نموذج السلسلة الزمنية للمعدلات الشهرية لدرجات الحرارة في مدينة سامراء

م.م نهاد شريف خلف الجبوري
م. هبة هاني عبدالله
كلية التربية للبنات / قسم الرياضيات

الخلاصة :

إن هدف البحث هو بناء نموذج تصادفي لمعدلات درجات الحرارة لمدينة سامراء للفترة (١٩٨١-١٩٩٣) باستخدام أفضل نماذج بوكس جينكيز الملائمة . وقد توصل البحث إلى إن السلسلة غير مستقرة وبذلك تم اخذ الفرق الأول بهدف تحقيق الاستقرارية . وكذلك من سلوك معاملات الارتباط الذاتي استنتجنا انه أمكن تحديد واختيار النموذج الملائم لتمثيل السلسلة حيث كان النموذج الملائم هو نموذج الانحدار الذاتي ذو الأوساط المتحركة المندمج ARIMA (3,1,2) (Auto Regressive integrated Moving Average) . وهو احد نماذج بوكس جينكيز واظهر هذا النموذج كفاءة عالية في جميع الاختبارات كاختبار الارتباط والطبيعية وقابليته على التنبؤ بالقيم المستقبلية لدرجات الحرارة الشهرية لغاية سنة ١٩٩٦ .

Modeling the time series of the mean of monthly temperature in Samraa City

Abstract

In this paper we study the time series for the mean of the monthly temperature during the years 1981-1993. We get the models representing this series is auto regressive integrated moving average (3,1,2), (ARIMA) that is one of Box & Jenkins model. And forecasting for the next three years (till the year 1996) has been reached.

المقدمة:

تعد السلاسل الزمنية من إحدى الطرائق الرياضية والإحصائية التي تفسر طبيعة المتغيرات التي تحدث لظاهرة معينة خلال فترة زمنية محددة ، واهم ما يميز السلاسل الزمنية عن غيرها من الطرائق الإحصائية هو السلوكية التطبيقية وبناء النماذج ثم التحليل والتنبؤ المستقبلي ، ولهذا تستعين غالبية الإدارات عند صياغتها لبرامجها التخطيطية بتطبيقات واسعة للسلاسل الزمنية فضلا عن ذلك فان هناك التقنية الحديثة والمتطورة للحاسبات الالكترونية والبرمجيات الجاهزة للسلاسل الزمنية والتي تخطو خطوة واسعة وسريعة في مضمار الزمن . ومن أهم النماذج التي أسهمت إسهاما فعالا هي تلك التي وضعها بوكس جينكيز Box-Jenkins عام ١٩٧٠ في دراسة النماذج المختلطة (ARMA) والنماذج الخطية liner models لاحظ (٣) ونماذج غير خطية nonlinear models لاحظ (٥) (٦) .

الجانب النظري : [١] [٤]

نتناول في هذا الجانب مجموعة من نماذج (B-J) الموسمية التي تستخدم السلاسل الزمنية للتنبؤ للمستقبل وقبل أن ندخل في هذه النماذج سوف نستعرض بعض المفاهيم العامة والتي تفيد في فهم تطبيق هذه النماذج .

لغرض الوصول إلى هدف البحث عولجت البيانات التي تم الحصول عليها باستخدام نماذج بوكس جينكيز والتي هي إحدى الأساليب الإحصائية المهمة لتحليل السلسلة الزمنية التي تمثل ظاهرة معينة ولهذه النماذج تطبيقات كثيرة في كافة المجالات ومن أهمها المجالات الاقتصادية والزراعية ولغرض التوضيح نذكر بعض التعاريف المرتبطة بمثل هذا النوع من النماذج .

أولا : مفاهيم أساسية لنماذج بوكس جينكيز

١ـ السلسلة الزمنية (Time series) : هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة معينة في فترات زمنية متساوية .

٢ـ الموسمية (The seasonality): تعد السلسلة الزمنية سلسلة موسمية اذا كانت تعيد نفسها كل فترة زمنية ثابتة .

٣ـ الاستقرارية (Stationary) : تعد السلسلة الزمنية مستقرة اذا كان لها وسط حسابي ثابت تتجمع حوله البيانات ،أي خالية من التأثيرات الموسمية وان يكون لها تباين ثابت .

٤ـ الارتباط الذاتي (Auto correlation) : وهو مقياس الارتباط بين قيم ظاهرة معينة في فترات زمنية مختلفة .ويمكن حسابها بالصيغة آلاتية :-

$$\rho_k = \frac{\operatorname{cov}(x_t, x_{t-k})}{\sqrt{\operatorname{var}(x_t)\operatorname{var}(x_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_o} \text{.......... ....} 1$$

ومن ابرز خصائص دالة الارتباط الذاتي

1- $\rho_o = 1$

2- $|\rho| \le 1$

3- $\rho_k = \rho_{-k}$

٥ ـ نموذج الانحدار الذاتي Autoregressive model of order

من النماذج الرياضية الخطية الأساسية للسلاسل الزمنية نموذج الانحدار الذاتي Autoregressive model والذي يرمز له بالرمز AR ويمكن كتابته بالصيغة الرياضية الاتية

$$X_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + z_t ....2$$

حيث إن $\phi_1, \phi_2, ...\phi_p$ كميات ثابتة تمثل معلمات النموذج وهذا النموذج يعبر عن العلاقة بين حاضر السلسلة الزمنية (X_t) وماضيها لعدد محدد مؤلف من P من الفترات الزمنية . حيث إن Z_t يمثل حد التشويش أو الإزعاج الأبيض (الأخطاء العشوائية) White noise. لاحظ (٤).

٦ - نموذج الأوساط المتحركة Moving Average Model

يقال للسلسلة الزمنية (X_t) بأنها نموذج الأوساط المتحركة Moving Average من الرتبة (q) ويرمز له بـ (MA) (q) إذا تحققت الصيغة آلاتية :-

$$x_t = M + z_t + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} ...... + \phi_q z_{t-q} ....3$$

$$x_t = M + \sum_{j=0}^{q} \phi_j z_{t-j} .... .4$$

٧- النموذج المختلط للارتباط الذاتي والأوساط المتحرك

The Mixed Auto Regressive Moving Average Model

قد يكون اقرب تعبير عن السلاسل الزمنية بنموذج ذو اقل عدد من المعلمات ، لنماذج الانحدار الذاتي مع نماذج الأوساط المتحركة هو النموذج الذي يدعى ARMA (model) ويرمز بالرمز ARMA(p,q) ويعبر عنه وفق الصيغة آلاتية :-

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + ... + \phi_p x_{t-p} + z_t - \theta_1 z_{t-1} - ... - \theta_q z_{t-q} .... 5$$

لاحظ (٤).

ثانيا : مراحل بناء النموذج

توجد أربع مراحل لغرض بناء نموذج لتمثيل سلسلة زمنية مستقرة وهي :

ا- التشخيص (Identification)

حيث يتم تشخيص النموذج وتحديد درجته من خلال دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الجزئي .

ب- التقدير (Estimation)

بعد تحديد النموذج وتحديد درجته يتم تقدير معالمه وتوجد عدة طرائق لتقدير المعالم أهمها طريقة الاحتمال الأعظم .

ج – تدقيق التشخيص (Diagnostic Checking)

قبل استخدام النموذج لحساب التنبوات المستقبلية يتم اختباره للتأكد من صحته وكفائته يتم ذلك باستخدام معاملات الارتباط الذاتي للبواقي .

د- التنبؤ (Forecasting)

بعد ان يتم تحديد النموذج وتقدير معالمه واختباره لمعرفة مدى ملائمته لتمثيل السلسلة الزمنية تأتي مرحلة للتنبؤ بقيم الظاهرة في المستقبل .

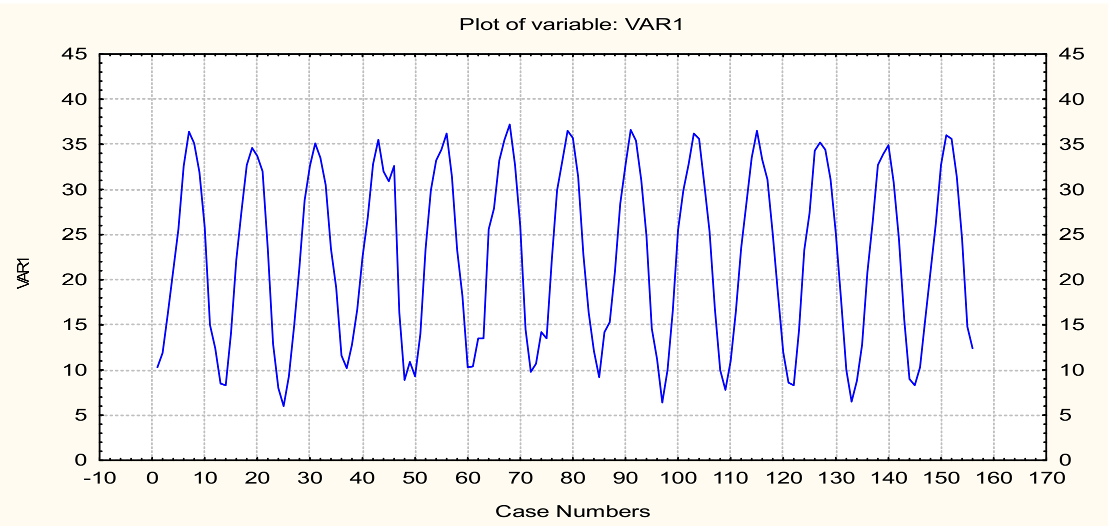
الاطار التطبيقي

نتطرق في هذا الاطار الى اختيار النموذج الملائم للبيانات موضوع البحث باستخدام نماذج بوكس-جينكيز .

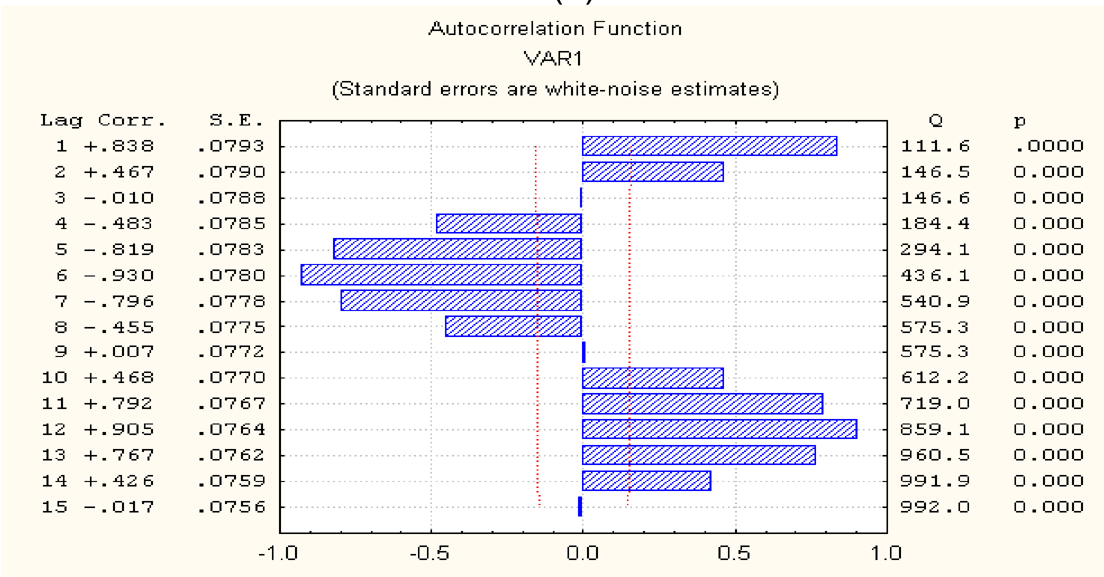
لقد تم اختيار محطة سامراء المناخية الشهرية والسنوية لمدة ١٣ سنة من عام (١٩٨١- ١٩٩٣) وقدتم الحصول على البيانات من الهيئة العامة للأنواء الجوية للفترة الزمنية(١٩٨١-٢٠٠٢) ومن ملاحظة البيانات نجد ان هناك اشهر شديدة الحرارة تصل حرارتها الى (٣٧.٢) درجة مؤية في تموز واشهر معتدلة الحرارة تتراوح بين (٢٠- ٢٥) درجة مؤية في شهر نيسان .

الشكل (١) يمثل الرسم البياني للسلسلة ومن الشكل نلاحظ ان هناك طبيعة دورية للسلسلة حيث تعيد نفسها كل (١٢) شهر تقريبا . ومن ملاحظة دالة الارتباط الذاتي في الشكل رقم (٢) نجد ان السلسلة مترابطة ولا تتبع التوزيع الطبيعي كما في الشكل رقم (٣)

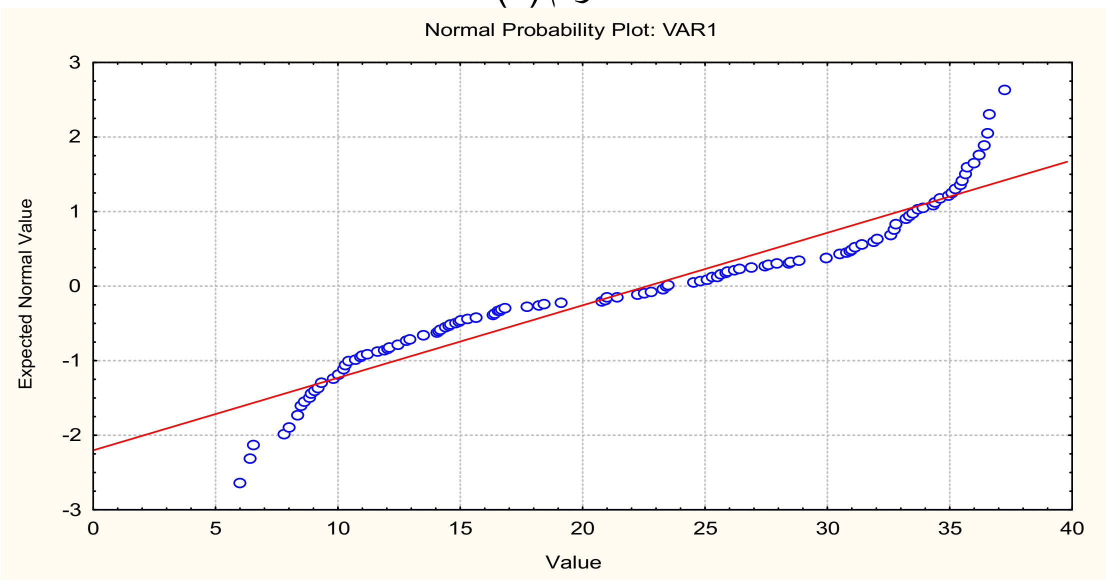
شكل رقم (١)



شكل رقم
(٢)



شكل رقم (٣)



لذلك سأعمل على إيجاد نموذج يلائم طبيعة السلسلة الزمنية قيد البحث . سأحاول أولا إيجاد أفضل نموذج خطي يلائم السلسلة والتي هي نماذج (Box-Jenkins) الخطية وباستخدام البرنامج الجاهز (Statistic) حصلت على نموذج الانحدار الذاتي الأتي AR(9) وبأقل مربع خطأ M.S.

$$X_t=1.1063X_{t-1}-0.0079X_{t-2}-0.1485X_{t-3}-0.2973X_{t-4}-0.0264X_{t-5}+0.07321X_{t-6}-0.0141X_{t-7}+0.06698X_{t-8}+0.15431X_{t-9}$$

M.S=7.7289

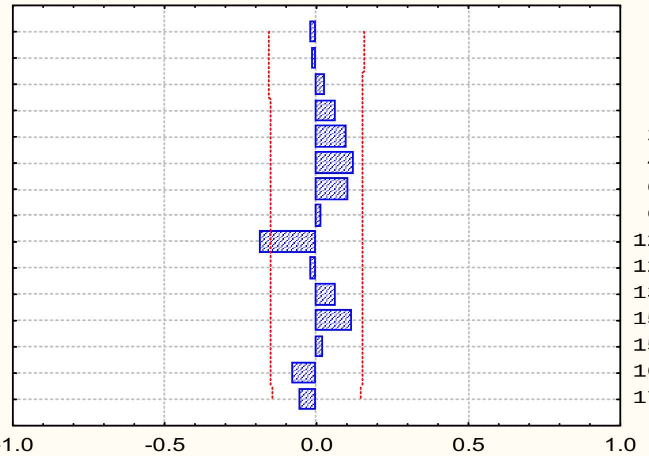
S.D=2.692768

من النموذج نلاحظ ان هناك علاقة عكسية بين X_t وX_{t-1} وX_{t-2} لكن هذه العلاقة العكسية تتحول الى علاقة طردية بين X_t وX_{t-3} والشكلين التاليين يمثلان رسم دالة الارتباط الذاتي ورسم التوزيع الطبيعي للبواقي ARIMA(9,0,0)

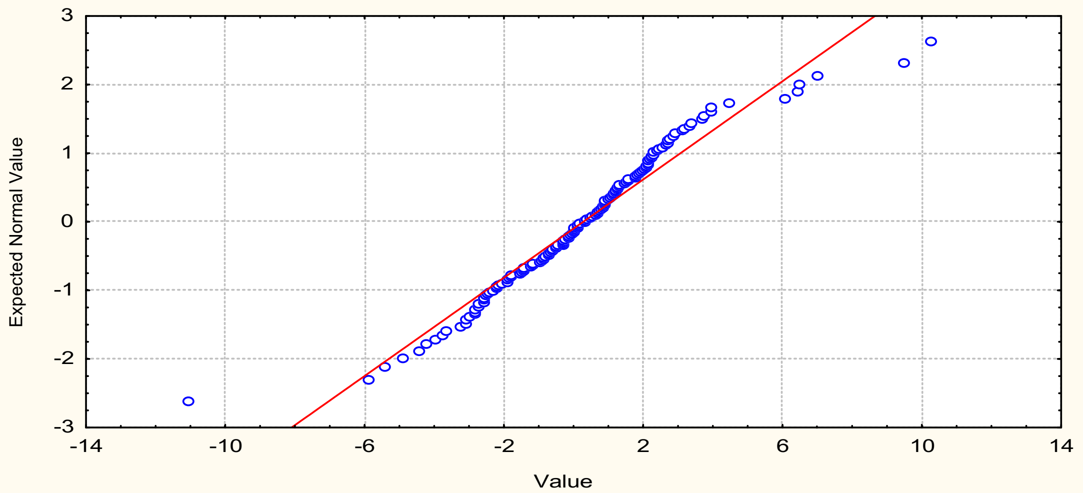
شكل رقم (٤)

Autocorrelation Function
VAR1 : ARIMA (9,0,0) residuals;
(Standard errors are white-noise estimates)

Lag	Corr.	S.E.	Q	p
1	-.019	.0793	.06	.8098
2	-.012	.0790	.08	.9598
3	+.028	.0788	.21	.9762
4	+.065	.0785	.90	.9248
5	+.099	.0783	2.49	.7781
6	+.121	.0780	4.91	.5556
7	+.106	.0778	6.77	.4534
8	+.014	.0775	6.80	.5583
9	-.185	.0772	12.55	.1841
10	-.023	.0770	12.64	.2445
11	+.060	.0767	13.25	.2771
12	+.115	.0764	15.50	.2153
13	+.023	.0762	15.59	.2720
14	-.079	.0759	16.68	.2740
15	-.055	.0756	17.19	.3074



شكل رقم (٥)



من الشكلين رقم (٤) و رقم (٥) نلاحظ إن البواقي للنموذج غير مترابطة Uncorrelated لكنها لا تتبع التوزيع الطبيعي وهناك محاولة لتحسين النموذج وذلك بإيجاد نموذج خطي ذو أوساط متحركة (Moving Average Model) وباستخدام البرنامج الجاهز (Statistica) حصلنا على النموذج الأتي

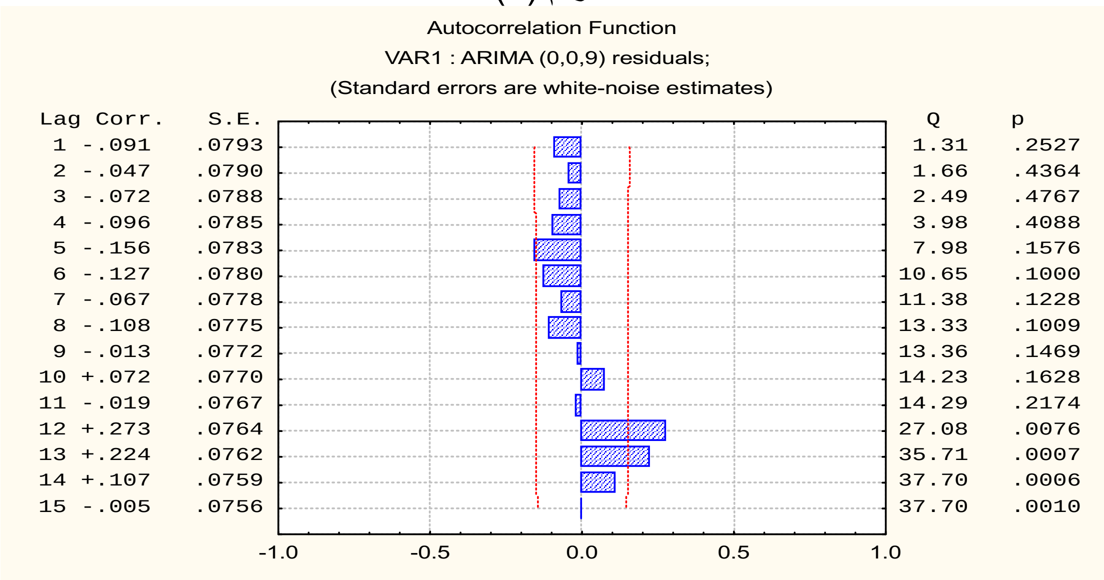
$$X_t=Z_t-1.468Z_{t-1}-1.874Z_{t-2}-2.298Z_{t-3}-2.372Z_{t-4}-2.248Z_{t-5}-1.992Z_{t-6}-1.474Z_{t-7}-0.9381Z_{t-8}-0.3733Z_{t-9}$$

M.S=12.746

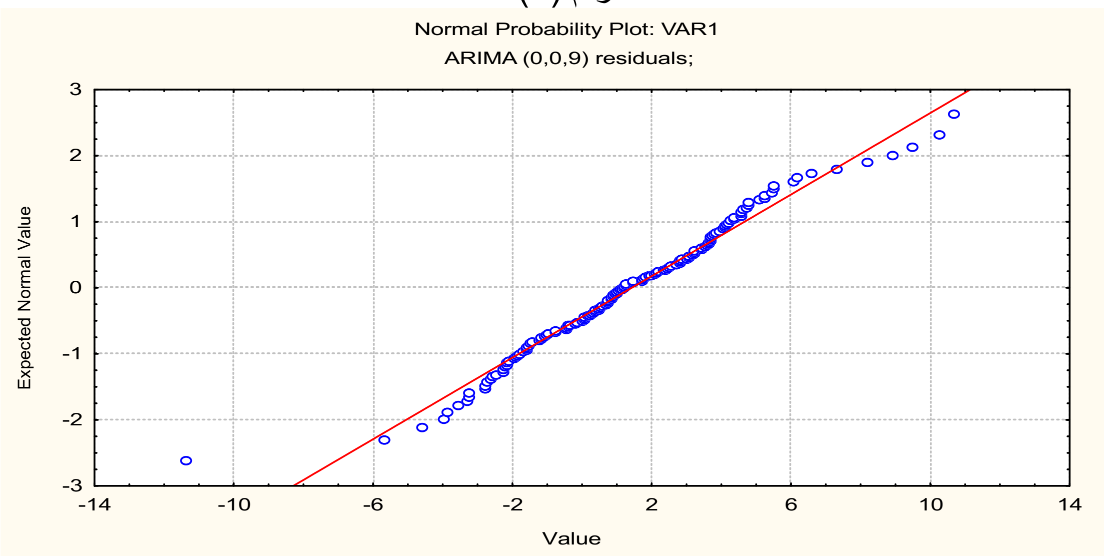
S.D=3.167504

حيث نلاحظ ان معدل مربع الخطأ كبير مقارنة مع النموذج السابق إضافة إلى الانحراف المعياري والشكل رقم (٦) يمثل دالة الاتباط الذاتي والشكل رقم (٧) يمثل رسم الطبيعية لبواقي النموذج اعلاه حيث نلاحظ ان البواقي للنموذج مترابطة (Correlated) وتبتعد كثيرا عن التوزيع الطبيعي .

شكل رقم (٦)



شكل رقم (٧)



يمكن تحسين النموذج ببناء نموذج (ARMA) لتمثيل السلسلة الزمنية وباستخدام البرنامج الجاهز(Statistica) حصلنا على النموذج الأتي :

$X_t=2.7249X_{t-1}-2.720X_{t-2}+0.99332X_{t-3}+1.5677\ Z_{t-1}-0.8237\ Z_{t-2}$

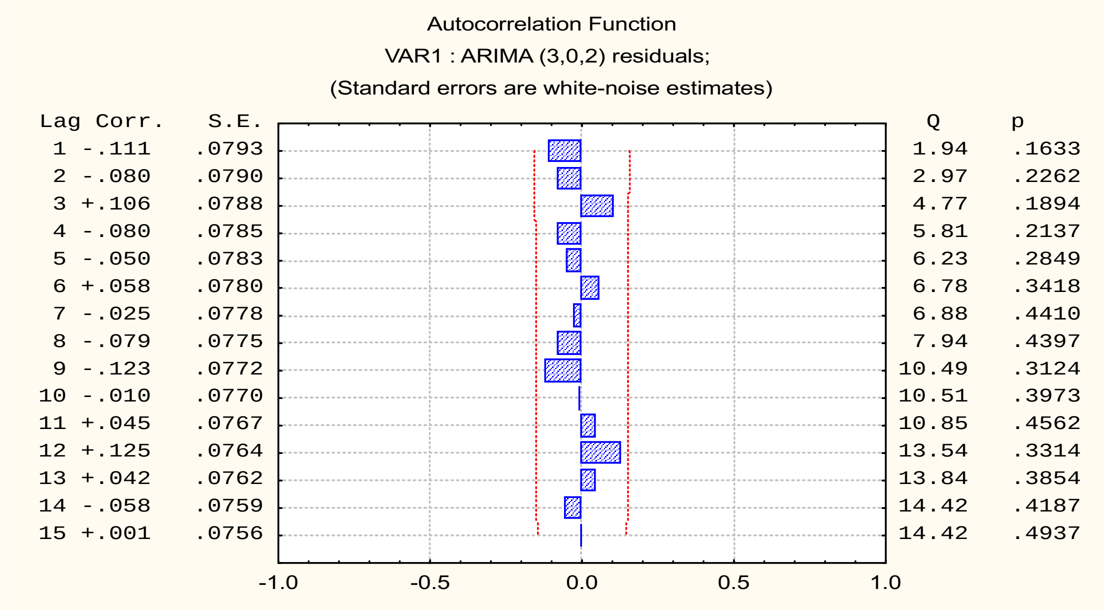
حيث ان

M.S=7.3580

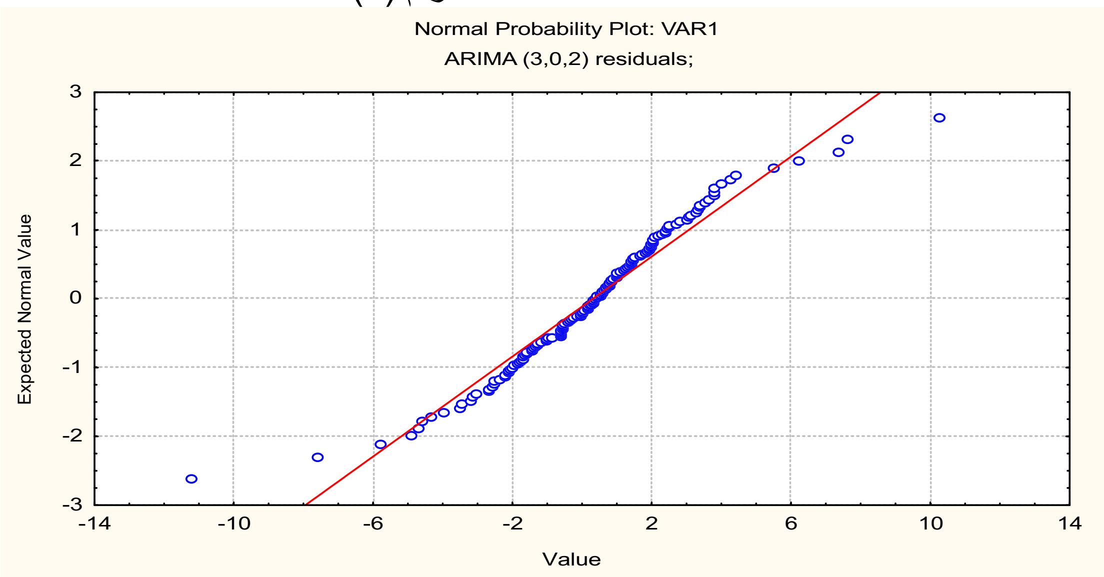
S.D=2.658636

نلاحظ ان هناك علاقة طردية قوية بين X_t و X_{t-1} وعلاقة عكسية قوية بين X_t و X_{t-2} والشكلين التاليين يمثلان رسم دالة الارتباط الذاتي ورسم الطبيعية للنموذج اعلاه

شكل رقم (٨)



شكل رقم (٩)



حيث نلاحظ إن البواقي غير مترابطة وقريبة من التوزيع الطبيعي . ونظرا لطبيعة السلسلة الزمنية لدرجات الحرارة غير الخطية فهناك إمكانية لبناء نموذج غير خطي لهذه السلسلة وباستخدام التحويل حيث تم اخذ الفرق الأول d=1 .

وباستخدام البرنامج الجاهز(Statistica) حصلنا على نموذج الانحدار الذاتي ذو الأوساط المتحركة المندمجة الآتية :-

$Y_t=1.5410Y_{t-1}-0.6658Y_{t-2}+0.1922Y_{t-3}+1.5655\ Z_{t-1}-0.7404Z_{t-2}$

$\nabla^d X_t\ Y_t=$

$d=1$

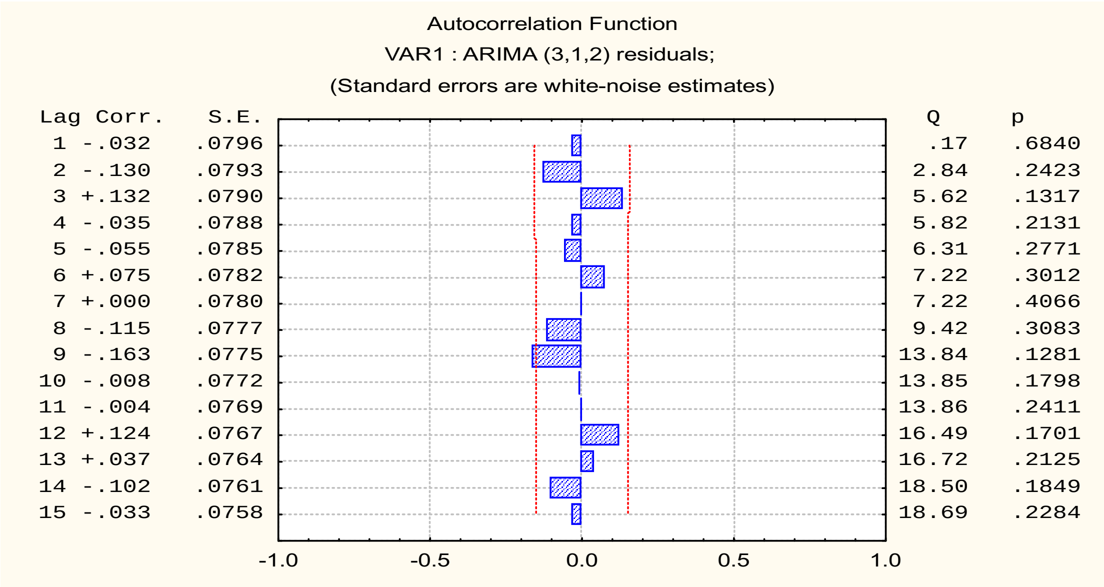
$\nabla = (1 - B)$

M.S=6.1092

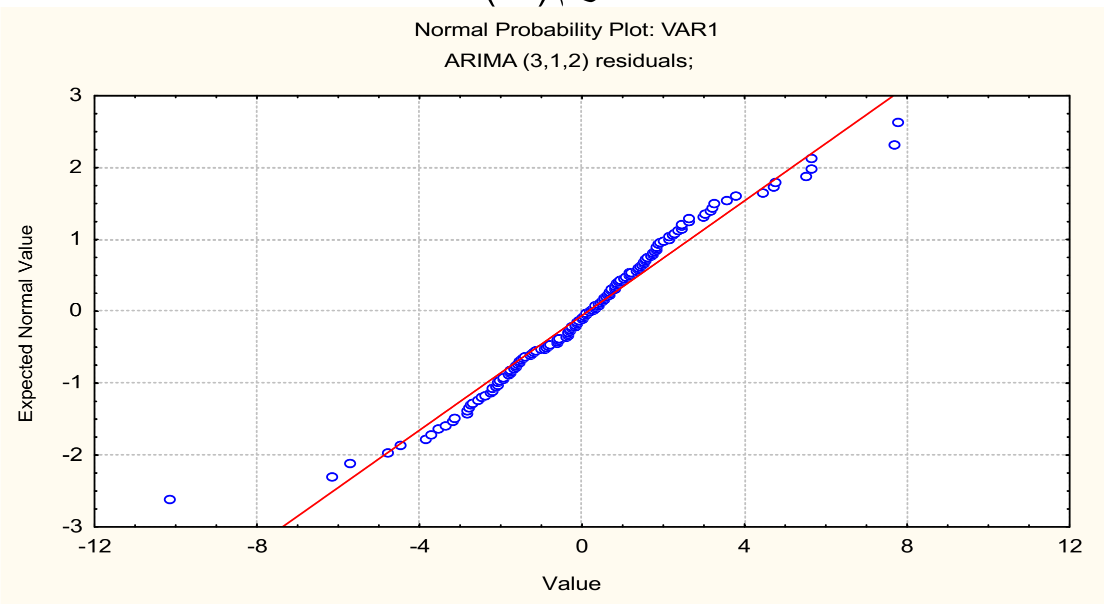
S.D=2.434981

ومن ملاحظة الشكل رقم (١٠) الذي يمثل رسم دالة الارتباط الذاتي للنموذج نلاحظ إن البواقي للنموذج المقترح تكون غير مترابطة وقريبة من التوزيع الطبيعي .

شكل رقم (١٠)



شكل رقم (١١)



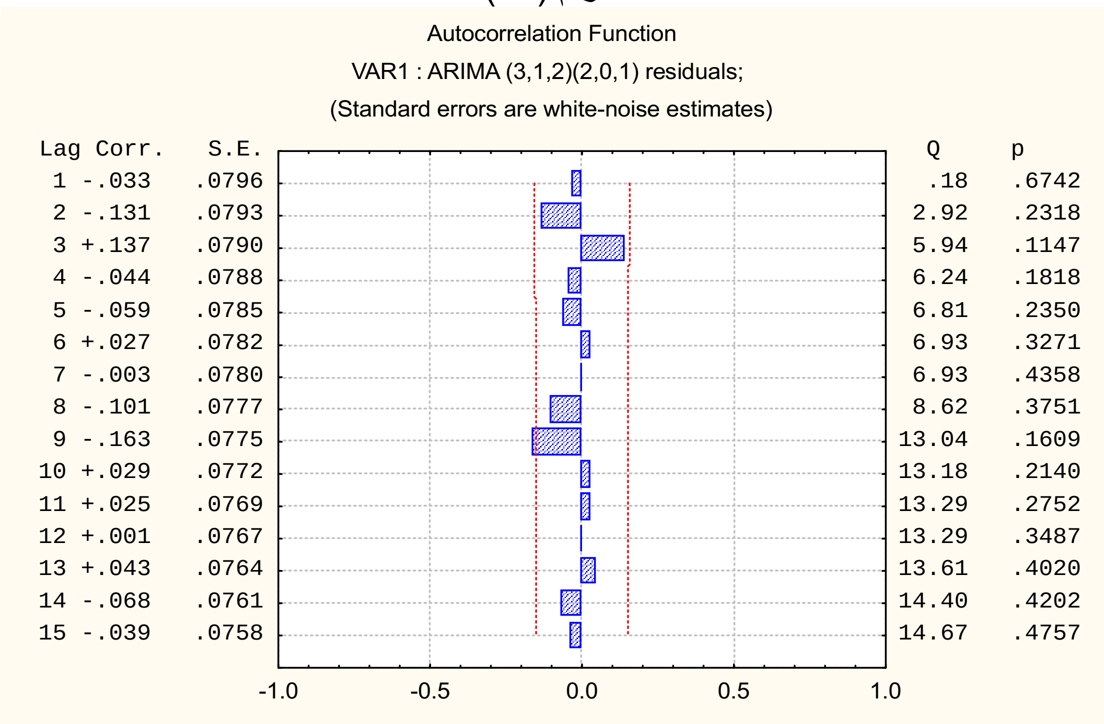
بعد عمليات الاختبار والمقارنة للنماذج تم اعتماد النموذج الأتي ويمثل نموذج ARIMA(3,1,2)(2,0,1) وذلك باستخدام اللوغاريتم الطبيعي واخذ الفرو قات للبيانات حيث نلاحظ تحسن واضح في سلوك دالة الارتباط الذاتي للنموذج المقترح في الشكل رقم (١٢) وكذلك رسم الطبيعية للنموذج المقترح نلاحظ إن النموذج قريب جدا من التوزيع الطبيعي . ونعبر عن معادلة النموذج بالصيغة الآتية

$Y_t=1.5292Y_{t-1}-0.6477Y_{t-2}+0.2005Y_{t-3}+1.5519\ Z_{t-1}-0.7456Z_{t-2}-0.1280+0.15603-0.2642$

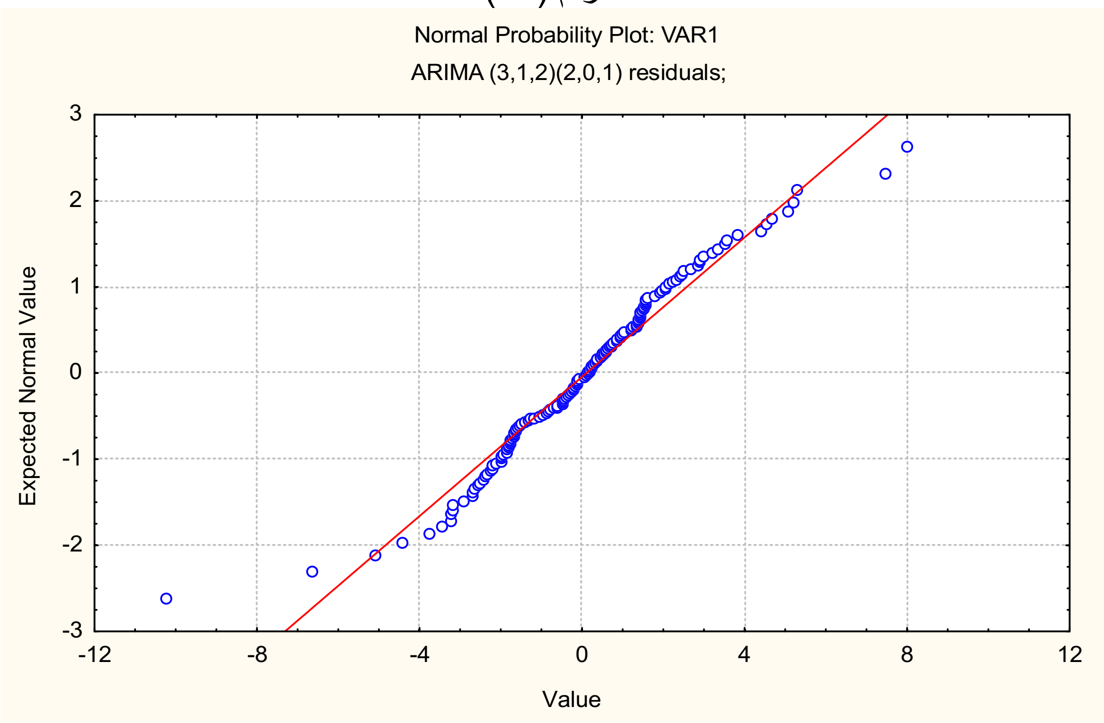
M.S=6.0359

S.D=2.397919

شكل رقم (١٢)



شكل رقم (١٣)



ولأجل اختيار أفضل نموذج يمثل السلسلة ندرج أدناه جدول يمثل مقارنة بين النماذج المقترحة وباستخدام الوسائل الإحصائية مربع الخطأ والانحراف المعياري وكذلك الارتباط للبواقي .

والجدول الاتي يمثل مقارنة بين النماذج التي حصلنا عليها

جدول رقم (١)

Mode / Stat	AR(9)	MA(9)	ARMA (3,0,2)	ARIMA (3,1,2)	ARIMA (3,1,2)(2,0,1)
M.S	7.7289	12.746	7.3580	6.1092	6.0359
S.D	2.692768	3.167504	2.658636	2.434981	2.397919
Correlation %	100 %	95%	100 %	100 %	100 %

حيث نلاحظ تفوق نموذج ARIMA على بقية النماذج المقترحة

وهناك اختبار أخر هو قابلية النموذج على التنبؤ والجداول الآتية تمثل القيم المتنبأ بها بالنماذج المقترحة أنفة الذكر وللفترة من ١٩٩٤-١٩٩٧ .

جدول رقم (٢)يمثل القيم المتنبأ بها لسنة ١٩٩٤

No	Real data	AR(9)	MA(9)	ARMA (3,0,2)	ARIMA (3,1,2)	ARIMA (3,1,2)(2,0,1)
١	١١.٨	٩.٨	٨.٨	٩.٨	٩.٣	٩.٦
٢	١٢.٢	١٠.٣	٦.٢	١٠.٩	١٠.٥	١١.٢
٣	١٧.٧	١٥	٥	١٥.٣	١٤.٨	١٥.٥
٤	٢٥.٢	٢١.٢	٤.٢	٢١.٨	٢١.٢	٢١.٨
٥	٢٩.٤	٢٧.٥	٤.٣	٢٨.٦	٢٨	٢٨.١
٦	٣٣.٣	٣٢.٨	٤.٩	٣٣.٨	٣٣.٥	٣٣.٥
٧	٣٥.٤	٣٥.١	٤.٣	٣٦	٣٦	٣٥.٩
٨	٣٤.٦	٣٣.٧	٣.٣	٣٤.٦	٣٥	٣٥.١
٩	٣٢.٤	٢٩.٨	١.٧	٢٩.٨	٣٠.٨	٣٠.٩
١٠	٢٥.٨	٢٣.٩	٠	٢٣.١	٢٤.٤	٢٤.٦
١١	١٥.٦	١٧.٦	٠	١٦	١٧.٦	١٧.٤
١٢	٨.١	١٢.٩	٠	١٠.٥	١٢.١	١٢.٦

جدول رقم (٣)

يمثل القيم المتنبأ بها لسنة ١٩٩٥

No	Real data	AR(9)	MA(9)	ARMA	ARIMA	ARIMA

				(3,0,2)	(3,1,2)	(3,1,2)(2,0,1)
١	١٠.٦	١٠.٧	٠	٨	٩.٥	١٠.٤
٢	١٢.٨	١١.٦	٠	٩.٢	١٠.٤	١١.٦
٣	١٦.٩	١٥.٥	٠	١٣.٦	١٤.٦	١٥.٩
٤	٢١.٣	٢١.١	٠	٢٠.١	٢٠.٩	٢١.٨
٥	٣٠	٢٦.٩	٠	٢٦.٩	٢٧.٧	٢٨.١
٦	٣٤.١	٣١.٥	٠	٣٢.١	٣٣.٢	٣٣.٤
٧	٣٤.٩	٣٣.٦	٠	٣٤.٣	٣٥.٩	٣٥.٩
٨	٣٥.٣	٣٢.٨	٠	٣٢.٨	٣٥.١	٣٥
٩	٣١	٢٩.٢	٠	٢٨.١	٣١	٣٠.٩
١٠	٢٤.٤	٢٤	٠	٢١.٣	٢٤.٧	٢٤.٨
١١	١٦.١	١٨.٤	٠	١٤.٢	١٧.٩	١٨
١٢	١٠.٧	١٤	٠	٨.٨	١٢.٤	١٣.٣

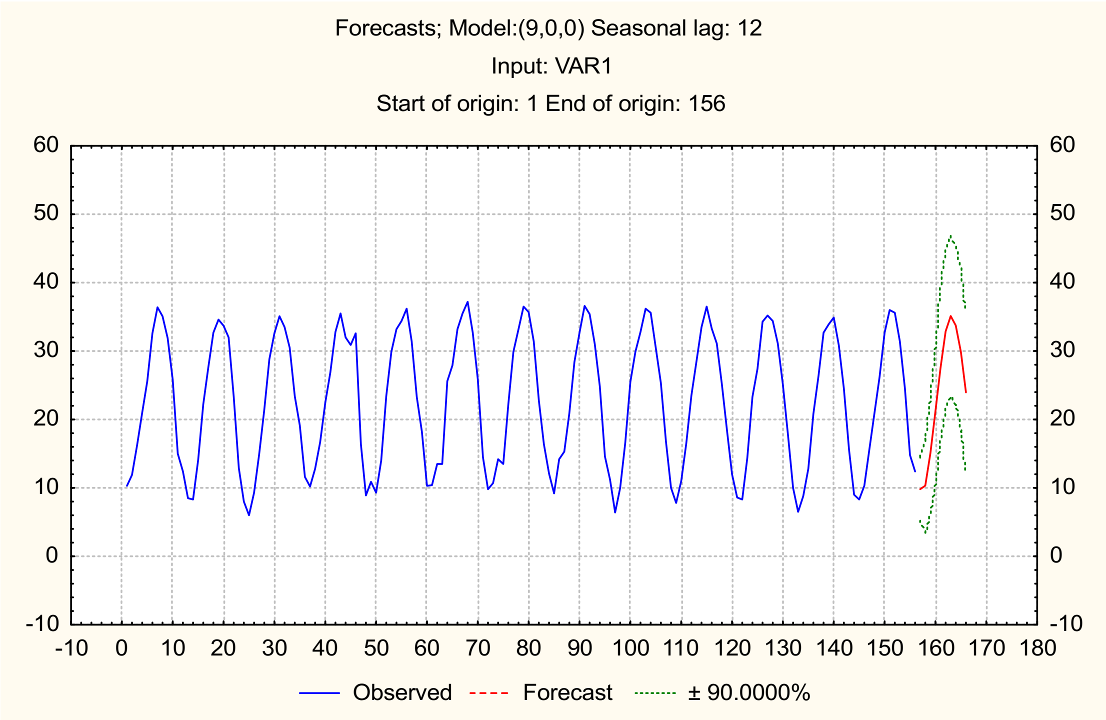
جدول رقم (٣)

يمثل القيم المتنبأ بها لسنة ١٩٩٦

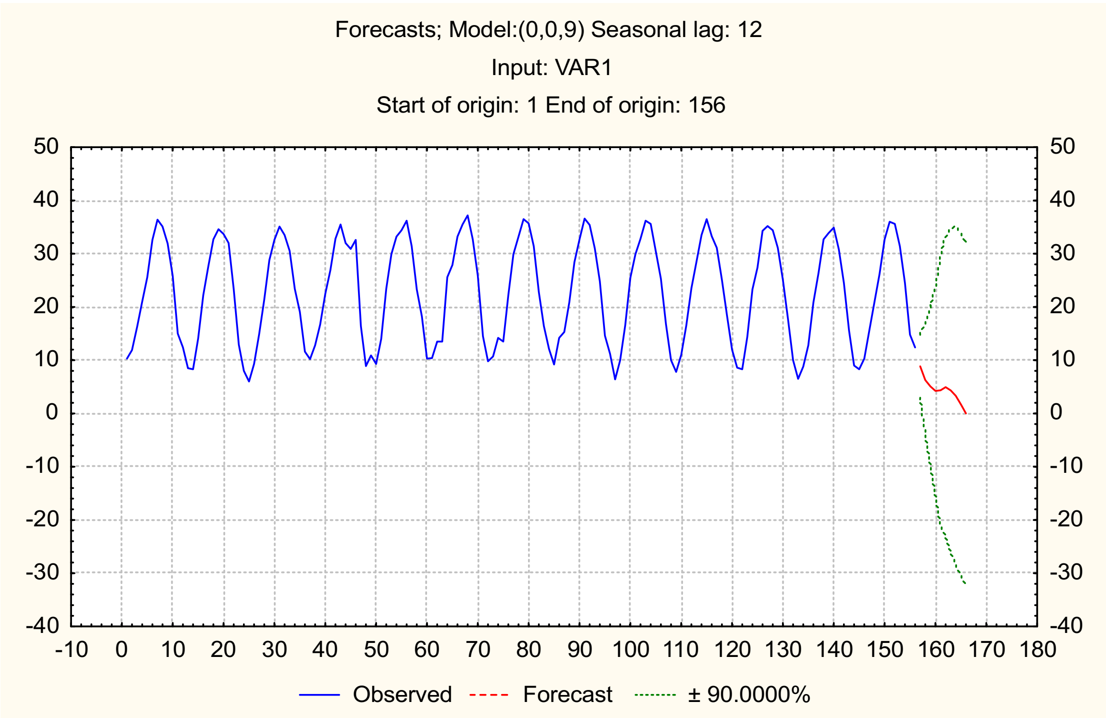
No	Real data	AR(9)	MA(9)	ARMA (3,0,2)	ARIMA (3,1,2)	ARIMA (3,1,2)(2,0,1)
١	١٠.٧	١٢	٠	٦.٣٨	٩.٦	١٠.٨
٢	١٣.٥	١٢.٧	٠	٧.٥٩	١٠.٣	١١.٨
٣	١٥	١٦	٠	١٢	١٤.٣	١٥.٨
٤	٢١.٣	٢١	٠	١٨.٥	٢٠.٦	٢١.٧
٥	٣٠.٩	٢٦.٢	٠	٢٥.٣	٢٧.٤	٢٨.١
٦	٣٣.٥	٣٠.٤	٠	٣٠.٥	٣٣	٣٣.١
٧	٣٧.٩	٣٢.٥	٠	٣٢.٧	٣٥.٨	٣٥.٦
٨	٣٦.٦	٣١.٨	٠	٣١.٢	٣٥.٢	٣٤.٨
٩	٣١.٤	٢٨.٧	٠	٢٦.٤	٣١.٢	٣٠.٩
١٠	٢٤.١	٢٤.٠٨	٠	١٩.٦	٢٥	٢٥
١١	١٧.٧	١٩.٠٧	٠	١٢.٦	١٨.٢	١٨.٧
١٢	١٤.٢	١٥.٠٧	٠	٧.٢	١٢.٦	١٣.٦

الإشكال الآتية تمثل مقارنة بين القيم الفعلية والقيم المتنبأ بها باستخدام النماذج المقترحة

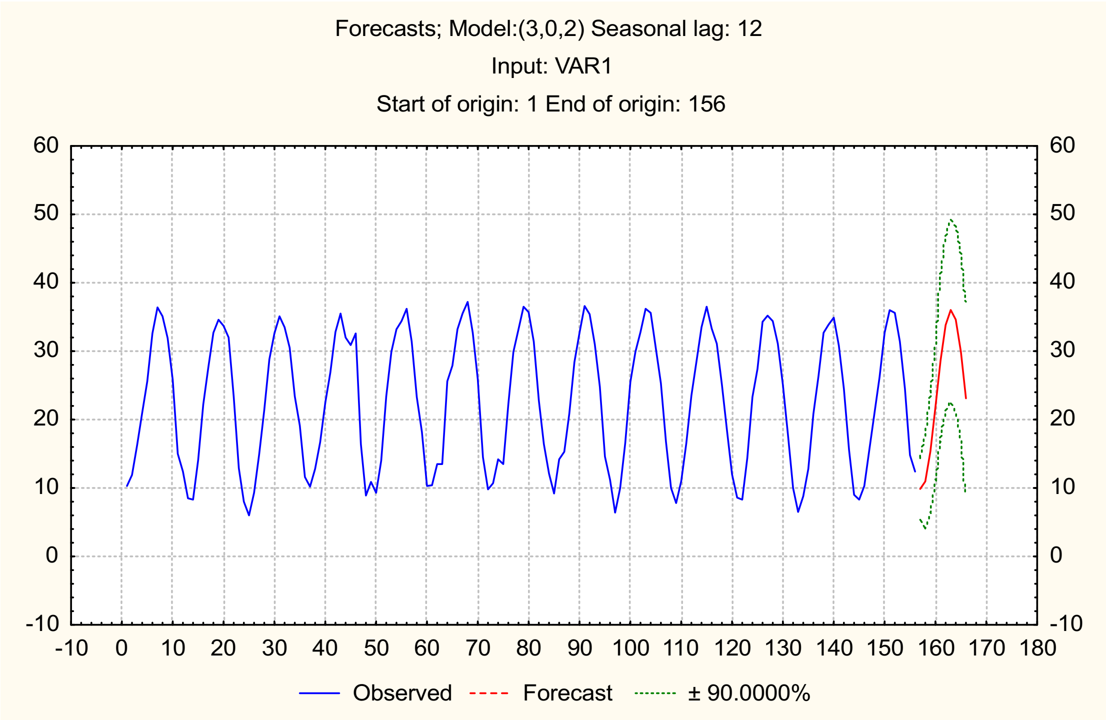
شكل رقم (١٤)



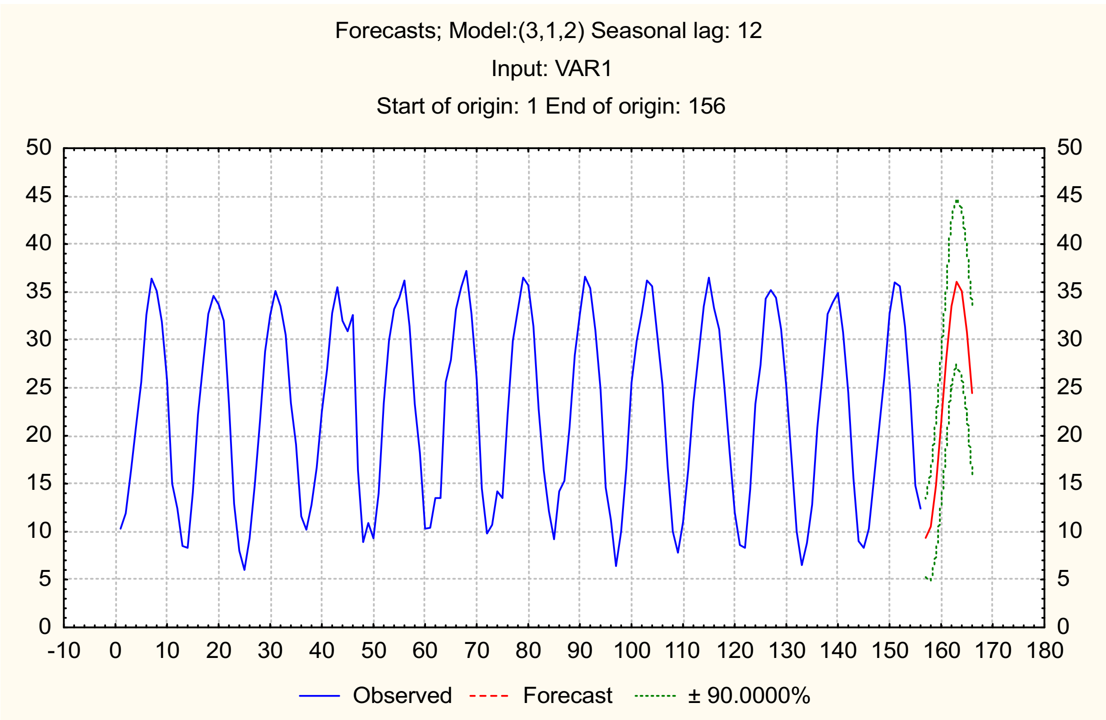
شكل رقم (١٥)



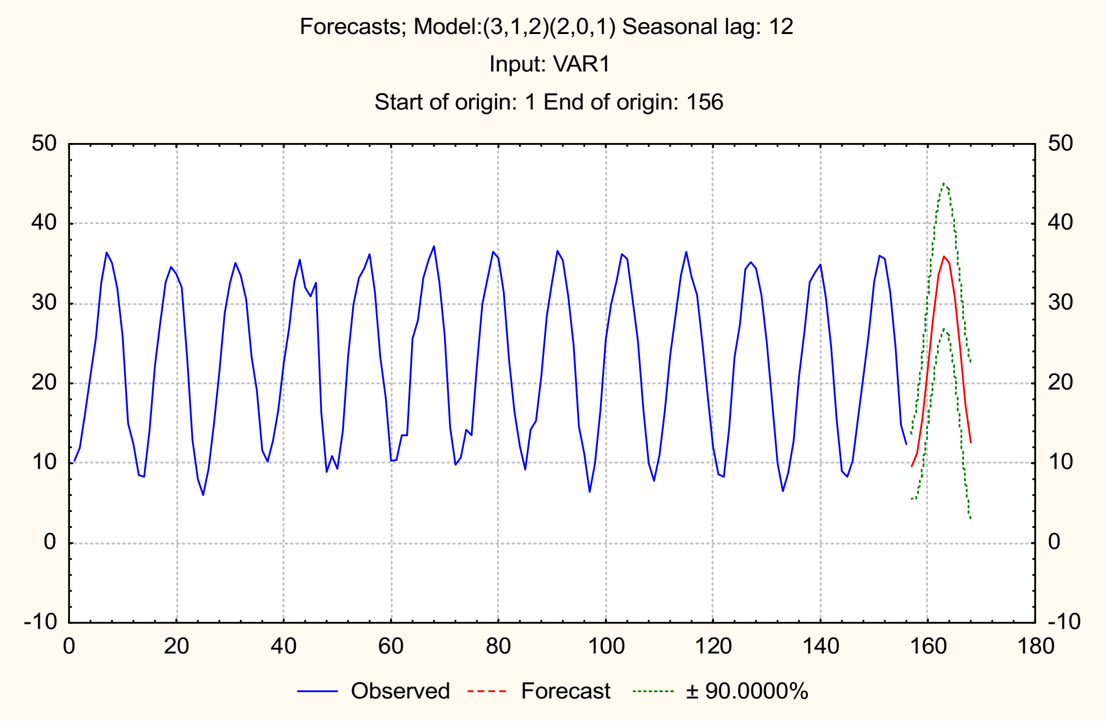
شكل رقم (١٦)



شكل رقم (١٧)



شكل رقم (١٨)



الاستنتاجات :

تمت دراسة السلسلة الزمنية للمعدلات الشهرية لدرجات الحرارة بمدينة سامراء وتبين من رسم السلسلة إن هناك طبيعة دورية للسلسلة حيث تعيد نفسها كل (١٢) شهر تقريبا ولا تتبع التوزيع الطبيعي وأفضل نموذج يمثل السلسلة هو نموذج الانحدار الذاتي ذو الأوساط المتحركة المندمج (Auto Regressive integrated Moving Average) وهذا واضح من خلال جدول المقارنة بين النماذج المقترحة وقابليته على التنبؤ .

المصادر:

١-العبيدي ،عبد الغفورجاسم (١٩٨٩) "تحليل ونمذجة السلسلة الزمنية لدرجات الحرارة في مدينة الموصل" رسالة ماجستير ، قسم الرياضيات ، كلية العلوم ، جامعة الموصل .
٢- الانواء الجوية العراقية ، قسم المناخ .

3- Box, G.E.P.Jenkins G.M.(1976)"Time series analysis forecasting and control " San Francisco, Holden-day.
4- Hamilton, James D.(1994) " Time series analysis " , published by prinction university press ,U.S.A.
5- Tong. H. (1983) "Threshold model in Non-Linear Time series analysis ",lecture notes in statistic No.21, New York.

6- T. Suvva Rao, M.M. Gabr (1984) "An Introduction to bispectral Analysis and Bilinear Time series models" springer-rerhag, New York, Berlin Heidel berg Tokyo.