نمذجة عدد الوفيات الشهرية باستخدام العمليات GARCH , AR– GARCH

ا.م.د   محمد طه احمد الغنام

كلية الادارة والاقتصاد / جامعة تكريت

الخلاصة

هناك الكثير من بيانات السلاسل الزمنية تتميز بكثرة تغيرها العشوائي مما يجعلها تعاني من عدم تجانس التباين Hetroscedasticity ،حيث تشترط التحليلات التقليدية تجانس التباين، ولهذا قمنا باستعراض ودراسة للعمليات GARCH و AR–GARCH للنماذج غير المتجانسة التباين وخصائصها المهمة حسب الدراسات في هذا المجال التي بدأها Engle عام 1982 ، وفي الجانب التطبيقي استعملنا النماذج على سلسلة البيانات للوفيات الشهرية المسجلة في محافظة صلاح الدين وتبين جودة بعض الرتب وملائمتها للتنبؤ منها وخاصة النموذج المختلط AR–GARCH الذي يهتم بالوسط والتباين سوية .

Modeling the monthly of mortality using the process GARCH , AR-GARCH

Abstract

We describe in this paper some properties of processes GARCH ,mixed AR-GARCH that use for modeling time series which have randomly varying volatility or hetroscedasticity , with many studies here begin by Engle, 1982 . We apply this models for monthly mortality data in Salahudeen state and found that the best model is AR-GARCH for predication ,which deal with mean and variance.

الكلمات المفتاحية: نماذج الانحدار غير المتجانسة التباين ،نمذجة الوفيات ،العمليات العشوائية GARCH,AR–GARCH ،التباين الشرطي ،السلاسل الزمنية.

1 – <u>المقدمة</u> :

في معظم تحليلات العمليات العشوائية والاحصائية للبيانات المتسلسلة زمنيا ، تكون نماذج الانحدار الذاتي AR , MA , ARMA وانواعها ودرجاتها المختلفة هي الاكثر استخداما والملائمة للكثير من الظواهر والحالات للسلاسل الزمنية او التي لها بيانات تاريخية ،والتي يعتمد اسلوب التحليل فيها على فرضية ان التباين ثابت مع ماضي سلسلة البيانات ، وان المتوسط يتغير مع الزمن.

ولكن هناك الكثير من البيانات في مختلف المجالات تتميز بكثرة تغيرها الزمني مما يجعل فرضية ثبات التباين غير ملائمة ويؤثر ويغير في الدالة الاحتمالية فيصبح شكلها البياني مثلا اكثر تفرطحا ، مما يضعف كفاءة النموذج ، لذلك فقد اتجهت الدراسات في العقود الاخيرة الى استخدام نماذج الانحدار ذات التباين الشرطي غير المتجانس ARCH ،وثبت منطقيتها وكفاءتها .وهي تتكون من شقين الاول :AR (الانحدار الذاتي للوسط) يمثل تقنية التغذية العكسية ،وبموجبه نحصل على المشاهدة الحالية من السابقة لها ،اما الاخر فهو للتباين CH: Conditional Hetroscedasticity عدم ثبات التباين تعني ان التباين له اعتمادية على ماضي السلسلة و انه يتغير مع الزمن .

لقد درست نماذج ARCH أولا من قبل الباحث Robert Engle في بحثه المنشور عام 1982 في مجلة Econometrica ثم توسع بدراستها Bollerslev Tim عام 1986 فقدم النماذج غير المتجانسة العامة GARCH(p,q) واصبحت تنسب اليه .واسماها كل من Lee&Hansen عام 1994 بانها (حصان الشغل workhorse of the industry) للدلالة على قوتها . وفي عام 2003 منحت جائزة نوبل للاقتصاد الى Engle & Clive عن دراستهما تحليل البيانات الزمنية عند عدم ثبات التباين ARCH.

ولقد اقترحت انواع من هذه النماذج فقد قدم Engle عام 1993 النموذج اللاخطي NGARCH والنموذج التكاملي IGARCH اما النوع الأسي EGARCH فقد قدمه Nelson عام 1991 والنوع التربيعي QGARCH قدمه Senata عام 1995 واقترح (Bera. et al) النموذج الموسع Augmented Arch عام 1992 الذي يعتمد على تقاطعات التخلفات للأخطاء . وفي عام 1997 قدم Kamstra النوع المتعلق بالشبكات العصبية الاصطناعية ANN–ARCH ودرس (Nam..et al) عام 2002 نموذج الانتقال الممهد اللاخطي غير المتماثل ANST–GARCH ودرس Lange T. النموذج AR–GARCH وخصائصه وعدد من الباحثين ، وهكذا توسعت الدراسات في هذا المجال فظهرت انواع كثيرة ويمكن مراجعة السرد الذي قدمه الباحث Bollerslev لأنواع من هذه النماذج عام 2008 في مجلة CREATES التي تصدر عن جامعة كوبنهاكن –الدنمارك .

في هذا البحث استعرضنا نماذج الانحدار الذاتي غير المتجانسة التباين من النوع GARCH والنوع المختلط (للوسط والتباين) AR–GARCH وخصائصها وتطبيقها على

السلسلة الزمنية لعدد الوفيات الشهرية في محافظة صلاح الدين باستخدام البرنامج Mat–lab والمقارنة بينها ،واستخدام هذه النماذج للتنبؤات .

2 – السلاسل الزمنية

السلسلة الزمنية عملية تصادفية ، وبذلك فهي تجمع تتابعي لمتغيرات عشوائية مؤشرة بالدليل الزمني t ولها توزيع احتمالي مشترك . وهي تمثل مجموعة من المشاهدات المتتابعة بترتيب زمني متساوي الطول، غير مستقلة ، فهي مرتبطة زمنيا ، تعتمد كل مشاهدة على سابقاتها مما يمكن نموذج السلسلة من اجراء التكهنات والتنبؤات لمستقبل الظاهرة المدروسة ، وكأن التأريخ يعيد نفسه .

تكون السلسلة الزمنية مستقرة اذا بقي الهيكل الاحتمالي ثابتا عبر الزمن ، ويعبر عنه بأن تكون جذور المعادلة المميزة لنموذج الانحدار الذاتي للسلسلة واقعة داخل دائرة الوحدة وهي دائرة مركزها نقطة الاصل ونصف قطرها واحد . والاستقرارية نوعان : القوية : عندما تكون الدوال الاحتمالية للمتغيرات العشوائية مستقلة زمنيا .والضعيفة : عندما تكون الخصائص الإحصائية ، الوسط والتباين ثابتين والتغاير الذاتي لا يعتمد على الزمن ، والنموذج المستقر يكون صالحا للتنبؤ .فاذا لم تكن السلسلة مستقرة فانه يتم معالجتها في اغلب الأحيان بتحويلات القوى او باستخدام اللوغاريتم الطبيعي او بأخذ الجذر من أجل تثبيت تباين المتسلسلة .واذا ظهر للمتسلسلة اتجاه عام فأنه عادة ما يتم أخذ الفروق المتتالية للتخلص من تأثيره.

3 – نموذج الأنحدارالذاتي الشرطي غير المتجانس التباين Autoregressive Conditional Hetroscedastic Model (GARCH) :–

يفترض هذا النموذج ان التباين الحالي هو دالة لتباينات الفترات السابقة ، وهذه التباينات تعتمد على مربعات البواقي innovation للفترات السابقة .

يوصف نموذج GARCH(q ,p) للمتسلسلة $\{ X_t \}$ من الدرجة $(p \geq 1, q \geq 1)$ بأن $\{ X_t \}$ تتقسم الى مركبتين اخطاء عشوائية ϵ_t وانحراف معياري يعتمد على الزمن σ_t ، ويكتب بالصيغة الآتية :–

$$\begin{cases} X_t = \sigma_t \epsilon_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \ X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \ \sigma_{t-j}^2 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1)$$

حيث $\beta_j \geq 0\ ,\ \alpha_i \geq 0\ ,\alpha_0 > 0\ ,\ t \in \mathbb{Z}$ تمثل ثوابت او معلمات النموذج ، وبافتراض ان الأخطاء تمثل تشويش ابيض وبذلك فهي تمتلك توزيع طبيعي مستقل ومتماثل $\epsilon_t \sim i\,i\,d\,N(0\,,1\,)$. فاذا كانت معلمات الحد الأخير جميعها $\beta_j = 0$ ، فأن النموذج يسمى حينئذ ARCH(q) . يكون النموذج (1) مستقرا اذا وفقط اذا تحقق الشرط :

$$\sum_{i=1}^{r}(\alpha_i + \beta_i) < 1 \quad , \qquad r = \max(q,p)$$

وبما ان هذا النموذج يهتم بمتسلسلة المربعات $\{ X_t^2 \}$ فيكون:

$$E(X_t^2) = \sigma_t^2 \quad \text{وكذلك} \quad (X_t) = 0$$

وعند اعادة كتابة النموذج (1) بتشكيل المصفوفة A_t بحيث تكون عناصرها متلائمة من معالم النموذج ومربعات البواقي وبابعاد (p+q) x (p+q) وتمثيله بنظام ماركوفي Markov representation [Francq & Zakoian ,2010] وكما يأتي:

$$z_t = b_t + A_t z_{t-1} \quad \ldots\ldots\ldots.(2)$$

حيث ان z_t :متجه لمربعات القيم والتباينات بعده p+q ، و b_t متجه ببعد p+q .

هذا التمثيل يستفاد منه في دراسة الأستقرارية التامة للنموذج اعتمادا على فكرة : قمة اسية ليبنوف top Lyapunov exponent بحيث تكون المصفوفة A عشوائية.

نظرية[Franco & Zakoian. 2010]: ان الشرط الضروري والكافي لوجود حل مستقر وتام للنموذج GARCH(q ,p) هو ان تكون قمة اسية ليبينوف للمتتابعة $\{ A_t,\ t \in \mathbb{Z} \}$ اقل من الصفر $\gamma < 0$ ، وعندما يكون هذا الحل التام الأستقرارية موجود فسيكون وحيد ، فعلي وثبوتي unique, nonanticipative and ergodic .

ملاحظة [Franco & Zakoian 2010]:ان صيغة قمة أسية ليبينوف لمتتابعة من المصفوفات العشوائية $\{A_t,\ t \in \mathbb{Z}\}$ تكون كما يأتي :

$$\gamma = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} E(\log \left\| A_t A_{t-1} \ldots.\ A_1 \right\|)$$

4– النموذج المختلط AR–GARCH :

ان نماذج GARCH تستخدم للتنبؤ بقيم التباينات الشرطية ،وللحاجة للتنبؤ بالوسط تم اضافة الجزء AR الذي يخص التنبؤ للوسط فظهرت هذه النماذج لتؤدي وظيفة مزدوجة التنبؤ للوسط والتباين معا. أو هي بمعنى اخر نماذج انحدار ذاتي يكون حد الخطأ عملية عشوائية من

النوع GARCH ، وكذلك لو تم اضافة جزء اوساط انحدار ذاتي متحركة لنتج نموذج مختلط آخر هو ARMA–GARCH وهكذا تكون النماذج على انواع اخرى .

يكتب النموذج AR(k)–GARCH(q,p) بالصيغة الآتية:

$$Y_t = \sum_{r=0}^{k} \theta_k X_{t-r}$$

$$X_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \; X_{t-1}^2 \; + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \; \sigma_{t-1}^2$$

حيث يفترض الاخطاء ϵ_t ,ضوضاء بيضاء قوية ذات توزيع متماثل $\epsilon_t \sim iid\,(\,0,1\,)$

وان $\beta_j \;\geq 0\;,\; \alpha_i \;\geq 0\,,\alpha_0 \;>0$ تمثل معالم النموذج.

وكذلك $cov(\epsilon_t,\epsilon_s)=0 \;\;,\;\; t \neq s$ ، واذا كانت جميع $\beta_i = 0$

في المعادلة اعلاه ، فستكون البواقي عملية عشوائية من النوع ARCH .

ان التوزيعات التي قد تناسب ϵ_t هي : التوزيع الطبيعي ،والتوزيعات ذات الذيول الثقيلة (توزيع t ، الخطأ العام ، والفوقي ، وغيرها ....).

ومن الخصائص لهذا النموذج هو الآتي :

1 – ان شرط استقرارية النموذج من جزئين :الاول للوسط وهو ان تكون جذور المعادلة المميزة لمعادلة الانحدار الذاتي داخل دائرة الوحدة ، والثاني الخاص بالتباين بتحقق:

$$\sum_{i}^{m} (\alpha_i \;+\beta_i) < 1 \quad , \qquad m = \max(q,p)$$

2 –افرض ان X_t تمثل عملية عشوائية من الدرجة الأولى AR(1)–GARCH(1,1) فاذا تحقق ان :

$\mathbb{E}[\epsilon^4] < \infty\,, |\lambda| \;< 1$ وبشرط ان

$$c < 1\,, and,\;\; c_\epsilon := \alpha^2 \mathbb{E}[\epsilon^4] + 2\alpha\beta + \beta^2 \;< 1$$

فأن الكميات التالية المشروطة على σ_1, μ_1 ستؤول للتوزيع الطبيعي القياسي (تقارب ضعيف) :

$$\frac{1}{\tilde{\Sigma}_N} \sum_{t=1}^{N} X_t/\mu_1, \sigma_1 \overset{d}{\to} N(0,1) \quad , as\ N \longrightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\sigma_{(N)}} \sum_{t=1}^{N} X_t/\mu_1, \sigma_1 \overset{d}{\to} N(0,1) \quad , as\ N \longrightarrow \infty$$

وكذلك التقارب للعملية غير المشروطة :

$$\frac{1}{\sigma_{(N)}} \sum_{t=1}^{N} X_t \quad \overset{d}{\to} N(0,1) \quad , as\ N \longrightarrow \infty$$

علما ان :

$$\tilde{\Sigma}_N := \sqrt{var(\sum_{t=1}^{N} X_t/\mu_1, \sigma_1\ )} \ \ , \ \sigma_{(N)}^2 := var(\sum_{t=1}^{N} X_t)$$

3 –يمتلك صنف من هذه النماذج ذو الرتبة 1، AR(1)–ARCH(1) ثبوتية (اركودية) هندسية geometric ergodicity وتوزيع مستقر ذو تغيرات نظامية اعتمادا على الطريقة المحكمة (الظهر والكتفين piggyback method) التي اقترحها Cline& Pu

ومن جانب آخر فأنه يتم ايجاد أسية ليبنوف γ للنموذج التي تعتبر مفتاح بيان الثبوتية ، فاذا كانت اقل من الصفر فأن النموذج يمتلك ثبوتية هندسية [Cline 2007] ، علما ان صيغة الأسية لهذا النموذج كلآتي :

$$\gamma = \frac{p_{1,-1}\ E(log\left|\alpha_1 - \beta_1^{\frac{1}{2}}\epsilon_1\right|) + p_{-1,1}\ E(log\left|\alpha_1 + \beta_1^{\frac{1}{2}}\epsilon_1\right|)}{p_{1,-1} + p_{-1,1}}$$

وأذا كانت قيمتها سالبة وتوزيع السلسلة مستقر فأن التوزيع ذو تغيرات نظامية عندئذ يمكن استخراج العزوم والاستفادة منها، اما اذا كانت قيمتها اكبر من الصفر فأن السلسة تعتبر انتقالية زائلة .

4– ان مقدرات المربعات الصغرى لمعالم النموذج تمتلك صفة الاتساق طالما ان العزم الثاني للأخطاء التخمينية (innovation) موجود ، كما أن مقدرات معالم جزء الانحدار

الذاتي لها توزيع تقاربي لا معياري وتوزيع غاية مستقر اذا كان العزم الرابع لهذه الأخطاء غير محدد [Lange 2011].

ومن جانب آخر قدر (Mousazadeh & Cohen ,2011) معالم النموذج AR-GARCH بطريقة الأمكان الأعظم التكرارية recursive ML في حالة وجود ضوضاء اضافية ، اذ يتم بموجبها تقدير تباين الضوضاء σ_t^2 بأستخدام علاقة بارسيلفز Parselvas بتقسيم المشاهدات الى عدد من العينات الملائمة، واقترح الباحثين خوارزمية لإيجاد التقديرات بالطرق التقريبية العددية بموجب مسألة امثلية لا خطية .

5 – تمتلك معالم النموذج AR-ARCH مقدرات شبه الإمكان الأعظم Quasi-maximum likelihood estimator(QMLE) وكذلك مقدرات معدلة عليها Modified QMLE, ،بحسب ما أوجده الباحثين [Lange T. et al , 2010] ببتر جزء من دالة الإمكان الأعظم ،وبينوا انها تمتلك توزيع طبيعي تقاربي وبدون قيود على العزوم خاصة اذا كانت ثبوتية هندسية ، وبموجب دراسة محاكاة كانت هذه المقدرات جيدة .

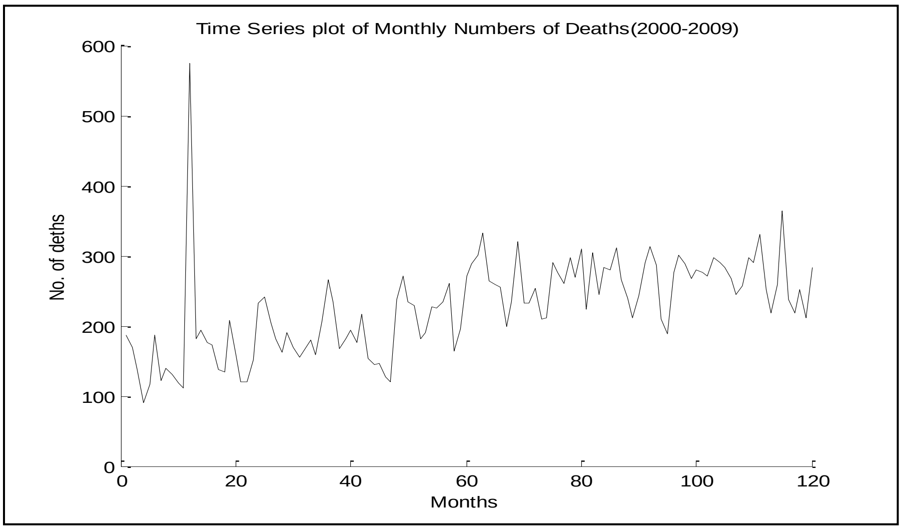
6- ان سلوك الذيل للنموذج AR(s)-GARCH(1,1) يمكن ان يتحدد من خلال الحل الموجب للمعادلة [Lange T. 2011]: $E[(\beta + \alpha\epsilon_t^2)^{\frac{\lambda}{2}} = 1$

حيث يمثل λ دليل الذيل tail index والذي يفسر بأن عزوم النموذج موجودة لكل الدرجات دون λ .

7 –استعمل كل من [Giacometti . et al] النموذج AR-ARCH للتنبؤ بمعدل الوفيات في ايطاليا للفترة الزمنية (2004-2006) مقارنة بنموذج [Lee-Carter] اللوغاريتمي المقترح عام 1992 والمستخدم بشكل واسع في دول العالم للتنبؤ بالوفيات السكانية حسب العمر والسنة واتجاهاتها المستقبلية والذي تعتمده الكثير من الدول والجهات التي تهتم بالدراسات السكانية وبين ان النموذج AR-ARCH يعمل باتجاهين هما الزمن والعمر، بينما الآخر يعمل باتجاه واحد ، هذا بافتراض البواقي التخمينية ذات توزيع طبيعي.

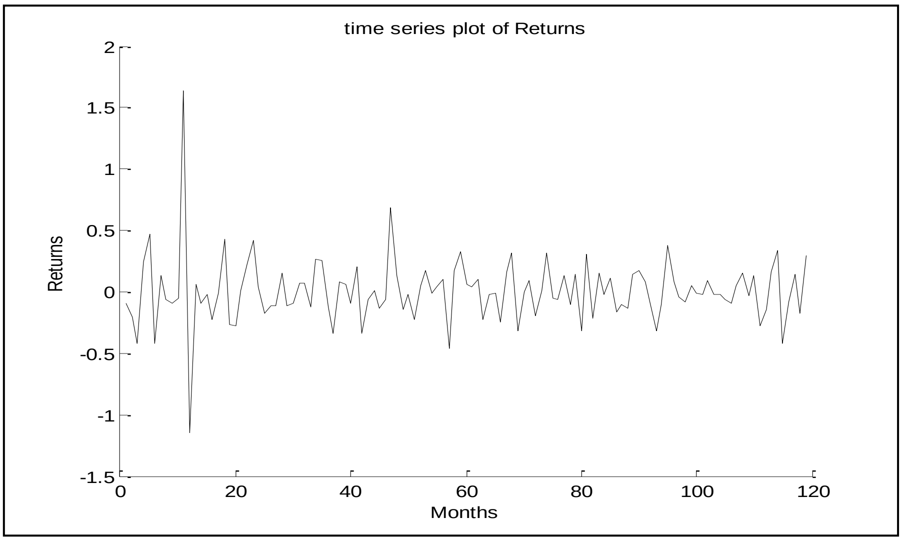
5 – <u>الجانب التطبيقي</u> : من ملاحظة الاستعراض النظري للعمليات ومنهجية النموذج المدروس والذي تبين امكانية استعماله في الدراسات السكانية والتنبؤ لها ، فقد توجه الباحث الى اجراء تطبيق بايجاد تقديرللنماذج قيد البحث لبيانات الوفيات.

5-1 – **وصف البيانات** : البيانات التي حصلنا عليها تمثل متسلسلة زمنية لاعداد الوفيات الشهرية المسجلة في دائرة صحة صلاح الدين للفترة 2009 –2000 ، والشكل رقم (1) يمثل رسم المتسلسلة الزمنية التي يتضح انها متزايدة مع الزمن .

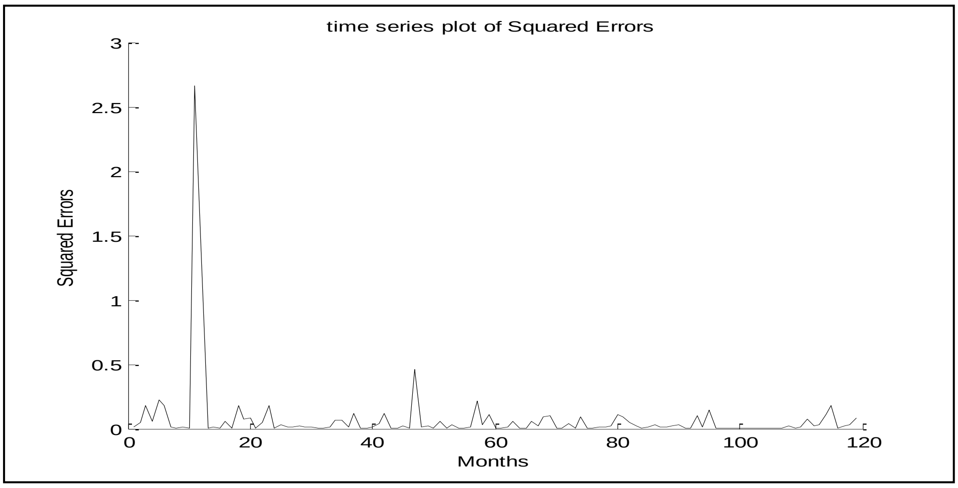


شكل (1) المتسلسلة الزمنية لعدد الوفيات الشهرية المسجلة في محافظة صلاح الدين للسنوات (2009–2000)

اما رسم متسلسلة العوائد لبيانات الوفيات فيظهر في الشكل رقم (2) والذي يمثل تحويل لوغاريتمي على البيانات الأصلية مع اخذ الفرق الأول $\ln(x_t/x_{t-1}$) الذي يؤدي للتقليل من تأثير عدم ثبوت الوسط والتباين .

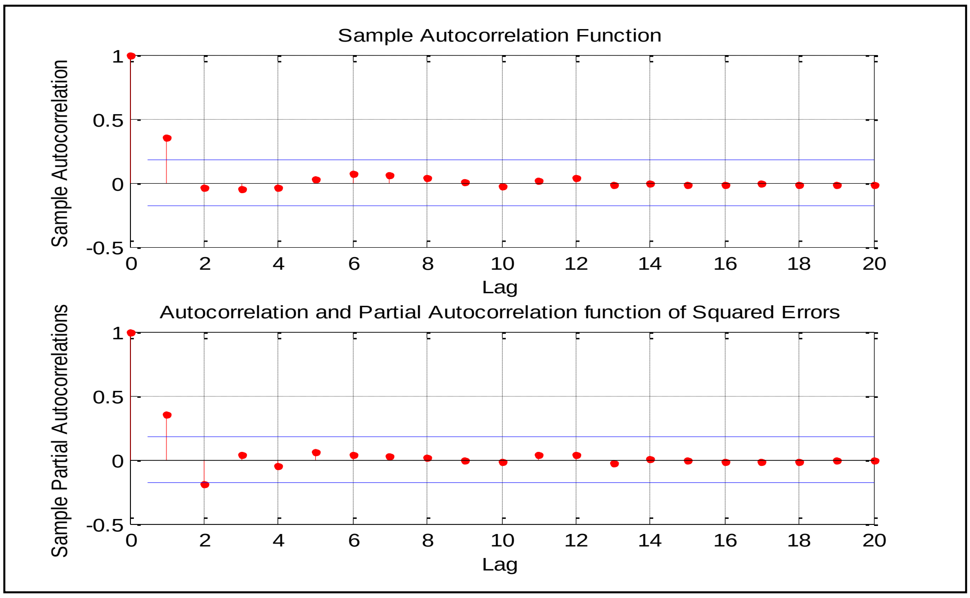


شكل (2) المتسلسلة الزمنية لبيانات الوفيات المحولة للعوائدreturns series



شكل (3) المتسلسلة الزمنية لمربعات الاخطاء للعوائد

ونلاحظ في شكل (3) بعض التطاير في مربعات الاخطاء يعبر عن عدم الثبات في بعض المشاهدات



شكل (4) يمثل دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لمربعات اخطاء متسلسلة العوائد للبيانات

ومن ملاحظة الشكل رقم 4 يتبين ان بأخذ الفرق الزمني الثالث فما فوق اصبحت معظم معاملات الارتباط في دالة الارتباط الذاتي والمعاملات في دالة الارتباط الذاتي الجزئي داخل حدود فترة الثقة والتي تحدد اعتمادا على القياسي الطبيعي وعدد البيانات n وبالكميتين $\left[\mp\frac{1.96}{\sqrt{n}}\right]$ فأن كانت داخل الحدين فهي متجانسة .

5-2- اختبار وجود عدم تجانس التباين الشرطي Heteroscedasticity :

ان الاختبار المستخدم في هذا المجال هو اختبار ليونج بوكس Ljung–Box وفق الفرضية التي تعبر عن التجانس وكما يأتي :

$$H_0: \rho_i = 0 \quad aganist \quad H_1: \rho_i \neq 0 \ , \ i = 1,2,3,\dots\dots m$$

ان معيار الاختبار المستخدم هو المؤشر الاحصائي التالي الذي يسلك وفق توزيع مربع كاي $\chi^2_{(m-p)}$ اذ p تمثل عدد المعالم :

$$Q_m = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$$

حيث ان k تمثل الفرق الزمني و $\hat{\rho}_k^2$ تمثل مربعات معاملات الارتباط الذاتي لمتسلسلة البواقي ، وترفض فرضية العدم اذا كان معيار الاختبار اكبر من القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية α ، وان هذا الرفض يعبر عنه برمجيا بالقيمة h=1 او اذا كانت القيمة الاحتمالية p اقل او تساوي مستوى المعنوية ، والجدول التالي (جدول رقم 2)يبين نتائج الاختبار للفروقات الزمنية العشرة الاولى مبين فيه قيم h , p ومنه يكون القرار رفض الفرضية H_0 وقبول H_1 معناه ان هناك ارتباطات في متسلسلة البواقي تؤدي الى وجود عدم تجانس التباين في البيانات .

K(Lag) الفرق الزمني	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
P	0.0008	0.0008	0.0025	0.0063	0.0039	0.0005	0.0009	0.0004	0.0008	0.0009
Qstat	11.316	14.204	14.341	14.341	17.364	23.913	24.693	28.428	28.463	29.771
قيم χ^2_α جدولية	3.842	5.992	7.815	9.488	11.071	12.592	14.067	15.507	16.919	18.307

جدول (1) نتائج اختبار لنج بوكس لعدم تجانس التباين لبيانات الوفيات

<u>5-3 – تقدير لبعض النماذج ذات العلاقة</u> :

اعتمد الباحث في تقدير معلمات بعض النماذج المدروسة من النوع GARCH(p,q) والنماذج المختلطة AR–GARCH على برنامج Mat–Lab وجميع النتائج باستخدامه ،

وبأفتراض ان الاخطاء تمتلك التوزيع الطبيعي القياسي ، فقد كانت النماذج التي اظهرت نتائج جيدة كما يأتي :

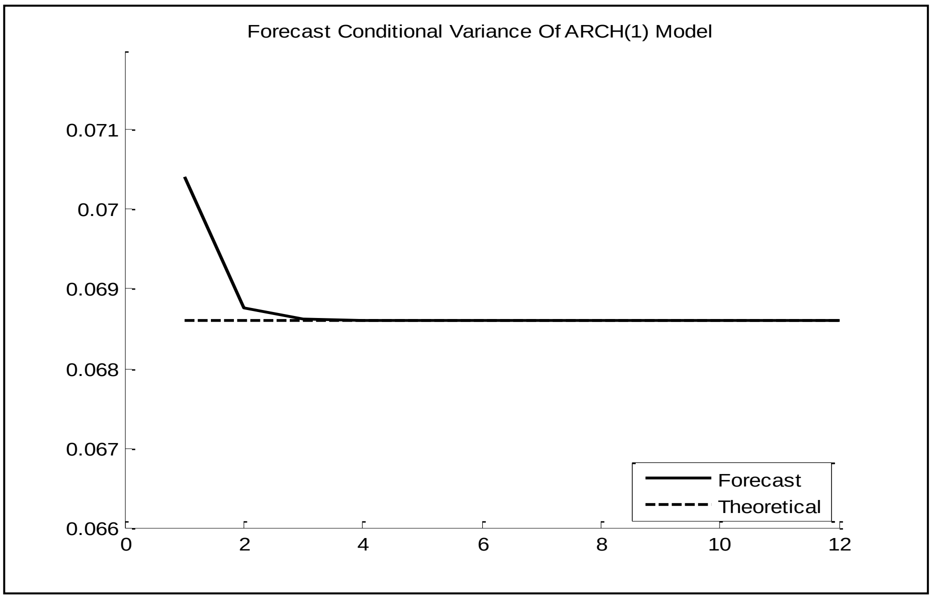
(1−3) − نموذج التباين الشرطي GARCH(0,1): ان المعلومات والصيغة التقديرية لهذا النموذج كانت كلاتي :

$$X_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0.0623139 + 0.0916436\, x_{t-1}^2$$

المعلمة	قيمتها	الخطأ المعياري	احصاءةt
Constant	0.0623139	0.00291185	21.4001
ARCH{1}	0.0916436	0.0651503	1.40665

وتحت فرضية ان التوزيع الاحتمالي الشرطي يكون طبيعي ، نلاحظ ان قيمة احصاءة t للمعلمة أقل من 1.96 يدل على ضعف معنويتها في النموذج . ولأن قيمة المعلمة اقل من واحد فأن النموذج مستقر وبذلك يكون صالحا للتنبؤ.



شكل (5) التنبؤ للتباين الشرطي للنموذج GARCH(0,1)

قد كانت تنبؤات التباينات المشروطة (σ_t^2) لاثنا عشر شهر كلاتي :

0.0704 0.0688 0.0686 0.0686 0.0686 0.0686 0.0686

0.0686 0.068 0.0686 0.0686 0.0686

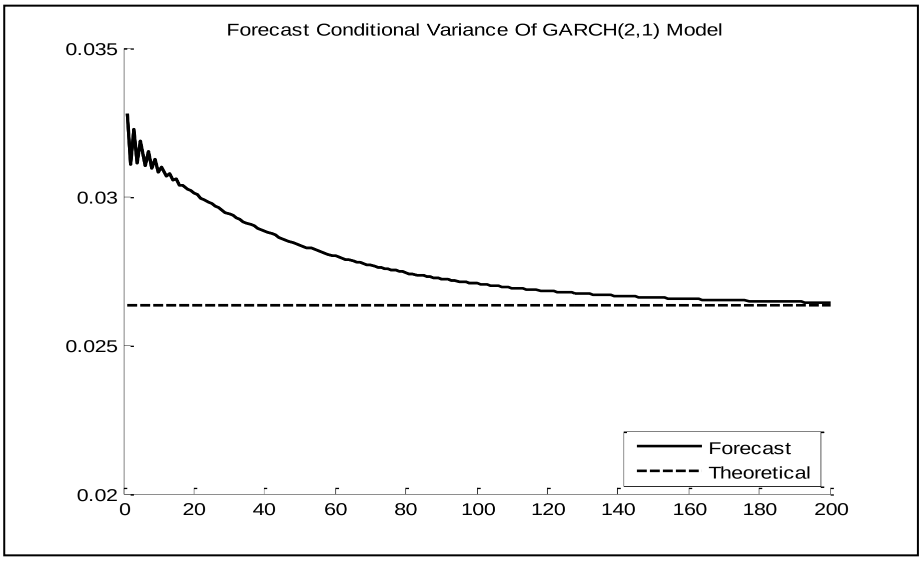
(2-3) – النموذج الشرطي للتباين GARCH(2,1) :-

ان الصيغة التقديرية لهذا النموذج والمعلومات عنه كانت كما يأتي :

$$X_t = \sigma_t \epsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = 0.001 + 0.1428X_{t-1}^2 + 0.8026X_{t-2}^2 + 0.0174X_{t-3}^2$$

	المعلمة وقيمتها	الخطا المعياري	اختبار t
Constant	0.00098	0.00163	0.60184
GARCH{1}	0.14282	1.31244	0.10882
GARCH{2}	0.802638	1.29786	0.618431
ARCH{1}	0.0174066	0.00795827	2.18724

ان هذا النموذج مستقر لان الشرط قد تحقق $\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1 = 0.96287 < 1$ ،وان قيمة احصاءة t معنوية فقط الى β_1 لانها اكبر من القيمة المعيارية 1.96 .



شكل (6) التكهنات للتباين الشرطي للنموذج GARCH(2,1)

(3-3) نموذج GARCH(1,5) :

ان الصيغة التقديرية للنموذج كانت كلاتي :

$$X_t = \sigma_t \epsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = 0.0169 + 0.1394\ X_{t-1}^2 + 0.1412\ X_{t-2}^2 + 0.6253\ X_{t-3}^2$$

ان هذا النموذج مستقر لكون ان شرط الاستقرارية قد تحقق $\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 = 0.9059 < 1$ ، كما ان قيمة احصاءة الاختبار t معنوية فقط للمعلمة الثالثة β_2 ، وغير معنوية للمعلمتين الأخرتين .

(4-3)النموذج المختلط: AR(9)– GARCH(0,1)

ان الصيغة التقديرية للنموذج المختلط والمعلومات عنه كانت كلاتي :

$$\begin{aligned} Y_t = 0.0165 &- 0.3878\, Y_{t-1} - 0.5460\, Y_{t-2} - 0.3026\, Y_{t-3} \\ &- 0.4791\, Y_{t-4} - 0.2477\, Y_{t-5} + 0.0333\, Y_{t-6} \\ &- 0.1465\, Y_{t-7} - 0.1192\, Y_{t-8} - 0.0834\, Y_{t-9} \\ &+ X_t \qquad \ldots\ldots\ldots (3-1) \end{aligned}$$

$$X_t = \sigma_t \epsilon_t \quad , where\ \ \epsilon_t \sim iid\ N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0.0185 + 0.9741 X_{t-1}^2 \qquad \ldots\ldots (3-2)$$

اسم المعلمة	قيمتها	الانحراف المعياري	اختبار t
C	0.0185	0.0156	1.1815
AR(1)	−0.3878	0.1239	−3.1299
AR(2)	−0.5460	0.0906	−6.0281
AR(3)	−0.3026	0.1060	−2.8560
AR(4)	−0.4792	0.1022	−4.6891
AR(5)	−0.2477	0.1059	−2.3400
AR(6)	0.0333	0.1025	0.3246
AR(7)	−0.1465	0.0891	−1.6281
AR(8)	−0.1192	0.1018	−1.1712
AR(9)	−0.0834	0.0881	−0.9468
K	0.0168	0.0052	3.2491
ARCH(1)	0.9741	0.3055	3.1889

جدول (2) المعلومات حول النموذج AR(9)–GARCH(0,1)

وكانت قيمة معياري المعلوماتية للنموذج: AIC= −17.2011 , BIC= 16.1484

ان شرط اسقرارية معادلة الوسط رقم (1−3) متحقق لان جذور المعادلة المميزة لها تقع داخل دائرة الوحدة ، وكانت قيمها المطلقة كلها اقل من الواحد وكما ياتي :

$$\lambda_1, \lambda_2 = 0.8852 \ , \quad \lambda_3, \lambda_4 = 0.7443 \ , \ \lambda_5, \lambda_6 = 0.854 \ ,$$

$$\lambda_7 = 0.7498 \ , \quad \lambda_8, \lambda_9 = 0.5928$$

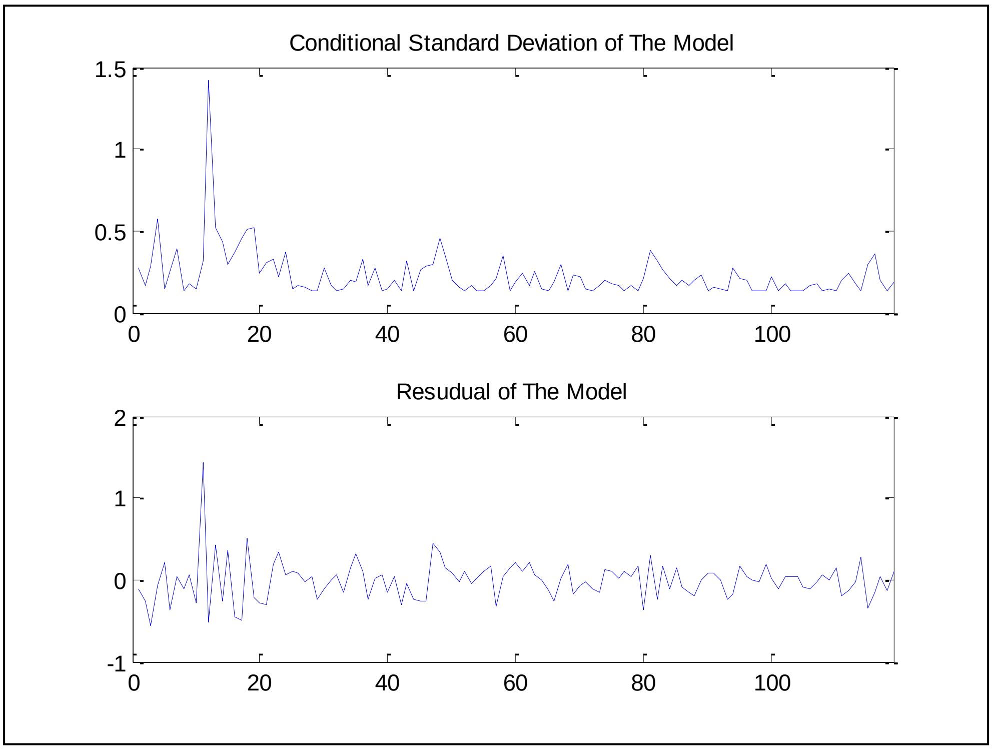
، اما جزء النموذج الخاص بالتباين (2−3) فهو مستقر ايضا لان الشرط قد تحقق :

$$\alpha_1 = 0.9741 < 1$$

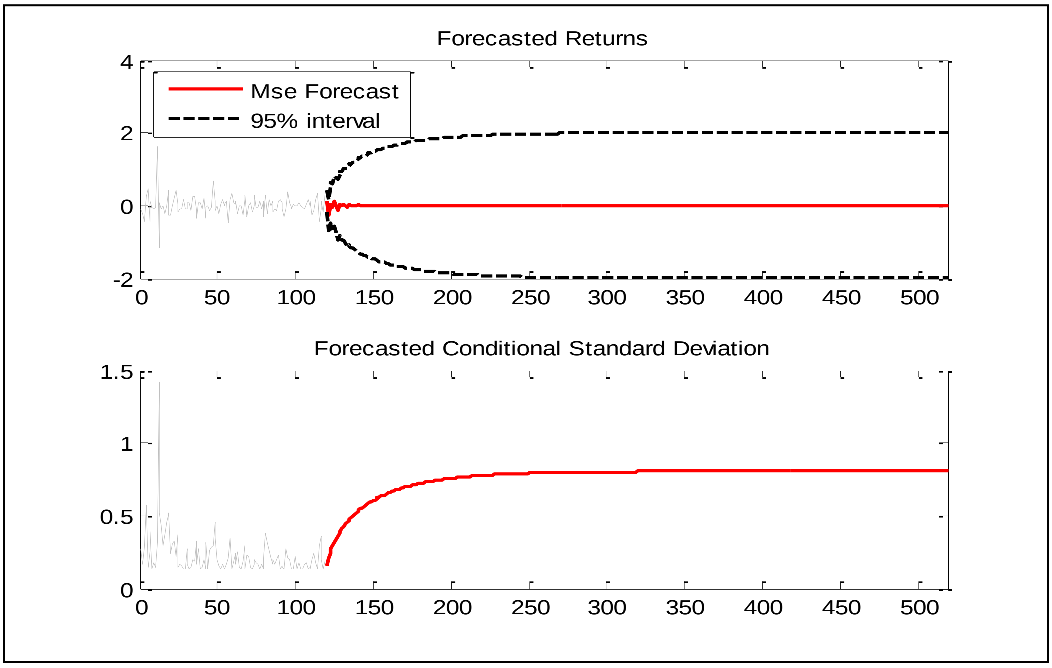
ولمزيد من الوصف للنموذج اوجدنا رسم الانحرافات المعيارية الشرطية ومتسلسلة البواقي لاكثر من 110 مرة او خطوة كما في الشكل (8) لبيان ان الانحرافات المعيارية تقترب من الانحراف المعياري غير الشرطي الذي يحسب وفق الصيغة الاتية :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}} = \sqrt{(0.0185/(1-0.9741)\ )} = 0.846$$

وهذا يعطي نجاح للنموذج لأجل اجراء التنبؤ ولهذا الغرض قمنا برسم متوسط اصغر مربعات اخطاء MMSE التنبؤ لمتسلسلة العوائد وتنبؤات الانحراف المعياري الشرطي الذي كما ذكرنا يقترب من الانحراف المعياري غير الشرطي للنموذج كما في الشكل (8) الذي يتضح فيه ان قيم MSE للتنبؤ تقترب من الصفر كلما زاد عدد خطوات التنبؤ .



الشكل (7) يمثل الانحرافات المعيارية الشرطية ومتسلسلة البواقي للنموذج AR(9)−GARCH(0,1)



شكل (8) التنبؤ لمتوسط مربعات الخطأ للعوائد والتنبؤ للانحراف المعياري للنموذج AR(9)−GARCH(0,1)

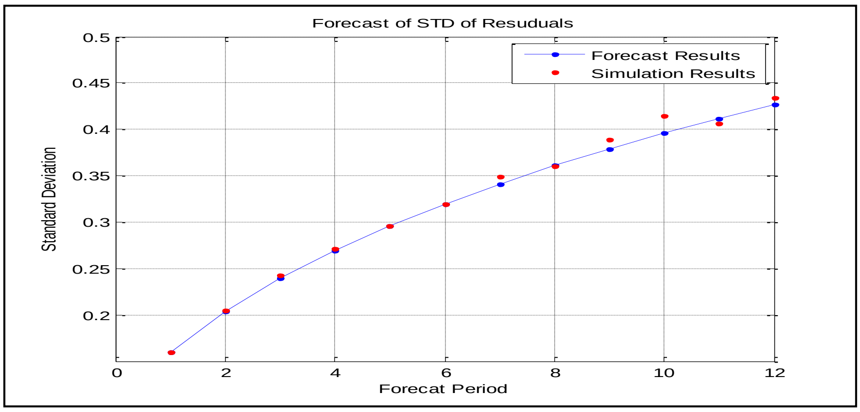
ولمعرفة النموذج الافضل فان المقارنة تتم على اساس المعيارين المعروفين اكيكيAIC و بيز BIC وفيما يأتي قيم هذين المعيارين الذي يتبين منه ان النموذج AR(9)−GARCH(0,1) هو الافضل وبذلك فهو الاكثر ملائمة للتنبؤ للوفيات وتبايناتها الشرطية .

اسم النموذج	AIC	BIC
GARCH(0,1)	20.4623	26.0205
GARCH(2,1)	22.8307	36.7263
GARCH(1,5)	1.9449	21.3988
AR(9)−GARCH(0,1)	−17.2011	16.1484

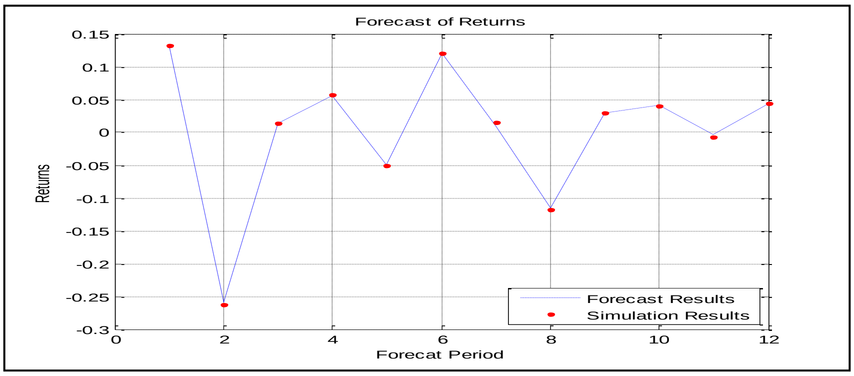
ولقد استعملنا النموذج AR(9)−GARCH(0,1) في التكهن بالوفيات الى 12 شهر للعام 2010 وملاحظة مقارنتها بالقيمة الحقيقية وكما يأتي :

الاشهر لسنة 2010	كانون الاول	شباط	اذار	نيسان	ايار	حزيران	تموز	اب	ايلول	تشرين اول	تشرين ثاني	كانون اول
قيم التنبؤ	323	249	253	268	255	287	290	259	266	278	277	289
القيم الحقيقية	273	196	286	208	263	223	209	255	226	212	237	238

ولقد عملنا مقارنة النتائج اعلاه مع نتائج تجربة محاكاة للنموذج المختلط اعلاه بعينة عشوائية بحجم 12 لاعداد عشوائية طبيعية وكانت نتائج المقارنة للانحراف المعياري للبواقي والخطأ القياسي لتنبؤات العوائد كما في الاشكال (9)، (10) ويرى فيها تقاربا واضحا لهذه النتائج .



الشكل (9) التنبؤ للأنحراف المعياري للبواقي مقارنة مع تجربة المحاكاة



الشكل (10) تنبؤات متسلسلة العوائد مع نتائج تجربة محاكاة لعينة اعداد عشوائية

مصادر البحث

1 – البزوني ، ميادة خليل غفار حسن ، 2013 ، استخدام نماذج AR–GARCH المختلطة في تحليل ونمذجة المتسلسلة الزمنية للمعدلات الشهرية لدرجات الحرارة في مدينة الموصل ، رسالة ماجستير مقدمة الى كلية التربية ، جامعة تكريت .

2 – الحنون ، اسامة بشير شكر محمود ، 2007 ،نماذج دالة التحويل الانية مع تطبيق ، رسالة ماجستير احصاء مقدمة الى كلية الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل .

3-Francq,C.,Zakoian J-M "GARCH models ,structure, statistical inference and financial applications", John Wiley and Sons,2010.

4-Ferenstein ,E. and Gasowski ,M. ,Modeling stock returns with AR-GARCH processes, SORT,28(1) , 2004, 55-68.

5- Cline,Daren B.H., Regular variation of order 1 nonlinear AR-ARCH models, stochastic processes Appl.117(2007) 840-861.

6- Lange T.,"Tail behavior and ols estimation in AR-GARCH models", Statistica Sinica 21 (2011),1191-1200.

7- Lange T. ,Rahbek A.,Jensen,S.T.,"Estimation and asymptotic inference in the AR-ARCH model",Departement of math. Sciences, university of Copenhagen,2009.

8- Mousazadeh,S.,Cohen I.,Member S."AR-GARCH in presence of noise:parameter estimation and its application to voice activity detection ",IEEE Transactions on Audio,speech,and language processing, vol. 19 ,No.4,may 2011.