تحديد توزيع الاحتمال لوقت الاشتغال لحين حصول توقفات في مكائن الطواحين للخطوط الإنتاجية لمعمل الاسمنت الأبيض في الفلوجة

م.م قاسم ناصر حسين
كلية الإدارة والاقتصاد
جامعة تكريت

المستخلص:

يتناول هذا البحث تقدير المعالم ودالة المعولية للتوزيع الاحتمالي الذي يدرس نسب الفشل التي تظهر في التجارب الحياتية(توزيعوويبل للفشل). حيث اختبر توزيع البيانات ووجد انه توزيع ويبل بمعلمةقياس(θ) ومعلمة شكل(λ)والتي سنعتبرها معلومة.

وطرق تقدير المعلمات هي طريقة الإمكانالأعظم, ومقدربيز , ومقدرات وايت يتم تقدير متوسط وقت الاشتغال لحين الفشل, وكذلك تقدير معولية التوزيع . إن تقدير متوسط وقت الاشتغال لحين الفشل يعتبر مهم جدا لتحديد سياسة الصيانة التي يجب أن تقوم بها المنشأة للحد أو منع تكرار مثل هذه التوقفات.

Determine the probability distribution of the time to engage until get stops in the mills machines for production lines for white cement plant in Fallujah

Abstract

This paper deals with estimating theparameters and reliability function of the well-known distribution of studying of failure rate which appears in life testing experiments (Weibull Failure Model). The estimation method are maximum likelihood and white estimator and bayes estimator using proposed prior distribution for scale parameter (Θ)where the shape parameter (λ) is considered known. All the results are obtained through simulation experiment which is designed for the purpose.

1- المقدمة:

إن البيانات المتجمعة لدينا والتي تمثل أوقات اشتغال مكائن الطواحين بالساعات لحين حصول الفشل ولمدة شهر في معمل الفلوجة وهو من المعامل الحكومية التابعة لوزارة الصناعة والمعادن التي تنتج مادة الاسمنت الأبيض وبعد اختبار رسم هذه البيانات واختبار المنحنى الناتج وجد انه يمثل توزيع ويبل ذي المعلمتين (λθ,(حيث تشير (θ) إلى معلمة القياس و(λ) إلى معلمة الشكل وكما سنوضح في الجانب التطبيقي من البحث . لذا ارتأينا استخدام توزيع ويبل ذي المعلمتين ومن ثم تقدير معلماته بطريقة الإمكانالأعظم ومقدرات وايت المستندة على المربعات الصغرى ومقدرات بيز , ومن ثم افترضنا ان معلمة الشكل (λ) معلومة وان معلمة القياس (θ) متغير عشوائي له توزيع أولي مقترح , ثم تم اشتقاق مقدر بيز باعتماد دالة خسارة تربيعية وكذلك قدرتدالة المعولية بعد استخراج المعلمات المقدرة (1977Stone, G.C., and G. Van Heeswijk,). إن الهدف الأساسي من هذه المقدرات هو التوصل إلى أفضل تقدير لمتوسط وقت الفشل حيث وجدنا أن متوسط وقت الفشل E(T) يعتمد على المعلمات المقدرة (Paritosh Bahattachrya,) (λ,θ) 2010)وان تقدير هذا المتوسط مهم جدا لكي تتمكن الإدارة من رسم سياسة خاصة بالصيانة الوقائية لمنع تكرار هذه التوقفات ثم اعتماد الجانب التجريبي أولا للحصول على أفضل المقدرات ثم عكس هذه المقدرات ذات اقل متوسط مربعات خطأ ممكن على الجانب التطبيقي من البحث .

2- هدف البحث

يهدف البحث الى تقدير معلمات توزيع الوقت المستغرق لحين الفشل للمعدات التي تشملالطواحين في معمل الاسمنت الأبيض في الفلوجة , وقد وجد أن اختبار توزيع هذا الوقت هوتوزيع ويبل ذي المعلمتين (, λθ), حيث يتم تقدير المعلمات بطريقة الإمكانالأعظم ومقدر بيز من خلال توزيع أولي مقترح لمعلمة القياس(θ) ومقدرات وايت للمعلمتين (, λθ), ثم تقدر دالة المعولية وكذلكيستخرج متوسط توزيع الفشل باعتباره مؤشر مهم جدا في عمليات الصيانة .

3- الجانبالنظري:

تعرف الدالة الاحتمالية لتوزيع ويبل المستمر (وهو احد التوزيعات الاحتمالية الممثلة لتوزيع أوقات فشل المعدات وغيرها) (Johanson , 1995) بالدالة رقم (1)

وان الدالة الاحتمالية التجميعية هي :

$$F(t;(\theta,\lambda)) = 1 - e^{-\frac{t^{\lambda}}{\theta}} \quad \ldots\ldots\ldots 2$$

وان دالة المعولية

$$\int_t^{\infty} f(t)\,dt = e^{-\frac{t^{\lambda}}{\theta}} \quad \ldots 3 \qquad = (R (t) = pr (T > t$$

وكذلك تعرف دالة معدل الفشل (Hazard rate) لهذا التوزيع بالمعادلة

$$\frac{f(t)}{R(t)} = (h(t$$

$$\frac{\lambda}{\theta} t^{\lambda-1} = \qquad 4 \quad \ldots\ldots$$

وهي دالة متزايدة عندما $\lambda > 1$

ومتناقصة عندما $\lambda < 1$

وثابتة عندما $\lambda = 1$

إن الصيغة العامة للعزم الرائي لهذا التوزيع هي :

$$(\frac{r}{\lambda} + E(T^r) = \theta^{\frac{r}{\lambda}} \Gamma (1$$

$$(\frac{r}{\lambda} + \Gamma (1$$

$$\theta^{\frac{2}{\lambda}}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\lambda}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)\right] \quad = \text{Var}(T) = E(T^2) - (E(T))^2$$

طرائق تقديرمعلمة القياس ودالة المعولية :

3-1 – مقدر الإمكانالأعظم

لتكن لدينا عينة عشوائية تمثل أوقات الفشل $(T_1 , T_2 , ... ,T_n)$ من توزيع ويبل المعرف بالدالة (1) فان دالة الإمكانالأعظم(Kundu, and Raqap, , (2005), pp.187-200)هي::

((L ((t1 ,t2 , ……,tn)), (λ , θ) = λ , θ

$$\frac{\lambda^n}{\theta n}\prod_{i=1}^{n} t_i^{\lambda-1} e^{-\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i^{\lambda}}{\theta}} =$$

وبإدخال اللوغاريتم نحصل على :

$$(LnL = nLn\lambda - nLn\theta + (\lambda - 1 \sum_{i=1}^{n} Lnt_i - \sum_{i=1}^{n}\frac{t_i^{\lambda}}{\theta} \quad \dots\dots\dots 5$$

وعند اشتقاق المعادلة (5) بالنسبة الى (θ) باعتبار λمعلومةفان:

$$\frac{\partial Lnl}{\partial\theta} = \sum_{i=1}^{n}\frac{t_i^{\lambda}}{\theta^2} - \frac{n}{\theta} \quad \dots\dots\dots 6$$

وعند مساواة المعادلة رقم (6) مع الصفر يكون مقدر الإمكانالأعظم هو :

$$\theta_{MLE}^{\wedge} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\lambda}\right)}{n}$$

ولكن أن افترضنا أن (λهيالأخرى غير معلومة) فان مقدرها بطريقة الإمكانالأعظم هو

$$\frac{\partial \mathbf{LnL}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \frac{n}{\lambda} + \sum_{i=1}^{n} Lnt_i + \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\lambda}\, Ln(t_i)}{\theta} = \mathbf{0} \quad \dots 7$$

والمعادلة (7) غير خطية يمكن حلها بالطرق العددية لإيجاد المقدر ^λولكنإذا افترضنا أن λمعلومةفانمقدردالةالمعوليةبطريقةالإمكانالأعظم هو :

$$R^{\wedge}(t) = e^{\left(\frac{t^{\lambda}}{\theta_{MLE}^{\wedge}}\right)}$$

2-3- مقدرات وايت:

تعتمد هذه المقدرات على توظيف اسلوب الانحدار الخطي البسيط واعتماد مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية لتقدير المعلمتين(λθ,) حيث أن الدالة الاحتمالية التراكمية لتوزيع ويبل هي (c . d .f) :

$$e^{-\frac{t_i^{\lambda}}{\theta}} - F(\quad) = 1 \qquad t_i$$

$$e^{-\frac{t_i^{\lambda}}{\theta}} = 1 - F(t_i)$$

وبأخذ اللوغاريتم للطرفين :

وبأخذ اللوغاريتم ثانيا :

وعند المقارنة مع معادلة الانحدار الخطي البسيط :

E (

..... 8

نجد أن :

علما أن مقدري المربعات الصغرى لنموذج الانحدار الخطي البسيط هو :

$$\beta^{\square} = \frac{\left(\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}\right)}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad \dots \quad 10$$

$$\alpha^{\square} = \bar{y} - \beta^{\square}\bar{x} \quad \dots \quad 11$$

بعد تطبيق البرنامج تقدر $\alpha^{\square}, \beta^{\square}$ ومن ثم نعتمد عليهما في الحصول على $\lambda^{\square}, \theta^{\square}$

3-3- مقدر بيز للمعلمة θ:

أما المقدر الثالث للمعلمة θإذا اعتبرنا أن λمعلومة , والمعلمة θ هي متغير عشوائي له توزيع أولي(Prior Distribution) فهو مقدر بيزفإذا افترضنا أن التوزيع الأولي هو

) g

فان المقدر بيز للمعلمة θ هو

$$d_1 = \theta^{\square}_{Bayes} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\lambda} + a}{n + c - 2} \quad \dots\dots\dots\dots 13$$

وان مقدر دالة المعولية لتوزيع ويبل عندما λمعلومةو θ مقدرة حسب مقدر بيز هو:

$$R^{\square}_{\text{Bayes}} = \left(1 + \frac{t^{\lambda}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\lambda} + a}\right) \quad \dots \quad 14$$

ولبرهان مقدر بيز نعرف أولا دالة الإمكانالأعظم

$$t_1 . t_2 , \dots . , t_n | \lambda . \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i ; \lambda , \theta)$$

) L

أما الدالة الاحتمالية المشتركة(f^{θ} . d . p)joint فهي : $t_1 , t_2 , \dots\dots , t_n,$

$$t_1 , t_2 , \dots\dots , t_n,)H^{\theta}) \left[\prod_{I=1}^{n} f(t_i|\theta)\right] g(\theta) =$$

=

$$\frac{\lambda^n k}{\theta^{n+c}} \prod_{i=1}^{n} t_i^{\lambda-1} e^{-\frac{\left(\sum[t_i^{\lambda}+a)\right]}{\theta}} \quad \dots \quad =15$$

ومنها نجد الدالة الحدية (of marginal p.d.f $t_1, t_2, \dots\dots, t_n,$)

$$= (f(t_1, t_2, \dots\dots, t_n \int_0^{\infty} H(\mathbf{t_1}, \mathbf{t_2}, \dots\dots, \mathbf{t_n}, \theta) d\theta$$

وبعد استخراج هذه الدالة نوجد التوزيع اللاحق

(Posterior distribution of θ given the data $(t_1, t_2, \dots\dots, t_n$

$$\theta| \quad = (H(\quad t_1, t_2, \dots\dots, t_n \frac{\mathbf{H(t1, t2, \dots\dots, tn}, \theta)}{P(\mathbf{t1, t2, \dots\dots, tn})}$$

الآن نبين كيفية تكامل المعادلة رقم (15) بالنسبة ل □ لايجاد الدالة الحدية:

$$\lambda^n$$

$$f(t_1, t_2, \dots\dots, t_n) = \quad k \prod t_i^{\lambda-1} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)}{\theta}}}{\theta^{n+c}} d\square$$

لتكن :

$$= Z$$

$$\theta = \frac{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)}{\mathbf{z}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{d\theta} = \frac{-\sum[(t_i^{\lambda}] + a)}{z^2}\, dz$$

وعليه فان:

$$\int_0^{\infty} [\frac{e^{-z}}{\left(\frac{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)}{[\frac{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)}{\mathbf{z}}]}\right)_{]n+c}} (-]\frac{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)}{z^2}\Bigg] dz$$

$$\frac{-1}{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)^{n+c-1}} \int_0^{\infty} z^{n+c-2} e^{-\square} \quad =$$

dz

$$\frac{-1}{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)^{n+c-1}} \Gamma(n+c-1) \quad =$$

وطبقا لذلك يكون التوزيع اللاحق:

$$\theta \mid \frac{\frac{\lambda^n k}{\theta^{n+c}} \Pi t_i^{\lambda-1} e^{-\frac{\left(\sum[t_i^{\lambda}+a)\right]}{\theta}}}{\lambda^n \mathbf{k} \prod t_i^{\lambda-1} \frac{-\Gamma(n+c-1)}{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)^{n+\square-1}}} = (H(\quad t_1 , t_2 , \ldots\ldots , t_n$$

$$-= (H(\theta \mid t_1 , t_2 , \ldots\ldots , t_n$$

$$\frac{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)^{n+c-1}}{\Gamma(n+c-1)\theta^{n+c}} e^{-\frac{(\sum[t_i^{\lambda}+a)]}{\theta}} \quad \ldots \quad 16$$

وطبقا لدالة الخسارة التربيعية $(^2\text{Loss} = (\theta^{\square} - d$ يكون مقدر بيز للمعلمة $\square$

باعتبار أن المعلمة λ معلومة هو :

$$d_2 = \theta^{\square\square}{}_{Bayes} = \frac{\sum[(t_i^{\lambda}] + a)}{n+c-2} \quad \ldots \quad 17$$

4- الجانب التطبيقي:

في خط إنتاجي لإنتاج الاسمنت الأبيض في معمل الاسمنت الأبيض في الفلوجة / قسم الطواحين سحبت بيانات تمثل أوقات الاشتغال (بالساعات) لحين حصول الفشل في الطواحين الخاصة بالمعمل مكونة من (50) مشاهدة مدرجة في الجدول أدناه :

جدول رقم (1) اوقات الفشل بالساعات

$X_1 = 0.1707$	$X_{26} =$ 2.4932	$X_{45} =$ 8.3961
$X_2 = 0.1711$	$X_{27} =$ 2.5407	$X_{46} =$ 8.7991
$X_3 = 0.2296$	$X_{28} =$ 3.1654	$X_{47} =$ 9.0179
$X_4 = 0.3403$	$X_{29} =$ 3.2169	$X_{48} =$ 9.3794
$X_5 = 0.3881$	$X_{30} =$ 3.2528	$X_{49} =$ 10.6381
$X_6 = 0.4128$	$X_{31} =$ 3.2977	$X_{50} =$ 13.0483
$X_7 = 0.5118$	$X_{32} = 3.3370$	$X_{45} =$ 8.3961
$X_8 = 0.7897$	$X_{33} =$ 3.6377	$X_{46} =$ 8.7991
$X_9 = 1.0281$	$X_{34} =$ 3.6508	$X_{47} =$ 9.0179
$X_{10} = 1.1611$	$X_{35} =$ 3.9253	$X_{48} =$ 9.3794
$X_{11} =$ 1.1705	$X_{36} =$ 3.9984	$X_{49} =$ 10.6381
$X_{12} =$ 1.2200	$X_{37} =$ 4.0501	$X_{50} =$ 13.0483
$X_{13} =$ 1.3529	$X_{38} =$ 4.0535	$X_{45} =$ 8.3961
$X_{14} =$ 1.4339	$X_{39} =$ 4.3865	$X_{46} =$ 8.7991

X_{15} = 1.6652	X_{40} = 4.7968	X_{47} = 9.0179
X_{16} = 1.8150	X_{41} = 4.8111	X_{48} = 9.3794
X_{17} = 1.8182	X_{42} = 6.0944	X_{49} = 10.6381
X_{18} = 1.8723	X_{43} = 6.6311	X_{50} = 13.0483
X_{19} = 1.9905	X_{44} = 8.1778	

وقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات المذكورة في الجدول رقم (1) ووجد انها تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين ($\lambda, \square$) WE وقد قدرت معلمة القياس □ بطرائق مختلفة هي (الامكان الاعظم , مقدر بيز , مقدر وايت) اما معلمة الشكل □ فقد اعتبرت معلومة , وبعد الحصول على افضل المقدرات للمعلمة □, قدرت معولية المكائن وكما هو مبين في الجدول ادناه :

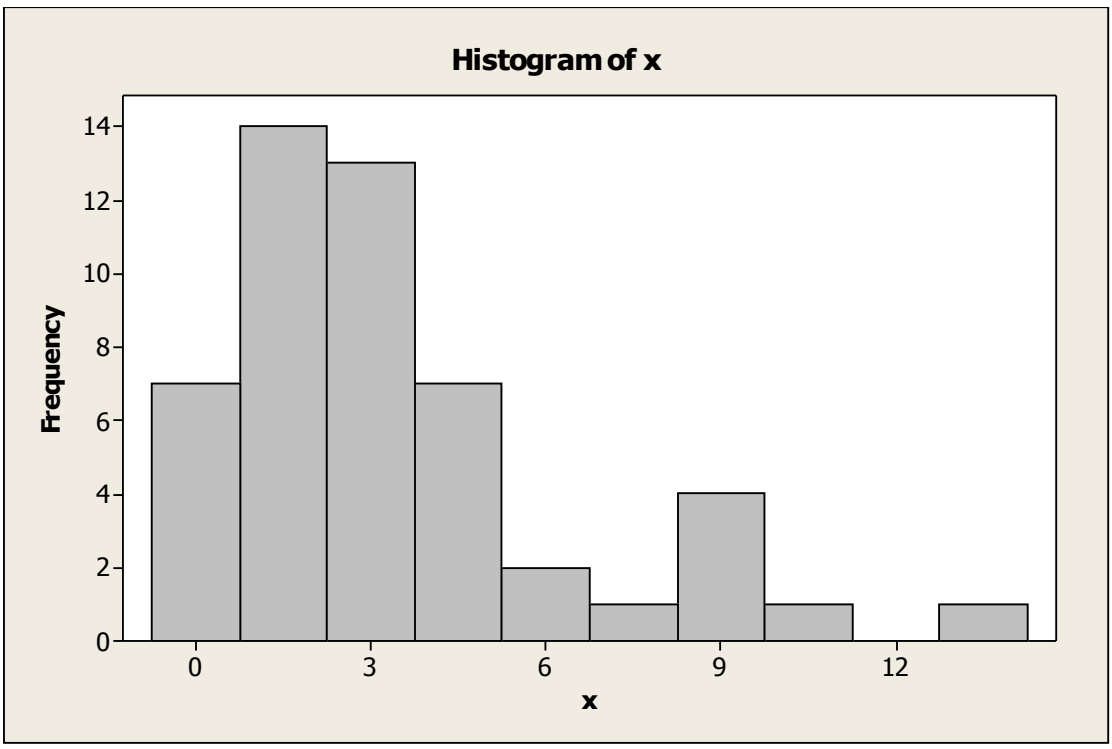
جدول رقم (2) مقدرات معولية المكائن

% 49.4175 = $\hat{R}_{ML}$□
$\hat{R}_{Bayas} = 48.1488$ %
$\hat{R}_{W} = 45.9621$ %

Descriptive Statistics: x

Variable	N	CumPct	Mean	SE Mean	TrMean	StDev
x	50	100	3.442	0.422	3.147	2.986

Variance	CoefVar	Sumof Squares	Minimum	Median	Maximum
8.914	86.73	1029.292	0.171	2.492	13.048

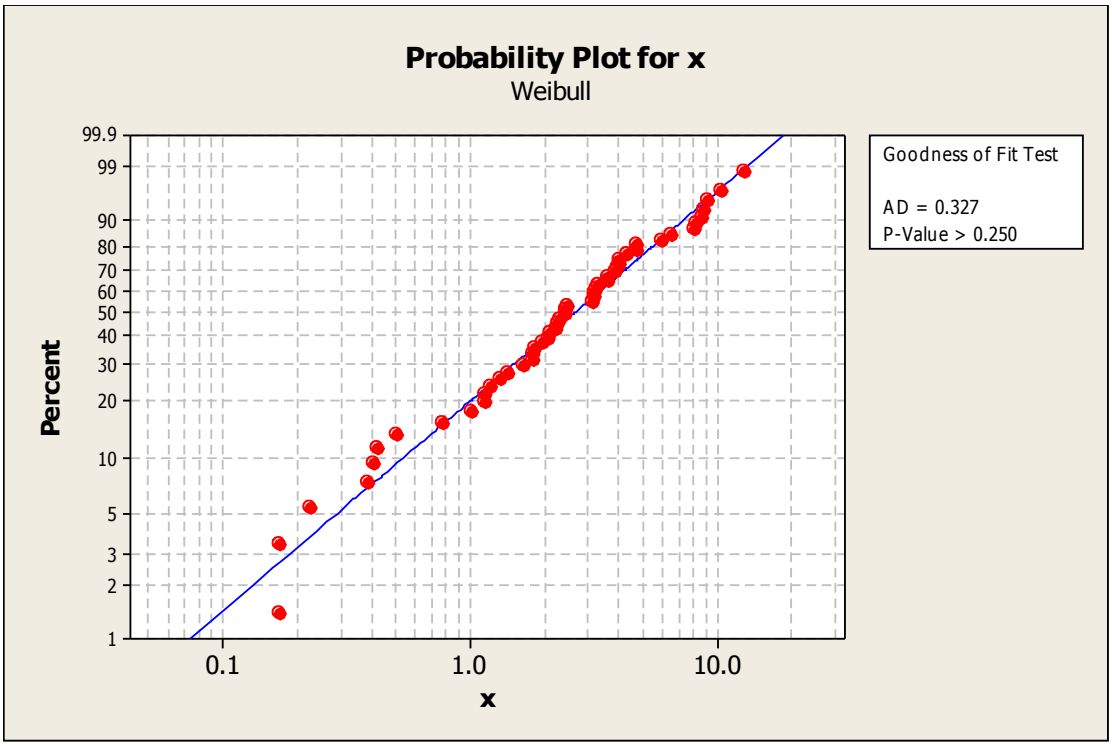


Goodness of Fit Test :

Distribution	AD	P
Weibull	0.327	> 0.250

ML Estimates of Distribution Parameters :

Distribution	Shape	Scale
Weibull	1.17888	3.64630



4– نتائج المحاكاة:

تم إجراء تجارب المحاكاة لمقارنة معلمة القياس(□) للتوزيع الاحتمالي ومن ثم تقدير دالةالمعولية . تمت مقارنة معلمة القياس باستخدام متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولدالة المعولية متوسط مربعات الخطأ المتكامل (IMSE) ومن خلال الجدول رقم (3) ولحجم عينة (n=10)) نلاحظ أن المقدر الذي حصل على اقل (MSE) هو (d_2) ويليه (MLE) ويليه(مقدرات وايت (WE) (White estimator))) والأخير هو(d_1) وهو مقدر بيز لذلك يكون (d_2) ذو التقديرالأدنى هو الأفضل من بين المقدرات الأربعة ولحجم عينة (n = 10) . ومن الجدول رقم (4) نفس النتائج عكست على تقدير المعولية حيث امتلك (d_2)أقل (IMSE)) ثم (MLE) ثم (WE) وأخيرا (d_1) . ولكل القيم المختارة للمعالم كانت (d_2) والتي تمتلك اقل (MSE) هي الأفضل ثم الإمكانالأعظم ثم (WE) وأخيرا (d_1) كذلك تقدير المعولية أخذ الترتيب (d_1 , d_2 , WE MLE,) ولحجم عينة (n = 100)

5– الاستنتاجات:

ان ساعات الفشل او التوقف تتبع توزيع ويبل لذلك تعد مؤثرة في عمليةالانتاج وان تقدير متوسط وقت الاشتغال لحين الفشل يعتبر مهم جدا لتحديد سياسة الصيانة التي يجب ان تقوم بها المنشأه للحد من تكرار هذه التوقفات مع مراعات جدولة الاوقات اللازمة لاجراء الصيانة بناءا على ساعات التوقف

المصادر

1-Johanson, N., L.,Kotz, S. and Blackrishnan , N. (1995) , " continuous univariate distributions " , Vol.1, Second Edition , Johan Wiley and Sons Inc. , Newyork .

2-Kundu, D. and Raqap, M.Z., (2005), "Generalized Rayleigh distribution" different methods of estimation.Computational statistic and data analysis, vol. 49, pp.187-200.

3- Stone,G.C., and G. Van Heeswijk,"Parameter estimation for the Weibull distribution", IEEE trans. On Elect.Insul. , Vol.EI – 12, No. 4 Augest1977.

4- ParitoshBahattachrya, (2010), "A study on Weibull distribution for estimating the parameters", Vol. 5, No.2, Journal of applied quantitative methods.

الجداول

Table (3): Estimator of (θ) by MLE, WE. d_1 and , d_2 with MSE for each ($n = 10$).

A	θ	β	Methods of Estimations							
			MLE	MSE	WE	MSE	d1	MSE	d2	MSE
0.01	0.5	0.01	0.196987	0.009269	1.727740	0.151556	5.467630	2.467840	4.947160	1.977800
		0.05	0.195113	0.009393	1.734610	0.153396	1.257350	0.057470	1.137660	0.040750
		1.00	0.194049	0.009448	1.736650	0.153787	0.256760	0.006010	0.232320	0.007240
		1.50	0.196688	0.009288	1.728920	0.151902	0.242000	0.006750	0.218960	0.007980
	1.5	0.01	0.197512	0.169750	1.727940	0.006201	5.468190	1.574760	4.947650	1.188730
		0.05	0.197513	0.169737	1.726670	0.006021	1.259880	0.005870	1.139950	0.013050
		1.00	0.199737	0.169163	1.720280	0.005724	0.262740	0.153180	0.237730	0.159420
		1.50	0.197492	0.169737	1.725650	0.005839	0.242850	0.158140	0.219730	0.163990
	2.5	0.01	0.197397	0.530293	1.727420	0.060604	5.468070	0.881050	4.947540	0.599130
		0.05	0.197703	0.530147	1.725880	0.060775	1.260080	0.153840	1.140130	0.185010
		1.00	0.198258	0.529889	1.723980	0.061039	0.261190	0.501330	0.236320	0.512500
		1.50	0.198260	0.529892	1.724370	0.061017	0.243650	0.509210	0.220460	0.519710
	3	0.01	0.196549	0.786022	1.729260	0.162333	5.467170	0.608790	4.946740	0.379060
		0.05	0.198047	0.785198	1.726700	0.163173	1.260440	0.302720	1.140450	0.345890
		1.00	0.197319	0.785611	1.729140	0.162563	0.260200	0.750770	0.235430	0.764380
		1.50	0.195983	0.786344	1.731480	0.161825	0.241260	0.761170	0.218290	0.773870
0.05	0.5	0.01	0.195331	0.009384	1.734340	0.153351	5.454420	2.454740	4.936180	1.968060
		0.05	0.195203	0.009395	1.734980	0.153534	1.254810	0.057090	1.135580	0.040490
		1.00	0.196861	0.009284	1.728830	0.151895	0.259170	0.005900	0.234550	0.007130
		1.50	0.196225	0.009318	1.730480	0.152291	0.241010	0.006810	0.218110	0.008030
	1.5	0.01	0.198377	0.169519	1.724460	0.005927	5.457610	1.566380	4.939070	1.182810
		0.05	0.196324	0.170053	1.730670	0.006245	1.255980	0.006060	1.136650	0.013290
		1.00	0.196241	0.170071	1.730540	0.006205	0.258520	0.154230	0.233960	0.160370
		1.50	0.196574	0.169990	1.730070	0.006220	0.241370	0.158520	0.218440	0.164330
	2.5	0.01	0.194267	0.531744	1.738000	0.059126	5.453300	0.872310	4.935170	0.593100
		0.05	0.196656	0.530632	1.729770	0.060303	1.256330	0.154770	1.136970	0.185870
		1.00	0.194556	0.531601	1.736140	0.059314	0.256750	0.503320	0.232360	0.514310
		1.50	0.197734	0.530139	1.726330	0.060748	0.242590	0.509700	0.219540	0.520140
	3	0.01	0.194245	0.787332	1.738220	0.160275	5.453280	0.601970	4.935150	0.374580
		0.05	0.195538	0.786591	1.732440	0.161541	1.255160	0.304550	1.135900	0.347570
		1.00	0.197899	0.785275	1.726320	0.163176	0.260260	0.750720	0.235530	0.764320
		1.50	0.194496	0.787174	1.735480	0.160772	0.239190	0.762300	0.216470	0.774890
1.0	0.5	0.01	0.195562	0.009361	1.732860	0.152925	5.195560	2.204920	4.723240	1.783650
		0.05	0.197901	0.009223	1.726320	0.151357	1.197900	0.048800	1.089000	0.034770
		1.00	0.196307	0.009320	1.730690	0.152365	0.246310	0.006530	0.223920	0.007700
		1.50	0.195587	0.009373	1.734500	0.153525	0.228920	0.007450	0.208110	0.008610
	1.5	0.01	0.197154	0.169835	1.727690	0.006034	5.197150	1.366990	4.724690	1.039940
		0.05	0.197897	0.169656	1.727020	0.006141	1.197900	0.009240	1.089000	0.016980
		1.00	0.194294	0.170581	1.736760	0.006544	0.244290	0.157770	0.222090	0.163380
		1.50	0.195253	0.170329	1.733600	0.006362	0.228590	0.161740	0.207810	0.167050
	2.5	0.01	0.195982	0.530943	1.731530	0.059974	5.195980	0.726930	4.723620	0.494530

		0.05	0.195317	0.531250	1.733940	0.059679	1.195320	0.170310	1.086650	0.199830
		1.00	0.196782	0.530568	1.728330	0.060377	0.246780	0.507790	0.224350	0.517930
		1.50	0.197801	0.530116	1.727200	0.060731	0.231130	0.514880	0.210120	0.524440
	3	0.01	0.193726	0.787622	1.740520	0.159843	5.193720	0.481350	4.721570	0.296470
		0.05	0.196454	0.786074	1.729110	0.162313	1.196450	0.325360	1.087680	0.365770
		1.00	0.195525	0.786601	1.732910	0.161484	0.245520	0.758810	0.223200	0.771140
		1.50	0.194398	0.787248	1.738340	0.160321	0.227730	0.768660	0.207030	0.780160
1.5	0.5	0.01	0.195927	0.009335	1.731100	0.152407	5.069200	2.087840	4.618600	1.696360
		0.05	0.198719	0.009173	1.723580	0.150625	1.169480	0.044910	1.065530	0.032060
		1.00	0.196350	0.009313	1.730250	0.152243	0.240340	0.006830	0.218980	0.007970
		1.50	0.195920	0.009343	1.732070	0.152751	0.223660	0.007730	0.203780	0.008850
	1.5	0.01	0.196589	0.169988	1.730360	0.006273	5.069840	1.274470	4.619190	0.973010
		0.05	0.197793	0.169673	1.726690	0.006094	1.168580	0.011080	1.064700	0.019030
		1.00	0.198549	0.169471	1.723860	0.005913	0.242490	0.158220	0.220930	0.163680
		1.50	0.197028	0.169869	1.728430	0.006116	0.224740	0.162720	0.204770	0.167840
	2.5	0.01	0.196696	0.530616	1.729670	0.060288	5.069950	0.660550	4.619290	0.449210
		0.05	0.196994	0.530484	1.729210	0.060391	1.167800	0.177570	1.063990	0.206290
		1.00	0.197203	0.530394	1.729230	0.060435	0.241170	0.510330	0.219740	0.520050
		1.50	0.197505	0.530236	1.726270	0.060702	0.225210	0.517550	0.205190	0.526680
	3	0.01	0.197435	0.785531	1.727250	0.162908	5.070670	0.428860	4.619940	0.262500
		0.05	0.199773	0.784218	1.719760	0.164726	1.170510	0.334790	1.066460	0.373930
		1.00	0.194799	0.787011	1.735480	0.160868	0.238830	0.762500	0.217600	0.774250
		1.50	0.198078	0.785163	1.724460	0.163520	0.225770	0.769720	0.205700	0.780880

Table (4): Integrated MSE for Reliability Estimator ($n = 10$**o**).

A	θ	β	IMSE of Reliability			
			MLE	WE	d1	d2
0.01	0.5	0.01	0.0013555	0.0022873	0.0003098	0.0002928
		0.05	0.0013521	0.0022853	0.0006430	0.0006629
		1.00	0.0013540	0.0022863	0.0013173	0.0013299
		1.50	0.0013554	0.0022872	0.0013292	0.0013414
	1.5	0.01	0.0066957	0.0000084	0.0007526	0.0007797
		0.05	0.0066795	0.0000081	0.0049428	0.0049978
		1.00	0.0066973	0.0000084	0.0066162	0.0066439
		1.50	0.0066895	0.0000083	0.0066311	0.0066584
	2.5	0.01	0.0081091	0.0000295	0.0012713	0.0013065
		0.05	0.0081038	0.0000296	0.0061786	0.0062400
		1.00	0.0081112	0.0000294	0.0080213	0.0080521
		1.50	0.0081128	0.0000294	0.0080486	0.0080786
	3	0.01	0.0084121	0.0000509	0.0013930	0.0014298
		0.05	0.0084149	0.0000508	0.0064506	0.0065134
		1.00	0.0084147	0.0000508	0.0083227	0.0083543
		1.50	0.0084235	0.0000505	0.0083582	0.0083888
0.05	0.5	0.01	0.0013553	0.0022872	0.0003095	0.0002925
		0.05	0.0013502	0.0022845	0.0006416	0.0006615
		1.00	0.0013559	0.0022874	0.0013196	0.0013321
		1.50	0.0013527	0.0022859	0.0013267	0.0013390

	1.5	0.01	0.0066891	0.0000083	0.0007509	0.0007780
		0.05	0.0066887	0.0000083	0.0049560	0.0050109
		1.00	0.0066821	0.0000082	0.0066007	0.0066288
		1.50	0.0066831	0.0000082	0.0066250	0.0066525
	2.5	0.01	0.0081118	0.0000294	0.0012729	0.0013082
		0.05	0.0081125	0.0000294	0.0061922	0.0062535
		1.00	0.0081114	0.0000295	0.0080221	0.0080529
		1.50	0.0081169	0.0000293	0.0080535	0.0080834
	3	0.01	0.0084164	0.0000507	0.0013954	0.0014323
		0.05	0.0084053	0.0000511	0.0064404	0.0065032
		1.00	0.0084118	0.0000509	0.0083204	0.0083520
		1.50	0.0084086	0.0000510	0.0083433	0.0083742
1.0	0.5	0.01	0.0013508	0.0022847	0.0003033	0.0002865
		0.05	0.0013570	0.0022880	0.0006587	0.0006785
		1.00	0.0013547	0.0022868	0.0013244	0.0013367
		1.50	0.0013543	0.0022865	0.0013341	0.0013462
	1.5	0.01	0.0066739	0.0000081	0.0007593	0.0007865
		0.05	0.0066801	0.0000081	0.0049703	0.0050248
		1.00	0.0066918	0.0000083	0.0066243	0.0066517
		1.50	0.0066774	0.0000081	0.0066323	0.0066595
	2.5	0.01	0.0081168	0.0000293	0.0012913	0.0013267
		0.05	0.0081085	0.0000295	0.0062164	0.0062772
		1.00	0.0080931	0.0000299	0.0080178	0.0080485
		1.50	0.0081061	0.0000296	0.0080567	0.0080864
	3	0.01	0.0084205	0.0000506	0.0014145	0.0014515
		0.05	0.0084175	0.0000507	0.0064863	0.0065485
		1.00	0.0084209	0.0000506	0.0083450	0.0083758
		1.50	0.0084175	0.0000507	0.0083672	0.0083974
1.5	0.5	0.01	0.0013552	0.0022870	0.0002973	0.0002807
		0.05	0.0013582	0.0022886	0.0006649	0.0006847
		1.00	0.0013543	0.0022866	0.0013270	0.0013392
		1.50	0.0013514	0.0022850	0.0013343	0.0013463
	1.5	0.01	0.0066847	0.0000082	0.0007690	0.0007963
		0.05	0.0066793	0.0000081	0.0049833	0.0050376
		1.00	0.0066946	0.0000083	0.0066341	0.0066612
		1.50	0.0066842	0.0000082	0.0066461	0.0066728
	2.5	0.01	0.0081189	0.0000293	0.0013009	0.0013364
		0.05	0.0081095	0.0000295	0.0062323	0.0062928
		1.00	0.0080985	0.0000298	0.0080312	0.0080615
		1.50	0.0081019	0.0000297	0.0080599	0.0080894
	3	0.01	0.0084183	0.0000507	0.0014228	0.0014599
		0.05	0.0084132	0.0000508	0.0064964	0.0065583
		1.00	0.0084170	0.0000507	0.0083488	0.0083794
		1.50	0.0084156	0.0000508	0.0083729	0.0084028