التقدير الحصين لمعلمات أنموذج Two-Dimensional Chirp Signal

م.د. اوات سردار وادي
كلية الإدارة والاقتصاد
جامعة صلاح الدين/أربيل
aemnaead@gmail.com

المستخلص:

تم في هذا البحث ايجاد التقدير الحصين لمعلمات انمـوذج الانحـدار غير الخطـي (Two-Dimensional Chirp Signal Model)، وذلك بتوظيف طريقة تقديرات (M) المقيدة (Constrained M-estimates method) والتي تعرف بشكل مختصر بتقديرات (CM)، ولغرض معرفة مدى كفاءة هذه الطريقة في ايجاد التقدير الحصين لمعلمات الانموذج تم مقارنتها مع طريقة المربعات الصغرى (LS) باستخدام اسلوب المحاكاة، وذلك من خلال افتراض كل من التوزيع الطبيعي وتوزيع كوشي للخطأ واستخدام قيم افتراضية للمعلمات ومستويات مختلفة للانحراف المعياري وحجوم العينة، ومن ثم المقارنة بين طرائق التقدير باستخدام المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE)، ومن خلال ذلك تم التوصل الى أن تقديرات طريقة (CM) كانت قريبة من تقديرات المربعات الصغرى (LS) في حالة التوزيع الطبيعي للخطأ، اما في حالة توزيع كوشي للخطأ فقد انهارت طريقة المربعات الصغرى (LS) في ايجاد تقدير المعلمات لهذا الانموذج، بينما اثبتت طريقة (CM) حصانتها في ايجاد تقدير المعلمات اذ اعطت نتائج تقديرات للمعلمات قريبة من القيم الحقيقية، وقيم متوسط مربعات خطأ (MSE) لتقدير المعلمات وكذلك الانموذج صغير جدا مقارنة بقيم (MSE) لتقدير المعلمات وكذلك الانموذج عند استخدام طريقة المربعات الصغرى (LS) في التقدير.

الكلمات المفتاحية: انموذج Two-Dimensional Chirp Signal، طريقة تقديرات M المقيدة.

The Robust Estimation for the Parameters of a two-dimensional chirp signal model

Lecturer Dr. Awat Sirdar Wahdi
College of Administration and Economics
Salahaddin University/Erbil

Abstract:

In this paper, the robust estimate of the parameters of the non-linear regression model (Two-Dimensional Chirp Signal Model) was found. This is by employing the restriction (M) estimates method. Which is briefly known as (CM) estimates. For the purpose of knowing how efficient this method is to find the robust estimate of model parameters, Compared to the least squares method (LS) by using the simulation technique, by assuming both the normal and Cauchy distribution of the error. Use default parameter values, different levels of standard deviation, and sample size thus, compare the methods of estimation using a statistical measure mean square error (MSE). It was found that the (CM) estimates were close to the smaller least square estimates (LS) if the error is normally distributed. As for Cauchy's error distribution,

the least squares method collapsed in finding the estimate of parameters for this model. While the (CM) method has proven to be a robust to finding parameter estimation, giving the results of parameter estimates close to the actual values, and (MSE) values to estimate parameters. As well as the model is too small compared to (MSE) values to estimate parameters and the model when (LS) is used in estimation.
Keywords: Two-Dimensional Chirp Signal Model, Constrained M-estimates method.

١. المقدمة وهدف البحث:

يستخدم انموذج Two-Dimensional Chirp Signal في مجالات مختلفة من عمليات الاشارات الاحصائية، وكذلك في نمذجة الصور الرمادية والنسيجية والصور المغناطيسية والتصوير البصري وغيرها، اي انه يستخدم في نمذجة الصور البيضاء والسوداء (black and white)، ويعد هذا الانموذج احد نماذج الانحدار غير الخطية، والصيغة الرياضية له هي (Lahiri, et al., 2013: 2):

$$y(m,n) = A\cos(\alpha m + \beta m^2 + \eta n + \delta n^2) + B\sin(\alpha m + \beta m^2 + \eta n + \delta n^2) + X(m,n) \ldots (1)$$
$$m = 1,2,\ldots,M, \quad n = 1,2,\ldots,N$$

اذ أن:

$X(m,n)$: هو حد الخطأ العشوائي التجميعي.

A, B : هي قيم محددة غير صفرية تمثل السعة.

وأن:

$$A^2 + B^2 \le M$$

لبعض قيم M الثابتة.

α, η : تمثل الترددات.

β, δ : تمثل معدلات التردد.

وأن قيم كل من الترددات ومعدلات التردد تقع بين 0 و π.

وأن $X(m,n)$ يعطى وفق الصيغة الاتية:

$$X(m,n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty} a(j,k)\,\varepsilon(m-j,n-k) \quad \ldots (2)$$

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty} a(j,k) < \infty \quad \ldots (3)$$

$\varepsilon(m,n)$: هي متغيرات عشوائية مستقلة لها نفس التوزيع $(i.i.d)$ بمتوسط 0 وتباين σ^2. علما أن حجم العينة هو MN (Lahiri, et al., 2013: 2).

وإن المسألة الرئيسة في هذا البحث هو ايجاد التقدير الحصين لمعلمات انموذج Chirp Signal ذي البعدين المتمثلة بمعلمات السعة A, B ومعلمات التردد α, η ومعلمات معدلات التردد β, δ.

ولمزيد من الدراسات حول تقدير معلمات انموذج Chirp Signal ذي البعدين يمكن الرجوع الى كل من المصادر الاتية: (Zhang, et al., 2008)، (Lahiri, et al., 2013)، (Lahiri, et al., 2015)، (Grover, et al., 2018)، (Grover, et al., 2019).

اذ اقترح (Zhang, et al., 2008) خوارزمية تعتمد على حاصل ضرب دالة cubic phase لإيجاد تقديرات معدلات الترددات في انموذج Chirp Signal ذي البعدين تحت افتراض الاشارات الضعيفة لنسبة الضوضاء وكذلك افتراض استقرارية الخطأ، واستخدم المحاكاة لمعرفة افضلية خوارزمية التقدير المقترحة ، ولكنه لم يقم بإيجاد الخصائص النظرية للمقدرات المقترحة.

واقترح (Lahiri, et al., 2013) خوارزمية كفوءة لتقدير معلمات انموذج Chirp Signal ذي البعدين وذلك عندما يكون توزيع الضوضاء مستقر وناقش كيفية الحصول على مقدرات اولية بشكل مناسب.

وقام (Lahiri, et al., 2015) ايضاً باقتراح طريقة تقديرات المربعات الصغرى ولاحظ أن هذه المقدرات متسقة بقوة للمعلمات غير المعلومة في انموذج Chirp Signal ذي البعدين تحت افتراض الخطأ التجميعي المستقر. واقترح (Grover, et al., 2018) مقدرات المربعات الصغرى التقريبية والتي يتم ايجادها من خلال تعظيم دالة Periodogram كذلك تحت افتراض التوزيع المستقر للخطأ ولاحظ أن هذه المقدرات المقترحة متسقة بقوة ولها محاذات مطابقة لمقدرات المربعات الصغرى. كما قام (Grover, et al., 2019) باقتراح طريقة لتقدير المعلمات غير المعلومة في انموذج Chirp Signal ذي البعدين وهذه الطريقة هي اكثر كفاءة في ايجاد تقدير المعلمات من طريقة المربعات الصغرى ومقدراتها تمتلك خصائص المحاذات ذاتها لمقدرات المربعات الصغرى.

ولكن على الرغم من هذه الخصائص الجيدة لهذه المقدرات المقترحة من قبل الباحثين اعلاه الا أن هذه المقدرات غير حصينة في حالة وجود القيم الشاذة وكذلك في حالة كون الضوضاء يتبع أحد التوزيعات ثقيلة الذيل مثل توزيع كوشي، لذلك قمنا في هذا البحث باقتراح توظيف طريقة حصينة لغرض ايجاد التقدير الحصين لمعلمات هذا الانموذج وهذه الطريقة هي طريقة تقديرات M المقيدة (Constrained M-estimates method) التي تعرف بالشكل الاتي:

٢. طريقة تقديرات M المقيدة Constrained M-estimates method:

اقترحت طريقة تقديرات Mالمقيدة Constrained M-estimates method والتي تعرف بشكل مختصر بتقديرات CM من قبل Mendes and Tyler في عام ١٩٩٥ كفئة بديلة لمقدرات الانحدار الحصين بنقطة انهيار عالية high breakdown point وكفاءة محاذية عالية asymptotic efficiency high (Arslan, et al., 2002: 40).

اذ يمكن تعريف مسألة تقديرات CM لمتجه المعلمات θ بالنسبة لنموذج الانحدار غير الخطي متعدد الابعاد ذو الصيغة (١) بانها المسألة التي يتم من خلالها ايجاد global minimum لدالة الهدف objective function الاتية (Edlund, et al.,2005: 20)، (Edlund, 2004:1):

$$L(\theta,\sigma) = c\frac{1}{|n|}\sum_{t\le n}\rho(\frac{\varepsilon_t}{\sigma}) + \log\sigma \quad \dots \quad (4)$$

نسبة الى:

$$\theta \in R^P and \sigma \in R_+$$

بوجود القيد الاتي:

s.to

$$\frac{1}{|n|}\sum_{t\le n}\rho(\frac{\varepsilon_t}{\sigma}) \le \varepsilon\rho(\infty) \quad \dots \quad (5)$$

اذ أن:

$\rho(t)$: هي دالة محددة bounded function، متماثلة حول الصفر، غير متناقصة لقيم $t \geq 0$ (Edlund, et al., 2005: 20).

c, ε : تمثل معلمات tuning التي يجب أن يتم اختيارها بحذر، وأن $c > 0$ (Edlund, 2004: 2).

$|n|$: تمثل عدد المشاهدات الكلية في انموذج الانحدار غير الخطي متعدد الابعاد.

وأن:

$$\varepsilon_t = y_t - f(X_t, \theta) \qquad \forall t \leq n$$

وتمتاز طريقة تقديرات M المقيدة (CM) بانها تجمع بين كل من الخصائص المحلية الجيدة لمقدرات M الحصينة وخصائص الحصانة في ايجاد good global لمقدرات S الحصينة (Arslan,et al., 2002:40). علما أن نقطة الانهيار لتقديرات CM على وجه التقريب تكون مساوية الى (Maronna, et al., 2019: 299)، (Mendes & Tyler, 1996: 301):

$$\min(\varepsilon, 1-\varepsilon)$$

أو بشكل تقريبي تكون نقطة الانهيار مساوية الى 50% عندما $\varepsilon = 0.5$، وتكون نقطة انهيار مقدرات CM مستقلة عن قيم c (tuning parameter) وتعتمد فقط على قيمة ε، ومن ناحية اخرى فأن كل من الكفاءة المحاذية و gross error sensitivity لمقدرات CM لمتجه المعلمات θ يعتمد على قيمة c tuning parameter (Arslan, et al., 2002: 41). وقد تم في هذا البحث توظيف طريقة CM لغرض ايجاد التقدير الحصين لمعلمات انموذج Chirp Signal ذي البعدين وذلك باستخدام دالة وزن Bisquare والتي تعرف ايضا باسم biweight، والتي تعطى كالاتي (Koller & Mächler, 2020: 4)، (Arslan, et al., 2002: 50):

$$\rho(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^4}{2k^2} + \dfrac{x^6}{6k^4} & if\ |x| \leq k \\ \dfrac{k}{6} & if\ |x| > k \end{cases}$$

$$\widetilde{\rho}_k(x) = \begin{cases} 1-(1-(x/k)^2)^3 & if \quad |x| \leq k \\ 1 & if \quad |x| > k \end{cases}$$

بمشتقة مساوية الى:

$$\rho'_k(x) = 6\psi_k(x)/k^2$$

عندما:

$$\psi_k(x) = x(1-(\frac{x}{k})^2)^2 . \quad I\{|x| \leq k\}$$

وأن قيمة الثابت k الذي يجعل كفاءة مقدر الانحدار 95% هو 4.685 والذي يجعل نقطة الانهيار لمقدر S مساوي الى $BP = 0.5$ هو 1.548.

ولمعرفة مدى كفاءة هذه الطريقة الحصينة في ايجاد تقدير المعلمات سوف يتم مقارنتها مع طريقة المربعات الصغرى التي تعرف كالاتي:

٣. طريقة المربعات الصغرى:

يتم ايجاد مقدرات المربعات الصغرى للمعلمات غير المعلومة في الانموذج ذو الصيغة (١) من خلال جعل المعادلة $S(A,B,\alpha,\beta,\eta,\delta)$ اقل ما يمكن نسبة الى المعلمات $A,B,\alpha,\beta,\eta,\delta$ ، اذ أن (Lahiri, et al., 2013: 4-5):

$$S(A,B,\alpha,\beta,\eta,\delta) =$$

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}(y(m,n)-A\cos(\alpha m+\beta m^2+\eta n+\delta n^2)-B\sin(\alpha m+\beta m^2+\eta n+\delta n^2) \quad \ldots(6)$$

اما إذا كانت معلومة α,β,η,δ فمن الممكن ايجاد مقدرات المربعات الصغرى للمعلمات من خلال $\hat{A}(\theta),\hat{B}(\theta)$ على التوالي وذلك باستخدام الصيغة الاتية:

$$\left(\hat{A}(\theta),\hat{B}(\theta)\right)^T=\left(Z^T(\theta)Z(\theta)\right)^{-1}Z^T(\theta)Y \quad \ldots(7)$$

اذ أن:

$$\theta=(\alpha,\beta,\eta,\delta)$$

$$Y=(y(1,1),y(1,2),\ldots,y(1,N))^T$$

وأن:

Y: هو متجه من درجة $MN\times 1$.

$Z(\theta)$: مصفوفة من درجة $MN\times 2$ يتم ايجادها من خلال الصيغة الاتية:

$$Z(\theta)=\begin{bmatrix}\cos(\alpha+\beta+\eta+\delta) & \sin(\alpha+\beta+\eta+\delta)\\ \cos(2\alpha+4\beta+\eta+\delta) & \sin(2\alpha+4\beta+\eta+\delta)\\ \vdots & \vdots\\ \cos(M\alpha+M^2\beta+\eta+\delta) & \sin(M\alpha+M^2\beta+\eta+\delta)\\ \vdots & \vdots\\ \cos(\alpha+\beta+N\eta+N^2\delta) & \sin(\alpha+\beta+N\eta+N^2\delta)\\ \cos(2\alpha+4\beta+N\eta+N^2\delta) & \sin(2\alpha+4\beta+N\eta+N^2\delta\\ \vdots & \vdots\\ \cos(M\alpha+M^2\beta+N\eta+N^2\delta) & \sin(M\alpha+M^2\beta+N\eta+N^2\delta)\end{bmatrix} \quad \ldots(8)$$

اذ يتم اولا ايجاد مقدرات α,β,η,δ من خلال جعل الدالة $Q(\alpha,\beta,\eta,\delta)$ اقل ما يمكن نسبة للمعلمات α,β,η,δ ، وأن:

$$Q(\alpha,\beta,\eta,\delta)=S(\hat{A}(\theta),\hat{B}(\theta),\alpha,\beta,\eta,\delta)$$

$$=Y^TZ(\theta)(Z^T(\theta)Z(\theta))^{-1}Z^T(\theta)Y \quad \ldots(9)$$

وبعد ايجاد مقدرات المعلمات α,β,η,δ والتي يرمز لها بالرمز $\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{\eta},\hat{\delta}$ يتم الحصول على مقدرات المربعات الصغرى للمعلمات A,B من خلال $\hat{A}(\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{\eta},\hat{\delta}),\hat{B}(\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{\eta},\hat{\delta})$ على التوالي.

٤. جانب المحاكاة:

تم استخدام اسلوب المحاكاة بقيم مختلفة للمعلمات المراد تقديرها وبأحجام عينات مختلفة وصيغ مختلفة للضوضاء $X(m,n)$ وتوزيعات مختلفة لحد الخطأ $\varepsilon(m,n)$ وقيم مختلفة للتباين σ^2، اذ تم استخدام القيم الافتراضية للمعلمات المطلوب تقديرها كما مبينة في الانموذج الاتي:

$$y(m,n) = 2\cos(1.5m + 0.05m^2 + 2.5n + 0.75n^2) + 3\sin(1.5m + 0.05m^2 + 2.5n + 0.75n^2) \ldots (10)$$

وتم استخدام الانموذج الاتي للخطأ:

$$X(m,n) = \varepsilon(m,n) + 0.25\varepsilon(m-1,n) + 0.25\varepsilon(m+1,n) + 0.25\varepsilon(m,n-1) + 0.25\varepsilon(m,n+1) \ldots (11)$$

وتم استخدام كل من التوزيع الطبيعي وتوزيع كوشي للخطأ $\varepsilon(m,n)$ بمتوسط صفر ومستويات مختلفة للانحراف المعياري $(\sigma = 0.5, 1)$ في حالة التوزيع الطبيعي للخطأ، واستخدام $(\sigma = 0.06, 0.5, 1)$ في حالة توزيع كوشي للخطأ اما بالنسبة لأحجام العينات فقد تم اخذ $(M = N = 40,50,60,75,100)$ وبذلك يكون عدد المشاهدات الكلية المستخدمة مع طرائق التقدير $(MN = 1600, 2500, 5625, 3600, 10000)$، وباستخدام برنامج تم كتابته بلغة R تم التوصل الى النتائج الاتي:

الجدول (1): يمثل معدل التقديرات لمعلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=0.50 عندما يتبع توزيع الضوضاء التوزيع الطبيعي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$
40	LS	2.003597	2.996147	1.500006	2.499936	0.04999867	0.7500008
	CM	1.994671	2.998223	1.499876	2.500376	0.05000138	0.7499906
50	LS	1.999501	3.000656	1.500080	2.499919	0.04999870	0.7500017
	CM	2.003121	2.995985	1.499933	2.499841	0.05000164	0.7500043
60	LS	1.999300	2.999155	1.499983	2.500009	0.05000026	0.7499998
	CM	1.990598	3.003710	1.500070	2.500168	0.04999929	0.7499970
75	LS	2.000178	2.998758	1.499982	2.499989	0.05000012	0.7500002
	CM	1.995693	3.002375	1.500013	2.500041	0.04999990	0.7499994
100	LS	2.000268	2.999257	1.500002	2.499984	0.05000000	0.7500002
	CM	1.996893	3.001299	1.500088	2.500016	0.04999901	0.7499999

الجدول (2): متوسط مربعات الخطأ لتقدير معلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) وCM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=0.50 عندما يتبع توزيع الضوضاء التوزيع الطبيعي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$	Best
40	LS	0.003294969	0.001687728	2.212851e-06	2.597381e-06	1.387007e-09	1.422860e-09	LS
	CM	0.026672916	0.013230231	2.133763e-05	2.252207e-05	1.335680e-08	1.211574e-08	
50	LS	0.002484870	0.0012385382	1.503561e-06	1.237694e-06	5.804955e-10	4.792894e-10	LS
	CM	0.019385105	0.0093376731	8.466783e-06	8.908844e-06	3.168303e-09	3.436767e-09	
60	LS	0.001705724	0.0008766451	6.210833e-07	7.684007e-07	1.665128e-10	1.939223e-10	LS
	CM	0.013283085	0.0065001981	4.194138e-06	4.629277e-06	1.082273e-09	1.263870e-09	
75	LS	0.0008521624	0.0004358470	2.371189e-07	2.324706e-07	3.532432e-11	3.822408e-11	LS
	CM	0.0088160290	0.0041245150	1.827200e-06	1.920450e-06	3.229549e-10	3.042547e-10	
100	LS	0.0003305655	1.861170e-04	5.304363e-08	4.233789e-08	5.746971e-12	4.220313e-12	LS
	CM	0.0045409094	2.171012e-03	5.580617e-07	5.040617e-07	5.613126e-11	4.836611e-11	

الجدول (3): معدل التقديرات لمعلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=1 عندما يتبع توزيع الضوضاء التوزيع الطبيعي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$
40	LS	1.991473	3.003148	1.500269	2.500136	0.04999341	0.7499954
	CM	1.958204	3.016855	1.500399	2.500877	0.04999694	0.7499756
50	LS	1.988554	3.004946	1.500013	2.500230	0.05000047	0.7499965
	CM	1.995340	2.994215	1.500013	2.499831	0.05000175	0.7500032
60	LS	1.994474	3.002998	1.500073	2.500063	0.04999897	0.7499992
	CM	1.977369	3.013231	1.500560	2.500261	0.04999053	0.7499954
75	LS	1.997451	3.001156	1.500009	2.499998	0.05000010	0.7500002
	CM	2.006044	2.992918	1.500007	2.499873	0.04999915	0.7500018
100	LS	2.000393	2.998105	1.500004	2.499973	0.05000007	0.7500002
	CM	1.988529	2.997535	1.500070	2.500040	0.04999957	0.7499998

الجدول (4): متوسط مربعات الخطأ لتقدير معلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=1 عندما يتبع توزيع الضوضاء التوزيع الطبيعي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$	Best
40	LS	0.01547327	0.006548930	9.848016e-06	1.148166e-05	5.855083e-09	6.327423e-09	LS
	CM	0.11495516	0.061760199	8.245147e-05	1.047476e-04	4.849795e-08	6.000468e-08	
50	LS	0.011183472	0.005163300	5.240791e-06	4.968965e-06	2.211161e-09	1.751100e-09	LS
	CM	0.073041997	0.035221636	3.733711e-05	3.565839e-05	1.492753e-08	1.369126e-08	
60	LS	0.006577958	0.003420751	2.708190e-06	2.377550e-06	7.517836e-10	5.914008e-10	LS
	CM	0.051157543	0.023905745	1.954813e-05	1.839110e-05	5.287569e-09	4.730851e-09	
75	LS	0.003685472	0.0018614294	8.549085e-07	8.515508e-07	1.332359e-10	1.424498e-10	LS
	CM	0.029305675	0.0151822824	7.137708e-06	6.926554e-06	1.163294e-09	1.154048e-09	
100	LS	0.0008723833	0.0005525632	1.813043e-07	1.568892e-07	1.916067e-11	1.579150e-11	LS
	CM	0.0189080596	0.0095039052	2.271459e-06	2.080684e-06	2.131375e-10	2.069146e-10	

الجدول (5): متوسط مربعات الخطأ لأنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري (sigma= 0.5, 1) عندما يتبع توزيع الضوضاء التوزيع الطبيعي

Signa	M=N	Meth	MSE	Best
0.5	40	LS	0.0007996942	LS
		CM	0.00966886	
	50	LS	0.0006992282	LS
		CM	0.006037176	
	60	LS	0.0005195306	LS
		CM	0.004427193	
	75	LS	0.0002723322	LS
		CM	0.002964707	
	100	LS	0.0001163704	LS
		CM	0.001517483	
1	40	LS	0.003360335	LS
		CM	0.04037741	
	50	LS	0.002871124	LS
		CM	0.02582676	
	60	LS	0.001941393	LS
		CM	0.01780073	
	75	LS	0.001050257	LS
		CM	0.0106373	
	100	LS	0.0004724054	LS
		CM	0.006207956	

الجدول (6): معدل التقديرات لمعلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=0.06 عندما يتبع توزيع الضوضاء توزيع كوشي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$
40	LS	2.110646	3.068789	1.532344	2.463870	0.05343438	0.7496148
	CM	1.998567	3.000617	1.499978	2.500092	0.05000055	0.7499979
50	LS	2.113770	3.328311	1.492185	2.510159	0.03527722	0.7379002
	CM	2.000053	3.000762	1.499999	2.499975	0.05000018	0.7500006
60	LS	2.457845	3.583283	1.549900	2.450956	0.04268665	0.7469849
	CM	1.998967	3.001070	1.500007	2.500002	0.05000007	0.7500001
75	LS	2.119652	3.184666	1.482010	2.495968	0.05581239	0.7574253
	CM	2.000097	2.999710	1.500004	2.500001	0.04999991	0.7499999
100	LS	2.066370	2.994195	1.496007	2.512860	0.04988170	0.7528374
	CM	2.000801	2.999535	1.499994	2.499988	0.05000008	0.7500001

الجدول (7): متوسط مربعات الخطأ لتقدير معلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) وCM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=0.06 عندما يتبع توزيع الضوضاء توزيع كوشي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$	Best
40	LS	0.9959648748	2.924584e+00	2.107174e-01	2.024565e-01	9.858547e-03	7.589581e-05	CM
	CM	0.0010421085	4.764708e-04	6.107686e-07	7.833214e-07	3.411418e-10	4.193535e-10	
50	LS	4.524486e+00	1.287294e+01	4.738181e-02	5.807953e-02	1.100750e-02	8.385985e-03	CM
	CM	4.421678e-04	1.989400e-04	2.677013e-07	2.412119e-07	9.960737e-11	8.870349e-11	
60	LS	2.814979e+01	6.007425e+01	4.839839e-01	3.572915e-01	6.833644e-03	9.506174e-03	CM
	CM	3.638543e-04	1.795528e-04	1.226764e-07	1.000355e-07	3.108013e-11	2.547975e-11	
75	LS	3.594144e+00	3.251458e+00	7.821433e-02	2.754941e-03	4.820680e-03	9.547773e-03	CM
	CM	1.879921e-04	9.867521e-05	4.378412e-08	4.777367e-08	6.854178e-12	8.036711e-12	
100	LS	2.879918e-01	7.113590e-01	1.419101e-03	4.039390e-02	1.323971e-04	1.276291e-03	CM
	CM	1.049576e-04	5.171089e-05	1.301267e-08	1.382617e-08	1.157390e-12	1.252232e-12	

الجدول (8): معدل التقديرات لمعلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=0.50 عندما يتبع توزيع الضوضاء توزيع كوشي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$
40	LS	3.836119	4.997731	1.464179	2.522923	0.05196797	0.7616916
	CM	1.979058	3.009818	1.500296	2.500426	0.04999491	0.7499896
50	LS	5.509401	7.488233	1.475659	2.480291	0.06313486	0.7709499
	CM	1.974800	3.011337	1.500195	2.500232	0.04999674	0.7499985
60	LS	4.069747	6.066379	1.520697	2.502590	0.03889140	0.7515521
	CM	1.985178	3.006355	1.500306	2.500035	0.04999599	0.7499990
75	LS	3.151448	4.793901	1.529560	2.504079	0.05284609	0.7383296
	CM	1.993288	3.003295	1.500088	2.500008	0.04999912	0.7500000
100	LS	2.818283	4.429020	1.383926	2.524366	0.02320763	0.7395911
	CM	2.001128	2.998235	1.499916	2.499998	0.05000100	0.7500000

الجدول (9): متوسط مربعات الخطأ لتقدير معلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=0.50 عندما يتبع توزيع الضوضاء توزيع كوشي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$	Best
40	LS	3.488786e+02	2.048557e+02	9.800226e-02	1.564050e-01	6.238499e-02	4.045959e-02	CM
	CM	5.962128e-02	2.760100e-02	4.133982e-05	4.487673e-05	2.301437e-08	2.564056e-08	
50	LS	1.060207e+03	1.575451e+03	5.165293e-01	1.647217e-01	4.278862e-02	4.726036e-02	CM
	CM	3.826077e-02	1.785077e-02	1.683871e-05	1.590347e-05	5.977657e-09	5.731818e-09	
60	LS	4.225943e+02	1.103033e+03	2.329160e-01	4.053869e-01	5.160377e-02	4.249455e-02	CM
	CM	2.206137e-02	1.140706e-02	7.288950e-06	7.674865e-06	1.941348e-09	1.842651e-09	
75	LS	2.797008e+01	1.409935e+02	3.636747e-01	1.077417e-01	4.270258e-02	5.516171e-02	CM
	CM	1.306533e-02	6.601800e-03	3.074806e-06	3.045617e-06	4.986109e-10	4.967418e-10	
100	LS	1.667756e+01	4.584046e+01	1.110108e+00	8.002298e-01	4.402599e-02	2.817230e-02	CM
	CM	7.873918e-03	3.853960e-03	9.466401e-07	8.470190e-07	9.334494e-11	7.717567e-11	

الجدول (10): معدل التقديرات لمعلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=1 عندما يتبع توزيع الضوضاء توزيع كوشي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$
40	LS	6.664208	9.450867	1.403680	2.493901	0.03723605	0.7265186
	CM	1.985961	2.991606	1.499473	2.499433	0.05002662	0.7500146
50	LS	4.856173	7.458678	1.475982	2.510843	0.02821091	0.7761073
	CM	1.975818	2.987342	1.499722	2.499863	0.05000931	0.7500051
60	LS	6.742685	10.372204	1.459140	2.433855	0.02502579	0.7761195
	CM	2.004712	2.978693	1.499951	2.499904	0.05000013	0.7499981
75	LS	3.994208	6.254808	1.478900	2.495766	0.05753678	0.7385065
	CM	1.987376	2.997503	1.499928	2.500374	0.05000106	0.7499941
100	LS	4.415039	7.439780	1.515230	2.541437	0.05484676	0.7357004
	CM	1.996483	2.988552	1.499912	2.499981	0.05000078	0.7500004

الجدول (11): متوسط مربعات الخطأ لتقدير معلمات أنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى (LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري sigma=1 عندما يتبع توزيع الضوضاء توزيع كوشي

M=N	Meth	$A=2$	$B=3$	$\alpha=1.5$	$\eta=2.5$	$\beta=0.05$	$\delta=0.75$	Best
40	LS	3.740271e+02	7.372842e+02	3.537314e+00	4.780067e-01	8.215353e-02	1.218999e-01	CM
	CM	2.229253e-01	1.082439e-01	1.771780e-04	1.578356e-04	9.969707e-08	8.724397e-08	
50	LS	1.783344e+02	2.939958e+02	3.130275e-01	2.614424e-01	1.011225e-01	1.024692e-01	CM
	CM	1.607540e-01	7.890231e-02	7.412160e-05	6.891718e-05	2.659441e-08	2.426434e-08	
60	LS	2.921603e+02	6.540513e+02	6.547166e-01	7.945377e-01	6.421266e-02	9.751819e-02	CM
	CM	9.462195e-02	5.084696e-02	2.913249e-05	3.229441e-05	7.618810e-09	7.734452e-09	
75	LS	7.289339e+01	2.285380e+02	1.881561e-01	1.375804e-01	7.684775e-02	7.950022e-02	CM
	CM	5.086793e-02	2.385339e-02	1.247536e-05	1.284422e-05	2.017298e-09	2.094459e-09	
100	LS	1.351862e+02	5.795506e+02	1.066406e-01	2.238883e-01	8.557221e-02	8.673488e-02	CM
	CM	3.099296e-02	1.567298e-02	3.965774e-06	4.130413e-06	3.884829e-10	3.827753e-10	

الجدول (١٢): متوسط مربعات الخطأ لأنموذج Chip Signal ذي البعدين وفق طريقتي المربعات الصغرى(LS) و CM الحصينة لحجوم عينات (M=N=40,50,60,75,100) وانحراف معياري (sigma=0.06,0.5, 1) عندما يتبع توزيع الضوضاء توزيع كوشي

Sigma	M=N	Meth	MSE	Best
0.06	40	LS	2.171105	CM
		CM	0.0001998634	
	50	LS	9.856099	CM
		CM	0.0001256822	
	60	LS	46.30767	CM
		CM	8.273137e-05	
	75	LS	4.371915	CM
		CM	5.376831e-05	
	100	LS	0.8613692	CM
		CM	2.671841e-05	
0.5	40	LS	280.8836	CM
		CM	0.01290835	
	50	LS	1322.979	CM
		CM	0.008005123	
	60	LS	760.1664	CM
		CM	0.005575741	
	75	LS	92.4698	CM
		CM	0.003270105	
	100	LS	39.18119	CM
		CM	0.001973053	
1	40	LS	577.6243	CM
		CM	0.05062768	
	50	LS	254.0272	CM
		CM	0.03455252	
	60	LS	500.495	CM
		CM	0.02237479	
	75	LS	166.6036	CM
		CM	0.01334999	
	100	LS	381.6524	CM
		CM	0.008083904	

٥. تحليل نتائج المحاكاة:

أ. من خلال الجدول (١) و (٣) نلاحظ ان كل من طريقة المربعات الصغرى (LS) وطريقة (CM) الحصينة قد اعطت معدل تقديرات للمعلمات قريب من القيم الحقيقية في حالة التوزيع الطبيعي للضوضاء لكافة حجوم العينات ومستويات الانحراف المعياري.

ب. من خلال الجدول (٢) و (٤) نلاحظ ان طريقة المربعات الصغرى (LS) تأتي من حيث الأفضلية بالمرتبة الأولى في تقدير معلمات انموذج Chirp Signal ذي البعدين في حالة التوزيع الطبيعي للضوضاء وذلك لمختلف حجوم العينات ومستويات الانحراف المعياري وذلك لامتلاكها متوسط مربعات خطأ (MSE) اقل مقارنة بطريقة (CM) الحصينة.

ج. من خلال الجدول (٥) الذي يمثل متوسط مربعات الخطأ لتقدير انموذج Chirp Signal ذي البعدين نلاحظ ما يلي:

- ❖ تفوق طريقة المربعات الصغرى (LS) على طريقة (CM) الحصينة في تقدير أنموذج Chirp Signal وذلك لامتلاكها متوسط مربعات خطأ (MSE) للأنموذج اقل مما هو عليه لطريقة (CM) الحصينة وذلك في حالة التوزيع الطبيعي للضوضاء ولمختلف حجوم العينات ومستويات الانحراف المعياري.
- ❖ أن قيم (MSE) لتقدير انموذج Chirp Signal لكلا الطريقتين (LS) و (CM) الحصينة يتناقص بازدياد حجم العينة وذلك في حالة التوزيع الطبيعي للضوضاء.
- ❖ أن قيم (MSE) لتقدير انموذج Chirp Signal لكلا الطريقتين (LS) و(CM) الحصينة يزداد بازدياد مستوى الانحراف المعياري وذلك في حالة التوزيع الطبيعي للضوضاء.

د. من خلال الجدول (٦) و (٨) نلاحظ وبشكل عام ان طريقة المربعات الصغرى (LS) لم تعطي معدل تقديرات للمعلمات قريب من القيم الحقيقية لهذه المعلمات وذلك لمختلف حجوم العينات ومستويات الانحراف المعياري عندما يتبع الضوضاء توزيع كوشي مما يدل على انهيار هذه الطريقة في التقدير، بينما حافظت طريق (CM) الحصينة على اعطاء معدل تقديرات قريب من القيم الحقيقية للمعلمات مما يؤكد حصانة هذه الطريقة ضد توزيع كوشي للضوضاء.

ه. من خلال الجدول (٧) و (٨) نلاحظ ما يلي:

- ❖ ان طريقة المربعات الصغرى (LS) قد اعطت نتائج غير جيدة في تقدير معلمات الانموذج وذلك لامتلاكها متوسط مربعات خطأ (MSE) كبير وذلك لكافة حجوم العينات ومستويات الانحراف المعياري مما يدل على عدم حصانة هذه الطريقة في حالة توزيع كوشي للضوضاء.
- ❖ ان طريقة (CM) الحصينة كانت حصينة ضد توزيع كوشي للضوضاء وذلك لامتلاكها قيم صغيرة لمتوسط مربعات الخطأ(MSE) مقارنة بمتوسط مربعات الخطأ لطريقة المربعات الصغرى.

و. من خلال الجدول (١٢) نلاحظ ما يلي:

- ❖ ان طريقة (CM) الحصينة هي الافضل في تقدير انموذج Chirp Signal وذلك لامتلاكها متوسط مربعات خطأ (MSE) لتقدير الانموذج اقل بكثير مما هو عليه وفق طريقة المربعات الصغرى.
- ❖ ان قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير انموذج Chirp Signal وفق طريقة (CM) الحصينة يتناقص بازدياد حجم العينة وذلك لكافة مستويات الانحراف المعياري، بينما لا نلاحظ نسق معين لهذه القيم وفق طريقة المربعات الصغرى (LS) وذلك لانهيار هذه الطريقة في ايجاد تقدير المعلمات في حالة توزيع كوشي للضوضاء.

- ازدياد قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير انموذج Chirp Signal باستخدام طريقة (CM) الحصينة وذلك بازدياد مستوى الانحراف المعياري وذلك لكافة حجوم العينة.

٦. الاستنتاجات:

من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة وبناءً على ما تم تحليله من نتائج تم التوصل الى الاستنتاجات الاتية:

أ. تفوق طريقة المربعات الصغرى (LS) على طريقة (CM) الحصينة في تقدير المعلمات وبالتالي انموذج Chirp Signal في حالة التوزيع الطبيعي للضوضاء.

ب. تفوق طريقة (CM) الحصينة على طريقة المربعات الصغرى (LS) في تقدير المعلمات وبالتالي انموذج Chirp Signal في حالة توزيع كوشي للضوضاء.

٧. التوصيات:

أ. استخدام طريقة المربعات الصغرى (LS) في تقدير المعلمات وبالتالي انموذج Chirp Signal ذي البعدين في حالة التوزيع الطبيعي للضوضاء، واستخدام طريقة (CM) الحصينة في تقدير المعلمات وبالتالي انموذج Chirp Signal ذي البعدين في حالة توزيع كوشي للضوضاء.

ب. مقارنة طريقة (CM) الحصينة مع طرائق التقدير الاخرى منها طريقة M الحصينة وطريقة مقدر رتبة الاشارة في تقدير معلمات انموذج Chirp Signal.

٨. المصادر:

1. Arslan, O., Edlund, O., & Ekblom, H. (2002). **Algorithms to compute CM-and S-estimates for regression**. Metrika, 55(1-2), 37-51.
2. Edlund, O. (2004). **CMregr-A Matlab software package for finding CM-Estimates for Regression**. Journal of Statistical Software, 10(3), 1-11.
3. Edlund, O., & Ekblom, H. (2005). **Computing the constrained M-estimates for regression**. Computational statistics & data analysis, 49(1), 19-32.
4. Grover, R., Kundu, D., & Mitra, A. (2018). **Approximate least squares estimators of a two-dimensional chirp model and their asymptotic properties**. Journal of Multivariate Analysis, 168, 211-220.
5. Grover, R., Kundu, D., & Mitra, A. (2019). **An efficient methodology to estimate the parameters of a two-dimensional chirp signal model**. arXiv preprint arXiv: 1902.04765.
6. Koller, M., & Mächler, M. (2020). **Definitions of ψ-functions available in robustbase**.
7. Lahiri, A., Kundu, D., & Mitra, A. (2013). **Efficient algorithm for estimating the parameters of two dimensional chirp signal**. Sankhya B, 75(1), 65-89.
8. Lahiri, A., Kundu, D., & Mitra, A. (2015). **Estimating the parameters of multiple chirp signals**. Journal of Multivariate Analysis, 139, 189-206.
9. Maronna, R. A., Martin, R. D., Yohai, V. J., & Salibián-Barrera, M. (2019). **Robust statistics**: theory and methods (with R). John Wiley & Sons.
10. Mendes, B., & Tyler, D. E. (1996). **Constrained M-estimation for regression**. In Robust statistics, data analysis, and computer intensive methods (pp. 299-320). Springer, New York, NY.
11. Zhang, K., Wang, S., & Cao, F. (2008, May). **Product cubic phase function algorithm for estimating the instantaneous frequency rate of multi component two-dimensional chirp signals**. In 2008 Congress on Image and Signal Processing (Vol. 5, pp. 498-502). IEEE.