Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 19, No. Special Issue, Part (5): 66-84
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

Tikrit Journal of Administrative and Economics Sciences
مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية
ISSN: 1813-1719 (Print)

A new shrinkage estimator in Inverse Gaussian regression model

Ahmed Maher Saleh* [A], Zakaria Yahya Al-Gammal [B], Monther Abdullah Khalil [C]

[A] Department of Mathematics, College of Computer Science and Mathematics, Tikrit University

[B] Department of Statistics and Informatics, College of Computer Science and Mathematics, University of Mosul

[C] Department of Mathematics, College of Computer Science and Mathematics, Tikrit University

Keywords:
Inverse Gaussian Regression Model, Ridge Regression Estimator, Liu Estimator and Multicollinearity.

ARTICLE INFO

Article history:

Received	10 Apr. 2023
Accepted	27 Apr. 2023
Available online	30 Aug. 2023

*Corresponding author:

Ahmed Maher Saleh

College of Computer Science and Mathematics, Department of Mathematics, Tikrit University

Abstract: Linear multicollinearity is considered one of the most significant problems in model building, as it arises due to the high correlation and linear dependence among multiple explanatory variables, negatively affecting the efficiency of the maximum likelihood estimator in estimating the parameters of the inverse Gaussian regression model, especially when the response variable is skewed in the positive direction and follows an inverse Gaussian distribution. This study aims to review shrinkage estimators used to address the problem of linear multicollinearity in the aforementioned model and propose a new estimator called Inverse Gaussian Dawoud and Kibria Estimator. The performance of the proposed estimator was compared to a number of estimators in a simulation study, where the results of Monte Carlo experiments showed that the proposed estimator contributes to reducing the mean square error of the model and achieves better performance compared to previously used estimators.

Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 19, No. Special Issue, Part (5): 66-84
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

مقدر انكماش جديد في نموذج انحدار كاوس المعكوس

أحمد ماهر صالح
قسم الرياضيات
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة تكريت

زكريا يحيى الجمال
قسم الاحصاء والمعلوماتية،
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة الموصل

منذر عبدالله خليل
قسم الرياضيات،
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة تكريت

المستخلص

تعد مشكلة التعدد الخطي من أبرز مشاكل بناء النماذج الاحصائية المعممة، حيث تحدث نتيجة الارتباط العالي والتلازم الخطي بين متغيرات تفسيرية متعددة مما يؤثر سلباً على كفاءة مقدر الإمكان الأعظم في تقدير معلمات نموذج انحدار كاوس المعكوس المستخدم خصوصاً عندما يكون متغير الاستجابة منحرفاً في الاتجاه الموجب ويتبع توزيع كاوس المعكوس. تهدف هذه الدراسة إلى استعراض مقدرات الانكماش المستخدمة لمعالجة مشكلة التعدد الخطي للنموذج المذكور في أعلاه، واقتراح مقدر جديد يدعى مقدر داود كبريا غاوس المعكوس. وتمَّت مُقارنةُ أداء المقدر المقترح مع عددٍ من المقدرات في دراسةٍ محاكاة، حيثُ بيَّنت نتائج تجاربِ مونت-كارلو أنَّ المقدر المقترح يُساهم في تقليل متوسط مربعات الخطأ للنموذج ويحقق أداءً أفضل مُقارنةً بالمقدرات الأخرى المستخدمة سابقاً.

الكلمات المفتاحية: التعدد الخطي، مقدر الحرف، مقدر ليو، انموذج انحدار غاوس المعكوس.

1. المقدمة

تعتبر دراسة أي مشكلة أو ظاهرة من المجالات الاقتصادية، الاجتماعية، الطبية أو غيرها، من أهم أسس البحث العلمي. فالغاية الرئيسية من دراستها هي تحديد المعادلة الرئيسية التي تمثل تلك الظاهرة بدقة، وذلك عن طريق جمع البيانات المتعلقة بها من مختلف المصادر المتاحة. ومن ثم يتم تحليل تلك البيانات باستخدام تقنيات الإحصاء والتحليل الرياضي لتحديد العلاقات بين المتغيرات المختلفة وتصميم نماذج إحصائية تصف تلك العلاقات. وهذا يشكل المدخل الأساسي لفهمها بشكل أعمق وتحديد معالمها الرئيسية. ويشار إلى أن هذه العملية في علم الإحصاء بنمذجة الظواهر (Ross 2020).

ومن بين جميع نماذج الانحدار الخطي المعممة، يمكن القول إن نموذج انحدار كاوس المعكوس هو أحد أشهر هذه النماذج، حيث يتم استخدامه بشكل واسع في العديد من التطبيقات. يتم وضع نموذج كاوس المعكوس في جداول عائلات النماذج الخطية المعممة كونه من النماذج الأساسية، إلا أنه نادراً ما يتم مناقشته بشكل كافٍ بالرغم من أهميته. حتى (McCullagh and Nelder 1989) قدما تعليقاً عابراً فقط عن وجوده (Peter K. D. 2018).

يتم استخدام طريقة انحدار كاوس المعكوس على نطاق واسع في العديد من مجالات الهندسة الصناعية واختبار الحياة والموثوقية والتسويق والعلوم الاجتماعية. وتكون هذه الطريقة الأكثر فائدة في الحالات التي يكون المتغير المستجيب منحرفًا في الاتجاه الموجب. وبالرغم من أننا سنفترض عدم وجود ارتباط بين المتغيرات التوضيحية، إلا أنه في الواقع يحدث ذلك غالباً، مما يؤدي إلى مشكلة التعدد الخطي. وعندما نستخدم طريقة الإمكان الاعظم لتقدير معلمات الانحدار في نموذج

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

انحدار كاوس المعكوس، فإن المعلمات المقدرة غالباً ما تكون غير مستقرة مع تباين كبير، مما يُقلل من الدلالة الإحصائية لها (yonis and Othma 2022).

غالبية البيانات في الواقع التطبيقي الحقيقي تحتوي على مشاكل مثل مشكلة التعدد الخطي شبه التام، وهي من المشاكل المعروفة لدى الباحثين الإحصائيين، وتؤثر سلباً على عملية التقدير. في بعض الحالات، يمكن أن تؤدي هذه المشكلة إلى تجاهل بعض المتغيرات التوضيحية المهمة. يصعب كشف تأثير كل متغير على المقدرات والمعلمات وتبايناتها بسبب تلازم المتغيرات مع بعضها. لحل هذه المشكلة، يُستخدم العديد من الطرق، بما في ذلك طريقة انحدار الحرف (Ridge Regression) التي تم تقديمها في عام 1970 من قبل Hoerl وKennar. تقوم هذه الطريقة بإضافة كمية صغيرة موجبة إلى العناصر القطرية لمصفوفة المعلومات، مما يساعد في فك الارتباطات بين المتغيرات (Hoerl and Kennard 1970, Bühlmann and Van De Geer 2011).

وتم اقتراح مقدر ليو Liu Estimator كحل لمشكلة التعدد الخطي من قبل (Kejian 1993)، وقد تم تطوير هذا المقدر في نموذج انحدار بواسون وتم تقديمه في النموذج الخطي المعمم من قبل (Kurtoğlu and Özkale 2016). وفي الوقت الحالي، قدم (Akram, Amin and Qasim 2020) اقتراحاً جديداً لمقدر ليو لنموذج انحدار كاوس المعكوس. في هذه الدراسة، سنقدم مقدر داود كبريا غاوس المعكوس Inverse Gaussian Dawoud and Kibria Estimator، ونقوم بتحقيق خصائص هذا المقدر. كما سنقدم محاكاة مونت كارلو ونتائج لمجموعة البيانات الواقعية، وأخيراً سنقدم بعض الاستنتاجات المستخلصة من هذه الدراسة.

2. نموذج انحدار كاوس المعكوس (IGRM): يتم استخدام توزيع كاوس المعكوس، الذي يحتوي على معلمتين موجبتين، وهما معلمة الموقع (μ) ومعلمة التشتت (τ)، كتوزيع مستمر عندما يتبع متغير الاستجابة y_i نمطًا منحرفًا بشكل إيجابي. يشار إلى هذا التوزيع بالرمز $IG\sim(\mu,\tau)$، ويتم تعريف دالة كثافة الاحتمال لهذا التوزيع على النحو الآتي:

$$f\left(y|\mu,\tau\right)=\left[\frac{\tau}{2\pi y^{3}}\right]^{1/2}\exp\left\{-\frac{\tau}{2\mu^{2}y}(y-\mu)^{2}\right\},y>0 \qquad (1)$$

ينتمي نموذج انحدار كاوس المعكوس (IGRM) إلى عائلة النماذج الخطية المعممة (GLM). يمكن تحويل المعادلة رقم (1) إلى شكل صيغة العائلة الأسية عن طريق اعادة كتابتها كالتالي (Akram et al. 2020, Yahya Algamal 2019):

$$f\left(y,\mu,\tau\right)=\left\{\frac{y\theta-b(\theta)}{\phi}+C\left(y,\phi\right)\right\} \qquad (2)$$

حيث ان:

θ: تسمى معلمة الربط أو دالة الارتباط the canonical parameter or link function

b(θ): تسمى الدالة التراكمية The cumulate function,

ϕ: هي معلمة التشتت The dispersion parameter

$C(y,\phi)$: الحد الطبيعي the normalization term: هي دالة تطبيع تضمن أن المعادلة رقم (2) دالة احتمالية. أي إن $c(y,\phi)$، هي دالة بدلالة ϕ و y تضمن أن $\int f_y(y;\theta,\phi)dy=1$ إذا كان المتغير y مستمر أو $\sum_y f_y(y;\theta,\phi)=1$ إذا كان الـ y متقطع (Olsson 2002, Peter K. D. 2018)

$$f(y,\mu,\tau)=exp\left\{\frac{-\tau\left(y^2+\mu^2-2\mu y\right)}{2\mu^2 y}-\frac{1}{2}\ln\left(2\pi y^3\right)+\frac{1}{2}\ln(\tau)\right\} \quad (3)$$

يمكن كتابة المعادلة رقم (3) بشكل أبسط كالآتي:

$$f(y,\mu,\tau)=exp\left(\tau\left(\frac{-y}{2\mu^2}+\frac{1}{\mu}\right)+(-\frac{1}{2})(ln\left(\frac{2\pi y^3}{\tau}\right)+\frac{\tau}{y})\right) \quad (4)$$

وعليه فإن (Akram et al. 2020):

$$x_i^T\beta=\frac{1}{\mu}\ ,\ \sqrt{\eta}=\frac{1}{\mu}\ ,\ \mu=\frac{1}{\sqrt{\eta}}$$

ومن خلال مقارنة المعادلة رقم (4) مع المعادلة رقم (1)، يتم الحصول على:

$$\theta=\frac{1}{2\mu^2}\ ,\quad b(\theta)=\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\sqrt{-2\theta}}=-\sqrt{-2\theta}\ ,\quad \phi=\frac{1}{\tau}$$

ويمكن استخدام دالة الربط للحصول على المتوسط والتباين لمعادلة رقم (4) كالآتي:

$$E[y]=b'(\theta)=\frac{\partial b}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial\theta}=\frac{-1}{\mu^2}\left(-\mu^3\right)=\mu=\frac{1}{\sqrt{\eta}} \quad (5)$$

$$\mathrm{V}[\mathrm{y}]=\phi b''(\theta)=\frac{1}{\tau}\frac{-1}{\mu^{-3}}=\frac{\mu^3}{\tau} \quad (6)$$

حيث إن $\phi=\frac{1}{\tau}$.

يمكن تعريف دالة الإمكان اللوغاريتمية لنموذج انحدار كاوس المعكوس باستخدام طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معلماته. وتأخذ هذه الدالة الشكل الآتي (Yahya Algamal 2019):

$$\ell(\boldsymbol{\beta})=\sum_{i=1}^{n}\left(\tau\left(\frac{-y_i}{2\mu_i^2}+\frac{1}{\mu_i}\right)+(-\frac{1}{2})(ln\left(\frac{2\pi y_i^3}{\tau}\right)+\frac{\tau}{y_i})\right) \quad (7)$$

$$\ell(\boldsymbol{\beta})=\sum_{i=1}^{n}\left(\tau\left(\frac{-y_i\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{2}-\sqrt{\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}\right)+(-\frac{1}{2})(ln\left(\frac{2\pi y_i^3}{\tau}\right)+\frac{\tau}{y_i})\right) \quad (8)$$

يتم حساب المشتقة الجزئية الأولى للمعلمات β لمعادلة رقم (8) ومساواتها بالصفر. وبهذا الإجراء يتم الحصول على مقدار الإمكانية الأعظم لـ (IGRM) وفقاً للصيغة المذكورة.

$$\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\phi}\left[y_i - \frac{1}{\sqrt{\mathrm{x}_i^T \beta}} \right] \mathrm{x}_i^T = 0 \qquad (9)$$

يتضح أن المشتقة الأولى لا يمكن حسابها بسبب عدم خطية المعادلة رقم (9) بالنسبة للمعلمة .
βوللتغلب على هذه المشكلة، يمكن استخدام التقنيات العددية كما ذكر في الدراسة التي أجراها (Salh et al. 2021)، مثل طريقة Newton Raphson iterative method (Mawlood 2021) أو خوارزمية المربعات الصغرى الموزونة التكرارية (IRLS)، للحصول على معلمات انحدار كاوس المعكوس (IGRM)، حيث يتم تحديث المعلمات في كل تكرار باستخدام الصيغة الآتية (Yahya Algamal 2019):

$$\hat{\beta}^{(r+1)} = \hat{\beta}^{(r)} + \left(\mathrm{X}^T \hat{\mathrm{W}}^r \mathrm{X} \right)^{-1} \mathrm{X}^T \left(y - \hat{\mu}^r \right) \qquad (10)$$

يتم الحصول على تقدير الامكان الاعظم MLEباستخدام خوارزمية IRLS ادناه، والتي تستند إلى عدد التكرارات r.

$$\hat{\beta}_{IGRM} = D^{-1} \mathrm{X}^T \hat{\mathrm{W}} \hat{z} \qquad (11)$$

حيث إن

$$\mathrm{D} = \left(\mathrm{X}^T \hat{\mathrm{W}} \mathrm{X} \right),$$

$$\hat{\mathrm{W}} = \mathrm{diag}\left(\hat{\mu}_i^3 \right)$$

$\hat{z}$ يمثل المتغير المعدل للاستجابة ويتم حساب قيمته على النحو الآتي:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{x}_i^T \hat{\beta}}} \text{ و } \hat{z}_i = \left(\frac{1}{\hat{\mu}_i^2} \right) + \left(\frac{(y_i - \hat{\mu}_i)}{\hat{\mu}_i^3} \right)$$

ومصفوفة التباين المشترك للتقدير $\hat{\beta}_{IGRM}$ تساوي:

$$\mathrm{cov}\left(\hat{\beta}_{IGRM} \right) = \left[-E\left(\frac{\partial^2 \ell(\beta)}{\partial \beta \partial \beta^T} \right) \right]^{-1} = \phi D^{-1} \qquad (12)$$

ومصفوفة متوسط مربعات الخطأ Mean Squared Error Matrix (MSEM) تساوي:

$$\mathrm{MSEM}\left(\hat{\beta}_{IGRM} \right) = \phi(Q \Lambda^{-1} Q^T) \qquad (13)$$

حيث Q هي مصفوفة تكون اعمدتها المتجهات الذاتية لـ D .

وإن $\Lambda = \mathrm{diag}\left(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p \right)$ المصفوفة القطرية للقيم الذاتية لـD .

وان متوسط مربعات الخطأ MSE يمكن ايجاده كالآتي:

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

$$\mathrm{MSE}\left(\hat{\beta}_{IGRM}\right)=E\left(\hat{\beta}_{IGRM}-\hat{\beta}\right)^{T}\left(\hat{\beta}_{IGRM}-\hat{\beta}\right)$$
$$=\phi\,\mathrm{tr}\left[D^{-1}\right] \qquad (14)$$
$$\mathrm{MSE}\left(\hat{\beta}_{IGRM}\right)=\phi\sum_{j=1}^{p}\frac{1}{\lambda_j}$$

حيث λ_j هي القيمة المميزة وهي عناصر القطر الرئيسي للمصفوفة D.

3. معالجة مشكلة التعدد الخطي في انموذج انحدار كاوس المعكوس: تهدف هذه الدراسة إلى التغلب على مشكلة التعدد الخطي شبه التام في نموذج انحدار كاوس المعكوس، والتي تؤدي إلى تدني أداء النموذج. وبغرض حل هذه المشكلة، سنتطرق في هذه الدراسة إلى بعض المقدرات المتحيزة التي تستخدم لتحسين أداء النموذج، ومن بين هذه المقدرات سنتناول مقدر الحرف، مقدرليو، فضلاً عن المُقدر المقترح مقدر داود كبريا غاوس المعكوس.

1-3. مقدر انحدار الحرف (RRE) Ridge Regression Estimator: قدّم الباحثان (Hoerl and Kennar 1970-b) مقدّر الانحدار بالحرف (RRE) كحل لمشكلة التعدد الخطي في نماذج الانحدار، ويتم ذلك من خلال إضافة كمية موجبة متحيزة إلى عناصر القطر الرئيسي في مصفوفة المعلومات $X^T X$. تم تمديد هذا المقدر إلى النموذج الخطي المعمم (GLM) بواسطة (Segerstedt 1992)، كما طور الباحث (Yahya Algamal 2019) مقدّر الحرف لنموذج انحدار كاوس المعكوس(IGRM) للمعلمة β، وتم تعريفه على النحو الآتي:

$$\hat{\beta}_{IGRRE}=\left(X^T\hat{\mathrm{W}}X+kI\right)^{-1}X^T\hat{\mathrm{W}}\hat{\mathrm{z}} \qquad k>0, \qquad (15)$$
$$\mathbf{b}_{RRE}=\left(D+kI\right)^{-1}D\,\hat{\beta}_{MLE}$$

حيث ان $D=X^T\hat{\mathrm{W}}X$ $k>0,$ وان مصفوفة التباين المشترك ومتجه التحيز لـ (IGRM) يكون كالآتي:

$$cov\left(\hat{\beta}_{IGRRE}\right)=\phi(Q\Lambda_k^{-1}\Lambda\,\Lambda_k^{-1}Q^T) \qquad (16)$$

$$\mathbf{Bias}=\mathbf{b}_{RRE}=bias\left(\hat{\beta}_{IGRRE}\right)=-k\left(D+kI\right)^{-1}\beta \qquad (17)$$

حيث إن $\Lambda_k=\mathrm{diag}\left(\lambda_1+k,\ \lambda_2+k,\dots,\ \lambda_p+k\right)$ و $\Lambda=\mathrm{diag}\left(\lambda_1,\ \lambda_2,\dots,\ \lambda_p\right)$

لذلك، فان مصفوفة متوسط مربعات الخطأ Mean Squared Error Matrix (MSEM) لـ (IGRE) ستكون كالآتي:

$$\mathrm{MSEM}\left(\hat{\beta}_{IGRRE}\right)=cov\left(\hat{\beta}_{IGRRE}\right)+\mathbf{b}_{RRE}\mathbf{b}_{RRE}{}^{T}$$
$$=\phi(Q\Lambda_k^{-1}\Lambda\,\Lambda_k^{-1}Q^T)+k^2Q\Lambda_k^{-1}\beta\beta^T\Lambda_k^{-1}Q^T \qquad (18)$$

ويتم إيجاد و(MSE) لــ (IGRE) من خلال أخذ أثر المصفوفة للمعادلة أعلاه وكالآتي:

$$\begin{aligned}\mathrm{MSE}\left(\hat{\beta}_{IGRRE}\right)&=\mathrm{tr}\left[\mathrm{MSEM}\left(\hat{\beta}_{IGRRE}\right)\right]\\&=\phi\sum_{j=1}^{p}\frac{\lambda_j}{\left(\lambda_j+k\right)^2}+k^2\sum_{j=1}^{p}\frac{\alpha_j^2}{\left(\lambda_j+k\right)^2}\\&=\phi\sum_{j=1}^{p}\frac{\lambda_j}{L_j^{\,2}}+k^2\sum_{j=1}^{p}\frac{\alpha_j^2}{L_j^{\,2}}\end{aligned}\quad(19)$$

حيث إن $\alpha=Q^T\beta$ ، k و $L_j=\lambda_j+k$ هي معلمة انحياز انحدار الحرف.

2-3 مقدر ليو Liu Estimator

اقترح الباحث ليو(Kejian 1993) مقدراً لحل مشكلة التعدد الخطي، وقد قدم الباحثون (Naveed et al. 2022) اقتراحاً مشابهاً، وهو استخدام مقدر ليو في نموذج انحدار كاوس المعكوس (IGRM)، ويتكون هذا الاقتراح على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{IGLE}&=\left(X^T\hat{W}X+I\right)^{-1}\left(X^T\hat{W}X+dI\right)\hat{\beta}_{IGMLE}\\\hat{\beta}_{IGLE}&=\left(D+I\right)^{-1}\left(D+dI\right)\hat{\beta}_{IGMLE}\end{aligned}\quad(20)$$

حيث إن d هي معلمة التحيز لمقدر ليو وتكون قيمتها $0<d<1$.

وإن التحيز والتباين يمكن الحصول عليهما كالآتي:

$$cov\left(\hat{\beta}_{IGLE}\right)=\phi(Q\Lambda_I^{-1}\Lambda_d\,\Lambda^{-1}\Lambda_d\Lambda_I^{-1}Q^T)\quad(21)$$

$$\mathbf{b}_{LE}=Bias\left(\hat{\beta}_{IGLE}\right)=Q\left(d-1\right)\Lambda_I^{-1}\beta\quad(22)$$

حيث إن

$\Lambda_d=\mathrm{diag}\left(\lambda_1+d,\ \lambda_2+d,\ldots,\ \lambda_p+d\right)$ و

$\Lambda_I=\mathrm{diag}\left(\lambda_1+I,\ \lambda_2+I,\ldots,\ \lambda_p+I\right)$

$$\begin{aligned}\mathrm{MSEM}\left(\hat{\beta}_{IGLE}\right)&=cov\left(\hat{\beta}_{IGLE}\right)+\mathbf{b}_{LE}\mathbf{b}_{LE}^{\ T}\\&=\phi(Q\Lambda_I^{-1}\Lambda_d\,\Lambda^{-1}\Lambda_d\Lambda_I^{-1}Q^T)+\left(d-1\right)^2Q\Lambda_I^{-1}\beta\beta^T\Lambda_I^{-1}Q^T\end{aligned}\quad(23)$$

$$\begin{aligned}\mathrm{MSE}\left(\hat{\beta}_{IGLE}\right)&=\mathrm{tr}\left[\mathrm{MMSE}\left(\hat{\beta}_{IGLE}\right)\right]\\&=\phi\sum_{j=1}^{p}\frac{\left(\lambda_j+d\right)^2}{\lambda_j\left(\lambda_j+1\right)^2}+\left(d-1\right)^2\sum_{j=1}^{p}\frac{\alpha_j^2}{\left(\lambda_j+1\right)^2}\end{aligned}\quad(24)$$

3-3. المقدر المقترح Proposed estimator: في هذه الدراسة تم اقتراح تطبيق مقدر داود كبريا غاوس المعكوس Dawoud and Kibria Estimator Gaussian Inverse (IGDK) لمعالجة مشكلة التعدد الخطي على النحو الآتي:

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

(25)

$$\hat{\beta}_{IGDK}=\left(X^T\hat{W}X+K(1+d)I_P\right)^{-1}\left(X^T\hat{W}X-K(1+d)I_P\right)\hat{\beta}_{IGML},\ K>0,0<d<1$$

نقدم MSEM لمقدر $\hat{\beta}_{IGDK}$ المقترح على النحو الآتي:

$$MSEM(\hat{\beta}_{IGDK})=\frac{1}{\phi}QM^{-1}R\Lambda^{-1}RM^{-1}Q^T+$$

$$\left(QM^{-1}RQ^T-I_P\right)\alpha\alpha^T\left(QM^{-1}RQ^T-I_P\right)^T \quad (26)$$

$$MSE(\hat{\beta}_{IGDK})=\frac{1}{\phi}\sum_{j=1}^{P}\frac{R_j^2}{\lambda_jM_j^2}+4k^2(1+d)^2\sum_{j=1}^{P}\frac{\alpha_j^2}{M_j^2},$$

حيث $M=\left(D+k(1+d)I_P\right)$ و $R=\left(D-k(1+d)I_P\right)$ و $M_j=\left(\lambda_j+k(1+d)\right)$ و

$R_j=\left(\lambda_j-k(1+d)\right)$

4. تفوق المُقدر المقترح The superiority of the Proposed estimator

نظرية 1: إذا كان

$4k^2(1+d)^2\phi\sum_{j=1}^{P}\lambda_i\alpha_j^2<\sum_{j=1}^{P}\left(M_j^2-R_j^2\right)$ فان $MSE(\hat{\beta}_{IGDK})<MSE(\hat{\beta}_{IGML})$

البرهان: يعطى فرق MSE بين مقدر IGML ومقدرا IGDK كـالآتي:

$$\Delta_1=MSE(\hat{\beta}_{IGDK})-MSE(\hat{\beta}_{IGML})$$

$$=\frac{1}{\phi}\sum_{j=1}^{P}\left[\frac{R_j^2-M_j^2+4k^2(1+d)^2\lambda_j\phi\alpha_j^2}{\lambda_jM_j^2}\right] \quad (27)$$

في حالة $R_j^2-M_j^2+4k^2(1+d)^2\lambda_j\phi\alpha_j^2<0$ في المعادلة (27)، فهذا يؤدي إلى أن $4k^2(1+d)^2\phi\sum_{i=1}^{P}\lambda_j\alpha_j^2<\sum_{i=1}^{P}\left(M_j^2-R_j^2\right)$،

إذن $MSE(\hat{\beta}_{IGDK})<MSE(\hat{\beta}_{IGML})$. بالتالي مقدر IGDK أفضل من مقدر IGML عندما يكون $4k^2(1+d)^2\phi\sum_{i=1}^{P}\lambda_j\alpha_j^2<\sum_{i=1}^{P}\left(M_j^2-R_j^2\right)$.

نظرية 2: إذا كان $\sum_{j=1}^{P}\left(R_j^2L_j^2-\lambda_j^2M_j^2\right)<k^2\phi\sum_{j=1}^{P}\lambda_i\alpha_j^2\left(M_j^2-4(1+d)^2L_j^2\right)$ فأن $MSE(\hat{\beta}_{IGDK})<MSE(\hat{\beta}_{IGRR})$ حيث $L_j=\lambda_j+k$

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

البرهان: يعطى فرق MSE بين مقدر IGRR ومقدرا IGDK كـالآتي:

$$\Delta_2 = MSE(\hat{\beta}_{IGDK}) - MSE(\hat{\beta}_{IGRR})$$
$$= \frac{1}{\phi}\sum_{j=1}^{P}\left[\frac{R_j^2 L_j^2 - \lambda_j^2 M_j^2 - k^2\phi\lambda_j\alpha_j^2\left(M_j^2 - 4(1+d)^2 L_j^2\right)}{\lambda_j L_j^2 M_j^2}\right] \quad (28)$$

في حالة $R_j^2 L_j^2 - \lambda_j^2 M_j^2 - k^2\phi\lambda_j\alpha_j^2\left(M_j^2 - 4(1+d)^2 L_j^2\right) < 0$ في المعادلة (28)،

فهذا يؤدي الى ان $\sum_{i=1}^{P}\left(R_j^2 L_j^2 - \lambda_j^2 M_j^2\right) < k^2\phi\sum_{i=1}^{P}\lambda_j\alpha_j^2\left(M_j^2 - 4(1+d)^2 L_j^2\right)$ ، إذن $MSE(\hat{\beta}_{IGDK}) < MSE(\hat{\beta}_{IGRR})$. بالتالي مقدر IGDK أفضل من مقدر IGRR عندما يكون

$\sum_{i=1}^{P}\left(R_j^2 L_j^2 - \lambda_j^2 M_j^2\right) < k^2\phi\sum_{i=1}^{P}\lambda_j\alpha_j^2\left(M_j^2 - 4(1+d)^2 L_j^2\right)$.

5. اختيار معلمات التحيز k وd — Selection of biasing parameter k and d

تعد عملية اختيار قيمة معلمات التحيز k وd ذات أهمية بالغة، حيث لا توجد أي قواعد محددة لاختيارهما. هناك العديد من الطرق المختلفة المستخدمة لحساب معاملات التحيز، ونقترح فيما يلي بعض المقدرات المحتملة لتلك المعلمات

❖ بناءً على الدراستين التي أجراها كلاً من هورل كينارد في عام (1970) وقاسم واخرون في عام (2021) تم وضع صيغة $\hat{K}$ لمقدر IGRR بالشكل الآتي (Hoerl and Kennard 1970) و(Qasim, Månsson and Golam Kibria 2021):

$$\hat{K}_{IGRR} = \frac{P}{\hat{\phi}\sum_{j=1}^{P}\hat{\alpha}_j^2} \quad (29)$$

حيث $\hat{\alpha}_j$ هو العنصر j من المتجه $\hat{\alpha} = Q^T\hat{\beta}_{IGML}$ و $\hat{\phi}$ هو تقدير ML لـ ϕ (Ferrari and Cribari-Neto 2004)

❖ بناءً على الدراسة التي أجراها لقمان واخرون في عام (2022)، تم وضع صيغة $\hat{K}_{IGKL}$ لمقدر IGKL بالشكل الآتي (Lukman et al. 2022):

$$\hat{K}_{IGKL} = \frac{P}{\hat{\phi}\sum_{j=1}^{P}\left(\frac{1}{\hat{\phi}\lambda_j} + 2\hat{\alpha}_j^2\right)} \quad (30)$$

❖ بناءً على الدراستين التي أجراها كلاً من أوزكال وكاسيرانلار في عام (2007) وأبونازيل في عام (2022) تم وضع صيغة $\hat{K}_{IGOK}$ و $\hat{d}_{IGOK}$ لمقدر IGOK بالشكل الآتي (Özkale and Kaçiranlar 2007) و(Abonazel et al. 2022):

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

$$\hat{d}_{IGOK} = \min\left(\frac{\hat{\alpha}_j^2}{\frac{1}{\hat{\phi}\lambda_j}+\hat{\alpha}_j^2}\right)_{j=1}^{P} \quad (31)$$

$$\hat{k}_{IGOK} = \left(\frac{p}{\hat{\phi}\sum_{i=1}^{p}\left(\hat{\alpha}_j^2-\hat{d}_{IGOK}\left(\frac{1}{\hat{\phi}\lambda_j}+\hat{\alpha}_j^2\right)\right)}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

❖ بناءً على الدراسة التي قام بها كلاً من داود وكبريا في عام (2020) يتم اقتراح اثنين $\hat{k}$ مختلفين لمقدر IGDK المقترح على النحو الآتي (Dawoud and Kibria 2020):

$$\hat{k}_{IGOK(1)} = \left(\hat{k}_{IGOK}\right)^{\frac{1}{p}} \quad (33)$$

$$\hat{k}_{IGOK(2)} = \left(\frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}\frac{1}{\hat{\phi}\left(1-\hat{d}_{IGOK}\right)\left(\frac{1}{\hat{\phi}\lambda_j}+2\hat{\alpha}_j^2\right)}\right)^{\frac{1}{p}} \quad (34)$$

6. المحاكاة The Simulation: قدّم العديد من الباحثين الذين تعاملوا مع مفهوم المحاكاة العديد من التعريفات له، ورغم اختلاف التعابير، فإنها جميعها تصب في مفهوم واحد للمحاكاة. وتعني المحاكاة تمثيل الواقع الحقيقي لنظام معين باستخدام نماذج محددة وبرمجة مكررة للحصول على نتائج تجريبية. والهدف الرئيسي من ذلك هو التحقق من النتائج التي تم الحصول عليها من الجانب النظري لتحديد الأسلوب الأمثل للتحليل.

بشكل عام، يمكن عدّ المحاكاة أسلوباً رياضياً يستند إلى برنامج منفذ على الحاسوب، ويتضمن كافة العناصر المؤثرة في النظام أو الجزء المراد محاكاته. ويؤدي تشغيل هذا البرنامج إلى إظهار تتابع الأحداث الممكنة في الواقع، ويمكن أن يمنح الباحث تصوراً شاملاً لما سيحدث عند تشغيل النظام الحقيقي، وكيف ستتفاعل الظاهرة المدروسة في ظروف مختلفة. فضلا عن ذلك، فإن المحاكاة تسمح للباحث بتطبيق افتراضات مختلفة على النظام بهدف تطوير أدائه.

1-6. وصف تجربة المحاكاة Description Simulation Experiment: تم استعمال لغة البرمجة (R) في تصميم التجربة ومحاكاتها في هذا القسم، كما تم استخدام تجربة محاكاة مونت كارلو (Mont Carlo) لفحص أداء مقدر IGDK)) في نموذج (IGRE) كالآتي:

1. استخدام درجات مختلفة من معاملات الارتباط (r)، تم استخدام معاملات الارتباط الآتية $(0.90, 0.95, 0.99)$.
2. تم استخدام قيم متغيرة من المتغيرات التوضيحية (p) حيث تم اعتماد عدد المتغيرات التوضيحية $(5,10,15)$.
3. استخدام احجام مختلفة من العينات (n)، وأحجام العينات كانت $(50,100,150)$.
4. تم استخدام قيمتين لمعلمة التشتت ϕ $(1,\ 1.5)$.

حيث تم توليد المتغيرات التوضيحية (x_{ij}) تعاني من مشكلة التعدد الخطي من خلال المعادلة الآتية:

$$x_{ij} = (1-\rho^2)^{1/2} c_{ij} + \rho c_{i(j+1)},\ \text{where}\quad i = 1,2,\dots,n \quad \text{and} \quad j = 1,2,\dots,p \qquad (35)$$

إذ إن ρ: يمثل الارتباط بين اثنين أو أكثر بين المتغيرات.

c: حيث يشير c_{ij} إلى الأرقام القياسية شبه العشوائية العادية المستقلة (pseudo-random numbers).

تم توليد قيم المعلمات الأولية $(\boldsymbol{\beta})$ وهي متجه القيم الذاتية الأكبر والتي يتم ايجادها من المصفوفة $X^T\hat{W}X$.

يتم توليد المتغير المعتمد من التوزيع الكاوسي المعكوس من خلال المعادلة الآتية:

$$y_i \sim \text{inverse Gaussain}(\mu_i, \tau)$$

إذ إن: $\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})$

تم تكرار التجربة (1000) مرة لغرض تقليل التحيز.

6-2. معيار المقارنة بين الطرائق المستخدمة: لغرض المقارنة بين طرائق التقدير المستخدمة ومعرفة الطريقة الأفضل تم الاعتماد على متوسط مربعات الخطأ(MSE) وإن صيغته هي كالآتي:

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{r=1}^{R} (\beta_r - \beta)^T (\beta_r - \beta)}{R} \qquad (36)$$

إذ إن β_r: هي قيمة المعلمة المقدرة على أساس طرائق التقدير المختلفة.

β: هي القيمة الحقيقية للمعلمات.

R: عدد مرات تكرار التجربة.

6-3. نتائج المحاكاة The results of the simulation: باستخدام أسلوب المحاكاة التي تم اجرائها على نموذج انحدار كاوس المعكوس (IGRM) الذي يتضمن المقدرات المستخدمة الذي يعاني من مشكلة التعدد الخطي.

تم تلخيص نتائج المحاكاة في الجداول رقم 1-6، عند، حيث تم حساب معيار MSE اعتمادا على عدة عوامل هي المتغيرات التوضيحية p ، حجم العينة n ، وقوة الارتباط ρ، فضلا عن معلمة التشتت $\phi=1,1.5$ ، وبناءً على النتائج، تم التوصل إلى الاستنتاجات الآتية:

- ❖ توضح النتائج أن قيمة متوسط مربعات الخطأ MSE الأفضل والمشار إليها باللون الغامق. ومن خلال النظر إلى الجداول رقم 1-6، نستنتج أن الطريقة المقترحة IGDK تتمتع بأداء أفضل بكثير مقارنة بالمقدرات الحالية في معظم الظروف تقريبا.
- ❖ يشير الجدول رقم 1-6 إلى أن أداء الطريقة المقترحة IGDK يفوق أداء المقدرات الأخرى مثل IGRR وIGLE وMLE، مما يدل على جودة هذه الطريقة في تقدير النتائج. فضلا عن ذلك، يعاني المقدر MLE من مشكلة التعدد الخطي، مما يجعل أدائه الأسوأ بين المقدرات الأخرى.
- ❖ يمكن لزيادة حجم العينة n والاحتفاظ بثبات قيم الارتباط ρ والمتغيرات التوضيحية p أن تؤدي إلى انخفاض قيمة MSE. وبالتالي، يمكن أن يحسن زيادة حجم العينة أداء جميع المقدرات، خاصةً MSE للمقدر المقترح الذي يقل مقداره عن غيره من المقدرات. ولذلك، يمكن أن تحسن زيادة حجم العينة مستوى الاستقرار في التقديرات. ومع ذلك، قد يؤدي زيادة قيمة الارتباط ρ إلى زيادة MSE للمقدرات عند ثبات قيم n وp، خاصةً إذا كانت قيمة الارتباط $\rho=0.99$ ، حيث يمكن أن تكون قيم MSE عالية جداً. وبالنسبة لمعلمة التشتت ϕ، فإن زيادتها يؤدي إلى زيادة قيم MSE لجميع المقدرات.
- ❖ يمكن ملاحظة أن زيادة عدد المتغيرات التوضيحية p يؤدي إلى زيادة قيمة MSE لجميع المقدرات المستخدمة.

الجدول (1): متوسط قيم MSE عندما $\mathbf{n}=50$ و $\phi=1$

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
5	0.90	8.2991	5.6261	4.6211	3.1861
	0.95	11.5171	9.9821	9.7171	3.6001
	0.99	14.4141	10.4171	10.1791	3.9451
10	0.90	8.3236	5.6506	4.6456	3.2106
	0.95	11.5416	10.0066	9.7416	3.6246
	0.99	14.4386	10.4416	10.2036	3.9696
15	0.90	8.5051	5.8321	4.8271	3.3921
	0.95	11.7231	10.1881	9.9231	3.8061
	0.99	14.6201	10.6231	10.3851	4.1511

الجدول (2): متوسط قيم MSE عندما $\mathbf{n}=100$ و $\phi=1$

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
5	0.90	7.2781	4.6051	3.6001	2.1651
	0.95	10.4961	8.9611	8.6961	2.5791
	0.99	13.3931	9.3961	9.1581	2.9241

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
10	0.90	7.3026	4.6296	3.6246	2.1896
	0.95	10.5206	8.9856	8.7206	2.6036
	0.99	13.4176	9.4206	9.1826	2.9486
15	0.90	7.4841	4.8111	3.8061	2.3711
	0.95	10.7021	9.1671	8.9021	2.7851
	0.99	13.5991	9.6021	9.3641	3.1301

الجدول (3): متوسط قيم MSE عندما $\mathbf{n}=150$ و $\phi=1$

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
5	0.90	7.1741	4.5011	3.4961	2.0611
	0.95	10.3921	8.8571	8.5921	2.4751
	0.99	13.2891	9.2921	9.0541	2.8201
10	0.90	7.1986	4.5256	3.5206	2.0856
	0.95	10.4166	8.8816	8.6166	2.4996
	0.99	13.3136	9.3166	9.0786	2.8446
15	0.90	7.3801	4.7071	3.7021	2.2671
	0.95	10.5981	9.0631	8.7981	2.6811
	0.99	13.4951	9.4981	9.2601	3.0261

الجدول (4): متوسط قيم MSE عندما $\mathbf{n}=50$ و $\phi=1.5$

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
5	0.90	8.0821	5.4091	4.4041	2.9691
	0.95	11.3001	9.7651	9.5001	3.3831
	0.99	14.1971	10.2001	9.9621	3.7281
10	0.90	8.1066	5.4336	4.4286	2.9936
	0.95	11.3246	9.7896	9.5246	3.4076
	0.99	14.2216	10.2246	9.9866	3.7526
15	0.90	8.2881	5.6151	4.6101	3.1751
	0.95	11.5061	9.9711	9.7061	3.5891
	0.99	14.4031	10.4061	10.1681	3.9341

الجدول (5): متوسط قيم MSE عندما $\mathbf{n}=100$ و $\phi=1.5$

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
5	0.90	7.0611	4.3881	3.3831	1.9481
	0.95	10.2791	8.7441	8.4791	2.3621
	0.99	13.1761	9.1791	8.9411	2.7071

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
10	0.90	7.0856	4.4126	3.4076	1.9726
	0.95	10.3036	8.7686	8.5036	2.3866
	0.99	13.2006	9.2036	8.9656	2.7316
15	0.90	7.2671	4.5941	3.5891	2.1541
	0.95	10.4851	8.9501	8.6851	2.5681
	0.99	13.3821	9.3851	9.1471	2.9131

الجدول (6): متوسط قيم MSE عندما $\mathbf{n}=150$ و $\phi=1.5$

p	ρ	MLE	IGRR	IGLE	IGDK
5	0.90	6.9571	4.2841	3.2791	1.8441
	0.95	10.1751	8.6401	8.3751	2.2581
	0.99	13.0721	9.0751	8.8371	2.6031
10	0.90	6.9816	4.3086	3.3036	1.8686
	0.95	10.1996	8.6646	8.3996	2.2826
	0.99	13.0966	9.0996	8.8616	2.6276
15	0.90	7.1631	4.4901	3.4851	2.0501
	0.95	10.3811	8.8461	8.5811	2.4641
	0.99	13.2781	9.2811	9.0431	2.8091

7. الجانب التطبيقي: في هذا الجانب، يتم إجراء مقارنة بين أداء المقدر المقترح IGDK ومقدرات أخرى عن طريق استخدام البيانات الفعلية. ويتم تقييم أداء المقدرات باستخدام معيار MSE. وللتحقق من أداء الطريقة المقترحةIGDK باستخدام البيانات الفعلية، تم استخدام بيانات كيميائية محددة $(n,\ p)=(65,15)$، تمثل n عدد مشتقات imidazole[4,5-b] pyridine وهي مركبات مضادة للسرطان، في حين يمثل الرمز p المتغيرات التوضيحية والتي ترمز الخصائص الجزيئية (Yahya Algamal, 2019; 10).

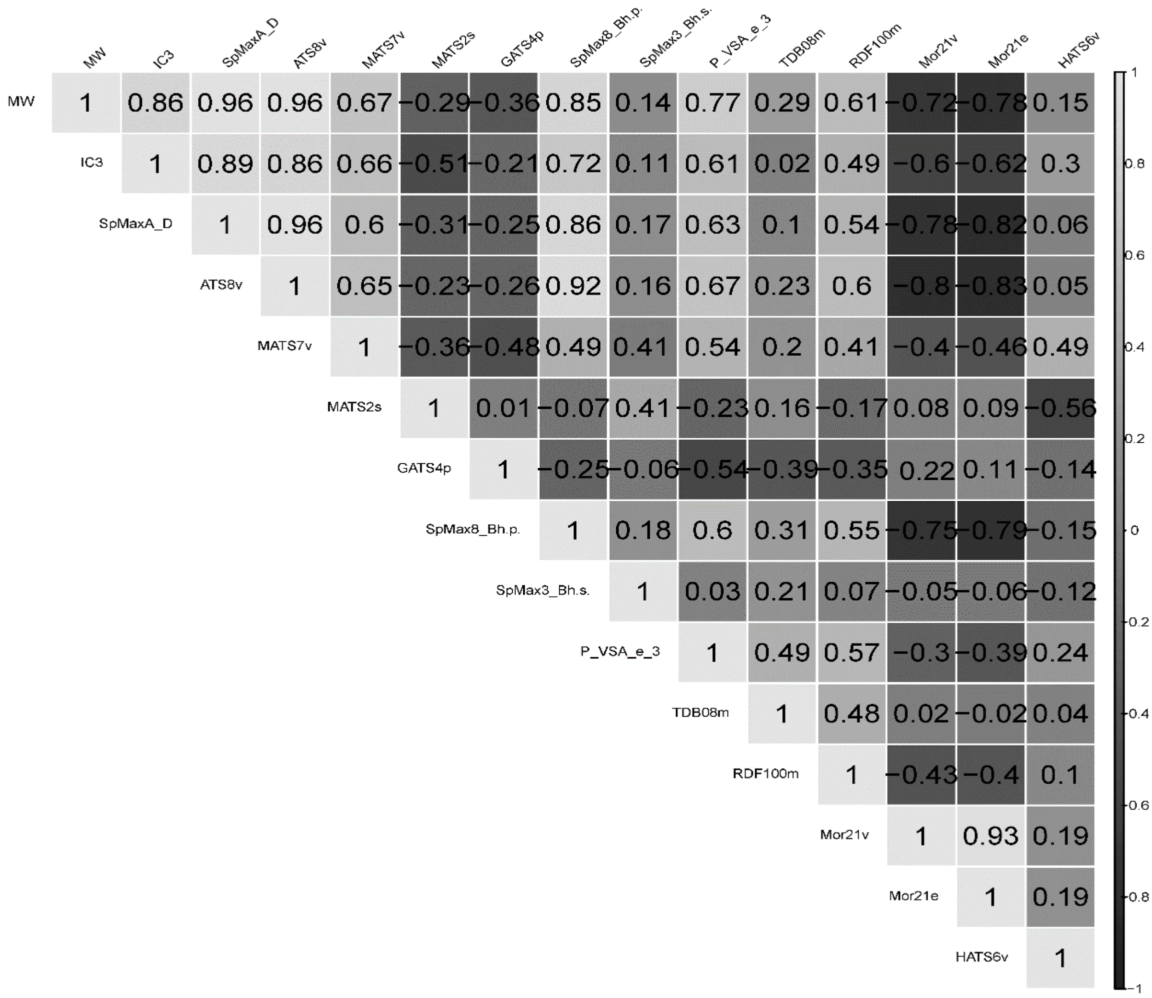
تتناول هذه الفقرة دور متغير (IC_{50}) كمتغير الاستجابة في تقييم الأنشطة البيولوجية للمركبات المضادة للسرطان، وتسلط الضوء على أهمية دراسة العلاقة الكمية بين التراكيب الكيميائية والفاعلية البيولوجية باستخدام نمذجة QSAR. ويعرف QSAR بوصفه نموذجاً للأنشطة البيولوجية على أساس الخصائص الهيكلية لمجموعة من المركبات الكيميائية (Algamal 2017).

تم استخدام اختبار مربع كاي للمطابقة لتحديد مدى ملاءمة التوزيع الكاوسي المعكوس لمتغير الاستجابة(IC_{50}) ، حيث أظهرت النتائج أن قيمة اختبار مربع كاي تساوي 5.2762 وقيمة p-valueتساوي 0.2601. وبناءً على هذه النتائج، يمكن عدّ أن توزيع كاوس المعكوس مناسب لمتغير الاستجابة المعتمد (Yahya Algamal 2019).

فيما يخص الدراسة، فقد تم تضمين 15 واصفاً جزيئياً يمثلون المتغيرات التوضيحية (مستقلة)، ويمكن ملاحظة أن هناك ارتباطات أكبر من 0.90 بين كلاً من SpMaxA_D و MW

Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 19, No. Special Issue, Part (5): 66-84
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

مع (ATS8v) $(r=0.96)$ و SpMax3_Bh(s) مع (ATS8v) $(r=0.92)$ و Mor21v مع Mor21e $(r=0.93)$ وذلك وفقاً لمصفوفة الارتباط المعروضة في **الشكل رقم 1**.



الشكل (1): مصفوفة الارتباط بين 15 متغير من المتغيرات التوضيحية

لكشف وجود الارتباط بين المتغيرات التوضيحية بعد ملائمة نموذج انحدار گاوس المعكوس، تم الحصول على القيم المميزة للمصفوفة $\mathbf{X}^{T}\widehat{\mathbf{W}}\mathbf{X}$ وهي:

$$3.445\times10^{6}, 2.163\times10^{5}, 2.388\times10^{4}, 1.290\times10^{3}, 9.120\times10^{2}, 1.884\times10^{9}, 4.431\times10^{2}, 1.839\times10^{2}$$
$$, 1.056\times10^{2}, 5525, 3231, 2631, 1654, 1008\ and\ 1.115$$

وإن العدد الشرطي المحدد هو $CN=\sqrt{\lambda_{max}/\lambda_{min}}=40383.035$ وهذا يشير إلى وجود ارتباط قوي بين المتغيرات التوضيحية.

تم إجراء تقييم لنموذج انحدار كاوس المعكوس باستخدام معلمات مقدرة وقيم متوسط مربعات الخطأ MSE للمقدرات IGRR، IGLE وIGDK. توضح النتائج الملخصة في الجدول رقم 8 أن المقدر المقترحIGDK يتفوق في الأداء على المقدرات الأخرى، حيث حقق أدنى قيمة MSEبناءً على نتائج المحاكاة ونتائج التطبيق الحقيقي، يمكن الاستنتاج بأن المقدر المقترح IGDK يوفر نتائج أفضل مقارنة بالمقدرات الأخرى المدروسة عند وجود علاقة خطية متعددة

Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 19, No. Special Issue, Part (5): 66-84
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

الجدول (7): وصف المتغيرات التوضيحية

Variable name's	Description
MW	"molecular weight"
IC3	"Information Content index (neighborhood symmetry of 3-order)"
Sp MaxAD	"normalized leading eigenvalue from topological distance matrix"
ATS8v	"Broto-Moreau autocorrelation of lag 8 (log function) weighted by van der Waals volume"
MATS 7v	"Moran autocorrelation of lag 7 weighted by van der Waals volume"
MATS 2s	"Moran autocorrelation of lag 2 weighted by I-state"
GATS 4p	"Geary autocorrelation of lag 4 weighted by polarizability"
SpMax8 Bh(p)	"largest eigenvalue n. 8 of Burden matrix weighted by polarizability"
SpMax3 Bh(s)	"largest eigenvalue n. 3 of Burden matrix weighted by I-state"
P VSA e_3	"P_VSA-like on Sanderson electronegativity, bin 3"
TDB 08m	"3D Topological distance based descriptors lag 8 weighted by mass"
RDF 100m	"Radial Distribution Function 100 / weighted by mass"
Mor 21v	"signal 21 / weighted by van der Waals volume"
Mor 21e	"signal 21 / weighted by Sanderson electronegativity"
HATS 6v	"leverage-weighted autocorrelation of lag 6 weighted by van der Waals volume"

الجدول (8): المعاملات المقدرة وقيم MSE للمقدرات المستخدمة

	IGRR	IGLE	IGDK
$\hat{\beta}_{MW}$	0.741	0.852	0.568
$\hat{\beta}_{IC3}$	0.977	1.104	0.923
$\hat{\beta}_{SpMaxA\_D}$	-1.363	-1.304	-1.307
$\hat{\beta}_{ATS8v}$	-1.64	-1.581	-1.069

	IGRR	IGLE	IGDK
$\hat{\beta}_{\text{MATS7v}}$	-1.48	-1.434	-1.181
$\hat{\beta}_{\text{MATS2s}}$	-1.476	-1.420	-1.064
$\hat{\beta}_{\text{GATS4p}}$	-1.498	-1.439	-1.181
$\hat{\beta}_{\text{SpMax8\_Bh(p)}}$	2.245	2.304	2.307
$\hat{\beta}_{\text{SpMax3\_Bh(s)}}$	1.808	1.867	2.182
$\hat{\beta}_{\text{P\_VSA\_e\_3}}$	1.739	1.798	2.103
$\hat{\beta}_{\text{TDB08m}}$	-2.365	-2.305	-2.151
$\hat{\beta}_{\text{RDF100m}}$	1.309	1.368	1.297
$\hat{\beta}_{\text{Mor21v}}$	-2.695	-2.636	-2.164
$\hat{\beta}_{\text{Mor21e}}$	-2.613	-2.554	-2.188
$\hat{\beta}_{\text{HATS6v}}$	1.95	2.017	2.153
MSE	**2.041**	**1.341**	**1.105**

8. **الاستنتاجات:** تشير النتائج التي تم الحصول عليها من خلال المحاكاة والبيانات الحقيقية إلى أن استخدام المقدر المقترح IGDK يؤدي إلى نتائج جيدة عند استخدام معيار MSE، مما يجعله موثوقاً للمستخدمين في التنبؤ بالنتائج وتقييم النماذج الإحصائية. فضلا عن ذلك، يبدو أن حجم العينة n له تأثير كبير على قيم MSE، حيث تنخفض قيمه عند زيادة حجم العينة، مما يعني زيادة الدقة. وعلى الجانب الآخر، زيادة عدد المتغيرات التوضيحية p تؤثر سلباً على قيم MSE، حيث تزيد قيمه عند زيادة قيمة p. ويلاحظ أيضاً زيادة في قيمة MSE عند زيادة درجة الارتباط لمعامل الارتباط ρ كما تزداد قيمته بازدياد قيمة معلمة التشتت $\emptyset$. ويجدر بالذكر أن استخدام معيار MSE مع المقدر المقترح IGDK يؤدي إلى نتائج أفضل في التنبؤ بالنتائج وتقييم النماذج الإحصائية.

المصادر

1. Abonazel, M. R., Z. Y. Algamal, F. A. Awwad & I. M. Taha, (2022), A new two-parameter estimator for beta regression model: method, simulation, and application. Frontiers in Applied Mathematics and Statistics, 7, 87.
2. Akram, M. N., M. Amin & M. Qasim, (2020), A new Liu-type estimator for the inverse Gaussian regression model. Journal of Statistical Computation Simulation, 90, 1153-1172.

3. Algamal, Z. Y., & Lee, M. H., (2017), A novel molecular descriptor selection method in QSAR classification model based on weighted penalized logistic regression. Journal of Chemometrics, 31.
4. Bühlmann, P. & S. Van De Geer, (2011), Statistics for high-dimensional data: methods, theory and applications. Springer Science & Business Media.
5. Dawoud, I. & B. G. Kibria, (2020), A new biased estimator to combat the multicollinearity of the Gaussian linear regression model. Stats J, 3, 526-541.
6. Ferrari, S. & F. Cribari-Neto, (2004), Beta regression for modelling rates and proportions. Journal of applied statistics, 31, 799-815.
7. Hoerl, A. E. & R. W. Kennar, (1970-b), Ridge regression: applications to nonorthogonal problems. Technometrics, 12, 69-82.
8. Hoerl, A. E. & R. W. Kennard, (1970), Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. Technometrics, 12, 55-67.
9. Kejian, L., (1993), A new class of blased estimate in linear regression. Communications in Statistics-Theory Methods, 22, 393-402.
10. Kurtoğlu, F. & M. R. J. S. P. Özkale, (2016), Liu estimation in generalized linear models: application on gamma distributed response variable. 57, 911-928.
11. Lukman, A. F., K. Ayinde, B. G. Kibria & E. T. Adewuyi, (2022), Modified ridge-type estimator for the gamma regression model. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 51, 5009-5023.
12. Mawlood, K. I., (2021), Estimating Hazard Function and Survival Analysis of Tuberculosis Patients in Erbil city. Tikrit Journal of Administration Economics Sciences, 17.
13. McCullagh, P. & J. Nelder, (1989), Generalized Linear Models. London: Chapman and Hall.
14. Naveed, K., M. Amin, S. Afzal & M. Qasim, (2022), New shrinkage parameters for the inverse Gaussian Liu regression. Communications in Statistics-Theory Methods, 51, 3216-3236.
15. Olsson, U., (2002), Generalized linear models. An applied approach. Studentlitteratur, Lund, 18.
16. Özkale, M. R. & S. Kaçiranlar, (2007), The restricted and unrestricted two-parameter estimators. Communications in Statistics-Theory and Methods, 36, 2707-2725.
17. Peter K. D., G. K. S. 2018. Generalized Linear Models With Examples in R. New York: Springer.
18. Qasim, M., K. Månsson & B. Golam Kibria, (2021), On some beta ridge regression estimators: Method, simulation and application. Journal of Statistical Computation Simulation, 91, 1699-1712.
19. Ross, S. M., (2020), Introduction to probability and statistics for engineers and scientists. Academic press.
20. Salh, A. P. D. S. M., H. T. Abdalla, Z. M. J. T. J. o. A. Omer & E. Sciences, (2021), Using Multinomial Logistic Regression model to study factors that affect chest pain. 17.

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.19.SP3.5.5

21. Segerstedt, B., (1992), On ordinary ridge regression in generalized linear models. Communications in Statistics-Theory Methods, 21, 2227-2246.
22. Yahya Algamal, Z., (2019), Performance of ridge estimator in inverse Gaussian regression model. Communications in Statistics-Theory Methods, 48, 3836-3849.
23. yonis, F. a. & R. A. Othma, (2022), Shrinkage estimators in inverse Gaussian regression model: Subject review. Iraqi Journal of Statistical Sciences, 19, 72-82.