amu)

وتحسب الكتلة الذرية لنواة السلف من العلاقة (Heyde K., 1999) :

$$M(A, Z) = Zm_p + Nm_n - B(A, Z)/C^2 \quad (3)$$

اما بالنسبة للنواة الوليدة في انحلال بيتا الموجب فإن العدد الذري Z يقل بمقدار واحد وتزداد N بمقدار واحد وتبقى قيمة العدد الكتلي A ثابتة، لذا فالكتلة الذرية للنواة الوليدة تحسب كالاتي:

$$M(A, Z - 1) = (Z-1)m_p + (N + 1)m_n - B(A, Z - 1)/C^2 \quad (4)$$

وبتعويض المعادلتان (3) و (4) في المعادلة (2) نحصل على:

$$Q_\beta^+ = B(A, Z - 1) - B(A, Z) + (m_p - m_n)C^2 - 2m_e C^2 \quad (5)$$

$$Q_\beta^+ = B(A, Z - 1) - B(A, Z) + K$$

اذ ان:

$-B(A, Z)$ تمثل طاقة الربط للنواة السلف

$-B(A, Z - 1)$ تمثل طاقة الربط للنواة الوليدة

K - ثابت ويساوي:

$$K = (m_p - m_n - 2m_e)C^2 = -1.80446 \text{ MeV}$$

من المعادلة (5) يمكننا حساب $Q_{\beta}^+ - \text{value}$ بدلالة طاقات الربط النووية لنوى السلف والوليدة حيث اظهرت نتائج متوافقة مع القيم التجريبية.

تعميم أنموذج شبيه الكوارك (QLM) لحساب $(Q_{\beta}^+ - \text{value})$

ان أنموذج شبيه الكوارك (QLM) (Quark-like model) هو أنموذج نظري يمكن استخدامه لحساب طاقة الربط النووية، ووفقاً لهذا الأنموذج فإن معادلة طاقة الربط النووية للنواة السلف هي كما في المعادلة (1)، اما معادلة طاقة الربط النووية للنواة الوليدة فستكون كالاتي:

$$B(A, Z - 1) = \left[3A - \left(\frac{N^2 - Z^2 + 2N + 2Z + \delta(N - Z + 2)}{Z - 1} + 3^2 \right) \right] \times 3.35 \text{ MeV} \quad (6)$$

ولإيجاد $(Q_{\beta}^+ - \text{value})$ سنقوم بتعويض معادلة (1) و (6) في المعادلة (5) (كما موضح في الملحق) لنحصل على:

$$Q_{\beta}^+ = \left[\frac{-(A)^2}{Z(Z - 1)} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \quad (7)$$

المعادلة (7) تمثل معادلة $(Q_{\beta}^+ - \text{value})$ وفق أنموذج شبيه الكوارك والتي لها ثلاث حالات:

الحالة الاولى: عندما $N = Z$ فإن $\delta(N - Z) = 1$ فتكون المعادلة (7)

$$Q_{\beta}^+ = \left[\frac{-(A)^2 + Z - 1}{Z(Z - 1)} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \quad (7a)$$

الحالة الثانية: عندما $N - Z = -2$ فإن $\delta(N - Z + 2) = 1$ فتكون المعادلة (7)

$$Q_{\beta}^+ = \left[\frac{-(A)^2 - Z}{Z(Z - 1)} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \quad (7b)$$

الحالة الثالثة: فيما عدا الحالتين اعلاه فإن المعادلة (7) ستكون

$$Q_{\beta}^+ = \left[\frac{-(A)^2}{Z(Z - 1)} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \quad (7c)$$

من الجدير بالذكر ان المعادلة (7) بكل حالاتها لم تعطي نتائج دقيقة ل Q_{β}^+ مقارنة مع القيم التجريبية كما هو موضح بالشكل (1)، لذا قمنا بتعديل المعادلتين (1) و (6)، اللتان تمثلان طاقة الربط النووية لنواة السلف والوليدة على التوالي. ان هذا التعديل تم من خلال رسم بياني يتمثل القيم التجريبية لطاقة الربط النووية للسلف والوليدة على المحور الصادي مع قيمهم النظرية على المحور السيني، ثم الحصول على معادلات المعايرة للنواة السلف والوليدة كما في المعادلة (8) و (9) على التوالي والتي تم الحصول عليها من الشكل (2) و (3) وبملاءمة لا تقل عن ($R^2 = 0.99$) وكالاتي:

$$y = 0.9127 x - 17.352 \quad (8)$$

$$y = 0.9128 x + 4.2878 \quad (9)$$

وبالتعويض عن قيمة x في معادلات المعايرة بالمعادلتين (1) و (6)، سنحصل على صيغة جديدة لطاقة الربط النووية لنوى السلف والوليدة على التوالي وكالاتي:

$$B(A, Z) = \left[3A - \left(\frac{N^2 - Z^2 + \delta(N - Z)}{Z} + 9 \right) \right] \times 3.057545 - 17.352 \quad (10)$$

$$B(A, Z - 1) = \left[3A - \left(\frac{N^2 - Z^2 + 2A + \delta(N - Z + 2)}{Z} + 9 \right) \right] \times 3.05788 + 4.2878 \quad (11)$$

المعادلتان (10) و (11) ستمثلان طاقات الربط النووية لنوى السلف والوليدة بعد التعديل لتكون معادلات أنموذج شبيه الكوارك المعدل Modified Quark-like model (MQLM)، وبتعويضهما في المعادلة (5) سنحصل على الصيغة النهائية الجديدة لـ Q_{β}^{+} لأنموذج شبيه الكوارك المعدل (QLM):

$$Q_{\beta}^{+} = \left[3A - \left(\frac{N^2 - Z^2 + 2A + \delta(N - Z + 2)}{Z} + 9 \right) \right] \times 3.05788 + c_1 - \left[3A - \left(\frac{N^2 - Z^2 + \delta(N - Z)}{Z} + 9 \right) \right] \times 3.057545 - c_2 + K \quad (12)$$

اذ ان:

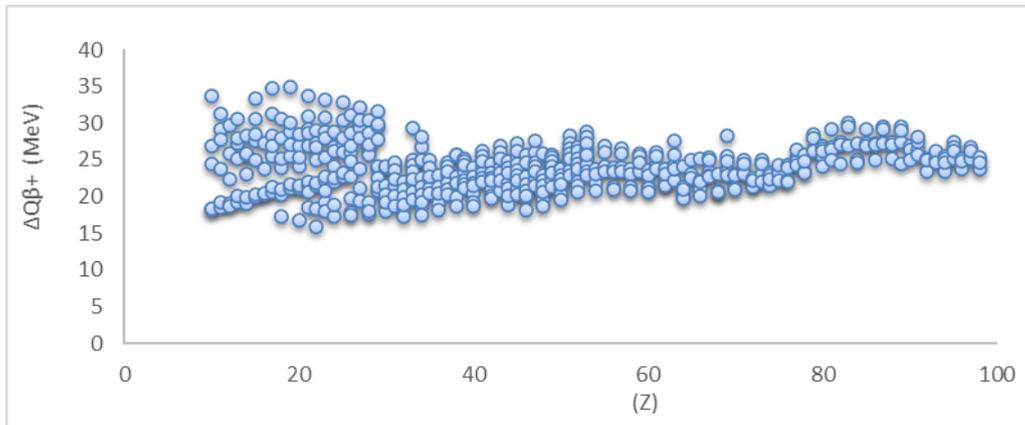
$$c_1 = 4.2878 \text{ MeV}$$

$$c_2 = 17.352 \text{ MeV}$$

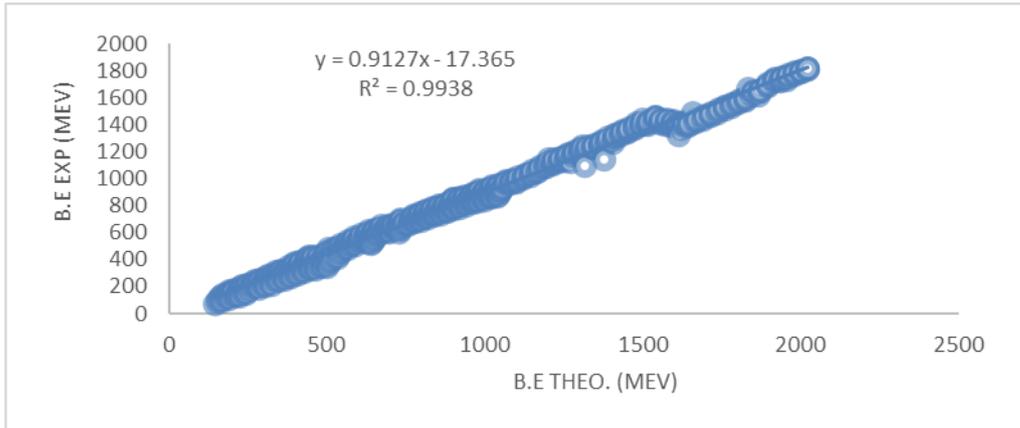
ان العلاقة النظرية لطاقة الربط النووية ومعدل طاقة الربط $\left(\frac{B.E}{A}\right)$ وفق أنموذج شبيه الكوارك (QLM) وأنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM) (Modified Quark-like model) تم حسابها لإجراء مقارنة مع قيمها التجريبية. الشكل (4) يُظهر النتائج التي تم الحصول عليها وفق أنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM) حيث اعطت توافقاً أكبر مع القيم التجريبية بالمقارنة مع الأنموذج (QLM).

النتائج والمناقشة

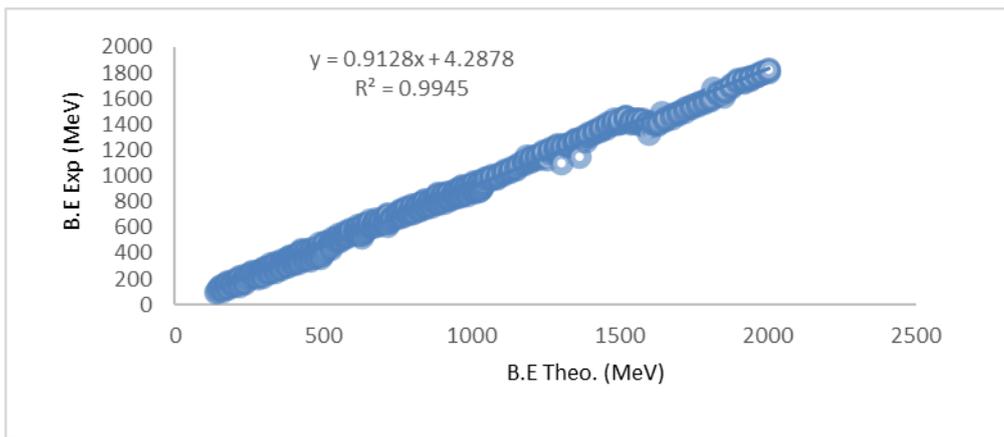
يبين الشكل (1) العلاقة بين ΔQ_{β}^{+} (الفرق بين القيم النظرية والتجريبية لـ Q_{β}^{+}) مع العدد الذري Z لأكثر من (500) نواة بمختلف انواعها (الزوجية - الزوجية، الفردية - الزوجية، الزوجية - الفردية، الفردية - الفردية، الفردية - الفردية) وفقاً لأنموذج شبيه الكوارك (QLM). الشكل (2) و (3) يوضح العلاقة بين القيم النظرية والتجريبية لطاقة الربط النووية لكل من نوى السلف والوليدة على التوالي. الشكل (4) يمثل العلاقة بين ΔQ_{β}^{+} مع العدد الذري لكل النوى المدروسة وفقاً لأنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM).



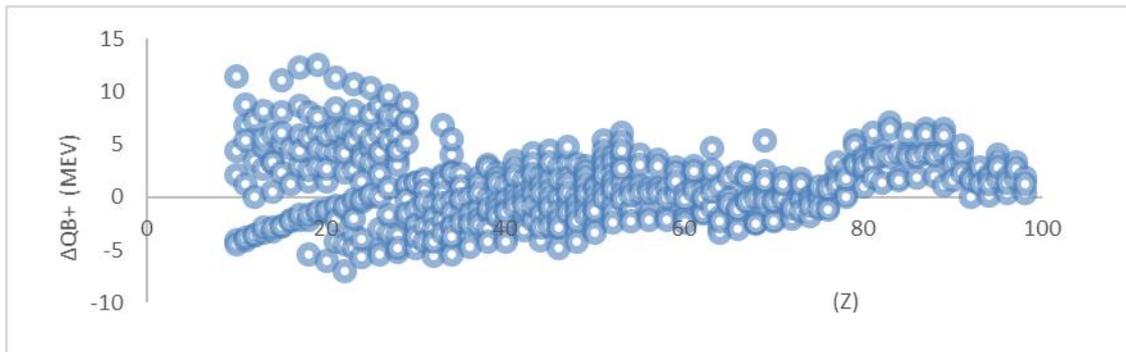
الشكل 1: العلاقة بين ΔQ_{β}^{+} والعدد الذري (Z) وفق أنموذج شبيه الكوارك (QLM)



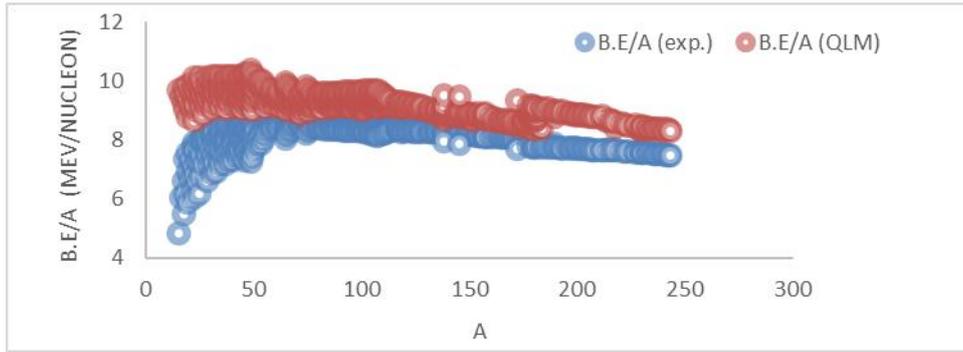
الشكل 2: العلاقة بين طاقة الربط النووية التجريبية والنظرية ومعادلة المعايرة للنواة السلف



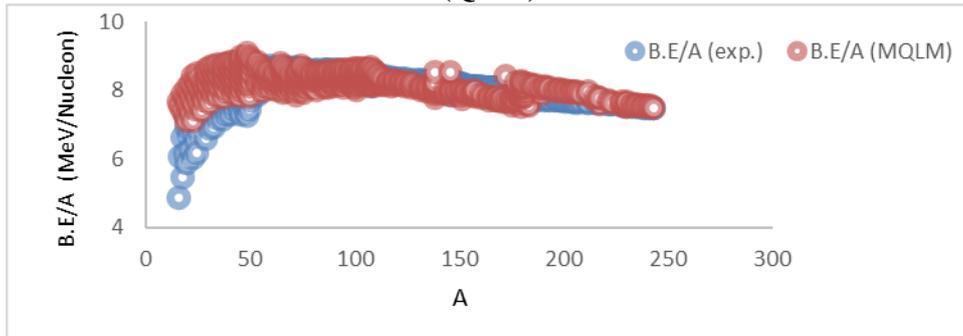
الشكل 3: العلاقة بين طاقة الربط النووية التجريبية والنظرية ومعادلة المعايرة للنواة الوليدة

الشكل 4: العلاقة بين ΔQ_{β}^{+} والعدد الذري (Z) وفق أنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM)

الشكل (5) و (6) يبين العلاقة بين القيم النظرية والتجريبية لمعدل طاقة الربط النووية $\left(\frac{B.E}{A}\right)$ مع العدد الكتلي (A) وفق أنموذج شبيه الكوارك (QLM) وأنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM) على التوالي لكل النوى المدروسة. (الجدول 1) يوضح الانحراف المعياري (σ) لطاقة الانحلال (Q_{β}^{+}) وفقاً لأنموذج شبيه الكوارك (QLM) وأنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM).



الشكل 5: العلاقة بين قيم معدل طاقة الربط النظرية والتجريبية ($\frac{B.E}{A}$) مع العدد الكتلي (A) وفق أنموذج شبيه الكوارك (QLM)



الشكل 6: العلاقة بين قيم معدل طاقة الربط النظرية والتجريبية ($\frac{B.E}{A}$) مع العدد الكتلي (A) وفق أنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM)

الجدول 1: يبين قيم الانحراف المعياري لأنموذج شبيه الكوارك (QLM) وأنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM) وللنوى ($Z=10_{98}$) من

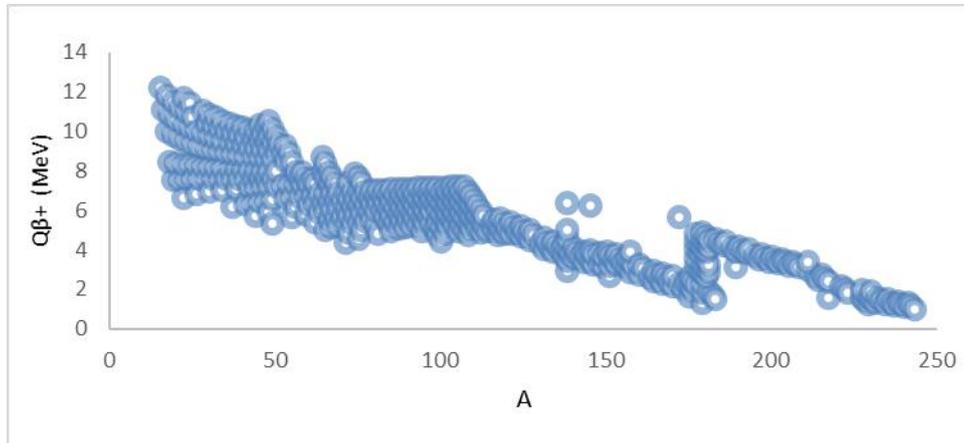
النماذج	σ
QLM	23.97
MQLM	2.32

يعد انحلال بيتا من أحد الخصائص الأساسية في النواة، في دراستنا خلال بحثنا المقدم قمنا بإنشاء حساباتنا على مقياس واسع لقيم (Q_{β}^{+}) لمدى النوى $10 \leq Z \leq 98$ ، وبناءً على القيم النظرية والتجريبية ل (Q_{β}^{+}) قدمنا صيغة جديدة لحساب قيمة طاقة انحلال بيتا الموجبة (Q_{β}^{+}) وبدلالة طاقات الربط النووية كما في المعادلة (5) والتي اعطت توافقاً ممتازاً مع القيم التجريبية. استخدمنا أنموذج شبيه الكوارك (QLM) حسب المعادلة (1) و (6) لحساب طاقة الربط النووية للأُم والوليدة على التوالي وبالتالي حساب قيمة (Q_{β}^{+}) باستخدام المعادلة (7) والتي اظهرت نتائج غير مقبولة بالمقارنة مع القيم التجريبية ل (Q_{β}^{+}) كما يتوضح ذلك في الشكل (1) استناداً الى امتداد الحسابات لقيمة (Q_{β}^{+}) لنظائر النوى ومقارنتها مع قيمها التجريبية، كما انها اعطت انحرافاً معيارياً عالياً كما مبين في (الجدول 1). بعد اجراء التعديل على طاقات الربط النووية لنوى السلف والوليدة لأنموذج شبيه الكوارك لنحصل على أنموذج شبيه الكوارك المعدل (MQLM) والمتمثل بالمعادلة (12) والتي اظهرت نتائج متوافقة بشكل مقبول مع القيم التجريبية والموضحة بالشكل (4) وبانحراف معياري قليل كما يظهر في (الجدول 1).

ان النتائج الموضحة في الشكل (4) تبين ان الفروقات ما بين القيم التجريبية والنظرية (ΔQ_{β}^{+}) تتمركز حول الصفر مما يشير الى صحة النتائج ولاسيما بالنسبة للنوى المتوسطة والثقيلة، اما بالنسبة للنوى الخفيفة فتزداد هذه الفروقات ويعزى ذلك الى

تواجد الاعداد السحرية ($Z, N=2, 8, 20, 28,..$) والتي تمتلك قشرات مغلقة بطاقة ربط أكبر وبالتالي طاقة الانحلال (Q_{β}^{+}) ستكون اقل، حيث ان النوى ذات الاعداد السحرية تستنزف طاقات اعلى لتغلب على طاقات ربطها النووية. يمكن تفسير هذا السلوك ايضاً بالاعتماد على حد التناظر في أنموذج شبيه الكوارك الذي يكون بإشارة سالبة للنواة الوليدة فيقلل من طاقة الربط النووية، ولكنه يصبح بإشارة موجبة لنوى السلف كما في المعادلة (12) فيفقد الى نقصان قيم طاقة انحلال بيتا الموجبة (Q_{β}^{+}).

ان الصيغة النظرية لأنموذج شبيه الكوارك (QLM) مكون من اثنان من الحدود تعتمد فقط على Z و N وهذا يشير الى رؤية شاملة ايسر بكثير للنويدات، كما ان الانحراف عن القيم التجريبية لهذا الأنموذج (QLM) سببها النويدات الخفيفة والثقيلة، ذلك ان النويدات الخفيفة اقل من 3 كواركات تحتاج ان تتشكل، بينما في حالة النوى الثقيلة فإن عدد النيوترونات يكون اكبر بكثير من عدد البروتونات. حاول العديد من الباحثين الحصول على تصور لأنموذج شبيه الكوارك بحيث يكون قادراً على تفسير اغلب الخصائص النووية او جميعها مثل طاقة الربط النووية لكل نكليون، الاعداد السحرية، المستويات المثيجة، عملية الانحلال والعزم المغناطيسي. الشكل (7) يمثل العلاقة بين (Q_{β}^{+}) والعدد الكتلي (A) حيث يُظهر تناقصاً اسياً في طاقة انحلال بيتا الموجبة مع زيادة العدد الكتلي (A) بشكل عام بسبب زيادة طاقة الربط النووية لكل النوى مع زيادة العدد الكتلي (A) وبالتالي تقل طاقة الانحلال (Q_{β}^{+} - value)، كذلك بالنسبة لنظير معين (isotope) فإن طاقة الانحلال تقل مع زيادة العدد الكتلي كما يبين الشكل (8) لكل من النظائر ($Z=15, 18$).

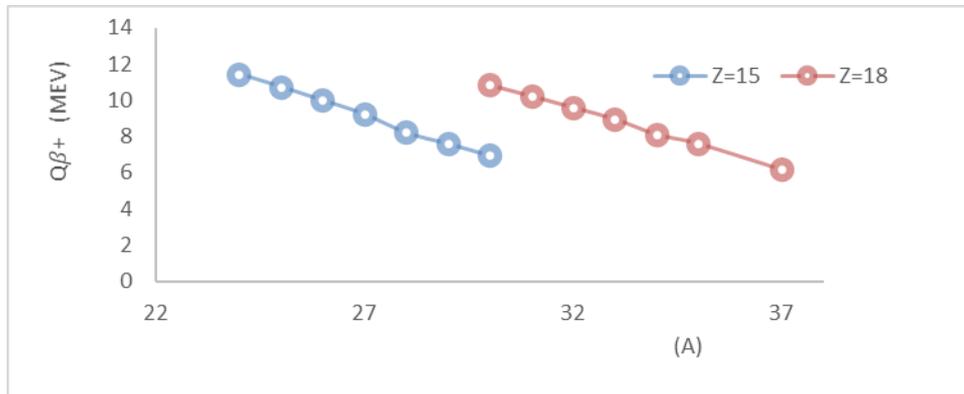


الشكل 7: العلاقة بين طاقة انحلال بيتا الموجبة (Q_{β}^{+}) والعدد الكتلي (A)

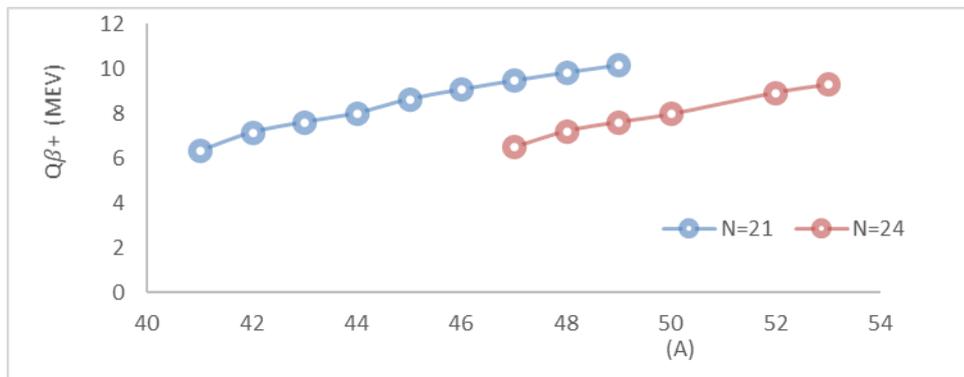
تبين ان نتائجنا كانت غير متوافقة مع ما تم ملاحظته من قبل Borzov (2006) (Borzov et al., 1997) في دراستهم للعمر النصفى حيث ان العديد من النظائر (isotopes) اظهرت تناقص للعمر النصفى مع زيادة الكتلة لنفس النظير وقادت الى زيادة في قيم طاقات الانحلال بينما اظهرت نتائجنا نقصان في طاقة الانحلال (Q_{β}^{+})، كذلك في حالة النظير (isotone) اذ اظهرت نتائجهم نقصان في طاقة الانحلال لنظائر (isotone) كلما ازداد العدد الكتلي (A)، بينما اظهرت نتائجنا زيادة طاقة الانحلال مع زيادة العدد الكتلي للنظير (isotone) كما يتوضح ذلك في الشكل (9) للنظائر ($N=21, 24$)، وهذا كان متعارضاً ايضاً مع النتائج التي حققها (Martínez-Pinedo and Langanke, 1999) في حسابات العمر النصفى لانحلال بيتا للعديد من النظائر (isotones)، ان حالات عدم التوافق التي ظهرت سببها ان نتائجنا كانت معاكسة لما توصل اليه (Qasim and Al-jomaily, 2020) والتي درست حساب طاقة انحلال بيتا السالبة وفق أنموذج قطرة السائل، حيث ان سلوك طاقة انحلال بيتا الموجبة يكون معاكساً لها، ويتضح ذلك من خلال بعض الملاحظات منها سلوك النظائر عامة ال (isotope) و (isotone)، ويظهر ذلك بشكل واضح عند رسم العلاقة بين العدد الكتلي (A) مع طاقة الانحلال Q_{β}^{+} والمبيّنة في الاشكال

(8) و (9) على التوالي، بالإضافة الى السلوك العام للنوى اذ ان التناسب كان عكسياً في علاقة العدد الكتلي (A) مع طاقة الانحلال (Q_{β^+}). كما تُبين ايضاً الاشكال (8) و (9) ان السلوك كان منتظماً لجميع النوى على الرغم من اختلافها فيما اذا كانت (زوجية - زوجية، زوجية - فردية، زوجية - زوجية) في حين ان في أنموذج قطرة السائل (Qasim and Al-Jomaily, 2020) كان سلوك النوى متذبذباً اذ تقل طاقة الانحلال عند الانتقال من نوى (زوجية - فردية) الى نوى (زوجية - زوجية) وتزداد اذا كان الانتقال معكوساً وهكذا، ان سبب هذا الاختلاف في السلوك في أنموذج شبيه الكوارك (QLM) هو ان هذا الأنموذج يحوي فقط على حد الحجم وعدم التناظر على عكس أنموذج القطرة الذي يمتلك حد الحجم والسطح وحد كولوم وعدم التناظر والازدواج مما يجعله قادراً على اظهار نتائج اكثر دقة، كما ان أنموذج شبيه الكوارك يتمثل بفرض ان النواة تتكون من مزيج الكوارك-الكلون والتي لا يمكن توفيرها الا في درجات حرارة او ضغط عاليين.

اظهرت دراستنا ان هناك انحرافاً محدداً ملحوظاً بين القيم النظرية والتجريبية لطاقة الربط النووية تحدث في النوى الخفيفة وبشكل خاص عندما يكون عدم تناظر النيوترون - البروتون كبيراً. مما تجدر الاشارة اليه ايضاً هو اعتمادية طاقة الربط النووية على عدد النيوترون - البروتون الناشئ من التعديلات الرئيسية في شكل وحجم النواة بالقرب من الخط النيتروني (Tanihata, 1996) (neutron dripline). في الآونة الاخيرة بالقرب من N و Z تتم بحث ودراسة دور تفاعل النيوترون - البروتون وتأثيره على الزوج p - n (Röpke et al., 2000).



الشكل 8: العلاقة بين طاقة انحلال بيتا الموجبة (Q_{β^+}) والعدد الكتلي (A) للنظائر (Z=15, 18)



الشكل 9: العلاقة بين طاقة انحلال بيتا الموجبة (Q_{β^+}) والعدد الكتلي (A) للنظائر (N=21, 24) الاستنتاجات

تشير النتائج الى توافق مقبول بين القيم النظرية والتجريبية لطاقة انحلال بيتا الموجبة لاسيما بالنسبة للنوى المتوسطة والثقيلة في مدى النوى المدروسة، اي بمعنى اخر ان تطابق قيم طاقات الربط النووية لنوى السلف والوليدة مع قيمهم التجريبية يدعم أنموذج شبيه الكوارك المعدل ليستخدم في حساب طاقة الانحلال. اظهرت النوى التي تحتوي على اعداد سحرية فرقا كبيرا في

قيم طاقة الانحلال مقارنة مع القيم التجريبية لاسيما في المدى الخفيف. لوحظ ان معدل طاقة الربط النووية $\left(\frac{B.E}{A}\right)$ متطابقة بشكل كبير مع القيم التجريبية وسلوك مشابه لسلوك أنموذج قطرة السائل. ان طاقة انحلال بيتا الموجبة تتناقص مع زيادة العدد الكتلي (A) للنوى بشكل عام، بينما ستزداد مع النظير (isotone) بالرغم من الزيادة في (A)، ولكنها ستقل لكل نظير (isotope) بشكل خاص.

المصادر

- Blake, R. (2011). The architecture of nuclear binding energy. *Physics Procedia.*, **22**, 40–55. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.phpro.2011.11.007>
- Borzov, I.N. (2006). Beta-decay rates. *Nuclear Physics A.*, **777**, 645–675. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.05.147>
- Borzov, I.N.; Goriely, S.; Pearson, J.M. (1997). Microscopic calculations of β -decay characteristics near the A=130 r-process peak. *Nuclear Physics A.*, **621**(1–2), 307–310. [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(97\)00260-1](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(97)00260-1)
- Cakirli, R.B.; Casten, R.F. (2013). Nuclear binding and nuclear structure. *International J. Mass Spectrometry*, **349–350**(1), 187–191. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijms.2013.04.011>
- Cohen, B.L. (1971). "Concepts of Nuclear Physics". In McGraw-Hill company, Inc., pp. 453–2461.
- De Rújula, A.; Georgi, H.; Glashow, S. L. (1975). Hadron masses in a gauge theory. *Physical Review D.*, **12**(1), 147–162. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.12.147>
- Falkowski, A.; González-Alonso, M.; Naviliat-Cuncic, O. (2021). Comprehensive analysis of beta decays within and beyond the Standard Model. *J. High Energy Phys.*, **2021**(4), 126. [https://doi.org/10.1007/JHEP04\(2021\)126](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2021)126)
- Ghahramani, N.; Hora, H.; Miley, G. H.; Ghanaatian, M.; Hooshmand, M.; Philberth, K.; Osman, F. (2008). Nuclear magic numbers based on a quarklike model is compared with the Boltzmann distribution model from nuclear abundance in the universe and low energy nuclear reactions. *Phys. Essays*, **21**(3), 200–206. <https://doi.org/10.4006/1.3027450>
- Ghahramany, N.; Ghanaatian, M.; Hooshmand, M. (2007). Quark-Gluon Plasma model and origin of magic numbers. *J. Iranian Phys.*, **1**(2), 35–38. <https://www.sid.ir/en/journal/ViewPaper.aspx?id=250365>
- Ghahramany, N.; Gharaati, S.; Ghanaatian, M.; Hora, H. (2011). New scheme of nuclide and nuclear binding energy from quark-like model. *Iranian J. Sci. and Technol., Transaction A: Sci.*, **35**(3), 201–208. <https://doi.org/10.22099/ijsts.2011.2143>
- Grévy, S.; Angélique, J.C.; Baumann, P.; Borcea, C.; Buta, A.; Canchel, G.; Catford, W.N.; Courtin, S.; Daugas, J. M.; De Oliveira, F.; Dessagne, P.; Dlouhy, Z.; Knipper, A.; Kratz, K.L.; Lecolley, F.R.; Lecouey, J.L.; Lehrseneau, G.; Lewitowicz, M.; Liénard, E.; ... Timis, C. (2004). Beta-decay half-lives at the N = 28 shell closure. *Physics Letters, B*, **594**(3–4), 252–259. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.06.005>
- Heiskanen, H.; Mustonen, M. T.; Suhonen, J. (2007). Theoretical half-life for beta decay of ^{96}Zr . *J. Physics G: Nucl. and Particle Phys.*, **34**(5), 837–843. <https://doi.org/10.1088/0954-3899/34/5/005>
- Heyde, K. (1999). "Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics". 2nd ed., IOP Puplication, Bristol.
- Kumar, A.; Srivastava, P.C.; Suzuki, T. (2020). Shell model results for nuclear β -decay properties of sd-shell nuclei. *Progress of Theoretical and Experimental Phys.*, **2020**(3). <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa012>
- Kurtukian-Nieto, T.; Benlliure, J.; Schmidt, K.-H.; Audouin, L.; Becker, F.; Blank, B.; Borzov, I. N.; Casarejos, E.; Farget, F.; Fernández-Ordóñez, M.; Giovinazzo, J.; Henzlova, D.; Jurado, B.; Langanke, K.; Martínez-Pinedo, G.; Pereira, J.; Yordanov, O. (2014). Beta-decay half-lives of new neutron-rich isotopes of Re, Os and Ir approaching the r-process path near N = 126. *The European Phys. J. A.*, **50**(9), 135.

<https://doi.org/10.1140/epja/i2014-14135-5>

- Li, Z.; Zhou, Y.; Li, X.; Wang, Y.; Guo, B.; Nan, D.; Liu, W. (2018). Systematic Studies on the β - decay Half-lives of r-process Nuclei. *EPJ Web of Conferences*, **178**(04006), 10–12. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201817804006>
- Martin, B. R. (2006). "Nuclear and Particle Physics". In John Wiley and Sons, Ltd..
- Martínez-Pinedo, G.; Langanke, K. (1999). Shell-model half-lives for the N=82 nuclei and their implications for the r-process. *Physical Review Letters*, **83**(22), 4502–4505. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4502>
- Mustonen, M.T.; Suhonen, J. (2007). Microscopic quasiparticle–phonon description of beta decays of ¹¹³Cd and ¹¹⁵In using proton–neutron phonons. *Physics Letters B*, **657**(1–3), 38–42. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.09.037>
- Ni, D.; Ren, Z.; Zhi, Q. (2012). Calculations of β -decay half-lives of proton-rich nuclei. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, **55**(12), 2397–2406. <https://doi.org/10.1007/s11433-012-4928-x>
- Otten, E.W.; Bonn, J.; Weinheimer, C. (2006). The Q-value of tritium β -decay and the neutrino mass. *International J. Mass Spectrom.*, **251**(2–3), 173–178. <https://doi.org/10.1016/j.ijms.2006.01.035>
- Pérez Cerdán, A.B. (2012). Ground-State Shape Determination of N ~ Z Nuclei from Beta-Decay Studies. Theseis, Departamento de Física Atomica , Molecular y Nuclear, Universidad de Valencia, Spain.
- Qasim, A.; Al-Jomaily, F. (2020). New formula for negative beta decay energy in the range. *Rafidain J. Sci.*, **29**(4), 53–65. <https://doi.org/10.33899/rjs.2020.167316>
- Roeckl, E.; Mukha, I. (2013). Q values of radioactive decay: Examples from nuclear physics and related fields. *International J. Mass Spectrom.*, **349–350**(1), 47–56. <https://doi.org/10.1016/j.ijms.2013.03.021>
- Röpke, G.; Schnell, A.; Schuck, P.; Lombardo, U. (2000). Isospin singlet [formula presented] pairing and quartetting contribution to the binding energy of nuclei. *Phys. Rev. C*, **61**(2), 24306. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.61.024306>
- Tanihata, I. (1996). Neutron halo nuclei. *J. Phys. G: Nuclear and Particle Phys.*, **22**(2), 157–198. <https://doi.org/10.1088/0954-3899/22/2/004>
- Wu, J.; Nishimura, S.; Möller, P.; Mumpower, M. R.; Lozeva, R.; Moon, C. B.; Odahara, A.; Baba, H.; Browne, F.; Daido, R.; Doornenbal, P.; Fang, Y. F.; Haroon, M.; Isobe, T.; Jung, H. S.; Lorusso, G.; Moon, B.; Patel, Z.; Rice, S.; ... Wakabayashi, Y. (2020). beta-decay half-lives of 55 neutron-rich isotopes beyond the N=28 shell gap. *Phys. Rev. C*, **101**(4), 42801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.101.042801>
- Ydrefors, E.; Mustonen, M. T.; Suhonen, J. (2010). MQPM description of the structure and beta decays of the odd A=95,97 Mo and Tc isotopes. *Nuclear Phys. A.*, **842**(1–4), 33–47. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2010.04.005>
- You, J.-L.; Zhang, X.-P.; Zhi, Q.-J.; Ren, Z.-Z.; Wu, Q.-D. (2019). The contribution of the first forbidden transitions to the nuclear β -decay half-life. *Chinese Phys. C.*, **43**(11), 114104. <https://doi.org/10.1088/1674-1137/43/11/114104>
-

*الملحق يوضح كيفية اشتقاق معادلة (7)

$$\begin{aligned}
Q_{\beta}^{+} &= \left[3A - \frac{N^2 - Z^2 + 2N + 2Z}{Z - 1} + \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} - 9 - 3A + \frac{(N^2 - Z^2)}{Z} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} + 9 \right] \\
&\quad \times 3.35 \text{ MeV} + K \\
Q_{\beta}^{+} &= \left[\frac{N^2 - Z^2}{Z} - \frac{N^2 - Z^2 + 2N + 2Z}{Z - 1} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \\
Q_{\beta}^{+} &= \left[\frac{(Z - 1)(N^2 - Z^2) - Z(N^2 - Z^2 + 2N + 2Z)}{Z(Z - 1)} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \times 3.35 \text{ MeV} \\
&\quad + K \\
Q_{\beta}^{+} &= \left[\frac{ZN^2 - Z^3 - N^2 + Z^2 - ZN^2 + Z^3 - 2NZ - 2Z^2}{Z(Z - 1)} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \\
&\quad \times 3.35 \text{ MeV} + K \\
Q_{\beta}^{+} &= \left[\frac{-N^2 - Z^2 - 2NZ}{Z(Z - 1)} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \\
Q_{\beta}^{+} &= \left[\frac{-(N^2 + Z^2 + 2NZ)}{Z(Z - 1)} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \\
Q_{\beta}^{+} &= \left[\frac{-(N + Z)^2}{Z(Z - 1)} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \\
Q_{\beta}^{+} &= \left[\frac{-(A)^2}{Z(Z - 1)} + \frac{\delta(N - Z)}{Z} - \frac{\delta(N - Z + 2)}{Z - 1} \right] \times 3.35 \text{ MeV} + K \quad (7)
\end{aligned}$$

**Generalization of the Quark-Like Model (QLM) to Obtain a Modern
Formula for the Positive Beta Decay Energy (Q_{β}^{+} - value) for the Range
of $10 \geq Z \geq 98$ Nuclei**

Raghda T. Abdullateef

Firas M. Al-Jomaily

Department of Physics/ College of Science/ University of Mosul

ABSTRACT

The nuclear binding energies of the parent and daughter nuclei, rather than their mass values, were used to calculate the positive beta decay energy (Q_{β}^{+} - value) for a wide variety of nuclei ranging from $10 \leq Z \leq 98$. The Quark-like Model (QLM) was used to compute the positive beta decay energy because it can efficiently compute the nuclear binding energies of the parent and daughter nuclei. As a result, a novel formula for calculating the positive beta decay energy was derived. The employment of a graphical representation between the practical and theoretical binding energies resulted in the generation of linear calibration equations for the parent and daughter nuclei, as well as a correction factor in MeV, resulting in the convergence of experimental and theoretical results. To produce a new final version of the (Q_{β}^{+} - value) mathematical derivations were used. The results indicated that after modifying the model utilized, there is an adequate match between the actual and theoretical values, particularly for medium and heavy nuclei, but less so for light nuclei due to the presence of magic numbers and their overlapping in this spectrum. A standard deviation of not more than (2.32) was obtained which can be considered relatively large due to the continuous spectrum of beta decay. The significance of this work lies in the possibility of calculating the values of the decay energies based on the values of the nuclear binding energies, which are calculated based on knowledge of the number of protons and neutrons, resulting in more accurate and efficient results than using the accepted mass formula, because mass values in the atomic mass units of the nuclide are difficult to obtain.

Keywords: Quark-Like Model, Nuclear Binding Energy, Beta Decay, (Q_{β}^{+} - value).