

اختبار صحة عملية التفاعل بين المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار المتعدد

أ.د. عباس ناجي العبيدي

الملخص:

يستخدم الباحثون، عادة، أربعة طرق من أجل احتساب اثر التفاعل بين المتغيرات التوضيحية في معادلة الانحدار المتعدد، وهي طرق التفاعل الخام والمركزة والتعامد والترميز، ثم اختيار الطريقة الأفضل من بين الطرق حسب الاختبارات الاقتصادية والإحصائية والقياسية. وهذا العمل يتطلب جهداً ووقتاً ومالاً في تحضير البيانات وتقدير المعلمات وتحليل ومقارنة النتائج وأخيراً اختيار المعادلة الأفضل. ومن أجل الاقتصاد في تلك التكاليف، اقترح في البحث اختباراً أو إجراءات لاختبار صحة عملية التفاعل بين المتغيرات التوضيحية، ويمكن للباحثين الاستمرار في احتساب التفاعل إن كانت عملية التفاعل صحيحة، وإلا يجب التوقف دون تضییع الوقت والجهد والمال. يتكون الاختبار المقترح من أربع خطوات بسيطة، فإن كانت الثلاث الأولى منها معنوية، يمكن للباحث أن يستمر في احتساب التفاعل كخطوة رابعة وأخيرة وهي تقدير معادلة الانحدار المتعدد للمتغير المعتمد y على المتغيرات المستقلة X, Z وعلى حد التفاعل بينها XZ . وتم الحصول على نتائج ممتازة عندما طبق هذا الاختبار على بيانات بسيطة تتكون من ٢٠ مشاهدة.

Abstract:

For calculation the interaction terms between the independent variables in the multiple regression, the researchers usually use four methods at least: the raw data method, the centering data method, the orthogonal method and coding data method.

The calculations mentioned above cost the researchers, time, efforts and money, in preparing data, estimating the equations or parameters, analyzing and comparing the results and finally choosing the best equation.

For economizing these costs, I propose, in the actual paper, a test or an procedure for testing the validity of the interaction process. The researcher can continue his calculation if the interaction process is valid, else he can stop without waste his time, efforts and money.

My test consists of four steps:

- Estimating a simple regression equation of y on the first independent variable x .
- Estimating a simple regression equation of y on the second independent variable z .
- Estimating a multiple regression equation of y on both x, z .

If the three equations estimated by the steps above are significant, the researcher can continue his calculation, as in the step four below:

- Estimating a multiple regression equation of y on the independent variables x, z and on the interaction variable xz .

I practice this test on a simple data with twenty observations and I was got an excellent results.



المبحث الأول

المقدمة

على الرغم من ان العديد من الكتاب والباحثين قد تناولوا ضرورة بناء وقياس اثر التفاعل بين المتغيرات التوضيحية وكيفية استخدام وتفسير آثار تلك التفاعلات في معادلة الانحدار المتعدد ، بدءا من ستينيات القرن الماضي ، حيث اهتم عدد كبير من الباحثين بهذا الموضوع تنظيرا وتطبيقا^١ ، وعلى الرغم من أن الطرق المقترحة من قبل الكتاب أعلاه في حساب التفاعل هي طرق متنوعة ، وتتطلب الكثير من الدقة والوقت في التقدير والاختبار والمقارنة ، أي انها تتطلب جهودا مضيئة علاوة على أعبائها المالية والزمن اللازم لانجازها . غير انه لم يشر احد من الباحثين إلى ضرورة إجراء اختبار صحة عملية التفاعل قبل الاستمرار في احتسابه بالطرق المختلفة ، لئلا تضيق تلك الجهود بدون طائل في حالة عدم صحة التفاعل.

مشكلة البحث :

عند حساب التفاعل بين المتغيرات المستقلة في الانحدار المتعدد ، لا بد من استخدام أربعة طرق مختلفة في ذلك ، وهي طريقة التفاعل باستخدام البيانات الخام وطريقة التفاعل باستخدام البيانات الممرزة ، وطريقة التفاعل المتعامد وأخيرا طريقة الترميز ، ثم اختيار أفضل طريقة من بين الطرق المذكورة بعد إجراء المقارنة بينها. وهذا يتطلب وقتا وجهدا ومالا خاصة في عملية تهيئة البيانات الخاصة بكل طريقة ومن ثم تقدير المعادلات وإجراء الاختبارات وعقد المقارنات ، وقد يذهب هذا الجهد هباءا إذا لم تكن عملية التفاعل صحيحة حيث يرجع الباحث إلى المربع الأول بتخليه عن حساب التفاعل ، والاكتفاء بتقدير معادلة الانحدار التقليدية بدون تضمين التفاعلات فيها.

فرضية البحث :

يفترض البحث أنه يمكن معالجة المشكلة أعلاه بتطبيق اختبار مقترح خاص لاختبار صحة عملية التفاعل قبل الولوج في العمليات المعقدة لحسابه وفق الطرق المذكورة أعلاه ، عليه :

- يمكن الاستمرار في عمليات حساب التفاعل ان كانت نتيجة اختبار صحة التفاعل ايجابية أي إن عملية التفاعل بين المتغيرات المستقلة هي عملية صحيحة ، وبالتالي يتم تضمين حدود التفاعل في معادلة الانحدار.
- او التوقف عن ذلك إن كانت نتيجة الاختبار سلبية أي أن عملية التفاعل بين المتغيرات المستقلة هي عملية غير صحيحة .

هدف البحث :

لذا فان الهدف الأساس من هذا البحث هو توفير الوقت والجهد والمال على الباحثين الذين يهتمون بإدخال التفاعلات بين المتغيرات المستقلة في معادلات الانحدار التي يستخدموها في بحوثهم عن طريق تزويد الباحثين باختبار بسيط الاحساب لاختبار صحة التفاعل قبل الاستمرار في عملية احتسابه.

أسلوب ومنهجية البحث :

تم استخدام التحليل النظري في القسم الاول من البحث وذلك لتغطية الجانب المفاهيمي والنظري من البحث ثم انتقلنا الى اسلوب التحليل الكمي القياسي عندما نتطلب الامر ذلك في الجانب التطبيقي من البحث.

هذا وتم تقسيم البحث إلى عدة مباحث ، يضم المبحث الأول هذه المقدمة والتي تختص باستعراض أهمية البحث وتحديد مشكلته وفرضيته وهدفه ومنهجيته ، أما المبحث الثاني فسيركز

على تناول الإطار النظري لعملية بناء أو تكوين اختبار صحة التفاعل بين المتغيرات المستقلة ، في حين سيتناول المبحث الثالث عملية تطبيق هذا الاختبار على بيانات افتراضية، وأخيرا سوف يهتم المبحث الرابع بالنتائج التي توصل إليها البحث والمقترحات المبنية على أساس تلك النتائج.

المبحث الثاني

الإطار النظري لعملية بناء أو تكوين اختبار صحة التفاعل بين المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار المتعدد

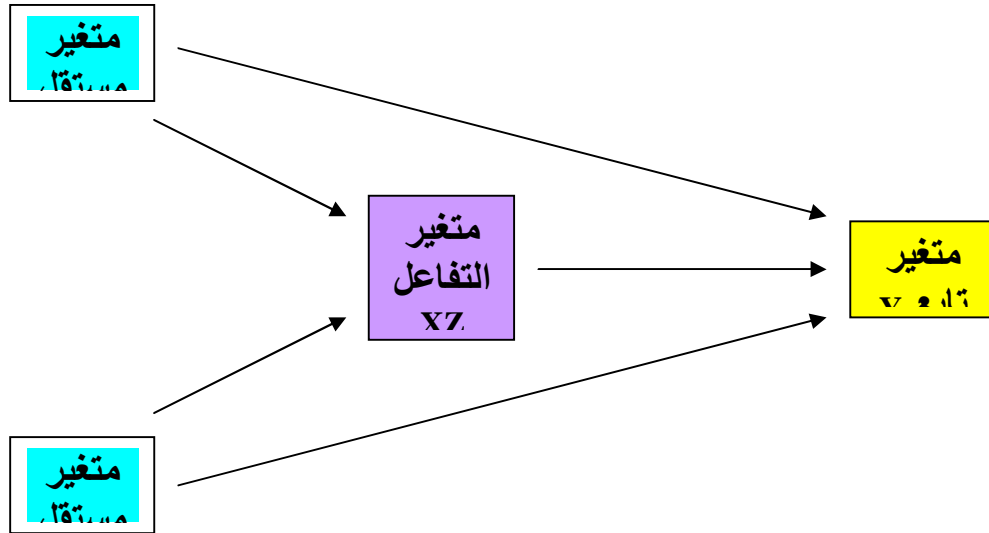
أولا - معنى التفاعل :

يتضح التفاعل Interaction بين المتغيرات المستقلة ، في أبسط صورته ، بمتغير مستقل جديد ناتج عن ضرب المتغيرات المستقلة ببعضها ، فلو كان لدينا المتغير المستقل الأول X والمتغير المستقل الثاني Z فان التفاعل بينهما هو حاصل ضرب الأول في الثاني والذي ينتج عنه المتغير المستقل الجديد XZ الخاص بالتفاعل حيث أن القيمة المقدرة لمعلمة هذا المتغير ، توضح اثر التفاعل بين المتغيرين المذكورين أي الأول والثاني في المتغير التابع Y (انظر المصدر ١). وهناك عدة فوائد يمكن الحصول عليها في حالة تضمين التفاعل في معادلة الانحدار ، أولها : إذا كان التفاعل موجود حقيقة ولم يتم تضمينه في تقدير المعادلة ، فان ذلك سوف يضعنا في مواجهة خطأ ناتج عن التحيز في حذف متغير ، وهذا سوف يجعل النموذج المقدر فاشلا في إيضاح التقدير الدقيق للعلاقة الحقيقية بين المتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة ، فالنموذج الذي يتضمن التفاعل يقدم لنا وصفا أفضل للعلاقة بين تلك المتغيرات. وثاني الفوائد : إن تضمين التفاعل سوف يوفر لنا تقديرا دقيقا للعلاقة بين المتغيرات مع تفسير المزيد من التباين في المتغير المعتمد .

ثانيا - مفهوم عملية التفاعل : Interaction Process

إن عملية التفاعل Interaction Process تشير إلى الآلية التي يسبب من خلالها التفاعل بين اثنين أو أكثر من المتغيرات المستقلة أو الخارجية ، تغيرا في متغير تابع أو داخلي ، بواسطة متغير ثالث هو متغير التفاعل وكما يتضح من الرسم الآتي: إن عملية التفاعل ، توضح علاقة التباين المشترك لثلاث أنواع من المتغيرات هي المتغيرات المستقلة متغيرات التفاعل والمتغير التابع ، شرط أن يكون متغير التفاعل قادرا على توضيح كلا أو جزءا من التباين الذي تحدثه المتغيرات المستقلة في المتغير التابع، بشكل معنوي. وهنا سنواجه ثلاثة احتمالات :

- فأما أن يكون التفاعل تاما Full Interaction وذلك إذا استطاع متغير التفاعل أن يزيد من نسبة تفسير الانحرافات التي تسببها المتغيرات المستقلة في المتغير التابع أي أن يزيد من قيمة معامل التحديد المصحح R^2 ، شرط أن تصبح معاملات المتغيرات المستقلة غير معنوية حسب اختبار t .



- أو أن يكون التفاعل جزئياً Partial Interaction وذلك إذا استطاع متغير التفاعل أن يوضح معنوياً جزءاً من الانحرافات تحدثها المتغيرات المستقلة في المتغير التابع ، بشرط أن تبقى كل أو بعض تأثيرات المتغيرات المستقلة معنوية حسب اختبار t ، غير أن هذه التأثيرات سوف تنقلص طبعاً نتيجة لإدخال متغير التفاعل .

- غير أنه سوف لن تكون هناك عملية تفاعل إذا لم يستطع متغير التفاعل أن يوضح معنوياً جزءاً من انحرافات المتغير التابع ، وهنا سوف تنتفي الحاجة إلى حدود التفاعل في معادلة الانحدار.

ثالثاً- اختبار صحة عملية التفاعل

لغرض التأكد من صحة عملية التفاعل نقترح تطبيق الاختبار الآتي الذي يتكون من أربعة خطوات ، يتم فيها تقدير أربعة معادلات انحدار ، شرط أن تكون فيها المعلومات معنوية في كل خطوة من الخطوات الثلاث الأولى ، وأن تكون معلمة حد التفاعل معنوية في الخطوة الرابعة ، وعلى الوجه الآتي:

لأبد من التذكير هنا أنه يمكن تقدير المعادلات المذكورة أعلاه باستخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS أو بطريقة الانحدار اللوجستي Logistic Regression .

إن الغرض من الخطوات ١- ٣ هو بيان أو اختبار وجود علاقة تأثير معنوية بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع ، فإن كانت إحدى العلاقات الدالية أو أكثر غير معنوية (هنا نتكلم عن الانحدار المتعدد ذو المتغيرين المستقلين X, Z أعلاه) ، فليس هناك حاجة إذن لإدخال متغير التفاعل في معادلة الانحدار.

فإن افترضنا وجود علاقة معنوية في الخطوات ١- ٣ ، فيمكن حينذاك الانتقال إلى الخطوة الرابعة ، حيث ندخل حد التفاعل في معادلة الانحدار المتعدد .

ولابد من التنويه هنا بأن اختبار الخطوات الأربع أعلاه يتم على أساس اختبار معنوية معاملات الانحدار طبقاً لاختبار t ، أي أن معنوية المعلمات المقدرة في الخطوات أعلاه، تحسب وفق الطرق المعتادة إحصائياً في إجراء هذا الاختبار.

جدول ١ - خطوات الاختبار المقترح لصحة عملية التفاعل

الخطوة	التحليل	الرسم البياني
الخطوة ١	تقدير معادلة انحدار بسيط لـ Y على X من أجل اختبار معنوية X بمفرده $Y = b_0 + b_1X + u$	$X \longrightarrow Y$
الخطوة ٢	تقدير معادلة انحدار بسيط لـ Y على Z من أجل اختبار معنوية Z بمفرده $Y = b_0 + b_1Z + u$	$Z \longrightarrow Y$
الخطوة ٣	تقدير معادلة انحدار متعدد لـ Y على X, Z من أجل اختبار معنويتهم معا $Y = b_0 + b_1X + b_2Z + u$	$X, Z \longrightarrow Y$
الخطوة ٤	تقدير معادلة انحدار متعدد لـ Y على X, Z, XZ من أجل اختبار معنوية حد التفاعل وبقيّة المتغيرات المستقلة $Y = b_0 + b_1X + b_2Z + b_3 XZ + u$	$X, Z, XZ \longrightarrow Y$

المبحث الثالث

اختبار صحة عملية التفاعل بين المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار المتعدد عملياً

في الجانب التطبيقي من البحث ومن خلال البيانات الافتراضية الآتية التي تضم عشرين مشاهدة عن الرواتب الشهرية Y وعدد سنوات الخدمة في الوظيفة X وعدد السنوات التي قضاها الموظف على مقاعد الدراسة Z .

سوف نقوم باختبار صحة عملية التفاعل بين المتغيرات المستقلة X, Z ، حسب الاختبار الرباعي الخطوات المقترح في المبحث الثاني أعلاه، وكما يأتي:

- عند تنفيذ الخطوة الأولى للاختبار المقترح لتقدير معادلة انحدار Y على المتغير المستقل X بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS، وباستخدام الحزمة الإحصائية الجاهزة MINITAB، جاءت نتائج التقدير كما مثبتة في الجدول ٣ أدناه، ويتضح من نتائج التقدير أن معلمة المتغير المستقل X تختلف معنوياً عن الصفر حسب اختبار t .

جدول ٢ - البيانات المستخدمة في التطبيق

XZ	Z	X	Y
10	10	1	100
12	12	1	300
20	10	2	200
32	16	2	350
33	11	3	300
48	16	3	360
40	10	4	350
48	12	4	350
50	10	5	370
80	16	5	500
66	11	6	400
96	16	6	550
84	12	7	450
126	18	7	600
80	10	8	460
144	18	8	900
99	11	9	470
135	15	9	950
100	10	10	500
160	16	10	1000

- وعند تنفيذ الخطوة ٢ وبنفس الطريقة أعلاه من اجل اختبار معنوية معلمة Z اتضح أن معلمة الانحدار المعنوية ، تختلف معنوياً عن الصفر أيضاً ، وكما مثبتة أيضاً في الجدول المذكور.

- وعند تنفيذ الخطوة ٣ وبتابع نفس طريقة التقدير من اجل اختبار معنوية المعلمات الخاصة بالمتغيرات المستقلة X,Z, معا ، اتضح أنهما تختلفان معنوياً عن الصفر أيضاً وحسب اختبار t دائماً.

كان الغرض من تنفيذ الخطوات الثلاث الأولى من الاختبار هو اختبار معنوية العلاقة بين المتغيرات المعنوية (X مع Y ، Z مع Y ، X,Z مع Y) ، وبما أن العلاقات المذكورة كانت معنوية جميعاً ، إذن لابد من الانتقال إلى الخطوة الرابعة من الاختبار.

- وعند تنفيذ الخطوة الرابعة للاختبار وبنفس الطريقة السابقة ، تم تقدير معادلة

$$Y = 246 - 42.5 X - 8.3 Z + 7.77 XZ$$

والمعادلة توضح اثر كل من المتغيرات المستقلة X و Z في المتغير التابع Y علاوة على اثر متغير التفاعل XZ ، ولابد من التنويه هنا أن احتساب التفاعل قد يؤدي أحياناً إلى تغيير إشارات المعلمات المقدرة للمتغيرات التوضيحية وهذا يمثل إحدى الانتقادات الجدية لاحتساب حد التفاعل (<http://www.ruf.rice.edu>). ويتضح من نتائج التقدير الخاصة بهذه المعادلة

والمدرجة في الجدول ٣ أدناه ، إن هذه المعادلة توضح أن عملية التفاعل هي عملية صحيحة وضرورية ، وذلك للأسباب الآتية:

- ١- اجتياز معلمة حد التفاعل XZ لاختبار المعنوية حسب اختبار t .
- ٢- استمرار المعنوية الإجمالية للمعادلة المقدرة حسب اختبار F .
- ٣- أن حد التفاعل المضاف الى معادلة الانحدار قد ساهم في زيادة نسبة تفسير تباين المتغير التابع حسب قيمة معامل التحديد المصحح R^2 ، إلى ٨٨.٢% بعد أن كانت ٨١.٦% في المعادلة الثالثة.
- ٤- أن إدخال حد التفاعل الى المعادلة قد ساهم في تقليص مقدار التباين S^2 إلى ٨١.٧ بعد أن كان بقيمة ١٠١.٢ في المعادلة الثالثة.
- ٥- أن إضافة حد التفاعل الى المعادلة قد ساهم في تقريب قيمة اختبار $D.W.$ من القيمة الوسطى على مقياس الاختبار وهي (٢) ، وهي القيمة التي تنتفي عندها تماما مشكلة الارتباط الذاتي.

جدول ٣ - نتائج تقدير معادلات خطوات الاختبار المقترح

الخطوة	المعادلة المقدرة	R^2 (adj)	t_a p-value	t_{b1} p-value	t_{b2} p-value	t_{b3} p-value	D.W.	F p-value	S^2
١	$X_{12.5} + 129 = Y$	٠.٥٨٦	٠.٠٩٥	٠.٠٠٠	-	-	٣.٤٩	٠.٠٠٠	١٥١.٩
٢	$Y = -169 + 49.2Z$	٠.٣٥٣	٠.٣٩٧	٠.٠٠٣	-	-	٠.٨٣	٠.٠٠٣	١٨٩.٩
٣	$Y = -331 + 54.8X + 38.6Z$	٠.٨١٦	٠.٠٠٧	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	-	٢.٦٣	٠.٠٠٠	١٠١.٢
٤	$Y = 264 - 42.5X - 8.3Z + 7.77XZ$	٠.٨٨٢	٠.٢٣١	٠.١٨٦	٠.٦٠٨	٠.٠٠٠	٢.٢٧	٠.٠٠٠	٨١.٠٧

وفي نفس المعادلة نجد أن معلمات المتغيرات المستقلة الأصلية X, Z أصبحت غير معنوية وبذلك نجد هنا حالة تفاعل تام Full Interaction والتي يمكن للباحثين أن يستفيدوا منها بتطبيق أسلوب الانحدار المتدرج Stepwise لغرض إبعاد المتغيرات المستقلة ذات التأثير غير المعنوي من النموذج المقدر وبالتالي اختزال عدد المتغيرات المستقلة في النموذج الأمر الذي يبعده عن الوقوع في مشكلة التعدد الخطي..

المبحث الرابع : الاستنتاجات والمقترحات

أ- الاستنتاجات : من خلال هذه الدراسة المتواضعة تبين لنا :-

- أن هناك ضرورة ملحة لاختبار مدى صحة التفاعل بين المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار المتعدد ، قبل اللجوء في عملية تقدير هذا التفاعل وذلك توفيراً للوقت والجهد والمال على الباحثين الذين يرومون استخدام موضوعات التفاعل في بحوثهم.
 - وأنه يمكن استخدام الاختبار المقترح في هذا البحث في اختبار صحة التفاعل المنوه عنه.
 - وأنه ان كانت عملية التفاعل صحيحة ، يمكن آنذاك الاستمرار في تقدير التفاعل بالطرق المنوه عنها .
 - أما إذا كانت عملية التفاعل غير صحيحة نكون بذلك قدجنبنا الباحثين مطب الدخول في عملية التقدير المعقدة للتفاعلات واختبارها والمفاضلة بين طرق احتسابها.
 - وأنه ان كان التفاعل تاماً ، يمكن للباحثين اختزال عدد المتغيرات المستقلة في النموذج المقدر حسب طريقة الانحدار المتدرج التي تطرد المتغيرات ذات التأثير غير المعنوي من النموذج ، والنموذج المختزل أفضل فهما واستخدامهما في عمليات التحليل والتخطيط والتنبؤ الاقتصادي من النماذج غير المختزلة ، علاوة عن ابتعاد النموذج المختزل عن الوقوع في مشكلة التعدد الخطي.
- ب - المقترحات :**

- اقترح على الباحثين الكرام في كافة الحقول العلمية من الذين يستخدمون في بحوثهم وتجاربهم أسلوب تحليل الانحدار ، استخدام الاختبار المقترح في هذا البحث من أجل التأكد من صحة عملية التفاعل بين المتغيرات المستقلة قبل الدخول في عملية احتساب تلك التفاعلات وذلك توفيراً للوقت والجهد والمال كما ذكرنا سابقاً.
- اقترح على المهتمين في حقل القياس الاقتصادي وطلبة الدراسات العليا ، القيام بمزيد من الدراسات والبحوث في هذا المجال، من أجل العمل على إشاعة استخدام هذا الاختبار والتعريف به من جهة ، والعمل على تطويره من جهة ثانية .

REFERENCES

- Gerard E. Dallal ,2001, Interactions In Multiple Regression Models ,<http://www.tufts.edu/~gdallal/reginter.htm>
- G. David Garson,1998, Multiple Regression ,<http://www2.chass.ncsu.edu/garson/PA765/regress.htm>
- FAQs,1999,Interpretation of Statistical Interactions in Multiple Regression ,<http://www.ruf.rice.edu/~branton/interaction/faqintpr.htm>
- An Introduction to Indicator Variables and Interaction in Multiple Regression ,<http://www.public.iastate.edu/~dnett/S401/windicators.pdf>
- SAS FAQ, How can I visualize interactions of continuous variables in multiple regression? http://www.ats.ucla.edu/stat/sas/faq/spplot/reg_int_cont.htm
- عباس ناجي العبيدي ، قياس اثر التفاعل بين المتغيرات التوضيحية في معادلة الانحدار المتعدد ،مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية ، المجلد ٣ العدد ٧ السنة ٢٠٠٧ ، ص ١١٣

2- FAQs,1999, Fundamentals of Statistical Interactions ,<http://www.ruf.rice.edu/~branton/interaction/faqfund.htm>

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.