بعض الطرائق المعلمية لتقدير معدل الفشل لدالة المعولية (البقاء) ذات توزيع ويبل المختلط والملوث ذو المعلمتين'' دراســة مقارنـــة''

م.د. أيمان عبدعلي داود

قسم الرياضيات / كلية التربية للبنات / جامعة تكريت

المستخلص :تم في هذا البحث استعمال بعض الطرائق المعلمية لتقدير معدل الفشل لدالة المعولية (البقاء) ذات توزيع ويبل المختلط والملوث ذو المعلميتن ، وتتمثل هذه الطرائق بطريقة التقدير بأقل مسافة والامكان الاعظم وعزوم العينةوطريقةالمهدي(واخرون) وطريقة kececioglu بالاضافة الى طريقة الرسم ، ومن خلال استخدام المحاكاة للمقارنة بين نتائج هذه الطرائق تبين ان طريقة التقدير بأقل مسافة هي الافضل في حالة العينات الصغيرة في حين كانت طريقة الامكان الاعظم هي الافضل في حالة العينات الكبيرة .

Some of Parametric Methods for Estimation the Hazard Rate For Reliability Function (Survival) of Mixture and Contaminated Weibull Distribution with Tow Parameters "Comparative Study''

Lect.Dr. Eman A.Dawood
Mathematic Dep./ College of Education Women/Tikrit University
dr.eman.nooraleman@gmail.com

Abstract:

In this study some of parametric methods were used for the estimation of hazard rate for reliability function (survival function) of mixed and contaminated weibull distribution with tow parameters.

These methods are represented by the methods estimation with the Minimum Distance, maximum likelihood, sample moments , Elmahdy et.al , kececioglu in addition to the graph method , and by using simulation for comparing between the results of these methods we concluded that the MDE method is the best in the case of small samples , while the MLE method is the best in case of large samples.

المقدمـــــة: من المعلوم ان علم الاحصاء هو احد الوسائل الفعالة في التجارب الحيوية وهوالطريق لتحليل النتائج وتقييمها ، و لما له من اهمية في تحليل دوال المعولية (البقاء) ، فقد ارتأينا بحث بعض الطرائق لتقدير معدل الفشل لهذه الدوال ومن ثم المقارنة بين نتائج هذه الطرائق . ان الطرائق الاحصائية المعلمية هي الاكثر ملائمة لتحليل البقاء بشرط ان يكون التوزيع المعلمي ، الذي تم اختياره ، ملائماً للبيانات قيد البحث . وقد ورد في العديد من البحوث استخدام عدة توزيعات احتمالية ومنها التوزيع الاسي وكاما و ويبل حيث كانت هذه التوزيعات هي الاكثر استخداما في نمذجة بيانات أزمنة البقاء .وتوجد كثير من الحالات تكون البيانات ليست ذات طبيعة واحدة اي ليست ذات توزيع واحد ولهذا يمكن في هذه الحالات استخدام توزيعين من ويبل (ويبل مختلط Mixture Weibull) [Mohammed,2013,1] .

هدف البحث : يهدف البحث الى المقارنة بين بعض الطرائق المعلمية المستخدمة لتقدير معدل الفشل لدالة المعولية (البقاء) ذات توزيع ويبل المختلط والملوث ذو المعلمتين وبأحجام عينات مختلفة ، وتتمثل هذه الطرائق بطريقة التقدير بأقل مسافة والامكان الاعظم وعزوم العينة وطريقة (المهدي واخرون) وطريقة kececioglu بالاضافة الى طريقة الرسم .

فرضية البحث : يفترض البحث هناك تفاوت بين نتائج التقديرات للطرائق المستخدمة لتقدير معدل الفشل لدالة المعولية (البقاء) ذات توزيع ويبل ذو المعلمتين (المختلط والملوث) وعند حجوم عينات صغيرة وكبيرة وبالتالي التوصل الى افضل طريقة للتقدير عند كل حالة من الحالات المدروسة .

مشكلة البحث : تعدد طرائق التقدير لمعدل الفشل لدالة المعولية (البقاء) المذكورة آنفا والمتعلقة بنسب الخلط والتلوث من المواضيع الحديثة ولم يتم بحثه على حد علمنا من جانب نسب الخلط والتلوث ، اي هل ان اختلاف نسب الخلط يؤدي الى تفوق طريقة معينة دون اخرى ؟ وهل ان تغير حجوم العينات ايضا سيؤدي الى اختلاف تفوق طريقة معينة من كل الطرائق المستخدمة ؟ كما اننا لم نجد بحثا واحدا يتضمن المقارنة بين ستة طرق للتقدير وبالتالي تحديد الطريقة الافضل ضمن كل حالة من حالات نسب الخلط والتلوث ولكل حجوم العينات المدروسة.

اسلوب البحث : اعتمد البحث على استخدام اسلوب المحاكاة لغرض اجراء المقارنات بين تقديرات الطرق المذكورة آنفا .

هيكلية البحث : لغرض الوصول الى نتائج منطقية في عملية المقارنة بين الطرائق المستخدمة للتقدير تم تقسيم البحث الى ثلاث مباحث ، المبحث الاول تضمن الجانب النظري ، والمبحث الثاني تناول عرض لطرائق التقدير المستخدمة ، والمبحث الثالث اشتمل على الجانب التجريبي بأستخدام اسلوب المحاكاة . وختم البحث بمجموعة من الاستنتاجات وفقا لنتائج المحاكاة ومن ثم التوصيات .

المبحـــث الاول' الجانـــب النظـــــري "

1 -1 دالــة البقـــاء:

بفرض ان T يمثل متغير زمن بقاء ، أو الزمن حتى وقوع الحادثة " Time-to-event " وبدالة التوزيع F ، فأنه يمكن تعريف دالة البقاء (Survival function) أو المعولية (Reliability function) وفقا للصيغة التالية [Crowley,1981,1] [داود،2006 ،8] :

$$S(t) = Pr[T > t] = 1 - F(t) \quad \ldots \quad 1$$

حيث ان S (t) : دالة البقاء وأن F (t) : دالة التوزيع التراكمية

عند بحث موضوع نمذجة أزمنة البقاء فان احد المفاهيم الرئيسة فيه يتمثل بما يسمى بنسبة المخاطرة " Hazard Rate ""معدل الفشل " ويمكن تفسيره على انه معدل الوفاة اللحظي (الآني) " Instantaneous" للمفردة بأفتراض انها تبقى على قيد الحياة حتى الزمن t ويمكن التعبير عنه بالصيغة التالية [Crowley,1981,1] [Lawless,2003,1] [داود،2006 ،8] :

$$h(t) = \frac{f(t)}{s(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad \ldots \quad 2$$

اما دالة الكثافة $f(t)$ فيمكن الحصول عليها بأخذ المشتقة الاولى الى دالة التوزيع التجميعية $F(t)$ أو الى (- S(t)) اي ان

$$f\ (t) = -S'\ (t) \quad \ldots \quad 3$$

كذلك فأن :

$$h\ (t) = -\ \frac{d}{dx}\ \text{Log}\ \ S(x)$$

$$\ldots \quad 4$$

$$S\ (0) = 1$$

$$\ldots \quad 5$$

$$S\ (t) = \exp\ (-\int_{0}^{t}\ h\ (x)\ \ dx\ ) \quad \ldots$$

$$. \quad 6$$

كذلك فان دالة معدل الفشل (نسبة المخاطرة) التراكمية تكون بالصيغة التالية

$$H\ (t) = \int_{0}^{t}\ h\ (x)\ \ dx \quad \ldots \quad 7$$

$$S\ (t) = \exp\ [-H(t)\ ] \quad \ldots \quad 8$$

حيث عندما

$$S\ (\infty) = 0 \quad \ldots \quad 9$$

يؤدي الى ان

$$H\ (\infty) = \infty \quad \ldots \quad 10$$

كما ان

$$f\ (t) = h(\ t)\ \ \exp\ [-\ \int_{0}^{t}\ h\ (x)\ dx\ ] \quad \ldots \quad 11$$

1– 2 توزيع ويبـــل: تم اشتقاق توزيع ويبل من قبل w. weibull سنة 1939 موضحاً انه النموذج الملائم في دراسات المعولية وأزمنة البقاء مثل الزمن حتى الفشل او طول حياة المركبة

ضمن انتاج معين ، ويمكن تعريف توزيع ويبل ذو الثلاث معالم بالصيغة الاتية Al-Fawzan, [2000,2] [Maqsood, 2008,1]:

$$f(t\,|\,\beta,\alpha,\gamma) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta}}$$

$$;t>0\,,\beta>0\,,\alpha>0,-\infty<\gamma<\infty \quad \ldots \quad 12$$

حيث ان

β: معلمة الشكل (shape parameter)

α: معلمة القياس (scale parameter)

γ: معلمة الموقع (location parameter)

وبافتراض ان $\gamma = 0$ فأننا نحصل على توزيع ويبل ذو المعلمتين حيث يكون بالصيغة التالية

$$f(t\,|\;\;\beta,\alpha) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right) \;;t>0\,,\beta>0\,,\alpha>0 \quad \ldots 13$$

3-1 توزيع ويبل المختلط: بأفتراض لدينا k من توزيعات ويبل الاحتمالية ذات المعلمتين يمكننا التعبير عن دالة هذه التوزيعات بالصيغة التالية [Al-Fawzan, 2000,3] [Elmahdy, 2012 ,4] :

$$f(t\,;\delta) = \sum_{j=1}^{k} p_j \; f_j\,(t\,;\theta_j) \quad \ldots \quad 14$$

حيث ان P : معلمة الخلط

$$\sum_{j=1}^{k} p_j = 1 \quad \ldots \quad 15$$

$$\delta = (\,\theta_1 \;,\; \theta_2 \;,P\,)$$

$$\theta_j = (\,\beta_j \;,\; \alpha_j\,)$$

ويمكن تعريف دالة التوزيع التجميعية (CDF) لتوزيع ويبل المختلط الذي يحتوي على اثنين من توزيعات ويبل ذو المعلمتين كالاتي :

$$F(T) = P\,\mathbf{F_1}\ (T) + (\mathbf{1} - P)\,\mathbf{F_2}\ (T) \quad \ldots \quad 16$$

حيث أن الـ CDF لتوزيع ويبل تكون بالصيغة التالية :

$$F(t;\ \theta_j\ ) = 1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad \ldots \quad 17$$

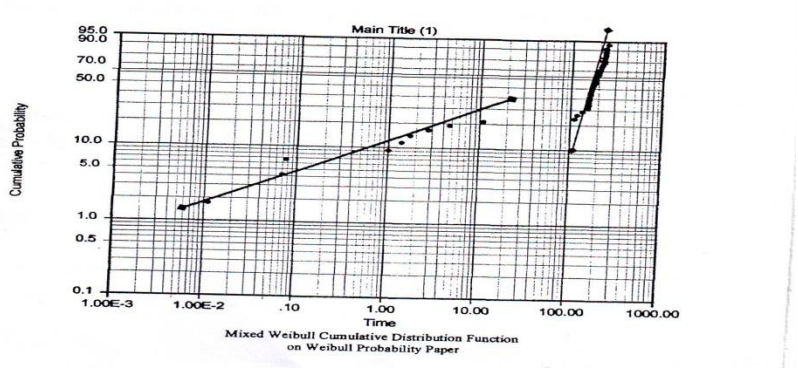
المبحث الثانـــــي

بعض الطرائق المعلمية لتقدير معالم توزيع ويبل المختلط والملوث

توجد عدة طرائق لتقدير معالم هذا التوزيع وسنقوم هنا بعرض بعضٍ منها :

2- 1 طريقة التقدير بأقل مسافة Minimum Distance Estimation (MDE)

سميت هذه الطريقة بهذا الاسم وذلك لأن معالم التوزيع المختارة تقلل المسافة بين التوزيع النظري وبين دالة التوزيع المقدر للعينة EDF . ويتم تحديد مقياس المسافة بأستخدام احصاءات حسن المطابقة التي تقيس المسافة بين دالة التوزيع التجريبي EDF (التوزيع القائم على مشاهدات العينة أو البيانات المشاهدة) ودالة التوزيع التراكمية المقدرة CDF ، وتوجد اختلافات في احصاءات حسن المطابقة التي تحدد التباينات بين EDF و CDF فمثلا EDF و CDF لتوزيع ويبل المختلط من الممكن ان يكونا كما في الشكل ((1)) حيث ان CDFs المقدرة تظهر بخطوط مستقيمة ، أما MDF فتحاول تقليل المسافة بين CDFs المقدرة وبيانات العينة .[Mumford,1997,21]



شكل (1)

يوضح طريقة التقدير بأقل مسافة [Mumford,1997,21]

بصورة عامة أن MDE تفترض ان المقدر النقطي الاولي يكون موجودا ولهذا يتم استخدام مقدرات MLEعلى انها المقدرات الاولية بالنسبة الى مقدرات MDE ، كذلك فأن الـ MDE تقوم على معلمة واحدة للتوزيع المتعدد المعالم كما هو الحال في توزيع ويبل المختلط ، في حين ان MDE النهائية يتم حسابها بأعادة تقدير MLE مع اعتبار ان MDE المشتقة هي معلمة ثابتة (Fixed) وهذه تعرف بخطوة التحسين [Mumford,1997,23] .

بصورة عامة عدد الدورات يعتمد على الطريقة التي يتم اختيارها فمثلا عندما يكون هناك معلمتين للموقع (معلمة لكل PDF) نحتاج دورتين حيث ان الـ MDE تتطلب فقط دورة واحدة ضمن نسبة خلط معينة.

1.1.2 الحصانة وحسن المطابقة Robustness and Goodness–of–Fit :

تسمى الـ EDF بدالة الخطوة (step function) ويتم حسابها من العينة وتقدر دالة التوزيع للمجتمع ، كما وأن احصاءة الـ EDF تقوم بحساب التباعد بينها وبين اي دالة توزيع اخرى ، وتستخدم لاختبار مطابقة العينة بالنسبة الى التوزيع [Mumford, 1997 ,24] .

بافتراض ان التوزيع المأخوذ هو توزيع ويبل وقد تم تقديرمعالمه من العينة ، وبفرض ان T_n , ... , T_2 , T_1 تمثل عينة عشوائية وكذلك بفرض ان ... , $T_{(2)}$, $T_{(1)}$

$\boldsymbol{T_{(n)}}$, تمثل احصاءات مرتبة وعليه تكون دالة التوزيع التجريبي (EDF) هي $\mathbf{F_n}$ (T) وتعرف بالصيغة التالية :

$$\mathbf{F_n}\ (T) = \frac{(number\ of\ observations \leq T)}{n} \quad ; \quad -\infty < T < \infty \qquad \ldots \qquad 18$$

وبكلام أكثر دقة يكون التعريف كالآتي :

$$F_n\ (T) = 0 \qquad T < T_{(1)}$$

$$F_n\ (T) = i/n \qquad T_{(i)} \leq T < T_{(i+1)} \qquad i=1,2, \ldots , n-1$$

$$F_n\ (T) = 1 \qquad T_{(n)} \leq T \qquad \ldots \qquad 19$$

لهذا السبب تسمى $\mathbf{F_n}$ (T) بدالة الخطوة (الدرجة) وتُحسب من البيانات ، وكلما ازدادت قيمة T تقفز الـ EDF بأرتفاع قدره (1/n) كما وان عند كل T تكون $\mathbf{F_n}$ (T) مساوية الى نسبة المشاهدات الاقل من او تساوي T ، ويمكننا توقع $\mathbf{F_n}$ (T) لتقدير F (T) حيث انها تمثل مقدر متسق الى F(T) . ومن المعلوم ايضاً كلما $n\to\infty$ فأن $\left|\mathbf{F_n}\ (T) - \mathbf{F}\ (T)\right|$ تتناقص حتى الصفر وذلك بأحتمال مساوي للواحد.

من احصاءات حسن المطابقة ما يسمى بـ (CVM) Cramer–Von Mises وتكون بالاسلوب الاتي[Mumford, 1997,25] :

نفرض أنK & L : توزيعين تراكميين (c.d.f.) وان W : دالة الوزن

عليه تكون هذه الاحصاءة بالصيغة التالية :

$$CVM\ (K,L) = \int_{-\infty}^{\infty}[[\ K(t) - L(t)]]^2 * W\big(L(t)\big)\ dL(t) \qquad \ldots \qquad 20$$

حيث أن W(t) = 1

وحيث ان K(T) يمثل التوزيع التجريبي فأن الصيغة الحسابية تكون بالصيغة التالية :

$$CVM = \sum_{i=1}^{n}\left[\left[\ y_i \ - \frac{2i-1}{2n}\ \right]\right]^2 + \left(\frac{1}{12n}\right) \qquad \ldots \qquad 21$$

حيث أن

$$\mathbf{y_i} = F\left(\boldsymbol{T}_{(i)} \right), \quad i = 1,2,\dots,n \qquad \dots \qquad 22$$

أما الاحصاءة الاخرى فتسمى احصاءة Anderson – Darling (AD) وهي مشتقة من خلال زيادة اوزان ذيول التوزيع وكما في الصيغة التالية :

$$W(T) = 1/\left[F(T)*(1-F(T)) \right] \qquad \dots \qquad 23$$

اما الصيغة الحسابية فتكون بالصيغة التالية :

$$AD = (-1/n)$$
$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1)\left[\ln(\mathbf{y_i}) + \ln(1-\mathbf{y_i}) \right] - n \qquad \dots \qquad 24$$

2.2 طريقة الامكان الاعظم : Maximum Likelihood Method

أن صعوبة هذه الطريقة تتمثل في ضعف النمط التحليلي لها وكذلك الحاجة الى طرق حسابية للتكرار ولهذا تم استخدام اسلوب الخوارزمية EM لتقدير معالم توزيع ويبل المختلط حيث في الخطوة E تؤخذ قيم عشوائية كقيم ابتدائية (أولية) لموجه المركبات ولنفرضه z ، أما في الخطوة M فنحتاج الى تكبير لوغاريتم دالة الامكان حسب قيم موجه المركبات والمحدد في الخطوة E. ضمن الخطوة M يجب استخدام طريقة دورية لتقدير معالم توزيع ويبل المختلط ويمكن استخدام طريقة نيوتن– رافسون لتقدير المعالم ، اما مقدرات ML الى كلا من α_1 و α_2 ضمن الدورة التي تسلسلها (r+1) فتعرّف كالاتي [Erisoglu, 2014,76]:

$$\hat{\alpha}_{j,(r+1)} = \hat{\alpha}_{j,r} + \frac{A_{j,r} + \left(\frac{1}{\hat{\alpha}_{j,r}} \right) - \left(\frac{C_{j,r}}{B_{j,r}} \right)}{\left(1 + \hat{\alpha}^{2}_{j,r} \right) + \frac{B_{j,r}\, D_{j,r} - C_{j,r}^2}{B_{j,r}^2}}$$

$$, j = 1,2 \qquad \dots \qquad 25$$

حيث ان

$$A_{j,r} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{z}_{j,i} \ln \mathbf{T_i}}{\sum_{i=1}^{n} \hat{z}_{j,i}}$$

$$B_{j,r} = \sum_{i=1}^{n} \hat{z}_{j,i} x_i \hat{\alpha}_{j,r}$$

$$C_{j,r} = \sum_{i=1}^{n} \hat{z}_{j,i} x_i \hat{\alpha}_{j,r} \ln \mathbf{T_i}$$

$$D_{j,r} = \sum_{i=1}^{n} \hat{z}_{j,i} x_i \hat{\alpha}_{j,r} (\ln \mathbf{T_i})^2$$

ويمكن تقدير معالم القياس كالاتي :

$$\hat{\beta_j} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{z}_{j,i} x_i \hat{\alpha}_j}{\sum_{i=1}^{n} \hat{z}_{j,i}}\right)^{\frac{1}{\hat{\alpha}_j}} \quad , \quad j = 1,2 \quad \ldots \quad 26$$

حيث ان $z_{j,i}$ تعني احتمال ان الوحدة (المركبة) تعود الى المجتمع الجزئي (j) حيث ان (j=1,2) ، ويمكن تعريفهما بالصيغتين التاليتين :

$$\hat{z_{1,i}} = \frac{\hat{\pi} f(x_i | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1)}{\hat{\pi} f(x_i | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1) (1-\hat{\pi}) f(x_i | \hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_2)} \quad \ldots \quad 27$$

$$\hat{z_{2,i}} = 1 - \hat{z_{1,i}} \quad \ldots \quad 28$$

3.2 طريقة عزوم العينة : Moments of Sample Method

ان العزم النظري (ذو الرتبة r) حول نقطة الاصل لتوزيع ويبل المختلط يكون بالصيغة الاتية :[Maqsood, 2008,4]

$$\mu'_r = p \int_0^{\infty} x^r \acute{f}_1(x) dx + (1-p) \int_0^{\infty} x^r f_2(x) dx \quad \ldots \quad 29$$

حيث يمكن تعريف $f_i(x)$ كما في المعادلة (13) ، وان العزوم النظرية الخمسة الاولى (حول الاصل) تكون كالاتي :

$$\mu'_r = p\alpha_1' \Gamma\left(1+\frac{r}{\beta_1}\right) + (1-p)\alpha_2' \Gamma\left(1+\frac{r}{\beta_2}\right) \quad ; r = 1,2,3,4,5 \quad \ldots 30$$

وبمساواة العزوم النظرية بما يقابلها من عزوم العينة فأن مجموعة المعادلات في (30) تصبح كالاتي:

$$m_r = p\alpha_1' \Gamma\left(1+\frac{r}{\beta_1}\right) + (1-p)\alpha_2' \Gamma\left(1+\frac{r}{\beta_2}\right) \quad ; r = 1,2,3,4,5 \quad \ldots \quad 31$$

حيث ان m_r : عزم العينة حول نقطة الاصل المعادلات في المجموعة (31) تمثل منظومة من خمسة معادلات يمكن حلها آنيا لتقدير المعالم الخمسة α_1 و α_2 و β_1و β_2 و p . ولغرض التبسيط نفرض ان :

$$u_i = \Gamma\left(1+\frac{i}{\beta_1}\right)$$

$$v_i = \Gamma\left(1+\frac{i}{\beta_2}\right) \qquad i=1,2,\ldots,5$$

وبذلك فأن مجموعة المعادلات (31) تصبح كالاتي:

$$m_r = p\alpha_1' u_r + (1-p)\alpha_2' v_r \qquad ; \quad r = 1,2,3,4,5 \quad \ldots \quad 32$$

وعند حل المعادلات (32) عندما r = 1,2 نحصل على قيم المقدرات التالية :

$$\hat{\alpha}_2 = \frac{m_1(1-p)u_2v_1 \pm \sqrt{-p(1-p)m_1^2v_2\, u_1^2u_2 + p(1-p)^2m_2\, u_1^2u_2\, v_1^2 + p^2(1-p)m^2\, v_2\, u_1^4}}{(1-p)^2u_2\, v_1^2 + p(1-p)\; u_1^2v_2}$$

. . . 33

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{m_1}{pu_1} - \frac{(1-p)v_1}{pu_1}$$

$$\left[\frac{m_1(1-p)u_2v_1 \pm \sqrt{-p(1-p)m_1^2v_2\, u_1^2u_2 + p(1-p)^2m_2\, u_1^2u_2\, v_1^2 + p^2(1-p)m^2\, v_2\, u_1^4}}{(1-p)^2u_2\, v_1^2 + p(1-p)\; u_1^2v_2}\right]$$

. . . 34

وبتعويض قيمة كلا من α_1 و α_2 في المعادلتين القادمتين التي نحصل عليها من المعادلات (32) عندما r =3,4، اي سيكون لدينا الان معادلتين معلومة وثلاث معادلات مجهولة وهنا لايمكن الحصول على صيغ واضحة للمعالم المجهولة β_1 وβ_2 و p ولهذا السبب نستخدم طريقة الرسم للحصول على تقدير الـ P (معلمة الخلط) وعند الحصول على مقدر P بالرسم يتم حل المعادلتين الى β_1 و β_2 بطريقة نيوتن– رافسون لحل مجموعة المعادلات الغير خطية (NR sys) والمعرفة كالاتي:

$$T_{j+1} = T_j + d_{t_j} \quad \ldots \quad 35$$

حيث

$$d_{t_j} = -f'(T_j)^{-1} \; f \; (T_j) \quad \ldots \quad 36$$

ان صيغة المتجه للمنظومة الغير خطية

$$f(\beta) = 0 \quad \ldots \quad 37$$

حيـــث

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}$$

$$f(\beta) = \begin{pmatrix} f_1(\beta_1, \beta_2) \\ f_2(\beta_1, \beta_2) \end{pmatrix} \quad \ldots \quad 38$$

$$f'(\beta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f_1(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2} \\ \frac{\partial f_2(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f_2(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2} \end{pmatrix} \quad \ldots \quad 39$$

وبالتالي يكون

$$\beta_{j+1} = \beta_j - f'(\beta_j)^{-1} \; f \; (\beta_j) \qquad \ldots \quad 40$$

وعليه نكون قد حصلنا على مقدرات β_1 و β_2 من المعادلة (40) وعلى مقدرات α_1 و α_2 من المعادلات (33) و (34) على الترتيب .

4.2 طريقة المهدي وآخرون : اقترح هذه الطريقة كلا من (المهدي واخرين) , Elmahdy] [4, 2012 ولكنهم لم يقوموا بتسمية هذه الطريقة واكتفوا بتسميتها طريقة مقترحة حيث انهم قاموا بأفتراض تطبيق اختبار المعولية على n من الوحدات من انتاج معين والذي يكون ذو نموذجين من الفشل وقد تم اخذ عينة بيانات كاملة للزمن حتى الفشل $\{t_i, i = 1,2,3, \ldots, n\}$ وعليه تكون دالة الامكان كالاتي :

$$L\,(t;\,\theta\,) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i \,|\, \theta) \qquad \ldots \quad 41$$

وعليه يمكن التعبير عن اللوغاريتم الطبيعي لهذه الدالة بالصيغة التالية :

$$\mathrm{l}(t;\theta) = \sum_{i=0}^{n} \ln[f(t_i \,|\, \theta)] \qquad \ldots \quad 42$$

وبأستخدام صيغة بيز فأن مفهوم $p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)})$ والذي يمثل الاحتمال السابق على ان اي وحدة سوف تكون ضمن المجتمع الجزئي jth (j= 1,2,…,k) فأنه ايضاً يُعرّف على انه الفشل بالزمن t_i ويكون بالصيغة التالية

$$p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)}) = \frac{{}^{w_j^{(s)}} f_j(t_j \,|\, \beta^{(s)}{}_j, \alpha^{(s)}{}_j)}{f(t_i \,|\, \theta^{(s)})} \qquad \ldots \quad 43$$

$$p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)}) = \frac{{}^{w_j^{(s)}} f_j(t_j \,|\, \beta^{(s)}{}_j, \alpha^{(s)}{}_j)}{\sum_{i=1}^{k} {}^{w_j^{(s)}} f_j(t_j \,|\, \beta^{(s)}{}_j, \alpha^{(s)}{}_j)} \qquad \ldots \quad 44$$

وبأخذ مقدر معين $\theta^{(s)}$ فأن التوقع الى لوغاريتم دالة الامكان سيكون بالصيغة التالية:

$$Q(\theta,\;\theta^{(s)}) = \sum_{j=1}^{k} p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)}) \ln[\,f(t_i \,|\, \theta)] \qquad \ldots \quad 45$$

ويمكن ايضا كتابتها كالاتي:

$$Q(\theta,\ \theta^{(s)}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} p_j(t_i, \theta^{(s)}) \ln[w_j f_j(t_i \mid \beta_j, \alpha_j)] \quad \ldots \quad 46$$

$$Q(\theta,\ \theta^{(s)}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} p_j(t_i, \theta^{(s)}) \ln(w_j) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} p_j(t_i, \theta^{(s)}) \ln f_j(t_i \mid \beta_j, \alpha_j)$$

$$+\lambda \left(\sum_{j=1}^{k} w_j - 1\right) \quad \ldots \quad 47$$

حيث ان λ : مضروب لاكرانج علما ان $\sum_{j=1}^{k} w_j = 1$

ان ايجاد قيمة هذا التوقع يسمى بالخطوة (E− step)(Expectation step) لهذه الخوارزمية في حين ان الخطوة الثانية (M− step) خطوة التعظيم (Maximization step) فيتم من خلالها حساب قيمة $\theta^{(s+1)}$ بالنسبة الى θ والتي تعظم($Q(\theta,\ \theta^{(s)})$.ولايجاد قيمة $w_j^{(s+1)}$ بالنسبة الى w_j والتي تعظم($Q(\theta,\ \theta^{(s)})$ تؤخذ مشتقة المعادلة (47) بالنسبة الى w_j وتُساوى بالصفر فنحصل على :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{w_j} p_j(t_i, \theta^{(s)}) + \lambda = 0 \quad \ldots \quad 48$$

وبأخذ المجموع بالنسبة الى j لكلا الطرفين وبأستخدام القاعدة القائلة ان :

$$\sum_{j=1}^{k} p_j(t_i, \theta^{(s)}) = 1 \quad \ldots \quad 49$$

نحصل على $\lambda = -n$ وعليه يكون

$$w_j^{s+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_j(t_i, \theta^{(s)}) \quad \ldots \quad 50$$

لايجاد قيمة $\alpha_j^{(s+1)}$ بالنسبة الى α_j والتي تعظم $Q(\theta_{,}\ \theta^{(s)})$ نشتق المعادلة (47) بالنسبة الى α_j ونساويها بالصفر فنحصل على الصيغة التالية :

$$\alpha_j^{(s+1)} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} p_j(t_i,\theta^{(s)})\,(t_i)^{\beta_j^{(s+1)}}}{\sum_{i=1}^{n} p_j(t_i,\theta^{(s)})}\right]^{\frac{1}{\beta_j^{(s+1)}}} \quad \ldots \quad 51$$

بنفس الطريقة يمكن ايجاد قيمة $\beta_j^{(s+1)}$ بالنسبة الى β_j والتي تعظم $Q(\theta_{,}\ \theta^{(s)})$ بأشتقاق المعادلة (47) بالنسبة الى β_j وبمساواتها للصفر نحصل على :

$$g(\beta_j^{s+1}) = \frac{1}{\beta_j^{s+1}} + \frac{\sum_{i=1}^{n} p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)}) \ln(t_i)}{\sum_{i=1}^{n} p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)})} - \frac{\sum_{i=1}^{n} p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)})\,(t_i)^{\beta_j^{s+1}} \ln(t_i)}{\sum_{i=1}^{n} p_j(t_{i,}\,\theta^{(s)})\,(t_i)^{\beta_j^{s+1}}} = 0 \quad \ldots \quad 52$$

وبأخذ تخمينات اولية جيدة الى $\theta^{(s)}$ وبالتالي معرفة$p_j(t_i,\theta^{(s)})$ وبحل المعادلة (52) باستخدام طريقة عددية مثل نيوتن – رافسون وبتحديث المعادلات (50) و (51) و (52) يمكن الحصول على مقدرات MLE الى كل من $w_j^{(s+1)}$ و $\beta_j^{(s+1)}$ و $\alpha_j^{(s+1)}$ لكل مجتمع جزئي j .

5.2 طريقة تقدير Kececioglu : بهذه الطريقة نفترض ان توزيع ويبل المختلط يحتوي على نموذجين للفشل اي الزمن حتى الفشل للعينة {t_m ,m=1,2,3…N} وبأفتراض ان البيانات قد تم ترتيبها بالشكل $t_1<t_2<\ldots\ldots<t_N$ يمكن حينها تقسيم الفشل الى نموذجين يسمى كل منهما بالمجتمع الجزئي ذو التسلسل j ويكون بالصيغة التالية [Xu , 2012 ,12]:

$$p_j\ (t_m) = \mathrm{P}\ \{\ \mathrm{T} \in f_j(t)\ \big|\ t_m - \tfrac{1}{2}\ \Delta\mathrm{t} < T <\ t_m + \tfrac{1}{2}\ \Delta\mathrm{t}\ \},\ j = 1,2 \quad \ldots 53$$

وبتطبيق نظرية بيز يمكن اعادة كتابة المعادلة (13) بالصيغة التالية :

$$p_j = \frac{\mathrm{P}\ \{\ t_m - \frac{1}{2}\ \Delta\mathrm{t} < T <\ t_m + \frac{1}{2}\ \Delta\mathrm{t}\ \big|\ \mathrm{T}\ \in f_j(t)\} * \mathrm{P}\ \{\ \mathrm{T}\ \in f_j(t)\ \}}{\sum_j\ \ \mathrm{P}\ \{\ t_m - \frac{1}{2}\ \Delta\mathrm{t} < T <\ t_m + \frac{1}{2}\ \Delta\mathrm{t}\ \big|\ \mathrm{T}\ \in f_j(t)\} * \mathrm{P}\ \{\ \mathrm{T}\ \in f_j(t)\ \}}$$

. . . 54

ان احتمالات الفشل الذي يحدث في الزمن t_m والذي يعود للمجتمع الجزئي الاول والثاني تكون بالصيغة الاتية :

$$p_1(t_m) = \frac{p f_1(t_m)}{f(m)} \quad \ldots \quad 55a$$

$$p_2(t_m) = \frac{(1-p) f_2(t_m)}{f(m)} \quad \ldots \quad 55b$$

حيث ان P هي نسبة المجتمع الاول وعليه فأن الفشل الحاصل في الزمن t_m يمكن تقسيمه الى جزئين :

$p_1(t_m)$: الفشل في المجتمع الاول

$p_2(t_m)$: الفشل في المجتمع الثاني

N*P : حجم المجتمع الجزئي الاول

N*(1−P) : حجم المجتمع الجزئي الثاني

وبذلك فأن توزيع ويبل المختلط ينتج العينتين الجزئيتين التاليتين:

العينة الجزئية الاولى:

$$\{(t_1, p_1(t_1)), (t_2, p_1(t_2)), \ldots, (t_N, p_1(t_N))\};$$

العينة الجزئية الثانية:

$$\{(t_1, p_2(t_1)), (t_2, p_2(t_2)), \ldots, (t_N, p_2(t_N))\};$$

يمكن حل اي عينة جزئية ضمن المجتمع الجزئي بأستخدام طريقة تقدير الانحدار الرتبي The Rank Regression ولهذا فأن متوسط رتب الارقام Mean Order Number (MON)للفشل الذي تسلسله m في المجتمع الجزئي j يكون بالصيغة التالية:

$$\mathrm{MO}N_1\ (t_m\ ) = \sum_{k=1}^{m} P_1\ (t_k), m = 1,2,\dots,N \quad \dots \quad 56$$

$$\mathrm{MO}N_2\ (t_m\ ) = \sum_{k=1}^{m} P_2\ (t_k), m = 1,2,\dots,N \quad \dots \quad 57$$

وبالتالي تكون رتب الوسيط Median Ranks ($\mathrm{M}R_J\ (t_m\ )$) له بالصيغة التالية:

$$\mathrm{M}R_1\ (t_m\ ) = \frac{\mathrm{MO}N_1\ (t_m\ )}{\mathrm{MO}N_1\ (t_N\ )+0.4} \quad \dots \quad 58$$

للمجتمع الجزئي الاول وكذلك

$$\mathrm{M}R_2\ (t_m\ ) = \frac{\mathrm{MO}N_2\ (t_m\ )}{\mathrm{MO}N_2\ (t_N\ )+0.4} \quad \dots \quad 59$$

للمجتمع الجزئي الثاني ، وعليه يمكن كتابة العينات الجزئية كالاتي

$$\{\ (\ t_1, \mathrm{M}R_1\ (t_1)\quad\ ),(\ t_2, \mathrm{M}R_1\ (t_2))\ ,\ \dots\ \ ,\ (t_N, \mathrm{M}R_1\ (t_N))\};$$

للمجتمع الجزئي الاول ، وايضا"

$$\{\ (\ t_1, \mathrm{M}R_2\ (t_1)\quad\ ),(\ t_2, \mathrm{M}R_2\ (t_2))\ ,\ \dots\ \ ,\ (t_N, \mathrm{M}R_2\ (t_N))\};$$

للمجتمع الجزئي الثاني ، وكذلك فأن CDF لتوزيع ويبل تكون بالصيغة الاتية :

$$\ln\{\ \ln\frac{1}{1-\ \mathrm{M}R_J\ (t_m\ )}\} = \alpha_m(\ \ln t_m - \ln\beta_j\quad\ ) \quad \dots \quad 60$$

وبأخذ الصيغة الخطية

$$Y_j(m) = \alpha_m X\ \ (m) + b_j \quad \dots \quad 61$$

حيث ان

$$Y_j(m) = \ln\{-\ln[\ 1-\ \mathrm{M}R_J\ (t_m\ )\ ]\},$$

$$X\ \ (m) = \ln t_m\ ,$$

$$b_j = -\alpha_j\ \ \ln\beta_j$$

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى فأن معالم التوزيع يمكن تحديدها من خلال الصيغ التالية:

$$\alpha_j = \frac{\sum_{m=1}^{N} X(m)Y_j(m) - \frac{1}{N}[\sum_{m=1}^{N} X(m) \sum_{m=1}^{N} Y_j(m)]}{\sum_{I=1}^{N} X^2(m) - \frac{1}{N}[\sum_{m=1}^{N} X(m)]^2} \quad ,j = 1,2 \ \dots \quad 62$$

$$b_j = \bar{Y} - \alpha_j \bar{X} \quad \dots \quad 63$$

$$\beta_j = \exp\left(-\frac{b_j}{\alpha_j}\right) \quad \dots$$

. 64

ان نسبة الخلط تكون بالصيغة الاتية

$$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{MO}N_1(t_N)}{N} = \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N} P_1(t_m)$$

$$= 1 - \frac{\mathrm{MO}N_2(t_N)}{N} = 1 - \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N} P_2(t_m) \quad \dots \quad 65$$

حيث أن هذه الطريقة تهدف لايجاد افضل مطابقة ، أي تقليل تباين الخطأ حول الخط المعرف بمعامل الارتباط ρ حيث ان اكبر قيمة مطلقة الى P تكون هي الافضل بمطابقة ذلك الخط ولهذا السبب يمكن الحصول على المعالم الخمسة بتطبيق طريقة المربعات الصغرى لتكرارها (تدويرها) على α_1 و α_2 و β_1 و β_2 و p لتقليل التباعد بين القيم وذلك الخط أو لزيادة معامل الارتباط الذي يكون بالصيغة التالية:

$$\rho_j = \frac{\sum_{m=1}^{N} X(m)Y_j(m) - \frac{1}{N}[\sum_{m=1}^{N} X(m) \sum_{m=1}^{N} Y_j(m)]}{\sqrt{[\sum_{m=1}^{N} X^2(m) - \frac{1}{N}[\sum_{m=1}^{N} X(m)]^2][\sum_{m=1}^{N} Y^2(m) - \frac{1}{N}[\sum_{m=1}^{N} Y(m)]^2]}} \quad \dots \quad 66$$

أن لكل معلمة لها مقدر كفوء ضمن كلا معاملات الارتباط حيث ان مجموع معاملات الارتباط لكلا الجزئين يمكن ان يكون المقياس الافضل لدرجة المطابقة . هنا ناخذ القيم الموجبة فقط الى معامل الارتباط ، اي ان $0 < \rho_j < 1$ لكن معامل الارتباط الذي يهمنا هو :

$= \rho_1 + \rho_2$ . . .

ρ 67

ولهذا بتطبيق اسلوب التكرار يمكن الحصول على تقدير كلا من α_1 و α_2 و β_1و β_2 و p بتكبير قيمة ρ حيث ان التكرار يبدأ بنقاط اولية ملائمة (α_1^0 و α_2^0 و β_1^0 و β_2^0 و p^0) .

2-6 طريقة الرسم :تم اقتراح هذه الطريقة عام 1959 من قبل Kao لتقدير معالم توزيع ويبل ذو المعلمتين وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات التالية[Smiley,1971,1][Maqsood, 2008,4]

1-رسم دالة الـ cdf للعينة على الورقة الخاصة بأحتمالات توزيع ويبل ومن ثم فحص مطابقته من خلال توفيق المنحنى (والذي يسمى مخطط ويبل)

2-رسم مماسين عند نهايتي المخطط السابق ونشير لهما بـ $pF_1\hat{}$ و $(1-p)F_2\hat{}$ ويمثلان المقدرات الى pF_1 و qF_2 على الترتيب

3-عند تقاطع $(1-p)F_2\hat{}$ مع خط الحد الاعلى ننزل خط عمودي وهذا يتقاطع مع $pF_1\hat{}$ ، ومن قراءة مقياس نسبة الفشل نحدد $\hat{P}$ الذي يمثل تقدير الـ p وبالتالي تقديـــر 1-p=q

4- تقسيم توزيع ويبل المختلط الى مجتمعين جزيئيين حيث ان العدد المقدر للوحدات التي تنتمي الى $F_1(X)$ و $F_2(X)$ يكون مساوي الى $np\hat{}$ و $nq\hat{}$ على الترتيب ومنهما يمكن حساب الـ cdf للعينة لكل من $F_1(X)$ و $F_2(X)$

5-تقاطع المحور y (y-intercept) والميل لمخططات $F_i(X)$ يمثلان المقدرات الى

$-\beta \ln\alpha_i$ و β_i على الترتيب

3 – اختبارات حسن المطابقة:يستخدم معيار معلومات اكاكي Acaci Information (Criterion) ويرمز له بالرمز AIC لغرض المقارنة بين مقدرات الترجيح لنموذجين او اكثر ويعرف بالصيغة التالية[محمد واخرون ،2009، 104] [Xia , 2012 ,205] :

$$AIC = -2 \ln\left(L\left(\hat{\theta}\right)\right) + 2d \quad \ldots \quad 68$$

حيث ان $\ln\left(L\left(\hat{\theta}\right)\right)$: قيمة اللوغاريتم الطبيعي الى دالة الامكان للنموذج المقترح

d : عدد المعلمات المقدرة بالنموذج .

والنموذج الذي يتم اختياره يكون ذو اقل قيمة لمقياس AIC حيث ان قيمة AIC تعتمد مباشرة على حجم العينة وتكون نتيجة هذا الاختبار دقيقة عندما يكون حجم العينة كافياً (اكبر من 30) ، وهناك صيغة معدلة لهذا الاختبار وهي AIC_c والمعرفة بالصيغة التالية :

$$AIC_c = AIC + \frac{2d(d+1)}{n-d-1} \quad \ldots \quad 69$$

حيث يمكن التوصية باستخدام AIC_c عندما تكون قيمة النسبة ($\frac{n}{d}$) قليلة (مثلا اقل من 40)

المبحـــــث الثالـــــث /الجانب التجريبي

3 – 1 نماذج المحاكاة (simulation models)

تم في هذا البحث اعتماد مجموعة من نماذج المحاكاة لعينات من توزيع ويبل المختلط والملوث وبالاعتماد على الصيغ (1 – 11) لتقدير معدل الفشل والتي تمثل المكون الرئيسي لدالة المعولية (البقاء) ، وكذلك تم اعتماد هذه الصيغ ايضا لتوليد عينات وفق ظروف محددة تمثل حجوم عينات مختلفة ومعالم توزيع (α, β) محددة وكما مبين ضمن ظروف التجارب التالية :

احجام عينات تمثل $(n_1 = 25, n_2 = 100)$ وكذلك معالم توزيع ويبل المختلط هي :

$(\alpha_1 = 0.3\,, \beta_1 = 1\,, \alpha_2 = 0.5\,, \beta_2 = 1.5\,)$ ، اما نسب الخلط فهي :

$(rt_1 = 5\%, rt_2 = 10\%, rt_3 = 25\%, rt_4 = 40\%\,, rt_5 = 45\%\,, rt_6 = 50\%\,)$

اما طرق التقدير فقد تم الاشارة لها وفق الرموز التالية :

MDE : التقدير بطريقة اقل مسافة

MLE : التقدير بطريقة الامكان الاعظم

MOM : التقدير بطريقة العزوم

MAH : التقدير بطريق المهدي وآخرون

KEC : التقدير بطريقة kececioglu

GRAPH : التقدير بطريقة الرسم

وبعد تطبيق ظروف التجربة وفق تكرار (1000) مرة ظهرت النتائج وكما مبين بالجداول الاتية:

جـدول (1) يمثل القيمة التقديرية والحقيقية لمعدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين لجميع الطرائق الخلط والتلوث وبحالة (n=25) ونسب

Ratio	t	True h (t)	Estimated h (t)					
			MDE	MLE	MOM	MAH	KEC	GRAPH
5%	0.1	0.937726	0.189937	0.415513	0.268026	0.414756	0.267428	0.268186
	0.2	0.279938	0.231738	0.30244	0.241818	0.301694	0.241692	0.242439
	0.3	0.254609	0.250956	0.286755	0.263524	0.283893	0.262007	0.264868
	0.4	0.213959	0.227853	0.237417	0.224407	0.233147	0.223472	0.227742
	0.5	0.187419	0.200414	0.234435	0.22431	0.227608	0.220605	0.227432
	0.6	0.173677	0.167486	0.197265	0.185622	0.192948	0.186539	0.190857
	0.7	0.250929	0.232917	0.32763	0.233095	0.327205	0.232941	0.233366
	0.8	0.285517	0.219273	0.313376	0.251306	0.312153	0.250607	0.25183
	0.	0.25570	0.24400	0.24288	0.22660	0.24119	0.22590	0.22759

	9	1	7		2	3	5	2
10%	0.1	0.233725	0.18207	0.218013	0.205913	0.213418	0.203255	0.207851
	0.2	0.203795	0.168243	0.212726	0.202572	0.20694	0.200472	0.206258
	0.3	0.16079	0.168517	0.186257	0.17612	0.180744	0.175023	0.180536
	0.4	0.312547	0.19002	0.329416	0.21693	0.32904	0.216659	0.217035
	0.5	0.251587	0.234852	0.379961	0.320069	0.377988	0.318753	0.320726
	0.6	0.242833	0.209511	0.235707	0.217028	0.232558	0.215658	0.218807
	0.7	0.182091	0.194055	0.235579	0.222925	0.230607	0.221216	0.226188
	0.8	0.167124	0.185399	0.224706	0.213303	0.219386	0.211375	0.216695
	0.9	0.169735	0.185004	0.202584	0.190875	0.195918	0.188761	0.195427
25%	0.1	0.267475	0.253648	0.36281	0.262082	0.362224	0.261788	0.262374
	0.2	0.265015	0.228245	0.383158	0.323439	0.381859	0.322915	0.324214
	0.3	0.208857	0.184883	0.290161	0.272735	0.286979	0.27089	0.274072
	0.4	0.193275	0.214051	0.23801	0.223503	0.234716	0.223217	0.226511
	0.5	0.191343	0.198495	0.204181	0.192142	0.203369	0.195461	0.196273
	0.6	0.186135	0.18365	0.239316	0.228689	0.231903	0.225444	0.232857
	0.7	0.348333	0.259957	0.319552	0.243566	0.318611	0.242901	0.243842

	0.8	0.252998	0.232015	0.361996	0.308692	0.360899	0.308344	0.309441
	0.9	0.188001	0.206068	0.266852	0.246201	0.263699	0.24446	0.247613
40%	0.1	0.220733	0.208735	0.253206	0.241645	0.246193	0.236241	0.243255
	0.2	0.199692	0.201725	0.226046	0.216407	0.219889	0.214056	0.220213
	0.3	0.185391	0.204084	0.192221	0.184248	0.186413	0.180914	0.186721
	0.4	0.338674	0.280427	0.354201	0.260313	0.35336	0.259726	0.260567
	0.5	0.240671	0.2253	0.339536	0.288106	0.338525	0.287866	0.288877
	0.6	0.223966	0.208028	0.258388	0.240947	0.25549	0.23959	0.242488
	0.7	0.210991	0.19634	0.220328	0.207292	0.213419	0.20159	0.208499
	0.8	0.198386	0.177335	0.222237	0.2116	0.215502	0.207081	0.213815
	0.9	0.207757	0.168534	0.198116	0.192485	0.190172	0.187853	0.195797
45%	0.1	0.335197	0.174572	0.342889	0.226704	0.342434	0.226493	0.226949
	0.2	0.249079	0.237852	0.310651	0.247347	0.309715	0.246853	0.247789
	0.3	0.206662	0.176941	0.28189	0.263499	0.277818	0.260052	0.264123
	0.4	0.196466	0.174953	0.209285	0.197888	0.205641	0.197033	0.200677
	0.5	0.176093	0.189887	0.229833	0.221246	0.222588	0.217657	0.224903
	0.	0.17397	0.18308	0.24077	0.23034	0.23348	0.22710	0.23439

	6	2	1	6	8	1	3	8
	0.7	0.252305	0.222497	0.333401	0.22567	0.33318	0.225664	0.225885
	0.8	0.264282	0.224642	0.319856	0.271075	0.318554	0.270436	0.271738
	0.9	0.186984	0.219635	0.257551	0.239198	0.255107	0.238002	0.240447
50%	0.1	0.181793	0.177221	0.224552	0.212394	0.219574	0.209395	0.214373
	0.2	0.192139	0.167859	0.216842	0.208407	0.209855	0.203529	0.210516
	0.3	0.181394	0.171883	0.238724	0.228586	0.227488	0.221339	0.232575
	0.4	0.308093	0.223373	0.333409	0.235877	0.332699	0.23539	0.2361
	0.5	0.257927	0.230977	0.37225	0.313187	0.37148	0.313144	0.313914
	0.6	0.224182	0.235247	0.274428	0.255234	0.270237	0.252539	0.25673
	0.7	0.182812	0.181175	0.235867	0.224675	0.231705	0.223087	0.227248
	0.8	0.172995	0.18044	0.228273	0.219139	0.223455	0.217099	0.221917
	0.9	0.178199	0.179484	0.224539	0.214377	0.215015	0.208305	0.217829

(الجدول من اعداد الباحث ضمن نتائج المحاكاة)

جدول (2)يمثل متوسط مربعات الخطأ لتقديرمعدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين

لجميع الطرائق ونسب الخلط والتلوث وبحالة(n=25)

ratio	t	MSE of Estimated $h(t)$						Best Method
		MDE	MLE	MOM	MAH	KEC	GRAPH	
5%	0.	0.57650	0.51180	0.50384	0.51247	0.50454	0.50360	0.50360

	1	09	65	43	00	37	43	43
	0.2	0.0141103	0.0414639	0.0250235	0.0415319	0.0250954	0.0249550	0.0141103
	0.3	0.0047113	0.0111448	0.0113768	0.0118305	0.0120374	0.0112586	0.0047113
	0.4	0.0018792	0.0037624	0.0055710	0.0039636	0.0057549	0.0054786	0.0018792
	0.5	0.0016584	0.0029948	0.0027952	0.0032918	0.0032424	0.0028436	0.0016584
	0.6	0.0014997	0.0019216	0.0025682	0.0023817	0.0028954	0.0024132	0.0014997
	0.7	0.0222173	0.1041441	0.0403117	0.1042346	0.0403441	0.0402312	0.0222173
	0.8	0.0186341	0.1119341	0.0563590	0.1117743	0.0562656	0.0562324	0.0186341
	0.9	0.0044077	0.0088758	0.0094410	0.0093896	0.0098388	0.0093280	0.0044077
10%	0.1	0.0044222	0.0043886	0.0050144	0.0046577	0.0052074	0.0048437	0.0043886
	0.2	0.0030394	0.0030201	0.0037221	0.0033855	0.0040129	0.0035534	0.0030201
	0.3	0.0013618	0.0021708	0.0025184	0.0028390	0.0032791	0.0024520	0.0013618
	0.4	0.0314071	0.0904928	0.0407692	0.0904597	0.0408403	0.0407740	0.0314071
	0.5	0.0139220	0.0613788	0.0328094	0.0608068	0.0325781	0.0328853	0.0139220
	0.6	0.0054438	0.0077489	0.0077042	0.0079495	0.0079803	0.0076608	0.0054438
	0.7	0.0021491	0.0043417	0.0038049	0.0042581	0.0038586	0.0038557	0.0021491
	0.8	0.0019401	0.0034313	0.0033716	0.0038908	0.0039073	0.0033584	0.0019401

	0.9	0.0013009	0.0026948	0.0023375	0.0030743	0.0028635	0.0023988	0.0013009
25%	0.1	0.0214147	0.0990037	0.0369669	0.0988308	0.0369596	0.0369982	0.0214147
	0.2	0.0147705	0.0524588	0.0336940	0.0523590	0.0337563	0.0336996	0.0147705
	0.3	0.0049804	0.0127245	0.0116964	0.0124779	0.0115259	0.0116502	0.0049804
	0.4	0.0025870	0.0047140	0.0052404	0.0047470	0.0051564	0.0050734	0.0025870
	0.5	0.0018744	0.0025701	0.0033123	0.0027848	0.0032295	0.0029886	0.0018744
	0.6	0.0012880	0.0045104	0.0039260	0.0041999	0.0038385	0.0041253	0.0012880
	0.7	0.0264853	0.0474234	0.0299485	0.0474165	0.0300364	0.0298792	0.0264853
	0.8	0.0102306	0.0363721	0.0252282	0.0362035	0.0251199	0.0251550	0.0102306
	0.9	0.0041885	0.0058294	0.0061357	0.0058276	0.0061078	0.0060092	0.0041885
40%	0.1	0.0024590	0.0052942	0.0044146	0.0051030	0.0044458	0.0044852	0.0024590
	0.2	0.0018337	0.0039191	0.0038973	0.0039611	0.0041950	0.0040444	0.0018337
	0.3	0.0016309	0.0041677	0.0052907	0.0052062	0.0060675	0.0049212	0.0016309
	0.4	0.0241128	0.0935911	0.0464698	0.0934882	0.0464268	0.0463375	0.0241128
	0.5	0.0105993	0.0469278	0.0341892	0.0468196	0.0340828	0.0340611	0.0105993
	0.6	0.0043178	0.0101003	0.0114390	0.0100799	0.0113252	0.0112715	0.0043178
	0.	0.00244	0.00321	0.00392	0.00374	0.00442	0.00372	0.00244

	7	33	41	81	98	82	22	33
	0.8	0.0019509	0.0030460	0.0032672	0.0032660	0.0032316	0.0029159	0.0019509
	0.9	0.0027077	0.0030662	0.0040002	0.0031505	0.0039960	0.0039009	0.0027077
45%	0.1	0.0444641	0.1381733	0.0543174	0.1383337	0.0545130	0.0543120	0.0444641
	0.2	0.0110323	0.0646312	0.0398970	0.0649109	0.0401811	0.0398476	0.0110323
	0.3	0.0037677	0.0090529	0.0071325	0.0089534	0.0072419	0.0071628	0.0037677
	0.4	0.0018903	0.0032240	0.0036268	0.0036397	0.0039549	0.0035288	0.0018903
	0.5	0.0017216	0.0038491	0.0046593	0.0037221	0.0046592	0.0047144	0.0017216
	0.6	0.0016756	0.0049543	0.0042425	0.0052226	0.0049088	0.0045631	0.0016756
	0.7	0.0204712	0.1410043	0.0434305	0.1409603	0.0433949	0.0433964	0.0204712
	0.8	0.0157274	0.0343920	0.0191993	0.0342049	0.0191479	0.0191972	0.0157274
	0.9	0.0060431	0.0084383	0.0092889	0.0086760	0.0094899	0.0092027	0.0060431
50%	0.1	0.0020497	0.0044324	0.0042745	0.0044582	0.0044019	0.0042189	0.0020497
	0.2	0.0020335	0.0035328	0.0045263	0.0037962	0.0043709	0.0040640	0.0020335
	0.3	0.0012902	0.0031591	0.0030603	0.0031554	0.0031798	0.0030876	0.0012902
	0.4	0.0290433	0.0873092	0.0368873	0.0871992	0.0368963	0.0368469	0.0290433
	0.5	0.0126016	0.0396232	0.0236026	0.0394135	0.0235062	0.0235949	0.0126016

	0.6	0.0049228	0.0110392	0.0112780	0.0109966	0.0114326	0.0113318	0.0049228
	0.7	0.0017799	0.0049334	0.0059266	0.0052028	0.0064067	0.0060536	0.0017799
	0.8	0.0014852	0.0038735	0.0039121	0.0041639	0.0043543	0.0039819	0.0014852
	0.9	0.0013316	0.0032050	0.0038579	0.0039800	0.0046480	0.0036606	0.0013316

(الجدول من اعداد الباحث ضمن نتائج المحاكاة)

جدول(3)يمثل القيمة التقديرية والحقيقية لمعدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين لجميع الطرائق ونسب الخلط والتلوث وبحالة (n=100)

ratio	t	True h (t)	Estimated h (t)					
			MDE	MLE	MOM	MAH	KEC	GRAPH
5%	0.1	0.937726	0.233766	0.308017	0.275172	0.307857	0.275034	0.275194
	0.2	0.265015	0.215124	0.243171	0.227511	0.243238	0.227746	0.227679
	0.3	0.226196	0.234872	0.241617	0.236634	0.24109	0.236769	0.237296
	0.4	0.192206	0.188395	0.191919	0.188916	0.191268	0.188965	0.189616
	0.5	0.187157	0.177221	0.182257	0.180919	0.181235	0.179965	0.180986
	0.6	0.194467	0.184465	0.190778	0.189601	0.188304	0.187463	0.189938
	0.7	0.281663	0.19596	0.272871	0.242342	0.272754	0.242275	0.242392
	0.8	0.229824	0.235983	0.25709	0.242396	0.256993	0.242331	0.242428
	0.	0.22874	0.21513	0.22493	0.21940	0.22449	0.21919	0.21962

	9		2	5	1	9	2	8
10 %	0.1	0.191717	0.200617	0.208729	0.206307	0.207916	0.205977	0.20679
	0.2	0.179008	0.184177	0.190106	0.186497	0.188707	0.186274	0.187674
	0.3	0.186339	0.18337	0.18734	0.18502	0.185455	0.183807	0.185693
	0.4	0.268969	0.178974	0.246808	0.214058	0.246646	0.213925	0.214087
	0.5	0.238618	0.212255	0.240515	0.22336	0.240574	0.223607	0.223548
	0.6	0.217775	0.239846	0.250993	0.245357	0.250082	0.244361	0.245272
	0.7	0.202582	0.205117	0.209168	0.2063	0.20828	0.206342	0.207231
	0.8	0.188808	0.188606	0.191702	0.188739	0.190511	0.188496	0.189687
	0.9	0.18579	0.165784	0.169741	0.167296	0.168612	0.167357	0.168486
25 %	0.1	0.231712	0.215021	0.301166	0.267077	0.301081	0.267083	0.267168
	0.2	0.231693	0.257563	0.284236	0.26664	0.284013	0.266468	0.266691
	0.3	0.249088	0.17642	0.188391	0.186273	0.188207	0.186322	0.186506
	0.4	0.204593	0.180894	0.18797	0.186163	0.187706	0.18647	0.186734
	0.5	0.186168	0.177062	0.182069	0.178645	0.18107	0.178855	0.179854
	0.6	0.166472	0.175854	0.177676	0.174379	0.176552	0.174259	0.175383
	0.7	0.252004	0.204691	0.274243	0.245681	0.27425	0.245729	0.245723

	0.8	0.260721	0.203033	0.230921	0.216688	0.230669	0.216548	0.216801
	0.9	0.181704	0.222913	0.235707	0.22998	0.23586	0.23045	0.230297
40%	0.1	0.183275	0.223467	0.227363	0.226886	0.226081	0.226574	0.227856
	0.2	0.182281	0.171789	0.175922	0.174035	0.175018	0.17365	0.174554
	0.3	0.173711	0.162138	0.168998	0.16752	0.167213	0.166635	0.168421
	0.4	0.267197	0.208199	0.279956	0.248096	0.27993	0.248161	0.248187
	0.5	0.223411	0.248698	0.282918	0.268771	0.282832	0.268784	0.268871
	0.6	0.236619	0.218804	0.23412	0.230082	0.233349	0.229534	0.230305
	0.7	0.219401	0.175173	0.180491	0.178606	0.178914	0.177258	0.178836
	0.8	0.170518	0.187581	0.18825	0.18426	0.187645	0.184669	0.185274
	0.9	0.167552	0.170837	0.175535	0.174121	0.173819	0.172828	0.174543
45%	0.1	0.264027	0.24206	0.31553	0.281517	0.315358	0.281356	0.281527
	0.2	0.268568	0.23506	0.262664	0.247107	0.262488	0.247004	0.24718
	0.3	0.225857	0.217604	0.225004	0.218892	0.223867	0.21796	0.219096
	0.4	0.17763	0.17625	0.180706	0.177783	0.180209	0.178106	0.178603
	0.5	0.178402	0.194108	0.19885	0.19642	0.197824	0.19675	0.197776
	0.	0.16941	0.18095	0.18611	0.18341	0.18324	0.18085	0.18372

	6		2	2		7	7	2
	0.7	0.301945	0.223032	0.303449	0.273239	0.303358	0.273217	0.273308
	0.8	0.251285	0.208938	0.244048	0.231931	0.243769	0.231756	0.232035
	0.9	0.218566	0.179638	0.189679	0.186003	0.189016	0.185747	0.18641
50%	0.1	0.172905	0.213159	0.218697	0.217397	0.218739	0.217998	0.217956
	0.2	0.193846	0.180618	0.182396	0.179195	0.182102	0.179219	0.179513
	0.3	0.183348	0.179554	0.182638	0.180343	0.181551	0.179262	0.180349
	0.4	0.283322	0.218903	0.292844	0.260565	0.292825	0.260569	0.260587
	0.5	0.246512	0.225792	0.257186	0.24223	0.257092	0.24234	0.242434
	0.6	0.182848	0.187674	0.201581	0.19679	0.201176	0.196604	0.197009
	0.7	0.20721	0.190675	0.197491	0.194752	0.196371	0.193898	0.195018
	0.8	0.174413	0.197229	0.203752	0.200521	0.202479	0.199564	0.200837
	0.9	0.175999	0.187631	0.19298	0.191722	0.191211	0.189562	0.19133

(الجدول من اعداد الباحث ضمن نتائج المحاكاة

جدول(4)يمثل متوسط مربعات الخطأ لتقديرمعدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين

لجميع الطرائق ونسب التلوث والخلط وبحالة(n=100)

ratio	t	MSE of Estimated $h(t)$						Best Method
		MDE	MLE	MOM	MAH	KEC	GRAPH	
5%	0.	0.51164	0.41550	0.45404	0.41572	0.45425	0.45403	0.41550

	1	28	84	42	04	81	77	84
	0.2	0.0120930	0.0076755	0.0089156	0.0076882	0.0089226	0.0089143	0.0076755
	0.3	0.0038346	0.0024737	0.0029555	0.0024846	0.0029654	0.0029530	0.0024737
	0.4	0.0011577	0.0005645	0.0007704	0.0006003	0.0007499	0.0007345	0.0005645
	0.5	0.0011285	0.0006385	0.0009039	0.0007330	0.0009120	0.0008326	0.0006385
	0.6	0.0011588	0.0005857	0.0008296	0.0007180	0.0008698	0.0007352	0.0005857
	0.7	0.0200716	0.0177678	0.0158361	0.0178016	0.0158690	0.0158314	0.0158314
	0.8	0.0129032	0.0092117	0.0091444	0.0091858	0.0090721	0.0091007	0.0090721
	0.9	0.0030562	0.0018010	0.0023536	0.0018324	0.0023638	0.0023231	0.0018010
10%	0.1	0.0014256	0.0010412	0.0010879	0.0010901	0.0011579	0.0010841	0.0010412
	0.2	0.0011133	0.0007735	0.0008665	0.0008096	0.0008849	0.0008447	0.0007735
	0.3	0.0011142	0.0006039	0.0007731	0.0007348	0.0009077	0.0007497	0.0006039
	0.4	0.0267881	0.0271646	0.0225333	0.0271452	0.0225171	0.0225228	0.0225171
	0.5	0.0101981	0.0084340	0.0072757	0.0084388	0.0072819	0.0072840	0.0072757
	0.6	0.0035766	0.0033515	0.0036303	0.0032933	0.0035760	0.0036036	0.0032933
	0.7	0.0015468	0.0008713	0.0011439	0.0009926	0.0012847	0.0011729	0.0008713
	0.8	0.0012393	0.0006926	0.0008670	0.0007221	0.0008406	0.0008081	0.0006926

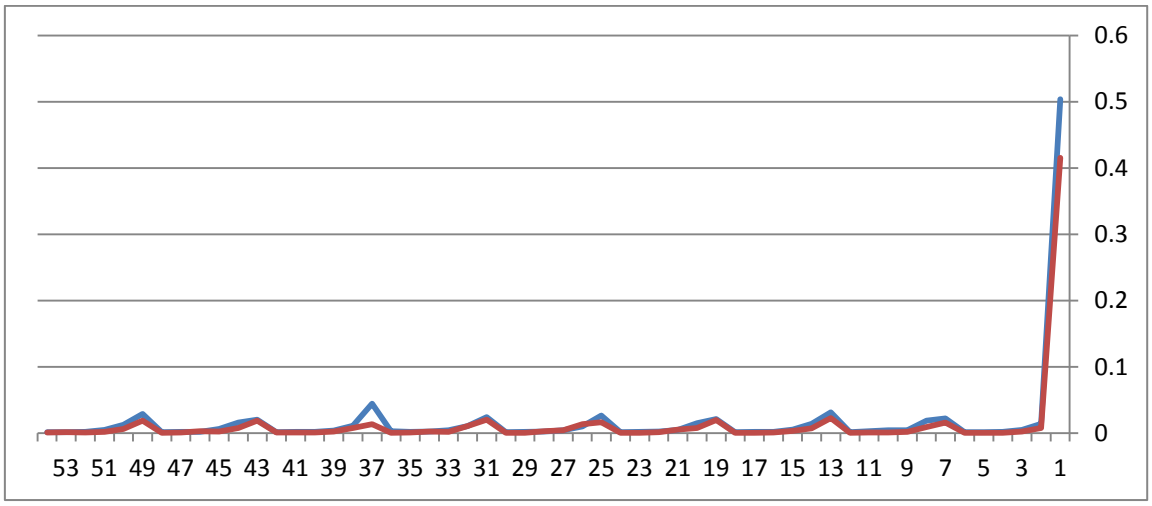
	0.9	0.0011968	0.0007035	0.0009593	0.0007636	0.0009129	0.0008774	0.0007035
25%	0.1	0.0198494	0.0383665	0.0289813	0.0383699	0.0289864	0.0289794	0.0198494
	0.2	0.0118212	0.0094086	0.0075105	0.0093833	0.0074846	0.0075051	0.0074846
	0.3	0.0077706	0.0053849	0.0064909	0.0054111	0.0064797	0.0064712	0.0053849
	0.4	0.0019815	0.0012090	0.0016005	0.0012403	0.0015654	0.0015421	0.0012090
	0.5	0.0011319	0.0005315	0.0007380	0.0005828	0.0007385	0.0006878	0.0005315
	0.6	0.0010809	0.0006730	0.0007599	0.0007152	0.0007496	0.0007071	0.0006730
	0.7	0.0161859	0.0192302	0.0163281	0.0192303	0.0163274	0.0163327	0.0161859
	0.8	0.0172608	0.0134874	0.0154575	0.0135082	0.0154630	0.0154433	0.0134874
	0.9	0.0041774	0.0045297	0.0042487	0.0045789	0.0043092	0.0042713	0.0041774
40%	0.1	0.0031024	0.0028370	0.0035670	0.0028499	0.0036651	0.0036408	0.0028370
	0.2	0.0012236	0.0006956	0.0009621	0.0008113	0.0010342	0.0009083	0.0006956
	0.3	0.0010183	0.0004643	0.0007036	0.0006401	0.0008171	0.0006551	0.0004643
	0.4	0.0200570	0.0268762	0.0220316	0.0269000	0.0220672	0.0220448	0.0200570
	0.5	0.0108076	0.0122513	0.0135138	0.0122024	0.0134709	0.0135190	0.0108076
	0.6	0.0032270	0.0018559	0.0020575	0.0018362	0.0019707	0.0019997	0.0018362
	0.	0.00349	0.00239	0.00280	0.00256	0.00296	0.00278	0.00239

	7	85	07	33	84	92	42	07
	0.8	0.0013838	0.0008562	0.0009090	0.0009594	0.0010428	0.0009260	0.0008562
	0.9	0.0008766	0.0005564	0.0006804	0.0006249	0.0007565	0.0006742	0.0005564
45 %	0.1	0.0166362	0.0191363	0.0137375	0.0191285	0.0137409	0.0137387	0.0137375
	0.2	0.0107690	0.0075211	0.0080189	0.0075533	0.0080507	0.0080231	0.0075211
	0.3	0.0038549	0.0022324	0.0026813	0.0022404	0.0026919	0.0026639	0.0022324
	0.4	0.0012119	0.0007215	0.0010945	0.0007703	0.0011317	0.0010746	0.0007215
	0.5	0.0015656	0.0011172	0.0012310	0.0012042	0.0013479	0.0012530	0.0011172
	0.6	0.0011163	0.0007818	0.0008814	0.0008376	0.0008878	0.0008319	0.0007818
	0.7	0.0215160	0.0222447	0.0189182	0.0221787	0.0188331	0.0188863	0.0188331
	0.8	0.0090397	0.0077191	0.0088039	0.0076856	0.0087777	0.0088075	0.0076856
	0.9	0.0037203	0.0024933	0.0034929	0.0025475	0.0035325	0.0034625	0.0024933
50 %	0.1	0.0032308	0.0029697	0.0032449	0.0030410	0.0032694	0.0032167	0.0029697
	0.2	0.0012522	0.0007388	0.0009763	0.0008377	0.0010343	0.0009302	0.0007388
	0.3	0.0008708	0.0004617	0.0005710	0.0005762	0.0006664	0.0005455	0.0004617
	0.4	0.0209703	0.0230366	0.0188334	0.0230614	0.0188623	0.0188408	0.0188334
	0.5	0.0084915	0.0063651	0.0061165	0.0063393	0.0060798	0.0061018	0.0060798

	0.6	0.0026022	0.0019530	0.0020493	0.0019304	0.0020175	0.0020324	0.0019304
	0.7	0.0013747	0.0007403	0.0009899	0.0008220	0.0010700	0.0009724	0.0007403
	0.8	0.0018288	0.0015638	0.0015585	0.0016638	0.0016713	0.0015598	0.0015585
	0.9	0.0012299	0.0010618	0.0013512	0.0010971	0.0012170	0.0011665	0.0010618

(الجدول من اعداد الباحث ضمن نتائج المحاكاة)

كانت نتائج المحاكاة لمتوسط مربعات الخطأ وللتجارب المختلفة متغايرة وفق الشكل التالي :



شكل (2) يبين متوسط مربعات الخطأ الامثل على وفق احجام العينة ($n_1 = 25, n_2 = 100$)

(الشكل من اعداد الباحث ضمن نتائج المحاكاة)

3- 2 تحليـــل النتائـــج :

من خلال النتائج الموضحة بالجدول (2) تبين لنا افضلية طريقة التقدير بأقل مسافة بنسبة 94% حيث اظهرت اقل متوسط مربع خطأ من بين بقية الطرائق الاخرى المستخدمة في بحثنا هذا في حين كانت طريقة الامكان الاعظم ذات نسبة 4 % ومن ثم جاءت طريقة الرسم لتكون ذات نسبة 2 % . من الواضح جدا انه لا مجال للمقارنة بين نسب الافضلية اعلاه وبالتالي فأن طريقة التقدير بأقل مسافة هي الافضل في حالة العينات الصغيرة ولكل حالات نسب الخلط والتلوث . اما

من خلال نتائج الجدول (4) فقد تبين لنا افضلية طريقة MLE بنسبة 65 % على بقية الطرائق المستخدمة هنا في حين كانت طريقتي MDE و KEC بنفس النسبة وهي 9% ، وكذلك طريقتي MOM و MAM كانتا بنفس النسبة وهي 7% ، اما طريقة الرسم فقد كانت هي الاضعف من بين كل الطرائق المستخدمة هنا . من الواضح ان زيادة حجم العينة ادى الى اختلاف الطريقة المثلى لتقدير معدل الفشل لمعولية توزيع ويبل المختلط والملوث ، اي ان زيادة حجم العينة ادى الى بروز طرق اخرى لتكون هي الافضل للتقدير . من الملاحظ ايضا كلما زادت نسب التلوث بحيث اصبحت تمثل نسب خلط ادى ذلك ايضا الى بروز طرق اخرى لتكون الافضل ولكن بنسب ضئيلة جدا .

الاستنتاجـــــات

من خلال ما توصلنا اليه من نتائج الجدولين (2) و (4) نستنتج ان :

- افضلية طريقة MDE لتقدير معدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين لكافة نسب الخلط والتلوث في حالة العينات الصغيرة .
- افضلية طريقة MLE لتقدير معدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين في حالة العينات الكبيرة ولكافة نسب الخلط والتلوث الا في حالات قليلة جدا وكما تم بيانه آنفا .
- عند زيادة نسب التلوث (اي تتحول الى نسب خلط) تزداد فرصة ظهور الطرق الاخرى لتكون هي الافضل ضمن تلك التجربة .

التوصيـــــات

من خلال ما استنتجناه آنفا نوصي بالاتي :

- استخدام طريقة MDE لتقدير معدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين في حالة العينات الصغيرة ولكل نسب التلوث والخلط .
- استخدام طريقة MLE لتقدير معدل الفشل لمعولية توزيع ويبل ذو المعلمتين في حالة العينات الكبيرة .

- اجراء دراسات مماثلة ولكن بزيادة نسب الخلط اي جعلها ثلاثية او رباعية لبحث مدى تأثير زيادة مكونات الخلط على افضلية طرائق التقدير .
- اجراء دراسات مماثلة ذات نهج خلط اكثر من توزيع (Mixture Models) .
- اجراء دراسات مماثلة وبأخذ توزيع ويبل لاكثر من معلمتين .
- اجراء دراسات مماثلة وبأخذ توزيعات اخرى تكون ايضا ملائمة للاستخدام ضمن تحليل دوال المعولية (البقاء) .

المصـــــــادر

اولا: المصادر العربية

[1] داود ، ايمان عبدعلي ، استخدام نظرية الرابطة لتحليل دالة البقاء ذات المتغيرين ، 2006 ، اطروحة دكتوراه في علوم الاحصاء ، قسم الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .

[2] محمد ، خالدة احمد و محمد علي ، ريا سالم ، 2009 ، استخدام نموذج التوزيع الطبيعي الملوث في دراسة تضخم الطحال لمرضى الثلاسيميا ، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (15) .

ثانيا : المصادر الاجنبية

[3] Al-Fawzan.M, 2000, Methods for Estimating the Parameters of the Weibull Distribution, Jing Abdulaziz City for Science and Technology, Riyadh, Saudi Arabia.

[4] Crowley.J, Richard A.Johnson, 1981, Survival Analysis , shanti S.Gupta. series Editor , Institute of Mathematical Statistics, Hayward , California , vol.2

[5] Elmahdy, E.E. Abdallah ,W. and , Aboutahoun .B , 2012 , A new approach for parameter estimation of finite Weibull mixture distributions for reliability modeling , Applied Mathematical Modelling , journal homepage: www.elsevier.com/locate/COMPSTRUC .

[6] Erisoglu ,M.A. , Calis ,N.A. , Servi ,T. B . , Erisoglu , U.A. and Topajsu , M.C. , 2011, The mixture distribution models for inter occurrence times of earthquajes , Russian Geology and Geophysics 52 ,737–744 .

[7] Erisoglu.U, Erisoglu.M, 2014 ,L-Moments for Mixture of Weibull Distributions , Journal of data science 12 , (69 – 85)

[8] Lawless.F.J, 2003 , Statistical models and Methods for Lifetime Data , 2nd edition , University of waterloo, Wiley-Interscince A John Wiley & Sons , INC. , PUBLICATION .

[9] Maqsood.A, Aslam.M, Jan 2008, A comparative study to estimate the parameters of mixed-Weibull distribution, Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, Vol 4. No. 1, , (1-8)

[10] Mohammed.A, Yatim.B, & Ismail.S,2013, A Simulation Study of a Parametric Mixture Models of Three Different Distributions to Analyze Heterogeneous Survival Data , Modern Applied Science,vol.7,No.7

[11] Mumford . A. D, 1997 , Robust Parameter Estimation For The Mixed Weibull (Seven Parameter) Including The Method Of Maximum likelihood and The Method of Minimum Distance , Thesis , Department of The Air Force Institute of technology , Wright-Patterson Air Force Base, Ohio

[12] Smiley.W.C &James.C.Fu ,1971, Estimation of mixed weibull parameters in life testing , Natural Science and engineering research council Canada grants No.A-9210 and A-9216 .

[13] Xia , H.W. NI,Y.Q ,WONG ,J.Y , JO,J.M. 2012 , Reliability-based condition assessment of in-service bridges using mixture distribution models ,COMPUTERS AND STRUCTURES, 204-213 .

[14] Xu. Z, 2012 , Comparing Graphical Method And A Modified Method To Fit Weibull Distribution, Master of Science in Mechanical Engineering and Mechanics, Lehigh University .