بناء نماذج برمجة الأهداف لتقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط

م.م. مظهر خالد عبد الحميد

الملخص

أن دقة التنبؤ بالطلب المستقبلي على مادة ما يعتمد على دقة تقدير معالم نموذج الانحدار الخطي البسيط باعتباره احد نماذج التنبؤ ،وان وجود أكثر من طريقة لتقدير تلك المعالم يتيح إمكانية اختيار النموذج الأفضل من خلال المقارنة فيما بينها باستخدام مقاييس الخطأ الشائعة ان استخدام برمجة الأهداف لدراسة الخطأ الموجب والسالب باعتبارهما هدفان متعارضان يمكن استخدامها كطريقه لتوفيق خط مستقيم لمجموعة بيانات عند صياغتها بطريقة خطية

وتعد الطريقة الخطية طريقه أخرى لتقدير تلك المعالم (كنموذج انحدار) يمكن مقارنتها بأحد الطرق التقليدية كطريقة(OLS) لاختيار النموذج الأفضل ،وتوصل البحث إلى أن التنبؤ بنموذج ذي معالم مقدره بطريقة برمجة الأهداف يكون الأفضل في التنبؤ لانسجامه وتوجهات الشركة عينة البحث ،وذلك لمرونة هذه النماذج وقابليتها على احتواء أكثر من هدف متعارض شرط أن تكون مكتوبة بصيغه خطيه من خلال تحسين الحل بالارتكاز على احد المتغيرات في كل مرحلة من مراحل الحل عند استخدام الطريقة المبسطة (Simplex method)،وأوصى البحث باستخدام نماذج البرمجة اللاخطيه في تقدير معالم نماذج التنبؤ غير الخطية.

Abstract

The accuracy of estimating about future demand for some of material depends on the accuracy of parameters of simple regression model as conceder one of forecasting models, the variation of parameters estimation give the ability to choosing the best model by comparing among the models it's self by using measurements of general errors, using the goal programming to study the positive and negative errors considering them as tow conflicts targets for trying compromise the straight line for some of data when formulation by linear method.

The linear method conceder as other method to estimate this parameters (regression model) could compare with one of classic methods such as (OLS) to choose the best model,

The main conclusion in this work is the forecasting by the model under studying when we use the estimates parameters by goal programming method is best from the classic model because of the harmony with company bearings, otherwise the flexibility and ability to containing more of one conflict goal of the model with condition it must written by linear formula through improving the solution by fulcrum on one variables in any stage of solution stages when using simplex method, this work recommended to use nonlinear programming to estimates the parameters of nonlinear forecasting models.

أولا:- مشكلة البحث

أن المواد المخزنيه الفائضة عن الحاجة تعد رأس مال معطل يحرم المنشاة من فرص استثمار وتحقيق أرباح أفضل. أن عدم دقة التنبؤ بالطلب المستقبلي ألمخزني على مادة مخزنيه في احد جوانبه المهمة يكون بسبب التنبؤ بنموذج يعتمد في استخراج معالمه على طريقة واحدة،وان استخراج معالم النموذج بطريقة أخرى تعتمد في حساباتها على تحسين الحل الأمثل بالارتكاز في كل مره على احد المتغيرات يعطي تقديرا أفضل لتلك المعالم يمكن المقارنة فيما بينها لاختيار النموذج الأفضل للتنبؤ المستقبلي .

ثانيا:- هدف البحث

يهدف البحث لبناء عدة نماذج بطريقة برمجة الأهداف لتقدير معالم نموذج الانحدار الخطي البسيط بالطلب الشهري على المواد المخزنيه لشركة العامة لكهرباء بغداد ومقارنة النموذج المبني بمعالمه المقدرة بهذه ألطريقة مع نموذج الانحدار الخطي البسيط ذي المعالم المقدرة بطريقة (OLS) بغية اختيار الأفضل للتنبؤ بالطلب ألمخزني على مادة ما.

ثالثا:- فرضية البحث

ينطلق البحث من فرضية برمجة الأهداف ألرئيسه التي مفادها انه يمكن تحقيق العديد من الأهداف المتعارضة عند خضوعها لنفس القيود. تنبثق عنها الفرضيات الآتية:-

١- عندما يكون ($Y_i \geq \hat{Y}_i$) يكون الخطأ هدفا موجبا .

٢- عندما يكون ($Y_i \leq \hat{Y}_i$) يكون الخطأ هدفا سالبا .

٣- عندما يكون($Y_i = \hat{Y}_i$) لا يكون الخطأ هدفا لوقوعه على خط الانحدار.

رابعا:- الوسائل الإحصائية

تم استخدام العديد من الوسائل الإحصائية كالمقابلات الشخصية مع السادة المسؤولين في مخازن الشركة العامة لكهرباء بغداد لغرض تحديد أسبقية الأهداف وأولوياتها من خلال تحديد الأهمية المخزنيه وتصنيفها والحاجة الملحة لاستخدامها ،واستخدم نموذج الانحدار الخطي البسيط وتقدير معالمه بطريقة (OLS) كما استخدم برنامج (Win-QSB) لحل نموذج برمجة الأهداف لتقدير معالم نموذج الانحدار ،ولغرض المقارنة بين النماذج تم استخدام مقاييس الخطأ بمختلف أنواعها لتقييم أي النموذجين كان الأفضل لغرض استخدامه في التنبؤ المستقبلي على المادة المخزنية

المبحث الأول
الانحدار الخطي البسيط ومقاييس الخطأ

مقدمه

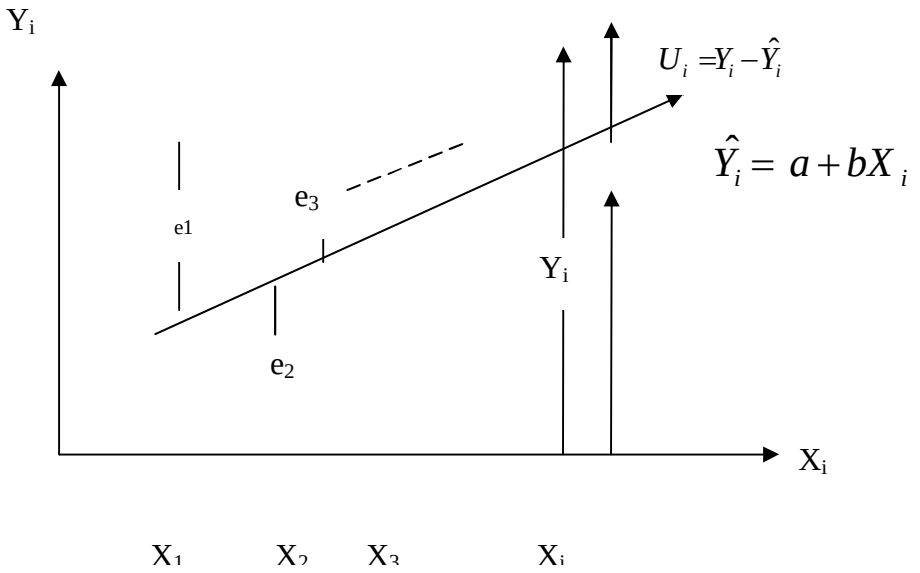
يعد العالم الانكليزي (Francis Galton) أول من استخدم مفهوم الانحدار في التطبيقات البايولوجيه ،ويعرف الانحدار بشكل عام على انه مقياس رياضي لمتوسط العلاقة بين متغيرين أو أكثر بدلالة وحدات قياس المتغيرات المعتمدة في العلاقة ، وينقسم الانحدار حسب نوع،وطبيعة العلاقة المدروسة إلى انحدار خطي وانحدار لأخطي،وان هذه العلاقات تتوقف على طبيعة المتغير العشوائي (U_i) .

مفهوم الانحدار الخطي البسيط

أن العلاقة التي تربط متغيرين تسمى بالانحدار الخطي البسيط (Simple Linear Regression) فمجموعة المشاهدات التي نريد أن نوفق لها خط مستقيم تتوقف على طبيعة الانحرافات الملازمة لتلك العلاقة المدروسة،ويقترن مفهوم الانحدار الخطي البسيط بمفهوم الارتباط الخطي البسيط الذي يهتم بإيجاد القيمة العددية للعلاقة بين المتغيرات،فالهدف من الانحدار الخطي البسيط هو تقدير معالم النموذج (a , b) .أن الشكل الانتشاري للبيانات يبين فيما إذا كان المتغيرين مرتبطين فيما بنهما أو كان ارتباطهما سالبا أو موجبا وكذلك يبين

ايجابية العلاقة فيما إذا كانت زيادة احدهما يؤدي لزيادة الآخر أو نقص احدهما يؤدي لنقص الآخر أو أن تكون العلاقة معدمه أصلا ،وعندما نحاول إيجاد (توفيق) خط مستقيم لتلك النقاط العشوائية لتوضيح العلاقة فيما بينها يتطلب ذلك إيجاد قيمة كل من (a , b) التي تحدد شكل واتجاه المستقيم .فالمستقيم الذي يتخلل ذلك الانتشار يحاول تقليل مجموع مربعات الخطأ إلى اقل ما يمكن يكون أفضل خط مستقيم يعبر عن تلك العلاقة بين المتغيرين ويوضح اتجاهها.أن العلاقة العشوائية الآتية (المجهولة) بين (x_i, y_i) وهي $Y_i = a + bX_i + u$ () موضحه بالشكل رقم (١) تمثل الخط المستقيم الذي يمثل أفضل علاقة بينهما فعندما تكون العلاقة محدده تكون كل النقاط واقعه على الخط المستقيم ولكن عشوائية العلاقة هي التي أدت لتبعثر النقاط مما استوجب توفيق الخط المستقيم لها (المشهداني ،هرمز،١٩٨٩ ص ٣٢٦)

شكل(١)انتشار المشاهدات
والعلاقه الخطيه



تحليل الانحدار الخطي البسيط وتقدير المعالم

الانحدار الخطي البسيط هو عملية تقدير العلاقة الخطية بين متغيرين احدهما تابع (Y_i) والآخر مستقل(X_i) فعند دراسة مثل هذه العلاقة العشوائية لتوفيقها بشكل خط مستقيم لتحديد شكل العلاقة التي توضح الزيادة أو النقص بالمتغير المعتمد عند تغيير المتغير المستقل من خلال تحديد شكل العلاقة واتجاهها،وهذا يتطلب تقدير المعالم(a,b)وهناك عدة طرق لتقدير هذه المعالم أهمها طريقة المربعات الصغرى(Least squares method) . تحاول هذه ألطريقه توفيق خط مستقيم يمر خلال النقاط ذات الشكل الانتشاري بجعل مجموع مربعات إبعاد هذه النقاط عن الخط المستقيم اقل ما يمكن وذلك يعني تحديد قيمة كل من(a,b) التي تجعل ذلك المجموع اقل ما يمكن ،والمستقيم الذي يتصف بتلك الميزة يكون أفضل خط

مستقيم يعبر عن تلك العلاقة بين المتغيرين(Hillier&Lieberman,2001,p١٠٣١).كما موضح بشكل رقم (١) أن العلاقة المحددة الآتية :-

$Y_i = a + bX_i$.....(1)

تربط بعلاقة خطيه مضبوطة قيمة المشاهدة (y_i) بقيمة المشاهدة (x_i) ، ولكي تتحول هذه العلاقة إلى علاقة عشوائية يتطلب ذلك إضافة حد جديد يسمى حد الخطأ(U_i) الذي يمثل فشل القيمة (Y_i)كي تكون مساوية لـ ($a + bX_i$) لتصبح العلاقة بالشكل الآتي:-

$Y_i = a + bX_i + u_i$ .....(2)

فدائما هناك مبررات لإدراج حد الخطأ لان هناك العديد من العوامل التي لا يمكن قياسها ولا توجد طرق احصائيه لتقدير تأثيرها داخل النموذج .أن المعادلة رقم (٢) توضح المتغير المعتمد (y_i) بانه عبارة عن داله للمتغير المستقل (x_i) مع حد الخطأ تؤخذ بالشكل الآتي:

$Y_i = f(X,U)$

إذ أن :-

Y_i :-المتغير المعتمد(متغير الا ستجابه)

Xi :-المتغير المستقل للمشاهدة i

U_i :- يمثل حد الخطأ للمشاهدة i

a , b :- معالم النموذج المجهول وتسمى معاملات الانحدار وان:-

a:- الحد الثابت و .b:- ميل خط الانحدار

وعلى فرض أن $Y_i = a + bX_i + u$ يعبر عن علاقة عشوائية بين المتغيرين (Y_i ,Xi)

بفرض أن $\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}$ يمثل الخط المستقيم الذي يمثل أفضل علاقة ارتباط بين (Y_i,Xi)

فاذا كانت العلاقة محدده فان كل النقاط تقع على الخط المستقيم ولكن العلاقة العشوائية أدت إلى تبعثر قيم ((Y_i ,Xi)) في المستوي بشكل غير منتظم فعلى اساس عينه عشوائية من قيم (Y_i,Xi) قوامها (n) فان:-

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \Rightarrow e^2{}_i = (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} e^2{}_i = \sum_{i=1}^{2} (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)^2$$

هذه العملية تهدف لإيجاد قيمة ($\hat{a},\hat{b}$) التي تجعل ($\sum_{i=1}^{n} e_i^{\,2}$) اقل ما يمكن بمعنى اخر إيجاد النهاية الصغرى للداله ($f(\hat{a},\hat{b})$) ،وذلك يتم من خلال إيجاد المشتقه الجزئيه الأولى للداله بالنسبه إلى ($\hat{a}$) والمشتقة الجزئيه الأولى للداله بالنسبه إلى ($\hat{b}$) ومساواة النواتج بالصفر والحل لغرض إيجاد قيمة كل منهما.

$$\frac{\partial f(\hat{a},\hat{b})}{\partial \hat{a}} = 2\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)(-1).....(3)$$

وان

$$\frac{\partial^2 f(\hat{a},\hat{b})}{\partial \hat{a}^2} = 2n \ > 0$$

وكذلك الاشتقاق بالنسبه لـ ($\hat{b}$)

$$\frac{\partial f(\hat{a},\hat{b})}{\partial \hat{b}} = 2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)(-X_i) \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

وان

$$\frac{\partial^2 f(\hat{a},\hat{b})}{\partial \hat{b}^2} = 2\sum_{i=1}^{n} X_i \ > 0$$

وبما أن المشتقه الجزئيه الثانية في كلا حالتي الاشتقاق بالنسبه للمعلمتين كانت موجبه فان ذلك يدل على ألداله تمتلك نهايه صغرى عند قيمتي ($\hat{a},\hat{b}$) الناتجتين من حل المعادلتين (٣)و(٤) وبعد قسمتهما على(٢−) ومساواتهما بالصفر يكون :

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0$$

وبعد القسمة على (n) وترتيب

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = n\hat{a} + \hat{b}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

المعادلة يكون لدينا المعادلة الاتيه:−

$$\overline{Y} = \hat{a} + \hat{b}X_i \ \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

كذلك فان

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)\ X_i = 0$$

فان

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i = \hat{a}\sum_{i=1}^{n} X_i + \hat{b}\sum_{i=1}^{n} X^2{}_i$$

$$= \hat{a}n\overline{X} + \hat{b}X_i^2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

تسمى المعادلتان (٥و٦) بالمعادلتين الطبيعيتين (Normal equation) تحتوي كل منهما على المجهولين ($\hat{a},\hat{b}$) يمكن حلهما أنيا او عن طريق التعويض المباشر فمن المعادلة (٥) يكون لدينا: ($\hat{a} = \overline{Y} - \hat{b}\overline{X}$) وبتعويضها في معادله (٦) نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = (\overline{Y} - \hat{b}\overline{X})(n\overline{X}) + \hat{b}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$$

$$= n\overline{X}\overline{Y} + \hat{b}(\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X})$$

وعندئذ فان

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - n\overline{X}\overline{Y}}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$$

أن قيمة ($\hat{b}$) ما هي الا قسمة التباين المشترك ما بين (X_i, Y_i) على تباين(X_i)وان :

($\hat{a} = \overline{Y} - \hat{b}\overline{X}$) هاتين القيمتين تحددان أفضل خط مستقيم يتخلل الشكل الانتشاري للبيانات ويعبر عن العلاقة ما بين. (X_i, Y_i) ومن الملاحظ أن كل من ($\hat{a}, \hat{b}$)هما الان داله بدلالة قياسات مفردات العينه (X_i, Y_i) وان ($\hat{b}$) تسمى معامل الانحدار (Regression coefficient)أي هي عبارة مقياس يوضح مقدار تغير (Y_i) إذا ما تغير(X_i) بوحدة واحدة (بخيت ،فتح الله،٢٠٠٢ ، ٣٥-٤٠) .

مقاييس الخطأ

مقاييس الخطأ هي عبارة عن المؤشر الذي يعبر عن الخطأ (الانحراف) ما بين القيمة الحقيقيه والقيمة المقدرة للمشاهدات ففي كل محاوله من محاولات دراسة الظاهره يستوجب قياس الخطأ لملاحظة مدى انحراف المشاهدة المقدرة عن المشاهدة الحقيقيه،والتي تفيد إمكانية وضع رؤية حقيقية عن التقديرات المستقبلية للتنبؤ بسلوك الظاهره لغرض اتخاذ القرار والاجراءات بشأنها في المستقبل

انواع مقاييس الخطأ: تنقسم المقاييس التي يمكن أن يقاس بها الخطأ اعتمادا على طبيعة المتطلبات التي تحددها المشكله المدروسة إلى نوعين :-

أولا:-المقاييس المطلقه Absolute measures

هي مقاييس تتعامل بتجرد فعلي مع الخطأ دون الدخول في نسبة الخطأ في المشكله المدروسة وهو أكثر عموميه من غيرها واقل دقه من باقي المقاييس وهو على انواع:

ا- مقياس متوسط الاخطاء Mean square error

هو عبارة عن مجموع الاخطاء لكل محاولات للظاهرة قيد الدرس مقسوما على عدد تلك المحاولات ويكتب بالصيغه الرياضيه(الاحصائيه) الاتيه:-

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n}$$

ب- متوسط مطلق الاخطاء Absolute mean error

هذا المقياس عبارة عن مجموع مطلق الاخطاء لكل المحاولات المدروسة للظاهره قيد الدرس مقسوما على عدد المحاولات ويكتب بالصيغه الرياضيه الاتيه:-

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^{n} |e_i|}{n}$$

ت- مجموع مربعات الخطأ Sum square error

وهو مجموع مربعات الخطأ لكل محاولات الظاهره قيد الدرس ويكتب بالصيغه الرياضيه الآتية

$$S.S.E = \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

ث- متوسط مربعات الخطأ Mean square error

هذا المقياس هو عبارة متوسط مربعات الخطأ لكل محاولات الظاهره قيد الدرس مقسوما على عدد تلك المحاولات

$$M.S.E = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n}$$

ح:- الانحراف المعياري للاخطاءStandard deviation error

وهو الجذر ألتربيعي لمجموع مربعات الخطأ لمحاولات الظاهره قيد الدرس مقسوما على عدد تلك المحاولات ناقص اثنان وهو من المؤشرات المهمة التي تبين جودة توفيق معادلة الانحدار بمعنى اخر دقة تمثيل معادلة الانحدار للعلاقة بين المتغيرين كما يستفاد من هذا المؤشر لدى اجراء المقارنة بين معادلتي انحدار أو أكثر حول نفس الظاهرتين في دراستين

$$S.D.E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2}}$$

مستقلتين.ويكتب بالصيغه الرياضيه الاتيه:-

(المشهداني ،هرمز، ١٩٨٩ ،ص٣٤٣)

ثانيا : المقاييس النسبية Relative measures

هي المقاييس التي تتعامل مع نسبة الخطأ المئوي لمحاولات الظاهره قيد الدرس وهي أكثر دقه من المقاييس المطلقه ومن أهمها:-

أ- مقياس الخطأ المئوي Percentage error

هو مقياس يقيس نسبة الخطأ المئوي في الظاهره قيد الدرس ويكتب بالصيغه الرياضيه الاتيه:-

$$P.E = \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{\sum_{1=i}^{n} (y_i - \hat{y}_i)} * 100\%$$

ب- مقياس متوسط الخطأ المئوي Mean percentage error

هو مقياس يقيس متوسط الاخطاء المئويه أي انه يجمع الاخطاء المئويه ويقسمها على عدد المحاولات للظاهره قيد الدرس ويكتب بالصيغه الرياضيه الآتية:-

$$M.P.E = \frac{\sum_{i=1}^{n} PE}{n}$$

ت- متوسط مطلق الخطأ المئوي Mean absolute error

وهو مقياس يقيس مجموع مطلق الاخطاء المئويه ويقسمها على عدد تلك المحاولات للظاهره قيد الدرس ويكتب بالصيغه الرياضيه الاتيه:-

$$M.A.P.E = \frac{\sum_{i=1}^{n} |PE|}{n}$$

المبحث الثاني

برمجة الأهداف واتخاذ القرار

التطورات المهمة في مجالي الاداره والتخطيط تشير إلى أن المنظمات والمجتمع أصبحت مجزأة إلى مجاميع ذات مصالح وقيم متعدده ليس لها هدف واحد محدد سائد.لذلك يكون من المهم للهدف الاساس لأي مشكلة قرار هو تحقيق التوازن بين المصالح عندما تكون الأهداف متعدده ومتضاربة لاقسام المنظمة.فبرمجة الأهداف هي نموذج رياضي يسعى لايجاد اقرب واحسن الحلول للقيم المحددة لعدد من أقسام المنظمة. بعبارة أخرى يهدف النموذج الرياضي لبرمجة الأهداف لتحقيق تقليل مجموع الانحرافات عن الأهداف المحددة مسبقا لادنى حد ممكن كما أن النموذج الرياضي الذي يعمل على تحقيق هذه الأهداف ضمن بيئة القرار هو الذي يحدد العناصر ألرئيسيه للنموذج وهي متغيرات القرار والقيود ودالة الهدف.أن أي تطور تكنولوجي يمكن التوصل اليه يجب أن يكون ملازم لاستقرار النظام من خلال التوازن المتحقق بين الأهداف المتعدده كالاستخدام الأمثل لمصادر الطاقه الطبيعيه عند السيطره على النمو السكاني أو توسع التعاون الدولي من اجل استقرار اقتصادي ... وغيرها من الأهداف.أن تقنية برمجة الأهداف هي امتداد للبرمجة الخطية تحاول إيجاد أفضل حل واجراء يمكن اتخاذه لمشكلات اتسمت بتعدد الأهداف وقد مثلت هذه التقنية أداة بشرت بنجاح تحليل القرار المتعلق بأهداف متعدده وعدت ذات مستوى متطور قدمت حلا معاصرا لنظام معقد ذي اهداف متضاربه ومتناقضة كما انها تحل المشاكل ذات الهدف الواحد(Taha,1997,p234)

اهمية برمجة الأهداف:أن حالة القرار لأي مشكله لها جوانب وأهداف متعدده عند حلها بطريقه تكون مقتصرة على تحقيق هدفا واحدا قد لا يعكس توجهات وحاجة المنظمة لانه ليس من الملائم دائما أو ممكنا أن يوضع معيار واحد يمكن الوصول به إلى القيمة المثلى التي تعبر دائما عن مدى تحقيق هدفا واحدا (دون أمكانية لتحقيق البقية)يتضح عندها القصور الذي واجهته طرق الامثليه (البرمجة الخطية والعددية)التي درست مشاكل القرار المتضمن معيار لقياس الأداء (لمعادلة الهدف)هذا أدى لظهور الحاجة لاستخدام الاسلوب الجديد (برمجة الأهداف) الذي يمكنه التعامل مع مشاكل القرارات التي تشمل اهداف متعدده غير متكافئة ومتناقضة حسب اهمية الأهداف وتكمن الاهميه القصوى لهذا النوع من البرمجة في إمكانيتها من التعامل مع المجاميع الاتيه من الأهداف:-

١ – الأهداف المتعارضة Conflicting Objectives

ترغب المنظمات في تحقيق العديد من الأهداف المتعارضة التي تطورت مع حاجتها ومع توجهاتها المستقبلية نتيجة للتداخل والتفاعل بين بيئة المنظمة الداخلية والخارجية فمثلا تقليل التكاليف وزيادة الخدمات المقدمه للعملاء إلى اقصى ما يمكن هي في مجملها اهداف متعارضه لانه من الناحية المنطقية كلما زاد مستوى الخدمات زادت التكاليف المرافقة لها.

٢- الأهداف ذات الابعاد المختلفةObjectives Having Different Dimensions

توضع الأهداف في اغلب الأحيان على شكل نوعين يمكن قياسهما بوحدات مختلفة ترتبط مع بعضها بجوانب متعدده بحيث يمكن لأحدها أن يؤثر على الآخر مثل تحقيق اقصى الارباح ،وزيادة الحصة من السوق لاقصى حد ممكن.

٣-الأهداف التي يصعب تحديدها كميا Difficult aims achieving quantities

هناك العديد من الأهداف لايمكن وضع قياسات رقميه لها (كميه) تعبر عن كميتها وعددها وبهذا يتعذر وضعها في نموذج البرمجة الخطي ويتطلب التعامل معها بشكل اخر يعطيها هيكلا ملائما لشكل النموذج الذي يمكننا من التعامل معها رياضيا .

أن هذا الاسلوب الذي يعد امتدادا للبرمجه الخطية يمكنه التعامل مع الأهداف باعتبارها واجبة التحقيق إلى درجة مطابقة ما امكن في حدود القيود العمليه للمشكلة فبدلا من أن يكون كل هدف جزء من معادلة الهدف يتم التعبير عنه على انه قيد .،تتضمن تلك المعادلة المتغيرات ألمعروفه بمتغيرات الانحراف التي تقيس مقدار انجاز الأهداف عن القيم الحقيقيه المستهدفة وبهذا تبرز اهمية برمجة الأهداف في تقليل هذه الانحرافات لاقصى مايمكن. (أبو زيد ومحرم،٢٠٠٦،ص١٥٦) أن الحالات الثلاث التي نقوم بها لتقليص المتغيرات الثلاثة في دالة الانجاز يمكن تلخيصها كما يلي :

المتغيرات الانحرافية المراد تخفيضها	الصيغه القياسية العامة للقيد	نوع القيد
u_i	$f_i = (\bar{x}) + v_i - u_i = b_i$	$f_i = (\bar{x}) \leq b_i$
v_i	$f_i = (\bar{x}) + v_i - u_i = b_i$	$f_i = (\bar{x}) \geq b_i$
$v_i + u_i$	$f_i = (\bar{x}) + v_i - u_i = b_i$	$f_i = (\bar{x}) = b_i$

وبما أن المتغيرات الانحرافيه لاتجتمع معا لذا فان احدهما أو كلاهما يساوي صفر أي أن: ($v_i * u_i = o$) كما ينطبق شرط عدم ألسالبيه على جميع المتغيرات اي أن($v_i, u_i \geq o$) (كاظم،٢٠٠٦،ص٧٢)

نموذج برمجة الأهداف:أن لمشكلة برمجة الأهداف المتعدده سواء كانت خطيه أو لا خطيه سواء حلت بأي طريقه كانت قد فسحت المجال لاستخدام النموذج في مجالات متعدده من الحياة الواقعية كتوزيع مصادر الطاقه،وتخطيط القوة العاملة وتخطيط وسائل الإعلان،وتحديد مستوى الصيانة للكمائن ....الخ فكل مجال من هذه المجالات يتطلب أن توضع المشكله بشكل نموذج يحدد فيه معالم المشكله وأهدافها وأولوياتها وهي تشترك جميعا بانه يمكن أن تحل كنموذج مفرد الهدف.ولإعداد النموذج نتبع بما يلي :-

١-تعين الأهداف بوضوح وتحدد القيم المستهدفه لها.

٢-يعبر عن الأهداف بصورة معادلة قيد تتضمن انحراف المتغيرات عن القيم المستهدفه والتي تمثل مقدار الزياده والنقص عن الهدف المطلوب.يتم تقليل متغيرات الانحراف في دالة الهدف (علما انها ليست متغيرات القرار الاصليه) ويتم صياغة قيود المشكله العمليه (كقيود الموارد والوقت.....الخ) وكذلك القيود على الهدف.وعند تحديد الأهداف الاصليه يؤخذ بنظر الاعتبار الحكم والتقدير الشخصي للا هميه النسبية للاهداف التي تم تحديدها

مسبقا في صياغة النموذج بحيث توضع اوزان معينه للاهداف حسب أهميتها ، وتكون هذه الأوزان كمعاملات لمتغيرات الانحراف في دالة الهدف .(أبو زيد ومحرم،٢٠٠٦،ص١٦٢)

٣- التعبير عن التقليل في معادلة الهدف التي تتضمن معادلة انحرافات فقط (متغيرات انحرافات وهي ليست متغيرات القرار الاصليه)

مداخل حل برمجة الأهداف

هناك عدة مداخل تستخدم لدراسة وحل مشاكل برمجة الأهداف وهي كما يلي:

١- **مدخل التطبيق العادي لاسلوب برمجة الأهداف :** بالرغم من وجود عدة اهداف توضحها البيانات الخاصه بالمشكلة(وترغب بها الجهة المستفيدة) يفترض هذا الاسلوب تحديد هدفا واحد يفوق جميع الأهداف الاخرى التي تمثل القيود تكون اهمية هذا الهدف تفوق اهمية باقي الأهداف الاخرى التي تعد قيودا تحدد بمستويات معينه فتظهر الموازنة التقديريه عند عرض القيود.ان صعوبة هذا المدخل تكمن في انه لا يتضمن أي توازن أو تبادلات (Trade-offs) بين الأهداف المختلفه ،ولكن يمكن أن يظهر الرضا عند تحقيق أي من الهدفين بدرجه اعلى من الآخر علما انه لاتوجد طريقه مباشره لتحقيق ذلك فربما نحتاج لتجربة العديد من القيود حتى يتم الوصول إلى حلول مرضيه لها.

٢- **تحديد التبادل بين الأهداف:** تعين المبادلات بين الأهداف يعد حلا ملائما لمشاكل تعدد الأهداف ،ويتم ذلك من خلال تحديد قيمة المنفعة(بالنقود) لكل هدف ثم يجري التبادل بين الهدفين معا على اساس ألكلفه(بالنقود) ،وهنا يمكننا من الوصول لاقصى قيمه لصافي المنافع ...يتوقف نجاح هذا المدخل في ألقدره على تحديد التبادلات الضرورية يرافقها صعوبة في تحديد المنفعة النقديه.

٣- **تطبيق برمجة الأهداف :** عند بناء النموذج الخاص بمشكلة برمجة الأهداف يتم فيه تحديد العوامل المرغوب فيها لكل هدف للوصول إلى الحد الادنى من قصور الانجاز عن تحقيق الأهداف (اقل انحراف عن كل هدف) حيث تكون الأهداف قد مثلت بمستويات معينة عاليه مرغوب فيها وهنا لايمكن أن تعالج جميع الأهداف معا وإنما بالتتابع.. أن متغيرات الانحراف التي زادت بها درجة تحقيق الأهداف عن الحد المطلوب هي التي تشكل دالة الهدف والمطلوب تقليلها (بالنقص) للوصول إلى مستوى الأهداف المرغوب فيها.فبساطة هذا المدخل واضحة من خلال وجود افتراض رئيسي هو أن وحدة الوفورات في النقد(عند الحديث عن المنفعة) تعطى نفس القيمة حيث تعطي معادلة الهدف اوزان متساوية لكل منها .أحيانا يكون من الأفضل أن نحدد المبادلات من خلال تقديرنا قيمة نقص الوحدات (الوفورات النقديه) واظهارها في دالة الهدف بمعاملات لمتغيرات الانحراف عند الحاجة لرفع تلك المتغيرات التي قلت عن مستوى الانجاز ويختلف هذا المدخل عن مدخل تحديد المبادلات من بعدين هما:الأول :أن هذا المدخل حدد للنموذج اهداف معينه واضحة ثم عين قيم مختلفه للانحرافات بالزيادة والنقص عن الأهداف ،وفي المدخل الثاني عينا وزن واحد لكل هدف يتم تطبيقه على المدى الكلي للقيم الممكنة.الثاني :في هذا المدخل نحدد معادلة الهدف بمقاييس الأهداف ذاتها بينما المدخل الثاني يجب أن نحسب صافي المنفعة لكل نشاط ثم بعد ذلك يتم إدخال المنافع الصافية في دالة الهدف ،ومن الجدير بالذكر أن مدخل برمجة الأهداف يؤدي إلى تسهيل التعرف على القيمة النسبية لكل من الأهداف المتعدده.

٤- **تحديد الاولويات:**يفترض هذا المدخل انه عند تحديدنا للتبادلات بين الأهداف المتعدده المختلفه نكون بحاجه لتحديد أولوية كل منها، ولا يهدف نظام تحديد الاولويات إلى المحاولة لتحقيق كل هدف بالتلازم وإنما إلى تحقيقها تباعا يتم ذلك من خلال الأهداف ذات الاولويات العليا.

خوارزمية برمجة الأهداف:هناك خوارزميتان تبين حل مشكلة برمجة الأهداف وكلا الطريقتين تتعامل مع عدد من الأهداف بدالة هدف واحده والطريقتين هما:-

١-ألطريقه الموزونه في أحيان كثيرة يضاف إلى الأهداف المعينة استخدام الحكم والتقدير الشخصي فيما يخص الاهميه النسبية للاهداف ألموضوعه علما أن هذه الأوزان تساعد فقط في تحديد كمي للتبادلات النسبية(Relative trade-offs) بين الأهداف المختلفه،ويتم ذلك بوضع اوزان معينه للاهداف تكون فيها هذه الأوزان كمعاملات لمتغيرات الانحراف في دالة الهدف التي عادة ما تكون دالة هدف واحدة يشكل الوزن مجموعة دوال تمثل اهداف المشكلة فاذا كان نموذج برمجة الأهداف يملك (n)من الأهداف ،والهدف (ith)أعطي كالاتي :-

$$(Min\, Z\ G_i\ \ ,,i=1,2,.....,n)$$

أن دوال الهدف المؤشرة استعملت طريقة الوزن المعروف كالاتي:-

$$(Min\ Z = w_1G_1 + w_2G_2 + ... + w_iG_n)$$

إذ أن:

$$w_i = 1,2,3,.....n$$

الوزن الموجب يعكس لصانع القرار أفضل الخيارات والاهميه النسبية لكل هدف هي في (w_i) فاذا كان ($w_i = 1$) يعني أن الاهميه متساويه في الوزن. (Taha,1997,p234)

٢ – طريقة الاسبقيات: تعتمد هذه ألطريقه البدء بالأسبقيات المهمة لاهداف المتطلبات الاهم ،والنموذج يستخدم هدف واحد في نفس الوقت وهذا النمط من القيم المثلى للاسبقيه لاتجرد أو تنزل من قيمة الاسبقيات الاقل وباستخدام عوامل الاولويه (Priority Factors) يكون بإمكاننا التأكيد على تحقيق الأهداف ذات الاولويه العالية بقدر الامكان قبل الأهداف الاقل في الاولويه(Taha,1997,p234)

أساليب حل برمجة الأهداف :هناك أسلوبان أساسيان مبنيان على اساس فكرة البرمجة الخطية تستعمل لحل برمجة الأهداف وهما :-

١- الاسلوب (الإجراء) التسلسلي يحل هذا الاسلوب مشكلة برمجة الأهداف عن طريق حل سلسة من نماذج البرمجه الخطية عند المرحله الأولى من الإجراء التسلسلي تكون الأهداف الوحيدة الموجوده ضمن نموذج البرمجه الخطية هي اهداف الاولويه الأولى ،ويتم تطبيق الاسلوب البسيط (Simplex method) الاعتيادي فاذا كان الحل الأمثل الناتج (وحيدا) سنستخدمه دون اخذ أي اهداف اضافيه أما في حالة وجود حلول مثلى متعدده ذات نفس القيمة المثلى لـ (z) ولتكن (z^*) سنقوم باضافة اهداف الاولويه الثانية للنموذج فاذا كان ($z^* = 0$) فيجب أن تكون كل المتغيرات ألمساعده التي تمثل الانحرافات التي تمثل الاولويه الأولى مساويه للصفر (وتعني إحرازا كاملا للاهداف)عندها يمكن حذف جميع هذه المتغيرات المساعدة من النموذج حيث يمكن استبدال محددات التساوي التي تحتوي على هذه المتغيرات بالتعابير الرياضيه (اللامساواة أو المعادلات) لاهداف الاولويه الأولى هذه لضمان استمرارية تحقيقها بالكامل.من جهة أخرى إذا كان ($z^* > 0$) فان نموذج المرحله الثانية سيقوم ببساطه باضافة اهداف الاولويه الثانية لنموذج المرحله الأولى (كما لو كانت هذه الأهداف الاضافيه اهداف ذات اولويه أولى) لكنها ايضا تقوم باضافة المحدد القائل بان دالة الهدف ذات المرحله الأولى تساوي (z^*) مما يمكننا مرة أخرى من حذف التعابير المتضمنه اهداف الاولويه الأولى من دالة الهدف ذات المرحلة الثانية بعد أن نطبق الاسلوب

البسيط ثانية ،وإذا كانت هناك حلول مثلى متعدده متبقية فسنعيد نفس العمليه لأي اهداف ذي مستويات اقل.Hillier&Lieberman,2001,p338)

٢- الاسلوب (الإجراء) الانسيابي:بدلا من حل سلسلة من نماذج البرمجة الخطية كالأسلوب التسلسلي هنا يمكن أن نجد حلا امثلا للنموذج عن طريق حل نموذج برمجه خطيه واحد فقط يستطيع تقليص عمل الاسلوب التسلسلي بجولة واحدة من الاسلوب المبسط تقوم هذه الجولة بنفس الوقت بإيجاد الحلول المثلى المبنيه على اهداف الاولويه الأولى وحسب الإجراءات المتبعة في الحل عن طريق تناول اهداف الاولويه المتدنية وذلك يتطلب تعديلا بسيطا.فعند وجود مستويين للاولويه فان التعديل الذي يطرأ على الاسلوب البسيط هو بالتحديد ما يسمى بأسلوب (BIG M) فبدلا من استبدال (M)برقم موجب ضخم قبل القيام بحل الاسلوب البسيط سنحتفظ بالكميه الرمزيه لـ (M)ضمن تسلسل جدول اللوحة البسيطة فان كل متجه (Coefficient) في صف الـ (٠) ولكل تكرار هو داله خطيه معينه (aM+b)إذ أن a : تمثل المعامل التضاعفي الحالي وb : تمثل التعبير التراكمي الحالي فتعتمد القرارات المبنيه على هذه المتجهات (بادخال المتغير الاساسي وفحص الامثليه حصرا على العوامل التضاعفيه وان أي قيود تكسر باستخدام التعابير التراكميه) أن الاسلوب الانسيابي يستخدم الحل بصورة تفاعليه عند استخدام طريقة الاسلوب المبسط (Simplex method) وانتقاء اسلوب (BIG M) تكون صيغة البرمجه الخطية للاسلوب الانسيابي ذي مستويين للاولويه تشمل جميع الأهداف الموجوده في النموذج عند الحل بالطريقه الاعتياديه بوجود اوزان الجزاء الاساسيه لـ (M)والـ (١) المخصصه للانحرافات عن اهداف الاولويه الأولى والثانيه على التوالي ،وعند الرغبه في اوزان الجزاء المختلفه ضمن نفس مستوى الاولويه تضرب اوزان الجزاء المختلفه المخصصه ضمن سياق المستوى واحد.(Hillier&Lieberman,2001,p332)

٣- **أكثر من مستويين للاولويه:**عند وجود أكثر من مستويين للاولويه (ولنقل P من مستويات الاولويه) فان الاسلوب الانسيابي سيعمم بطريقه مباشرة ،وان اوزان الجزاء الاساسيه للمستويات المطابقة تكون بالشكل الآتي:

$$m_1, m_2, m_3 \ldots\ldots\ldots\ldots m_{p-1}, 1$$

حيث يمثل الـ (m_1) عدد اكبر بصوره هائله من(m_2) و(m_2) اكبر بصورة هائله من(m_3)و..... و(m_p) اكبر بصورة هائله من الـ (١) أن كل متجه في صف الـ (٠)من كل جدول مبسط يعد الان داله لجميع هذه الكميات ، حيث يستخدم المعامل التضاعفي لـ (m_1) لاتخاذ القرارات اللازمه (Hillier&Lieberman,2001,p333)

المبحث الثالث/ الجانب العملي

بناء النماذج

بعد الفهم الكامل لمشكلة برمجة الأهداف التي نحن بصدد دراستها سنقوم ببناء نموذجين لكل منهما غرض معين .النموذج الأول يستخدم لتقليل مطلق الانحرافات والنموذج الثاني يستخدم لتقليل اكبر انحراف للقيم وبعدها يتم استخدام احد النماذج للتنبؤ بالطلب على المواد وتم توضيح ورسم العلاقة الخطية للطلب حسب الأشهر على المواد المخزنية بالشكل رقم (٢) وبياناته ألموضحه في الملحق رقم (١)،وفي هذه النماذج يتم تحديد الاولويات أو تحديد الوزن ضمن مستوى الاولويه الواحده ثم البحث عن حل يصغر مجموع الانحرافات لدوال الهدف عن اهدافها الخاصه هذا يعني أن متغيرات الزياده والتخفيض للقيود قد وضعت بدل وضيفة الهدف الواحد وهو ما يراد تحقيقه والنماذج هي:

١- **النموذج الأول:** الهدف من هذا النموذج هو لتقليل مطلق الانحرافات لقيم المشاهدة (Yi)عن القيمة المتنبأ بها باستخدام العلاقة الخطية الاتيه: ($Y_i = bX_i + a$) وكالاتي:

$$MinZ = \sum_{i=1}^{n} V_i + \sum_{i=1}^{n} U_i$$

$$S.TO$$

$$bX_1 + a + v_1 + u_{1=} Y_1$$
$$bX_2 + a + v_2 + u_2 = Y_2$$
$$..... \quad ... \quad ... \quad ... \quad . ...$$
$$..... \quad .... \quad .... \quad ... \quad . \quad ...$$
$$bX_n + a + v_n + u_n = Y_n$$
$$v_i \ , u_i \geq 0 \ ... \ a, b \quad U.R.S$$

إذ أن:
a : تمثل الميل الثابت.
b : تمثل الميل الحدي.
Y_i : القيمة الحقيقيه للمشاهدة i
X_i : تمثل قيمة المشاهدة i
v_i : تمثل قيمة الانحراف السالب عن القيمة الحقيقيه للهدف.
u_i : تمثل قيمة الانحراف الموجب

٢- **النموذج الثاني:** يهدف النموذج الثاني لتقليل مطلق اكبر انحراف للقيم المشاهدة (y_i) عن القيم المتنبأ بها ويأخذ النموذج الصيغه(William,1978,p134) الاتيه:

$$MinMax \quad [v_i, v_2 ..... v_n, u_1, u_2, ... u_n]$$
$$S.to$$
$$bX_1 + a + v_1 + u_{1=} Y_1$$
$$bX_2 + a + v_2 + u_2 = Y_2$$
$$..... \quad ... \quad ... \quad ... \quad . ...$$
$$..... \quad .... \quad .... \quad ... \quad . \quad ...$$
$$bX_n + a + v_n + u_n = Y_n$$
$$v_i \ , u_i \geq 0 \ ... \ a, b \quad U.R.S$$

إذ أن:
a : تمثل الميل الثابت. b : تمثل الميل الحدي. Y_i : القيمة الحقيقيه للمشاهدة i
X_i : تمثل قيمة المشاهدة I v_i : تمثل قيمة الانحراف السالب عن القيمة الحقيقيه للهدف.
u_i : تمثل قيمة الانحراف الموجب عن القيمة الحقيقيه للهدف.
عن القيمة الحقيقيه للهدف.
أن صيغة هذا النموذج غير خطيه ولغرض التعامل معها يجب تحويلها إلى نموذج خطي لأجل تحقيق ذلك نقوم بفرض متغير يكون اكبر أو يساوي متغير الانحراف الموجب الأول والثاني .....إلى المتغير (v_n)، وكذلك يكون هذا المتغير اكبر أو يساوي متغير الانحرافات السالب الأول والثاني...إلى المتغير الاخير (u_n) ، ومن ثم فرض أن

ذا المتغير يكون اكبر من اكبر متغير في متغيرات الانحرافات وكالاتي:

$$let$$
$$R = , Max[v_1, v_2, ...v_n, u_1, u_2, ...u_n\}$$
$$R \geq v_1$$
$$R \geq v_2$$
$$:$$
$$:$$
$$R \geq v_n$$
$$R \geq u_1$$
$$R \geq u_2$$
$$:$$
$$:$$
$$R \geq u_n$$
$$R, v_i, u_i \geq 0 \; ..a, b \;\; U.R.S$$

أن النموذج بهذا الشكل يكون قد اخذ الصيغه الخطية ويمكن معه التعامل ببساطه بطرق حل البرمجه الخطية، وهو يفيد في تقليل اكبر الانحرافات.

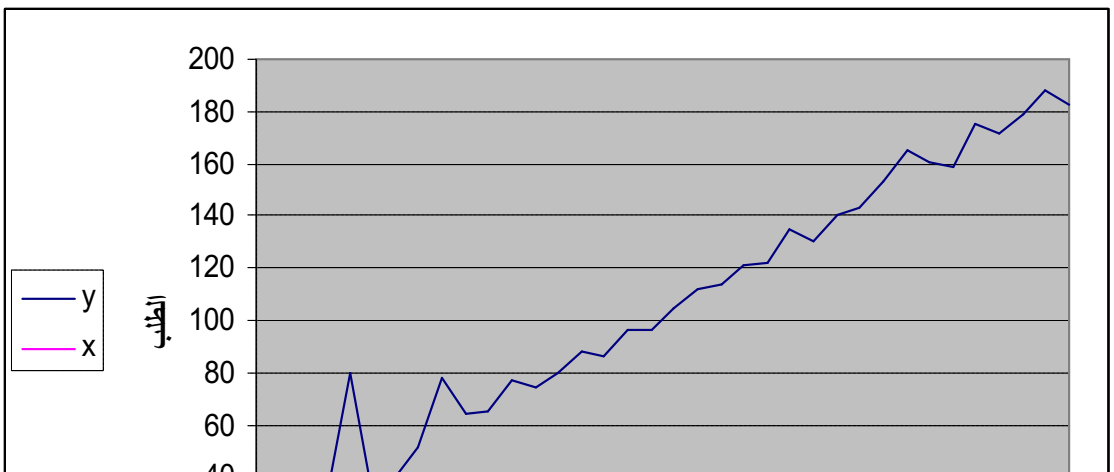
التنبؤ بالطلب على المواد المخزنيه

في هذه ألفقره سنستخدم احد نماذج برمجة الأهداف التي تم بنائها في ألفقره السابقه للتنبؤ بالطلب المستقبلي على احد المواد المخزنيه الموجوده في مخازن الشركه العامة لتوزيع كهرباء بغداد وهي المادة ذات الرمز(R-12-46) إذ توفرت بيانات لمدة ثلاث سنوات بصورة شهريه أمدها(٣٦) شهرا للطلب على تلك المادة ،والمدرجة تفاصيلها في الملحق رقم (١). يوضح الشكل رقم(٢) وجود الاتجاه العام التصاعدي للبيانات (عينة البحث) ،وعند استشارة المسؤولين عن السيطره المخزنيه في الشركه أوضحوا أن الاولويات والأهداف التي وضعتها الشركه تسعى لتحقيق هدفين اثنين هما:

١- عدم وجود عجز في الخزين قدر الامكان

٢- عدم الاحتفاظ بخزين يزيد عن الحاجة الفعليه للصيانة في الشركه بشكل كبير من اجل التقليل قدر الامكان من تكاليف الخزين .

ومن خلال المقابلات الشخصية مع المسؤولين عن المخازن تم إيضاح الاهميه النسبية للاهداف وان الشركه تركز على تحقيق الهدف الأول وتعطيه اهميه أكثر من الهدف الثاني بشكل اكبر وتعطيه نسبة (١:٦) هذا يعني أن الشركه تعتبر الهدف الأول أهم بست مرات من الهدف الثاني فوجدنا أن نموذج برمجه الأهداف الأول هو الأنسب لاستخدامه في هذه الحاله مع اعطاء وزن للهدف الأول يساوي ست أمثال الوزن المعطى للهدف الثاني واستنادا لذلك يكون نموذج برمجة الأهداف المعد لغرض تقدير المعالم (b,a) لأجل الطلب على المادة المخزنيه كالاتي:



$$Min \quad Z = 6\sum_{i=1}^{36} V_i + \sum_{i=1}^{36} U_i$$

$$S.TO$$

$$(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_1 - U_1 = 14$$
$$2(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_2 - U_2 = 21$$
$$3(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_3 - U_3 = 25$$
$$4(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_4 - U_4 = 31$$
$$5(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_5 - U_5 = 80$$
$$6(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_6 - U_6 = 34$$
$$7(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_7 - U_7 = 40$$
$$8(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_8 - U_8 = 51$$
$$9(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_9 - U_9 = 79$$
$$10(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{10} - U_{10} = 64$$
$$11(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{11} - U_{11} = 65$$
$$12(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{12} - U_{12} = 77$$
$$13(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{13} - U_{13} = 74$$
$$14(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{14} - U_{14} = 80$$
$$15(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{15} - U_{15} = 88$$
$$16(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{16} - U_{16} = 86$$
$$17(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{17} - U_{17} = 96$$
$$18(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{18} - U_{18} = 96$$
$$19(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{19} - U_{19} = 105$$
$$20(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{20} - U_{20} = 112$$
$$21(b_1 - b_2) + (a_1 + a_2) + V_{21} - U_{21} = 114$$
$$22(b_1 - b_2) + (a_1 + a_2) + V_{22} - U_{22} = 121$$
$$23(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{23} - U_{23} = 122$$
$$24(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{24} - U_{24} = 135$$
$$25(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{25} - U_{25} = 130$$
$$26(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{26} - U_{26} = 140$$
$$27(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{27} - U_{27} = 143$$
$$28(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{28} - U_{28} = 153$$
$$29(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{29} - U_{29} = 156$$
$$30(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{30} - U_{30} = 161$$
$$31(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{31} - U_{31} = 159$$
$$32(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{32} - U_{32} = 175$$
$$33(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{33} - U_{33} = 172$$
$$34(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{34} - U_{34} = 179$$
$$35(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{35} - U_{35} = 188$$
$$36(b_1 - b_2) + (a_1 - a_2) + V_{36} - U_{36} = 183$$
$$V_i, U_i, a_1, a_2, b_1, b_2 \geq 0$$

ان قيمة متغيرات القرار موضع الاهتمام (a,b) ستكون كما يلي

a= a1-a2

a= 11.13

b= b1-b2

b= 4.94

وبذلك سنتمكن من الحصول على التنبؤات المستقبلية للمادة المخزنيه (R-12-46) من خلال تعويض القيم المثلى لـ (a و b) بالعلاقة الخطية = تكون التنبؤات لفترة ١٢ شهر المقبلة من(٣٧ – ٤٨) وبالصورة التي تنسجم مع اهداف ادارة المخازن في الشركة كما يلي :

X_i	$\hat{y}_i$ المقدرة بطريقة GP	$\hat{y}_i$ المقدرة بطريقةols
37	**193.91**	**191.58**
38	**198.85**	**196.32**
39	**203.79**	**201.06**
40	**208.73**	**205.80**
41	**213.67**	**210.54**
42	**218.61**	**215.28**
43	**223.55**	**220.02**
44	**228.49**	**224.76**
45	**233.43**	**229.50**
46	**238.37**	**234.24**
47	**243.31**	**238.98**
48	**248.25**	**243.52**

الاستنتاجات

١- تعد طريقة (OLS)افضل طريقة لتقدير المعالم وكان ذلك واضحا من خلال الانحراف المعياري الاقل مقارنة بالطريقة الاخرى (GP) ويمكن اعتبارهما متساويتان بالدقة في تقدير المعالم اذا ما رجعنا بالمقارنة باستخدام الانحراف المعياري (S_{ols}=٩.٣) و(S_{GP}=٩.٧) ان ذلك الفرق القليل ناجم لاعتماد الطريقة المبسطه في الحل (Simplex

Method) التي تعتمد على تحسين الحل في كل خطوه بالارتكاز على احد المتغيرات بينما طريقة (OLS) اعتمدت على كل المتغيرات مرة واحدة وأعطت المعالم

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - n\overline{XY}}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}$$

( )و($\hat{\alpha} = \overline{Y} - \hat{b}\overline{X}$) وكان هذا واضح على قيم المعالم المقدرة فكانت قيمة الـ ($\hat{b}$) المستخرجة بطريقة (OLS) اقل من قيمة ($\hat{b}$) المستخرجة بطريقة (برمجة الاهداف) وقيمة لـ ($\hat{a}$)المستخرجة بطريقة(OLS) اكبر من قيمة ($\hat{a}$) المستخرجة بطريقة (برمجة الاهداف) وانعكس هذا التأثير على القيم المتنبأ بها لـ ($\hat{y}_i$)

٢-استخدام نماذج برمجة الأهداف لغرض تقدير معالم الانحدار واستخدمها في التنبؤ لم يتمكن من الحصول على تنبؤات أكثر دقة من النماذج ذات (المعالم المقدرة بطريقة(OLS) التي تعطي دائما افضل تقدير غير متحيز للمعالم المقدرة بالرغم من ان الفرق الواضح المقاس بين الطريقتين بواسطة الانحراف المعياري هو فرق قليل راجع للسبب في أعلاه ،ولكن استخدام هذه النماذج لغرض التنبؤ ينسجم وأهداف ادارة الشركه العامه لتوزيع كهرباء بغداد وذلك يعود لمرونة هذه النماذج وقابليتها على احتواء اكثر من هدف متعارض بشرط ان تكون مكتوبة بصيغه خطيه.

3-الدقة المحصل عليها للمعالم المقدره بطريقة برمجة الاهداف يعود على استخدام الطريقه المبسطه في الحل (Simplex Method) التي تعتمد على تحسين الحل في كل خطوه بالارتكاز على احد المتغيرات بينما في طريقة (OLS) يكون الحل معتمدا على متوسطات المتغيرات التي قد تتأثر بالقيم الشاذة(المتطرفة outliers) مما يعطي نتيجة غير دقيقه.

٤-القيم المتنبأ بها على الماده المخزنيه (R-12-46) لمدة (١٢) شهر القادمة بالشكل الذي يضمن تحقيق اهداف وتوجهات ادارة المخازن في الشركه العامه لتوزيع كهرباء بغداد كانت كما يلي:

الشهر	الطلب المتنبأ به
1	193.91
2	198.85
3	203.79
4	208.73
5	213.67
6	218.61
7	223.55
8	228.49
9	233.43
10	238.37
11	243.31
12	248.25

التوصيات:

١- نوصي ادارة مخازن الشركة العامة لتوزيع كهرباء بغداد باعتماد التنبؤات التي توصلت إليها الدراسة بالنسبة للمادة المخزنيه 46- 12- R ولمدة ١٢ شهر القادمة
٢- التركيز على استخدام نماذج برمجة الاهداف في الحصول على تنبؤات الطلب للمواد المخزنيه في الشركة لكون هذا الاسلوب يمكنها من الحصول على تنبؤات تضمن تحقيق موازنة بين اكثر من هدف متعارض
٣- نوصي للدراسات المستقبلية باستخدام نماذج البرمجة اللاخطيه في تقدير معالم نماذج التنبؤ غير الخطية.

المصادر

١- أبو زيد ومحرم،كمال خليفة وزينات محمد، ٢٠٠٦،"دراسات في استخدام بحوث العمليات في المحاسبة"المكتب الجامعي الحديث ،جامعة الا سكندريه.

٢- المشهداني وهرمز،محمود حسن وأمير حنا، ١٩٨٩،"الاحصاء"مديرية دار الكتب للطباعة والنشر ،جامعة بغداد.

٣- بخيت وفتح الله،حسين علي وسحر ،٢٠٠٢،"مقدمه في الاقتصاد القياسي"الدار الجامعية للطباعة والنشر الجامعية،جامعة بغداد.

٤- كاظم ،صفاء كريم، ٢٠٠٦،"استخدام برمجة الاهداف الخطيه لتخطيط طلبة التعليم العالي والتقني في محافظة المثنى"،مجلة الاداره والاقتصاد، الجامعة ألمستنصريه ،العدد ٥٩،ص٦٩-٧٨

5- Taha H. A. (1997), " An Introduction in Operation Research " 6th ed. ,percent-Hall-international inc.

6- Frederick s.Hillier& Gerald j.Lieberman, 2001,"Introduction to Operation research"7 t h ed ,McGrew-Hill Companies INC.

7- Williams H.P,(1978),"Model Building in Mathematical programming",1st ed. John Wiley & sons.

الملاحق:

الملحق (١)

الزمن :بالأشهر x_i	الطلب: بالوحدات y_i
1	14
2	21
3	25
4	31
5	80
6	34
7	40
8	51
9	78
10	64
11	65
12	77
13	74
14	80
15	88
16	86
17	96
18	96
19	105
20	112
21	114
22	121
23	122
24	135
25	130
26	140
27	143
28	153
29	165
30	161
31	159

32	175
33	172
34	179
35	188
36	183

الملحق (٢)

Goal Allowable Level Min. c(j)	Decision Allowable Variable Max. c(j(	Solution Value	Profit c(j)	Unit Cost or	Total Contribution	Reduced Cost
١	b1	٤.٩٤	٠	٠	٠	٥٣.٠٠
٢	b2	٠	٠	٠	٠	M
٣	a1	١١.١٣	٠	٠	٠	٢.٢١
٤	a2	٠	٠	٠	٠	M
٥	v1	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠ ٦.٠٠–	M
٦	u١	٢.٠٦	٦.٠٠	١٢.٣٨	٠ ٣.٣٦–	٨.٢٧
٧	v2	٠	٦.٠٠	٠	٢.٣٤ ٣.٦٦	M
٨	u2	٠	٦.٠٠	٠	٩.٦٦ ٣.٦٦–	M
٩	v3	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠ ٦.٠٠–	M
١٠	u3	٠.٩٤	٦.٠٠	٥.٦٣	٠ ٣.٩٧–	٨.٤٢
١١	v4	٠.١٣	٦.٠٠	٠.٧٥	٠ ٣.٥٠	١١.٥٠
١٢	u4	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠ ٦.٠٠–	M
١٣	v5	٤٤.١٩	٦.٠٠	٢٦٥.١٣	٠ ٣.٤١	٩.٦٧
١٤	u5	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠ ٦.٠٠–	M
١٥	v6	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠ ٦.٠٠–	M
١٦	u6	٦.٧٥	٦.٠٠	٤٠.٥٠	٠ ٣.٢٥	٨.٦٨
١٧	v7	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠ ٦.٠٠–	M
١٨	u7	٥.٦٩	٦.٠٠	٣٤.١٣	٠ ٣.٨٠	٨.٧٨
١٩	v8	٠.٣٨	٦.٠٠	٢.٢٥	٠ ٣.١٢	٧.٨٣
٢٠	u8	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠ ٦.٠٠–	M

٢١	v9	٢٣.٤٤	٦.٠٠	١٤٠.٦٣	٠	٣.٠٠	٧.٥٧
٢٢	u9	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٢٣	v10	٣.٥٠	٦.٠٠	٢١.٠٠	٠	٢.٨٨	٧.٣٨
٢٤	u10	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M	
٢٥	v11	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٢٦	u11	٠.٤٤	٦.٠٠	٢.٦٣	٠	٤.٧٨	٩.٢٦
٢٧	v12	٦.٦٣	٦.٠٠	٣٩.٧٥	٠	٢.٥٩	٧.١٠
٢٨	u12	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٢٩	v13	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٣٠	u13	١.٣١	٦.٠٠	٧.٨٨	٠	٥.٠٠	٩.٥٧
٣١	v14	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٣٢	u14	٠.٢٥	٦.٠٠	١.٥٠	٠	٥.٠٨	٩.٧٥
٣٣	v15	٢.٨١	٦.٠٠	١٦.٨٨	٠	٢.٠٥	٦.٨٥
٣٤	u15	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٣٥	v16	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٣٦	u16	٤.١٣	٦.٠٠	٢٤.٧٥	٠	٥.٢١	٩.٧٩
٣٧	v17	٠.٩٤	٦.٠٠	٥.٦٣	٠	٢.٤٧	٦.٧٣
٣٨	u17	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٣٩	v18	٠	٦.٠٠	٠	١٢.٠٠	٦.٠٠-	M
٤٠	u18	٤.٠٠	٦.٠٠	٢٤.٠٠	٠	٥.٣١	٩.٣١
٤١	v19	٠.٠٦	١.٠٠	٠.٠٦	٠	١.٠٠-	١.٦٥
٤٢	u19	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٤٣	v20	٢.١٣	١.٠٠	٢.١٣	٠	١.٠٠-	١.٦١
٤٤	u20	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٤٥	v21	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٤٦	u21	٠.٨١	١.٠٠	٠.٨١	٠	٠.٤٢	٣.٧٩
٤٧	v22	١.٢٥	١.٠٠	١.٢٥	٠	١.٠٠-	١.٥٥
٤٨	u22	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٤٩	v23	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٥٠	u23	٢.٦٩	١.٠٠	٢.٦٩	٠	٠.٤٨	٣.٥٢
٥١	v24	٥.٣٨	١.٠٠	٥.٣٨	٠	١.٠٠-	١.٥٠
٥٢	u24	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٥٣	v25	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٥٤	u25	٤.٥٦	١.٠٠	٤.٥٦	٠	٠.٥٢	٣.٣٠
٥٥	v26	٠.٥٠	١.٠٠	٠.٥٠	٠	١.٠٠-	١.٤٦
٥٦	u26	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M
٥٧	v27	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠-	M

٥٨	u27	١.٤٤	١.٠٠	١.٤٤	٠	٠.٥٦	٣.١٢
٥٩	v28	٣.٦٣	١.٠٠	٣.٦٣	٠	١.٠٠–	١.٤٢
٦٠	u28	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٦١	v29	١.٦٩	١.٠٠	١.٦٩	٠	٠.٩٦–	١.٤١
٦٢	u29	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٦٣	v30	١.٧٥	١.٠٠	١.٧٥	٠	٠.٨٩–	١.٣٩
٦٤	u30	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٦٥	v31	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٦٦	u31	٥.١٩	١.٠٠	٥.١٩	٠	٠.٦٢	٢.٨٣
٦٧	v32	٥.٨٨	١.٠٠	٥.٨٨	٠	٠.٧٧–	١.٣٧
٦٨	u32	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٦٩	v33	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٧٠	u33	٢.٠٦	١.٠٠	٢.٠٦	٠	٠.٦٥	٢.٧١
٧١	v34	٠	١.٠٠	٠	١.٦٦	٠.٦٦–	M
٧٢	u34	٠	١.٠٠	٠	٠.٣٤	٠.٦٦	M
٧٣	v35	٤.٠٦	١.٠٠	٤.٠٦	٠	٠.٦١–	١.٣٣
٧٤	u35	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٧٥	v36	٠	١.٠٠	٠	٢.٠٠	١.٠٠–	M
٧٦	u36	٥.٨٨	١.٠٠	٥.٨٨	٠	٠.٦٨	٢.٥٦

Goal Value (Min.) = ٦٩٤.٣١ (Alternate Solution Exists!!)

	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
	Goal 1						
١	C1	١٤.٠٠ =	١٤.٠٠	٠	–M	١٦.٠٦	٦.٠٠–
٢	C2	٢١.٠٠ =	٢١.٠٠	٠	٢٠.٦٠	٢١.١٣	٣.٦٦
٣	C3	٢٥.٠٠ =	٢٥.٠٠	٠	–M	٢٥.٩٤	٦.٠٠–
٤	C4	٣١.٠٠ =	٣١.٠٠	٠	٣٠.٨٨	M	٦.٠٠
٥	C5	٨٠.٠٠ =	٨٠.٠٠	٠	٣٥.٨١	M	٦.٠٠
٦	C6	٣٤.٠٠ =	٣٤.٠٠	٠	–M	٤٠.٧٥	٦.٠٠–
٧	C7	٤٠.٠٠ =	٤٠.٠٠	٠	–M	٤٥.٦٩	٦.٠٠–
٨	C8	٥١.٠٠ =	٥١.٠٠	٠	٥٠.٦٣	M	٦.٠٠

٩	C9	٧٩.٠٠	=	٧٩.٠٠	٠	٥٥.٥٦ M	٦.٠٠	
١٠	C10	٦٤.٠٠	=	٦٤.٠٠	٠	٦٠.٥٠ M	٦.٠٠	
١١	C11	٦٥.٠٠	=	٦٥.٠٠	٠	-M ٦٥.٤٤	٦.٠٠-	
١٢	C12	٧٧.٠٠	=	٧٧.٠٠	٠	٧٠.٣٨ M	٦.٠٠	
١٣	C13	٧٤.٠٠	=	٧٤.٠٠	٠	-M ٧٥.٣١	٦.٠٠-	
١٤	C14	٨٠.٠٠	=	٨٠.٠٠	٠	-M ٨٠.٢٥	٦.٠٠-	
١٥	C15	٨٨.٠٠	=	٨٨.٠٠	٠	٨٥.١٩ M	٦.٠٠	
١٦	C16	٨٦.٠٠	=	٨٦.٠٠	٠	-M ٩٠.١٣	٦.٠٠-	
١٧	C17	٩٦.٠٠	=	٩٦.٠٠	٠	٩٥.٠٦ M	٦.٠٠	
١٨	C18	٩٦.٠٠	=	٩٦.٠٠	٠	-M ١٠٠.٠٠	٦.٠٠-	
١٩	C19	١٠٥.٠٠	=	١٠٥.٠٠	٠	١٠٤.٩٤ M	١.٠٠	
٢٠	C20	١١٢.٠٠	=	١١٢.٠٠	٠	١٠٩.٨٨ M	١.٠٠	
٢١	C21	١١٤.٠٠	=	١١٤.٠٠	٠	-M ١١٤.٨١	١.٠٠-	
٢٢	C22	١٢١.٠٠	=	١٢١.٠٠	٠	١١٩.٧٥ M	١.٠٠	
٢٣	C23	١٢٢.٠٠	=	١٢٢.٠٠	٠	-M ١٢٤.٦٩	١.٠٠-	
٢٤	C24	١٣٥.٠٠	=	١٣٥.٠٠	٠	١٢٩.٦٣ M	١.٠٠	
٢٥	C25	١٣٠.٠٠	=	١٣٠.٠٠	٠	-M ١٣٤.٥٦	١.٠٠-	
٢٦	C26	١٤٠.٠٠	=	١٤٠.٠٠	٠	١٣٩.٥٠ M	١.٠٠	
٢٧	C27	١٤٣.٠٠	=	١٤٣.٠٠	٠	-M ١٤٤.٤٤	١.٠٠-	
٢٨	C28	١٥٣.٠٠	=	١٥٣.٠٠	٠	١٤٩.٣٨ M	١.٠٠	
٢٩	C29	١٥٦.٠٠	=	١٥٦.٠٠	٠	١٥٤.٣١ M	١.٠٠	
٣٠	C30	١٦١.٠٠	=	١٦١.٠٠	٠	١٥٩.٢٥ M	١.٠٠	
٣١	C31	١٥٩.٠٠	=	١٥٩.٠٠	٠	-M ١٦٤.١٩	١.٠٠-	
٣٢	C32	١٧٥.٠٠	=	١٧٥.٠٠	٠	١٦٩.١٣ M	١.٠٠	
٣٣	C33	١٧٢.٠٠	=	١٧٢.٠٠	٠	-M ١٧٤.٠٦	١.٠٠-	
٣٤	C34	١٧٩.٠٠	=	١٧٩.٠٠	٠	١٧٨.٣٣ ١٧٩.١٢	٠.٦٦-	
٣٥	C35	١٨٨.٠٠	=	١٨٨.٠٠	٠	١٨٣.٩٤ M	١.٠٠	
٣٦	C36	١٨٣.٠٠	=	١٨٣.٠٠	٠	-M ١٨٨.٨٨	١.٠٠-	

ملحق رقم ٣

نتائج نموذج الانحدار الخطي البسيط GP

شهر x	طلب y	b^	α	ŷ=α+b^x	e=yi-ŷ	ei^2(h)	PE%	ABS(PE)
1	14	4.94	11.13	16.07	-2.07	4.2849	-3.3078	3.3078
2	21			20.97	0.03	0.0009	0.0479	0.0479
3	25			25.89	-0.89	0.7921	-1.4222	1.4222
4	31			30.81	0.19	0.0361	0.3036	0.3036
5	80			35.73	44.27	1959.8329	70.7415	70.741
6	34			40.65	-6.65	44.2225	-10.6264	10.626
7	40			45.57	-5.57	31.0249	-8.9006	8.9006
8	51			50.49	0.51	0.2601	0.8150	0.815
9	79			55.41	23.59	556.4881	37.6957	37.696
10	64			60.33	3.67	13.4689	5.8645	5.8645

0.3995	-0.3995	0.0625	-0.25	65.25			65	11
10.914	10.9140	46.6489	6.83	70.17			77	12
1.7418	-1.7418	1.1881	-1.09	75.09			74	13
0.016	-0.0160	1E-04	-0.01	80.01			80	14
4.9057	4.9057	9.4249	3.07	84.93			88	15
6.1521	-6.1521	14.8225	-3.85	89.85			86	16
1.9655	1.9655	1.5129	1.23	94.77			96	17
5.8965	-5.8965	13.6161	-3.69	99.69			96	18
0.6232	0.6232	0.1521	0.39	104.61			105	19
3.9469	3.9469	6.1009	2.47	109.53			112	20
0.7191	-0.7191	0.2025	-0.45	114.45			114	21
2.6047	2.6047	2.6569	1.63	119.37			121	22
3.6593	-3.6593	5.2441	-2.29	124.29			122	23
9.2522	9.2522	33.5241	5.79	129.21			135	24
6.5996	-6.5996	17.0569	-4.13	134.13			130	25
1.5181	1.5181	0.9025	0.95	139.05			140	26
1.55	-1.5500	0.9409	-0.97	143.97			143	27
22.196	-22.1956	192.9321	-13.89	148.89			135	28
17.881	17.8811	125.2161	11.19	153.81			165	29
3.6274	3.6274	5.1529	2.27	158.73			161	30
7.4305	-7.4305	21.6225	-4.65	163.65			159	31
10.275	10.2748	41.3449	6.43	168.57			175	32
2.381	-2.3810	2.2201	-1.49	173.49			172	33
0.9428	0.9428	0.3481	0.59	178.41			179	34
7.4624	7.4624	21.8089	4.67	183.33			188	35
8.3893	-8.3893	27.5625	-5.25	188.25			183	36
282.77	100.0000	3202.6764	62.58	المجموع				
7.8548		88.963233		المتوسط			μ(y)	μ(x)
		9.7053563		الانحراف المعياري			103.9	18.5

ملحق رقم ٤ الانحدار الخطي البسيط ols

ABS(PE)	PE%	ei^2(h)	e=yi-ŷ	ŷ=α+b^x	α	b^	x2	xy	طلب y	شهر x
17350	17350	48.164	-6.94	20.94	16.2	4.74	1	14	14	1
11700	11700	21.902	-4.68	25.68			4	42	21	2
13550	13550	29.376	-5.42	30.42			9	75	25	3
10400	10400	17.306	-4.16	35.16			16	124	31	4
100250	-100250	1608	40.1	39.9			25	400	80	5
26600	26600	113.21	-10.64	44.64			36	204	34	6
23450	23450	87.984	-9.38	49.38			49	280	40	7
7800	7800	9.7344	-3.12	54.12			64	408	51	8
50350	-50350	405.62	20.14	58.86			81	711	79	9
1000	-1000	0.16	0.4	63.6			100	640	64	10
8350	8350	11.156	-3.34	68.34			121	715	65	11
9800	-9800	15.366	3.92	73.08			144	924	77	12
9550	9550	14.592	-3.82	77.82			169	962	74	13
6400	6400	6.5536	-2.56	82.56			196	1120	80	14
1750	-1750	0.49	0.7	87.3			225	1320	88	15
15100	15100	36.482	-6.04	92.04			256	1376	86	16
1950	1950	0.6084	-0.78	96.78			289	1632	96	17
13800	13800	30.47	-5.52	101.52			324	1728	96	18
3150	3150	1.5876	-1.26	106.26			361	1995	105	19
2500	-2500	1	1	111			400	2240	112	20
	4350	4350	3.0276	-1.74	115.74		441	2394	114	21
	1300	-1300	0.2704	0.52	120.48		484	2662	121	22
	8050	8050	10.368	-3.22	125.22		529	2806	122	23
	12600	-12600	25.402	5.04	129.96		576	3240	135	24
	11750	11750	22.09	-4.7	134.7		625	3250	130	25
	1400	-1400	0.3136	0.56	139.44		676	3640	140	26
	2950	2950	1.3924	-1.18	144.18		729	3861	143	27
	34800	34800	193.77	-13.92	148.92		784	3780	135	28
	28350	-28350	128.6	11.34	153.66		841	4785	165	29
	6500	-6500	6.76	2.6	158.4		900	4830	161	30
	10350	10350	17.14	-4.14	163.14		961	4929	159	31

32	175	5600	1024	167.88	7.12	50.694	-17800	17800
33	172	5676	1089	172.62	-0.62	0.3844	1550	1550
34	179	6086	1156	177.36	1.64	2.6896	-4100	4100
35	188	6580	1225	182.1	5.9	34.81	-14750	14750
36	183	6588	1296	186.84	-3.84	14.746	9600	9600
666	3740	87617						
				المجموع	-0.04	2972.2	100	505000
μ(x)	μ(y)			المتوسط	-0.0011	82.562		14027.8
19	104	87617	16206	الانحراف المعياري		9.3498		

This document was created with Win2PDF available at http://www.win2pdf.com.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.