التوزيع الإحصائي لأزمة استهلاك العقاقير الحاوية على مواد مخدرة

أ.م.د. منذر عبدالله خليل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة تكريت
mun880088@tu.edu.iq

أ.م.د. مظهر خالد عبدالحميد
كلية الإدارة والاقتصاد
جامعة تكريت
moudher@tu.edu.iq

الباحثة: زينة جنان جودة
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة تكريت
mun880088@gmail.com

المستخلص:

في عالم اليوم، لا يمثل السلوك الطبيعي لظاهرة استهلاك عقاقير طبية حاوية على مواد مخدرة مشكلة كبيرة. لكن انحرف السلوك الطبيعي للإنسان في التعامل مع تلك الظاهرة، سيولد مشاكل جانبيه كبيره ترقى لمستوى الازمة، خصوصا عندما تتعاطى فئات عمرية معينة عقاقير مخدرة، ولا تعرف بدقة مدى خطورة اثارها الجانبية. فالتعامل بشكل خاطئ مع استهلاك تلك العقاقير له تداعيات خطيرة، قد تصل الى الموت. جاء هذه البحث لاقتراح توزيع احصائي يمثل سلوك تلك الظاهرة، بهدف الحصول على الخصائص الرياضية للتوزيع الاحصائي المقترح ودراسة اهم المؤشرات الإحصائية الخاصة به. تم توظيف بيانات منشورة على الشبكة العنكبوتية تخص الوفيات نتيجة استهلاك العقاقير الحاوية على المواد المخدرة، وقد عولجت بأفضل التقنيات الإحصائية الحديثة المتمثلة ببرنامج (R). وتوصل الباحثون من خلال تشغيل بيانات البيئة العراقية على التوزيع المقترح الى مؤشرات تؤكد خطورة تنامي هذه الظاهرة وعدها كأزمة يجب احاطتها والتعامل معها بعناية.

الكلمات المفتاحية: الازمة، العقاقير المخدرة، التوزيع الاحصائي، برنامج (R).

The statistical distribution for crisis consumption of drugs containing narcotic substances

Assist. Prof. Dr. Mundher A. khaleel
College of Computer Science and Mathematics
Tikrit University

Assist. Prof. Dr. Moudher K. Abdal-hammed
College of Administration and Economics
Tikrit University

Researcher: Zeena Genan Jawdat
College of Computer Science and Mathematics
Tikrit University

Abstract:

In our world, the natural behavior of the consumption of drugs containing narcotic drugs isn’t a big problem. But, the deviation of human behavior in dealing with this phenomenon, will generate significant side problems that rise to the level of crisis, especially when certain age groups are taking drugs narcotic, and do not know the seriousness of its side effects. Dealing with the misuse of these drugs has serious repercussions, which can lead to death. This paper comes to propose a statistical distribution representing the behavior of this phenomenon, in order to obtaining the mathematical properties of the proposed statistical distribution and studying its most important statistical indicators. Web-based data on mortality resulting from the consumption of drugs containing narcotic substances employed, and treated with the best modern statistical techniques of the R program. The researchers reached through the operation of the Iraqi environment data on the proposed distribution of indicators confirming the danger of this growing phenomenon and its promise as a crisis in which must be surrounded, and deals with carefully.

Keywords: Crisis, Narcotic Drugs, Statistical distribution, Program (R).

المقدمة

عادة ما يهتم الاعلام بقضايا على قدر من الأهمية كالكشف عن الظواهر والأزمات لأول مرة، كونها قضايا راي عام، وغالبا ما تبدأ احصائيا بشكل مبسط بذكر الأرقام لتنامي الظاهرة، متبوعا بأشكال بيانية تعطي مستطلعي الموضوع تصورا أكثر وضوحاً في قراءة واستشعارا للخطر من قبل المختصين. فتم التركيز على اقبال الشباب على تعاطي العقاقير المخدرة، كنتيجة لعدم اقتناع المسئولين بتنامي اعداد المدمنين، ولغياب حملات التوعية والتثقيف لخطورة الإدمان على هذا النوع من العقاقير واضراره مع تواجدها في الصيدليات، وبدون رقابة او ضوابط لصرفها، وعدم وجود الية لمواجهة المدمنين وطرق علاجهم. مترافقا مع ضعف البنى التحتية للمؤسسة الصحية كنقص مراكز علاج الإدمان، وتنامي هذه الظاهرة طرديا بين شرائح المجتمع المختلفة، فكل ما سبق ذكره لا يشجع المدمنين منهم على الإقلاع عن تعاطى العقاقير المخدرة. بالإضافة للبنية الاجتماعية السائدة التي تمنعهم من البوح بهذه الممارسات، وخاصة في البدايات الأولى التي تعد أسهل في التعامل مع حالتهم الصحية، يعد ذلك جزءا من الأسباب التي أوصلتهم لنقطة اللاعودة، وأدت بالسواد الأعظم منهم الى النقطة الحاسمة أي تعرض الواصلين لمراحل الإدمان المتقدمة منهم الى الموت، وذلك كنتيجة لعدم توفر العلاج تحت اشراف مختصين، ولتوقفهم المفاجئ عن تعاطى العقاقير المخدرة، وبقاؤهم دون نظام علاجي صارم لخصوصية حالتهم. وتجدر الإشارة لوجوب التعامل بإنسانية مع المدمنين، بوصفهم طبيا كمرضى بحاجة ماسه للعلاج، ومتابعة المتسببين لوصولهم لهذا المستوى من اجل معاقبتهم ودرئ خطرهم.

ذكر مكتب الأمم المتحدة المعني بالمخدرات والجريمة ان حصاد الأرواح البشرية نتيجة استهلاك المخدرات في عام (٢٠١٤) يقدر بحوالي (١٨٣٠٠٠) حالة وفاة جميعها ذات صلة بالمخدِّرات، وضمن مدى مقدر بـ (٩٥٠٠٠-٢٢٦٠٠٠)، وفقا لذلك التقرير فان معدَّل الوفيات بلغ (٤٠،٠) حالة لكلِّ مليون، وضمن الاعمار المحصورة ما بين(١٥-٦٤) سنة أي ضمن المدى (٢٠,٨-٤٩,٣) سنه. وقد أشار نفس التقرير الى انه في عام (٢٠١٢) ان هناك تنامي بأعداد الذين يتعاطون المخدِّرات بالحقن حتى بلغ (٧,١٢) مليون نسمة ضمن مدى (٤,٢٢-٩,٨) مليون، بمعدل انتشار بلغ (٢٧%) ضمن مدى (١٩%-٤٨%) من السكان الذين في سنِّ(١٥-٦٤) سنة، في إشارة لفرصة كبيرة لانتقال الامراض الخطرة كنقص المناعة او التهاب الكبد الفيروسي صنف (C)، والتي تصنف ضمن الامراض المؤدية الى الموت لصعوبة النجاة منها، هذا إضافة لصعوبة الشفاء من الإدمان بالحقن (تقرير المخدِّرات العالمي، ٢٠١٤: ٤-٨).

حاول البعض تناول الموضوع بهدف إيجاد صيغ رياضية، لغرض بيان سلوك الظاهرة، بغية الحصول على توزيع احصائي يخص الظاهرة. علما انه لا يوجد مثل هذا التوزيع الذي يصف

الظاهرة حصرا. تنصب جهودنا على إيجاد هذا التوزيع بالاعتماد على أسلوب احصائي حديث، مفاده توليد توزيع احصائي جديد يمتاز بالمرونة العالية، لوصف أنواع مختلفة من الظواهر الطبيعية، بناءً على إضافة معلمة او أكثر من معالم الشكل على PDF التوزيع الأساسي. حيث قام كل من (Marshall, and Olkin, 1997) بإضافة معلمة شكل جديدة الى توزيع Exponential و Weibull، في عام (Oguntunde et al., 2018)، قام بتوسيع التوزيع الاسي لوصف بعض البيانات بإضافة معلمة شكل جديدة الى التوزيع الاسي، وفي العام ذاته (2018) تناول عبدالحميد واخرين ايجاد توزيع احتمالي لدراسة زخم المرضى المراجعين لوحدة صحية تم افتتاحها حديثا بأسلوب Weibull-G family. وفيها ايضا تم توسيع توزيع Exponential وذلك لمرونته بهدف دراسة بيانات سلوك ظاهرة رياضية وهندسية من قبل (Oguntunde et al.,).

كذلك قام (Khaleel et al., 2019) بإضافة معلمة الى التوزيع المنتظم لإيجاد معدل الفشل في التطبيقات الطبية باستخدام المحاكاة. في حين قام (Oguntunde et al., 2019) بإيجاد توزيع احصائي لوصف سلوك ظاهرة مرضى سرطان الراس والرقبة. ولدراسة سلوك ظاهرة مرضى السرطان قام (Maxwell et al., 2019) بإيجاد توزيع معكوس لوماكس لوصف تلك الظاهرة. وفي نفس العام تم ايجاد توزيع يصف ظاهرة مرضى سرطان الثدي من قبل (AbuJarad et al.,). وقام Ahmedd بدراسة اورام الثدي في احدى مستشفيات جمهورية مصر العربية باستخدام توزيع Exponential Distribution (Topp Leone Marshall-Olkin).

لم يتوقف الجهد العلمي بدراسة سلوك الظواهر الطبيعية بشكل عام و الطبية بشكل خاص، و علية سنقوم بتوظيف تلك الدراسات القيمة من اجل دراسة سلوك ظاهرة استهلاك العقاقير الطبية، باعتبار ان عدم وضعها تحت الرقابة المشددة يجعل من استهلاكها ليس للأغراض الصحية، و انما للإدمان و طلب النشوة الذي يعد معطل لفعاليات الانسان الحيوية، وان كثرة انتشارها قد اصبح ظاهرة خرجت عن سيطرة الجهات الرقابية الصحية و اصبحت لها تداعيات امنية قد صنفت ضمن ملفات الامم المتحدة (منشورات الأمم المتحدة، رقم المبيع A.14.x1.7) على انها ظاهرة غير صحيحة و انتشارها ضمن مديات معينة يعد ازمة لابد من الوقوف بوجهها و معالجتها لكون تداعياتها ذات ابعاد مؤثرة على المجتمع بشكل عام و تشوه الاجيال بشكل خاص. تضمن المبحث الاول من البحث ايجاد التوزيع المقترح دالة كثافة احتمالية (PDF) ودالة كتلة احتمالية (CDF). وتناول المبحث الثاني ايجاد توسيع لدالة PDF. اما المبحث الثالث تضمن ايجاد ودراسة اهم الخصائص الرياضية للتوزيع المقترح. وتقدير معلمات التوزيع باستخدام طريقة الامكان الاعظم في المبحث الرابع. في المبحث الخامس وتم التأكد من مطابقة التوزيع على بيانات استهلاك العقاقير الطبية. وختم البحث بالاستنتاجات والتوصيات.

١. توزيع Marshall-Olkin exponential exponentiated exponential (MOEEE)

ليكن لدينا توزيع Exponentiated exponential بدالة كتلة احتمالية CDF، ودالة كثافة احتمالية PDF على التوالي، وكالاتي:

$$F(x;\omega,b) = (1-e^{-\omega x})^{b} \qquad \omega, b > 0,\ \ x > 0 \tag{1}$$

$$f(x;\omega,b) = \omega\, b\, e^{-\omega x}\,(1-e^{-\omega x})^{b-1} \tag{2}$$

حيث ان ω, b تمثل معالم الشكل للتوزيع الاساسي وليكن لدينا دالة كتلة احتمالية CDF، ودالة كثافة احتمالية PDF للعائلة Marshall Olkin-G (MO-G):

$$G(x;\propto) = \frac{M(x)}{1-\bar{\propto}\,\bar{M}(x)}\,,\quad \bar{M}(x) = 1-M(x),\qquad \bar{\propto} = 1-\propto \tag{3}$$

$$g(x;\propto) = \frac{\propto m(x)}{[1-\bar{\propto}\,\bar{M}(x)]^2} \tag{4}$$

ليكن لدينا دالة كتلة احتمالية CDF، ودالة كثافة احتمالية PDF للعائلة exponential-G:

$$M(x;\partial) = 1-e^{-\partial f(x)}\ ,where,\quad \bar{M}(x;\partial) = \ e^{-\partial F(x)} \tag{5}$$

$$m(x;\partial) = \partial\, f(x)\, e^{-\partial F(x)} \tag{6}$$

عند تعويض معادلة (٥) و(٦) في معادلة (٣) و(٤) نحصل على عائلة .MOE-G الجديدة:

$$G(x;\propto,\partial) = \frac{1-e^{-\partial F(x)}}{1-\bar{\propto}\ e^{-\partial F(x)}} \tag{7}$$

$$g(x;\propto,\partial) = \frac{\propto \partial\ f(x)\ e^{-\partial F(x)}}{[1-\bar{\propto}\, e^{-\partial F(x)}]^2} \tag{8}$$

نعوض معادلات (١) و (٢) في معادلات (٧) و (٨) على التوالي نحصل على التوزيع:

$$G(x;\propto,\partial,\omega,b) = \frac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{1-\bar{\propto}\, e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}} \tag{9}$$

$$g(x;\propto,\partial,\omega,b) = \frac{\propto\ \partial\ \omega\ b\, e^{-\omega x}\ (1-e^{-\omega x})^b e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{[1-\bar{\propto}.\, e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}]^2} \tag{10}$$

إن دالة البقاء تعطى بالشكل الاتي Survival function (SF)

$$S(x;\propto,\partial,\omega,b) = 1-G(x;\propto,\partial,\omega,b)$$

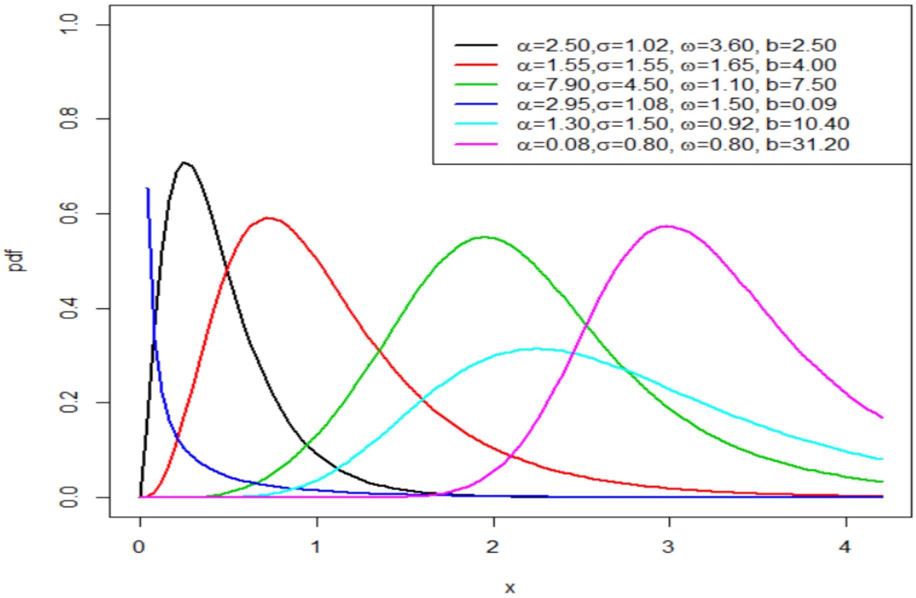
$$S(x;\propto,\partial,\omega,b) = 1-\frac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{1-\bar{\propto}\, e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}} \tag{11}$$

اما دالة المخاطرة تعطى بالشكل الاتي (hf) :Hazard function

$$h(x;\propto,\partial,\omega,b) = \frac{g(x;\propto,\partial,\omega,b)}{S(x;\propto,\partial,\omega,b)}$$

$$h(x;\propto,\partial,\omega,b) = \frac{\dfrac{\propto\ \partial\ \omega\ b\, e^{-\omega x}\ (1-e^{-\omega x})^b\ e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{[1-\bar{\propto}\ \ e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}]^2}}{1-\dfrac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{1-\bar{\propto}\, e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}} \tag{12}$$

الشكل (١) يعرض بعض الرسومات لدالة PDF للتوزيع المقترح MOEEE باختيار قيم مختلفة لمعالم التوزيع حيث يظهر لدينا اشكال مختلفة تأخذ شكل معكوس J والالتواء من اليمين والمتماثل والالتواء من الايسار وكذلك الشكل الاحادي. حيث ان اغلب هذه الاشكال تكون ذات التواء موجب وتفلطح بعدة اشكال مثل المدبب والمتوسط والمسطح بالاعتماد على تغير قيم المعالم.



الشكل (١): يعرض الاشكال المحتملة للتوزيع المقترح باستخدام قيم مختلفة للمعالم

٢. **توسيع دالة الكثافة الاحتمالية Expansion of PDF:** لغرض دراسة بعض الصفات والخصائص الاحصائية للتوزيع المقترح يأخذ بنظر الاعتبار توسيع PDF للتوزيع المقترح وذلك بأخذ معادلة (١٠) وتبسيطها. حيث يتم استخدام مفكوك سلسلة ثنائي الحدين عدة مرات (Merovci, et al., 2016) (Khaleel, et al., 2018) وكالاتي:

ليكن لدينا:

$$(1-z)^{-k}=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{\Gamma(k+j)}{\Gamma(k)j!}z^{j}$$

وباستخدام مفكوك ذي الحدين على المقام نحصل على:

$$[1-\,\overline{\propto}\;e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^{b}}]^{-2}=\sum_{j=0}^{\infty}(j+1)\;\overline{\propto}^{j}\;\;[e^{-\partial j(1-e^{-\omega x})^{b}}]$$

وبالاعتماد على الصيغة اعلاه يمكن تبسيط معادلة (١٠) الى الشكل الاتي:

$$g(x;\propto,\partial,\omega,b)=\propto\;\partial\;\omega\;b\;e^{-\omega x}\;(1-e^{-\omega x})^{b}$$
$$*\;e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^{b}}\sum_{j=0}^{\infty}(j+1)\;\;\overline{\propto}^{j}\;\;e^{-\partial j(1-e^{-\omega x})^{b}}$$
$$=\propto\omega\,b\sum_{j=0}^{\infty}\partial(j+1)\,\overline{\propto}^{j}\;\;e^{-\omega x}\;(1-e^{-\omega x})^{b}\;e^{-\partial(j+1)(1-e^{-\omega x})^{b}}$$

وباستخدام مفكوك Exponential:

$$e^{-xt}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}\,x^{k}\,t^{k}}{k!}$$

$$e^{-\partial(j+1)(1-e^{-\omega x})^{b}}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}\;\;[\partial(j+1)]^{k}\;(1-e^{-\omega x})^{bk}}{k!}$$

$$=\propto \omega\, b \sum_{j,k=0}^{\infty} \frac{\bar{\propto}^{j}\, \partial(j+1)\, (-1)^{k}\, e^{-\omega x}\, [\partial(j+1)]^{k}}{k!} (1-e^{-\omega x})^{b(1+k)}$$

$$=\propto \omega\, b \sum_{j,k=0}^{\infty} \frac{\bar{\propto}^{j}\, [\partial(j+1)]^{k+1} (-1)^{k}\, e^{-\omega x}}{k!} (1-e^{-\omega x})^{b(1+k)}$$

باستخدام مفكوك ذي الحدين مرة أخرى:

$$(1-z)^{b-1} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^{i} \binom{b-1}{i} z^{i}$$

$$(1-e^{-\omega x})^{b(k+1)} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^{i} \binom{b(k+1)}{i} e^{-\omega i x}$$

لنحصل على:

$$g(x;\propto,\partial,\omega,b) =\propto \omega\, b \sum_{i,j,k=0}^{\infty} \frac{\bar{\propto}^{j}\, [\partial(j+1)]^{k+1} (-1)^{i+k} \binom{b(k+1)}{i}}{k!}\, e^{-\omega(i+1)x}$$

$$g(x;\propto,\partial,\omega,b) = \Psi_{i,j,k} \propto \omega\, b\, e^{-\omega(i+1)x} \qquad (13)$$

بحيث ان:

$$\Psi_{i,j,k} = \sum_{i,j,k=0}^{\infty} \frac{\bar{\propto}^{j}\, [\partial(j+1)]^{k+1} (-1)^{i+k} \binom{b(k+1)}{i}}{k!}$$

المعادلة (١٣) تعتبر هي المعادلة التي تستخدم في ايجاد الخواص الاحصائية والرياضية في هذا المبحث.

٣. الخصائص الرياضية:

١-٣. دالة التوزيع الكمي Quantile function: في النظرية الاحتمالية والاحصائية ترتبط دالة التوزيع الكمي Quantile function (QF) بالتوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي لتحديد قيمة المتغير العشوائي ويمكن استخدامها في ايجاد الالتواء والتفلطح للتوزيعات التي لا تحتوي على عزوم وكذلك في توليد البيانات لدراسة المحاكاة. ان دالة QF يمكن استنتاجها كما يلي:

بعكس المعادلة (٩) يمكن ايجاد دالة QF وكالاتي:

$$Q(u) = F^{-1}(x) = \frac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^{b}}}{1-\bar{\propto} e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^{b}}}$$

لتكن:

$$M = e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^{b}}$$

$$\therefore \quad u = \frac{1-M}{1-\bar{\propto}M} \Rightarrow 1-M = u - u\,\bar{\propto}\, M \Rightarrow 1-u = M - \bar{\propto}\, uM$$

$$\Rightarrow 1-u = M(1-\bar{\propto}\, u) \Rightarrow M = \frac{1-u}{1-\bar{\propto}u}$$

و بالتعويض عن قيمة M نحصل على:

$$e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}=\frac{1-u}{1-\propto u}\Rightarrow \partial(1-e^{-\omega x})^b=-ln(\frac{1-u}{1-\propto u})$$

$$(1-e^{-\omega x})^b=\frac{-\ln\left(\frac{1-u}{1-\propto u}\right)}{\partial}\quad\Rightarrow\ 1-e^{-\omega x}=\frac{-ln(\frac{1-u}{1-\propto u})}{\partial}^{\frac{1}{b}}$$

$$e^{-\omega x}=1-\left(\frac{-\ln\left(\frac{1-u}{1-\propto u}\right)}{\partial}\right)^{\frac{1}{b}}\ \Rightarrow\ \omega x=-\ln\left(1-\left(\frac{-\ln\left(\frac{1-u}{1-\propto u}\right)}{\partial}\right)^{\frac{1}{b}}\right)$$

$$\therefore\quad x=\frac{-\ln\left(1-\left(\frac{-\ln\left(\frac{1-u}{1-\propto u}\right)}{\partial}\right)^{\frac{1}{b}}\right)}{\omega}\qquad(14)$$

ان الوسيط للتوزيع المقترح هو:

$$\text{Median}=\frac{-\ln\left(1-\left(\frac{-\ln\left(\frac{0.5}{1-\propto 0.5}\right)}{\partial}\right)^{\frac{1}{b}}\right)}{\omega}.\qquad(15)$$

معادلة (14) تستخدم في دراسة المحاكاة حيث ان $u\sim U(0,1)$ ولذلك لتوليد البيانات، كذلك تستخدم معادلة (14) للحصول على الربع الاول و الربع الثالث عندما $U=0.25$ و$U=0.75$ على التوالي Abdullah et al.,(2019) وكذلك يمكن الحصول على دالة الالتواء والتفلطح للتوزيع الاحصائي من المعادلة (14).

٣-٢. العزوم Moments: لدراسة منحنيات التوزيعات التكرارية من حيث الالتواء والتفلطح او ايجاد مقاييس النزعة المركزية وبعض مقاييس التشتت يأتي دور العزوم كحجر زاوية لدراستها وذلك لأهميتها في قياس طبيعة البيانات وكذلك التعرف على سلوكها وخصائصها الاحصائية. يستخدم العزم للمرتبة (r^{th}) اللامركزي او ما يعرف بالعزم حول نقطة الاصل (Khaleel et al., 2016) و يمكن ايجاد العزم r– للتوزيع المقترح بالشكل الاتي:

$$M_r=E(x^r)=\int_0^{\infty}x^r\,g(x;\propto,\partial,\omega,b)\,dx$$

وباستخدام المعادلة (١٣) نحصل على:

$$M_r=\int_0^{\infty}x^r\ \propto\omega\,b\,\Psi_{i,j,k}\ e^{-\omega(i+1)x}dx\Rightarrow$$

$$M_r=\propto\omega\,b\,\Psi_{i,j,k}\int_0^{\infty}x^r\,e^{-\omega(i+1)x}\,dx$$

ليكن:

$$Y = \omega(i+1)x \implies x = \frac{y}{\omega(i+1)}, \implies dx = \frac{dy}{\omega(i+1)}$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة باستخدام بعض العمليات الجبرية نحصل على:

$$= \propto \omega b \Psi_{i,j,k} \int_0^\infty \left(\frac{y}{\omega(i+1)}\right)^r e^{-y} \frac{dy}{\omega(i+1)} \Rightarrow M_r = \Psi_{i,j,k} \frac{\propto \omega\, b}{(\omega(i+1))^{r+1}} \int_0^\infty (y)^r e^{-y} dy$$

$$\because \quad \int_0^\infty y^{r+1-1} e^{-y} dy = \Gamma(r+1) \Rightarrow M_r = \Psi_{i,j,k} \frac{\propto \omega\, b}{(\omega(i+1))^{r+1}} \Gamma(r+1)$$

وعلية يمكن كتابة العزوم بالصيغة التالية:

$$M_r = \Psi_{i,j,k} \frac{\propto \omega\, b\, \Gamma(r+1)}{(\omega(i+1))^{r+1}} \qquad (16)$$

٣-٣. الدالة المولدة للعزوم (Moment generating function): من الجدير بالملاحظة انه يمكن الحصول على بعض مقاييس النزعة المركزية باستخدام العزوم وان الدالة المولدة للعزوم **(Moment generating function)** يمكن ايجادها بالصيغة الاتية:

$$M_x(t) = \int_0^\infty e^{tx} f(x)\, dx$$

و باستخدام الصيغة الاسية Khaleel et al,. (2017)

$$\because \quad e^{tx} = \sum_{r=0}^\infty \frac{t^r x^r}{r!}$$

باستخدام المعادلة (١٦) نحصل على:

$$M_x(t) = \sum_{r=0}^\infty \frac{t^r}{r!} \omega\, b\, \Psi_{i,j,k} \frac{\Gamma(r+1)}{(\omega(i+1))^{r+1}}$$

وعليه يمكن كتابة الدالة المولدة للعزوم بالصيغة الاتية:

$$M_x(t) = \sum_{r=0}^\infty \frac{t^r\, \omega\, b\, \Psi_{i,j,k}\, \Gamma(r+1)}{r!(\omega(i+1))^{r+1}} \qquad (17)$$

٣-٤. الإحصاءات المرتبة Order Statistics: تُدرس الاحصاءات المرتبة لأهميتها المتمثلة في دخولها في تطبيقات عدة في مجالات الحياة اليومية والتي تتمثل في ايجاد اعلى قيمة واقل قيمة كما لها تطبيقات في مجالات الانظمة العلمية بشكل عام نخص بالذكر منها اختبار الموثوقية والبقاء في الدراسات التي تخص المتانة و كذلك في مراقبة الجودة كما ان لها تطبيقات حديثة مهمة في مجال معالجة الصور والكشف عن الرادارات، ويمكن الحصول على الاحصاءات المرتبة Order Statistics (Oguntunde et al,. 2019) كالاتي:

$$f_{\xi,n}(x) = \frac{n!\, g(x;\propto,\partial,\omega,b)}{(\xi-1)!(n-\xi)!} [G(x;\propto,\partial,\omega,b)]^{\xi-1}[1-G(x;\propto,\partial,\omega,b)]^{n-\xi} \qquad (18)$$

وبتعويض المعادلة (١٣) والمعادلة (٩) في المعادلة (١٧) نحصل على المعادلة التالية:

$$f_{\xi,n}(x) = \frac{n!}{(\xi-1)!\,(n-\xi)!}[\Psi_{i,j,k}\omega\, b\, e^{-\omega(i+1)x}\ ][\frac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{1-\bar{\propto}\ \ e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}]^{h-1}$$
$$*\ [1-\frac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{1-\bar{\propto}\,e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}]^{n-h}$$

إذا عوضنا بـ$\xi = 1$ نحصل على أصغر احصاءه مرتبة:

$$f_{1,n}(x) = n\left[\Psi_{i,j,k}\omega\, b\, e^{-\omega(k+1)x}\right]\left[1-\frac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{1-\bar{\propto}.\ e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}\right]^{n-1}$$

إذا عوضنا بـ $\xi = n$ نحصل على اكبر احصاءه مرتبة

$$f_{n,n}(x) = n\left[\Psi_{i,j,k}\omega\, b\, e^{-\omega(k+1)x}\right]\left[\frac{1-e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}{1-\bar{\propto}\,.\,e^{-\partial(1-e^{-\omega x})^b}}\right]^{n-1}$$

٤. طريقة الإمكان الأعظم (MLE) Maximum Likelihood method: هناك عدة طرق للتقدير معالم التوزيع الاحصائي والاكثر شيوعا من هذه الطرق هي طريقة الامكان الاعظم (MLE) والتي تعتمد في مبدئها على داله الامكان وفي ايجاد تقدير لقيمة المعلمة والتي تجعل الدالة في نهايتها العظمى، (Ibrahim et al., 2017).

لتكن لدينا $x_1, x_2, \dots, x_n$ عينة عشوائية بحجم n من التوزيع المقترح (MOEEE) ويمكن ايجادها دالة الامكان الاعظم بالشكل الاتي

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n; \propto, \partial, \omega, b) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\propto\partial\ \omega\ b\ e^{-\omega x_i}\,(1-e^{-\omega x_i})^b.e^{-\partial(1-e^{-\omega x_i})^b}}{[1-\bar{\propto}\,e^{-\partial(1-e^{-\omega x_i})^b}]^2}\right)\quad (19)$$

ولتكن L لوغاريتم دالة الامكان الاعظم فان:

$$L = n\log(\propto) + n\log(\partial) + n\log(\omega) + \ n\log(\,b)\ \ -\sum_{i=1}^{n}\omega\, x_i$$
$$+b\ \sum_{i=1}^{n}\log(1-e^{-\omega\, x_i}) - \sum_{i=1}^{n}\partial(1-e^{-\omega\, x_i})^b$$
$$-2\sum_{i=1}^{n} log\left(1-\bar{\propto}\ \ e^{-\partial(1-e^{-\omega x_i})^b}\right)\qquad (20)$$

وبأخذ المشتقات الجزئية لمعالم التوزيع $\propto, \partial, \omega, b$ ومساواتها بالصفر نحصل على نظام من المعدلات المعقدة والتي من الصعوبة حلها بالطريقة التقليدية، لذلك نلجأ الى ايجادها عدديا باستخدام برنامج (R).

٥. الجانب التطبيقي: تم استخدام بيانات معدل الوفيات بسبب الادمان على العقاقير المخدرة المنشورة في تقرير الامم المتحدة والتي تم تصنيفها كمشكلة وصلت الى مرحلة الازمة وينبغي احاطتها بمزيد من الاهتمام وعليه تم اقتراح توزيع احصائي لبيان سلوكها ومحاولة دراسة خصائصه لتحجيمها.

تم استخدام المعايير الاحصائية مثل:

- ❖ معيار اكاياك (AIC) Akaike Information Criterion.
- ❖ معيار اكاياكي المصحح $(CAIC)$ Consistent Akaike Information Criterion.

- ❖ معيار بييز (BIC) Bayesian information criterion.
- ❖ معيار هنان-كوين $(HQIC)$ Hannan-Quinn Information Criterion.

على التوالي كما في المعادلات الاتية:

$$AIC = -2l + 2k, \qquad BIC = -2l + klog(n),$$

$$CAIC = AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1}\ , \qquad HQIC = 2\log[\log(n)(k-2l)]$$

حيث ان قيمة (k) تمثل عدد معالم التوزيع و قيمة (n) تمثل حجم العينة و قيمة (l) تمثل الامكان الاعظم للتوزيع. تم تقدير المعالم غير المعروفة للتوزيعات باستخدام طريقة الامكان الاعظم، وذلك باستخدام برنامج لغة (R) لإيجاد أفضل توزيع يطابق البيانات، وتم الاستعانة ببعض المعايير الاحصائية لغرض المقارنة بين التوزيعات. حيث ان أصغر قيمة لهذا المعايير الاحصائية تقابل أفضل توزيع يطابق البيانات. تم مقارنة التوزيع المقترح MOEEE مع عدة توزيعات مثل:

Marshall-Olkin Exponential Gompertz (MOEGo); Marshall-Olkin Exponential Burr XII (MOEBXII); Marshall-Olkin Exponential Lomax (MOELo); Marshall-Olkin Exponential-F (MOEF); Marshall-Olkin Exponential Chen (MOECh); Marshall-Olkin Exponential Exponential (MOEE).

ان الجدول (١) يمثل الوصف الاحصائي لبيانات الوفيات والتي يمكن استخدامها للتعرف على طبيعة البيانات وصفاتها والية توزيعها من حيث الشكل وذلك بالاعتماد على قيمة الالتواء Skew والتفلطح Kurtosis. ان قيمة الالتواء موجبة وهذا يدل على ان البيانات ذات التواء من جهة اليمين، اي ان عدد كثير من الوفيات قد حصلت أكثر من المتوسط بسبب العقاقير المخدرة. وهذا بحد ذاته يمثل مشكلة كبيرة يجب معالجتها. اما بالنسبة للتفلطح فان قيمته موجب وهذا يعني ان البيانات ذات تفلطح رفيع Leptokurtic تكون قريبة من التوزيع الطبيعي، اي بمعنى ان المتوسط والوسيط للبيانات تكون متقاربة من حيث القيمة.

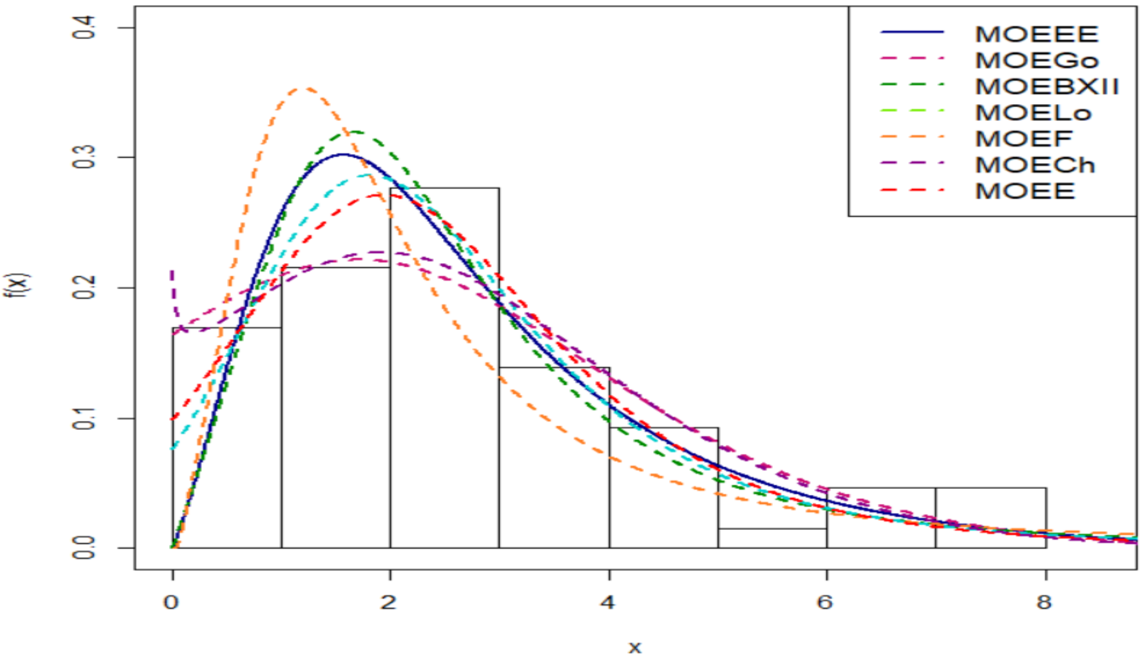
الجدول (١): وصف الاحصائي للبيانات

N	Mean	Median	S.D	Min	Max	Skew	Kurtosis
65	2.73	2.18	1.83	0.48	7.76	1.1	0.58

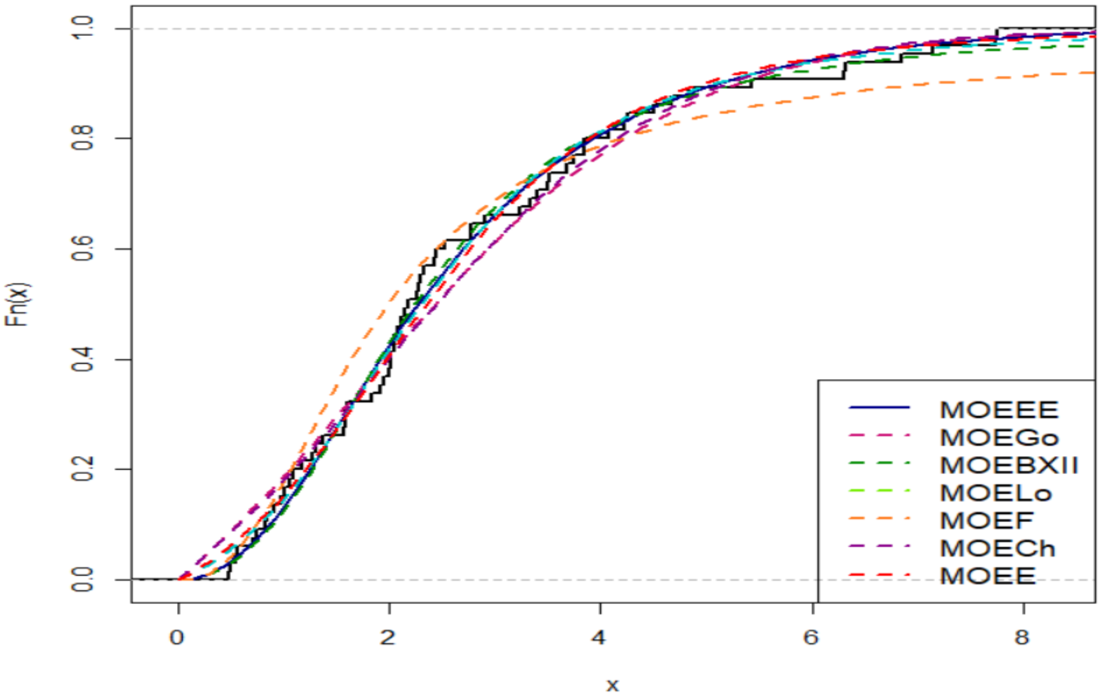
ان النتائج المحصل عليها في الجدول (٢) تبين ان التوزيع المقترح MOEEE قد اظهر أكثر مطابقة لبيانات معدل الوفيات بسبب الادمان على العقاقير المخدرة كونه حقق اقل قيمة لهذه المعايير عند مقارنته بالتوزيعات الاخرى. وكذلك من خلال الشكل (٢) والشكل (٣) لبيانات الوفيات يتبين ان التوزيع المقترح هو أكثر مطابقة لهذه البيانات وعليه يمكن ان نختار التوزيع المقترح هو الافضل لهذه البيانات.

الجدول (٢): تقدير للمعالم للتوزيعات مع المعايير الاحصـائية
(-LL, AIC, CAIC, BIC, HQIC) لبيانات معدل الوفيات

Distributions	**Estimation**	**- l**	**AIC**	**CAIC**	**BIC**	**HQIC**
MOEEE	$\hat{\alpha}=$ 0.2010 $\hat{\partial}=$200.00 $\hat{\omega}=$0.0189 $\hat{b}=$2.2111	118.94	245.88	246.55	254.58	249.31
Distributions	**Estimation**	**- l**	**AIC**	**CAIC**	**BIC**	**HQIC**
MOEGo	$\hat{\alpha}=$ 0.0553 $\hat{\partial}=$2.6566 $\hat{\omega}=$0.6568 $\hat{b}=$0.0034	122.82	253.65	254.31	262.34	257.08
MOEBXII	$\hat{\alpha}=$ 11.6582 $\hat{\partial}=$52.5893 $\hat{\omega}=$0.0273 $\hat{b}=$2.0189	120.68	249.37	250.04	258.07	252.80
MOELo	$\hat{\alpha}=$ 28.4088 $\hat{\partial}=$22.4220 $\hat{\omega}=$0.3371 $\hat{b}=$0.2845	121.28	250.56	251.23	259.26	253.99
MOEF	$\hat{\alpha}=$ 101.592 $\hat{\partial}=$10.1189 $\hat{\omega}=$38.4038 $\hat{b}=$0.8682	125.14	258.28	258.95	266.98	261.71
MOECh	$\hat{\alpha}=$ 0.0625 $\hat{\partial}=$2.5170 $\hat{\omega}=$0.8605 $\hat{b}=$0.0031	123.09	254.18	254.85	262.88	257.61
MOEE	$\hat{\alpha}=$ 13.4716 $\hat{\partial}=$9.8596 $\hat{\omega}=$0.1344	121.77	249.54	249.93	256.06	252.11



الشكل (٢): المدرج والمنحني التكراري للتوزيع المقترح والتوزيعات الاخرى لبيانات الوفيات



الشكل (٣): منحني الدالة التراكمية للتوزيع المقترح وتوزيعات المقارنة لبيانات معدل الوفيات

٦. الاستنتاجات والتوصيات: من الواضح ان ارتفاع معدل الوفيات باستخدام العقاقيرالمخدرة يحتاج الى رؤية كبيرة من قبل المجتمع أولا والحكومة ثانيا. لابد من تشديد الدور الرقابي على المواد الطبية التي تحتوي على نسبة عالية من المواد المخدرة كون الفئة العضمى من المرضي لا يعرفون مخاطر استخدام هذه العقاقير وما ستؤدي اليه من نتائج سلبية في حال استمر اخذ هذا العلاج لفترة طويلة، قد تسبب له لإدمان ومن ثم الوفاة. ان معرفة سلوك هذه البيانات يعد دافعا جيدا لتشجيع الدور الرقابي على العقاقير والحد من استيرادها وتوعية مستخدميها.

ان النموذج المقترح يعد توزيعا مثاليا وذلك من خلال دراسة البيانات ومقارنته مع توزيعات أخرى. حيث تبين ان التوزيع المقترح يمثل أفضل حسن مطابقة للبيانات مقارنة مع توزيعات أخرى باستخدام بعض المعايير الإحصائية لغرض المقارنة، وذلك من خلال حصول التوزيع المقترح على اقل قيم. لهذا نوصي الباحثين على توظيف الطرق الجديدة في دراسة وتحليل البيانات باستخدام هكذا نوع من التوزيعات وأيضا اجراء توسيع لتوزيع المقترح.

المصادر

اولاً. المصادر العربية:

١. مكتب الأمم المتحدة المعني بالمخدِّرات والجريمة، تقرير المخدِّرات العالمي، (٢٠١٤)، (منشورات الأمم المتحدة، رقم المبيعA.14.x1.7) .

٢. عبدالحميد، مظهر خالد. خليل، منذر عبدالله. عبدالله، زياد محمد، (٢٠١٨)، دعم القرار الاستثماري في القطاع الصحي باستخدام الاساليب المعلمية" مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية/المحور الاحصائي، المجلد (٣)، ج٢ العدد (خاص).

ثانياً. المصادر الاجنبية:

1. Abdullah, Z. M., Khaleel, M. A., Abdal-hameed, M. K., & Oguntunde, P. E., (2019), Estimating Parameters for Extension of Burr Type X Distribution by Using Conjugate Gradient in Unconstrained Optimization. Kirkuk university journal for scientific studies, 14 (3), 33-49.
2. AbuJarad, M. H., Khan, A. A., Khaleel, M. A., AbuJarad, E. S., AbuJarad, A. H., & Oguntunde, P. E., (2019), Bayesian Reliability Analysis of Marshall and Olkin Model. Annals of Data Science, 1-29.
3. Ahmedd, M. T., (2019), Exponential Distribution (Topp Leone Marshall-Olkin) Properties with Application. Tikrit Journal of Administration and Economics Sciences, 15 (47 Part 2), 242-255.
4. Ibrahim, N. A., Khaleel, M. A., Merovci, F., Kilicman, A., & Shitan, M., (2017), WEIBULL BURR X DISTRIBUTION PROPERTIES AND APPLICATION. Pakistan Journal of Statistics, 33 (5).
5. Khaleel, M. A., Abdal-hammed, M. K., Loh, Y. F., & Ozel, G., (2019), A new uniform distribution with bathtub-shaped failure rate with simulation and application. Mathematical Sciences, 1-10.
6. Khaleel, M. A., Ibrahim, N. A., Shitan, M., & Merovci, F., (2016, June), Some properties of Gamma Burr type X distribution with application. In AIP Conference proceedings (Vol. 1739, No. 1, p. 020087), AIP Publishing.
7. Khaleel, M. A., Ibrahim, N. A., Shitan, M., & Merovci, F., (2018), New extension of Burr type X distribution properties with application. Journal of King Saud University-Science, 30 (4), 450-457.
8. Khaleel, M. A., Ibrahim, N. A., Shitan, M., Merovci, F., & Rehman, E., (2017), Beta burr type x with application to rainfall data. Malaysian Journal of Mathematical Sciences, 11, 73-86.

9. Marshall, A. N., Olkin, I.. (1997) A new method for adding a parameter to a family of distributions with applications to the exponential and Weibull families, Biometrica 84, 641-652.
10. Maxwell, O., Chukwu, A. U., Oyamakin, O. S., & Khaleel, M. A., (2019), The Marshall-olkin Inverse Lomax Distribution (MO-ILD) with Application on Cancer Stem Cell. Journal of Advances in Mathematics and Computer Science, 1-12.
11. Merovci, F., Khaleel, M. A., Ibrahim, N. A., & Shitan, M., (2016), The beta Burr type X distribution properties with application. SpringerPlus, 5 (1), 697.
12. Oguntunde, P. E., Adejumo, A. O., Khaleel, M. A., Owoloko, E. A., Okagbue, H. I., & Opanuga, A. A., (2017, July), A Useful Extension of the Inverse Exponential Distribution. In The World Congress on Engineering (pp. 109-119). Springer, Singapore.
13. Oguntunde, P. E., Khaleel, M. A., Adejumo, A. O., & Okagbue, H. I., (2018), A study of an extension of the exponential distribution using logistic-x family of distributions. International Journal of Engineering & Technology, 7(4), 5467-5471.
14. Oguntunde, P. E., Khaleel, M. A., Adejumo, A. O., Okagbue, H. I., Opanuga, A. A., & Owolabi, F. O. (2018). The Gompertz Inverse Exponential (GoIE) distribution with applications. Cogent Mathematics & Statistics, 5 (1), 1507122.
15. Oguntunde, P. E., Khaleel, M. A., Okagbue, H. I., & Odetunmibi, O. A., (2019), The Topp–Leone Lomax (TLLo) Distribution with Applications to Airbone Communication Transceiver Dataset. Wireless Personal Communications, 1-12.