

Score for the Some Projective Special Linear Groups

Mohammed Yasin ^{١*}, Hadi Hamad ^٢, Abdulrahman H. Majeed ^٣, Maryam K. Rasheed, ^٤,
Amna Yousif Muhammad ^٥, Niran Sabah Jasim ^٦

^١ Department of Mathematics, An-Najah National University, Nablus P400, Palestine, www.najah.edu

^٢ Department of Mathematics, An-Najah National University, Nablus P٤٠٠, Palestine, www.najah.edu

^٣ Al-Mamoun University College, Department of Mathematic, Baghdad, Iraq

^٤ Department of Mathematics, College of Science, University of Baghdad, Baghdad, Iraq

^٥ College of Education for Pure Science/ Ibn Al-Haitham, University of Baghdad, Baghdad, Iraq

^٦ Department of Mathematics, College of Education for Pure Science Ibn Al-Haitham, University of Baghdad, Baghdad, Iraq

Abstract

The representation theory and character theory are very important in the group theory, A combination of $(n \times n)$ not-solitary matrices on F area this combination reaper a group under process of matrix multiply purport the general linear group of status n on area F , tick $GL(n, F)$. The kernel of a homomorphism of $GL(n, F)$ to F^* is the special linear group and tick by $SL(n, F)$ is the determinant of these matrices, and this homomorphism. Thus $SL(n, F)$ comprise all matrices of determinant ١ which is the subgroup of $GL(n, F)$. The projective special linear group betoken by $PSL(n, F)$ which is the agent out $SL(n, F)$ by its centre. The Artin directrix (Ar.di.) for the groups $PSL(٢, ٢٣)$ and $PSL(٢, ٢٩)$ from written the rational valued characters (r.v.ch.) of the rational representations (r.r.) as a linear combination of the induced characters (in.ch.) for these groups considered in this work.

Keywords: matrices, not-solitary matrices,

* m.yasin@najah.edu

نتائج لبعض الزمر الخطية الخاصة الإسقاطية

محمد ياسين^{١*}، هادي حامد^٢، عبد الرحمن حميد مجيد^٣، مريم خضير رشيد^٤، امنية يوسف محمد^٥، نيران صباح جاسم^٦

^١ قسم الرياضيات، جامعة النجاح، نابلس، فلسطين، www.najah.edu

^٢ قسم الرياضيات، جامعة النجاح، نابلس، فلسطين، www.najah.edu

^٣ قسم الرياضيات، كلية المأمون الجامعة، بغداد، العراق

^٤ قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة بغداد، بغداد، العراق

^٥ كلية التربية للعلوم الصرفة ابن الهيثم، جامعة بغداد، بغداد، العراق

^٦ قسم الرياضيات، كلية التربية للعلوم الصرفة ابن الهيثم، جامعة بغداد، بغداد، العراق

المستخلص:

تعتبر نظرية التمثيل ونظرية الشواخص مهمتين جدا في نظرية الزمر، مجموعة المصفوفات من الدرجة $(n \times n)$ غير المنفردة المعرفة على الحقل F ، تكون زمرة تحت عملية ضرب المصفوفات هي الزمرة الخطية العامة للحالة n في المنطقة F ، يرمز لها بالرمز $GL(n, F)$. نواة التماثل من $GL(n, F)$ إلى F^* هي الزمرة الخطية الخاصة ويرمز لها بالرمز $SL(n, F)$ هي المحددة لهذه المصفوفات، وهذا التماثل، وبالتالي، تحتوي $SL(n, F)$ على جميع المصفوفات التي محددها يساوي ١ وهي زمرة جزئية لـ $GL(n, F)$. الزمرة الخطية الخاصة الإسقاطية التي يشار إليها بـ $PSL(n, F)$ وهي ناتجة من قسمة الزمرة الخطية الخاصة $SL(n, F)$ بمركزها. اس آر تن للزمرتين $PSL(2, 23)$ و $PSL(2, 29)$ من كتابة قيم الشواخص النسبية $(r.v.ch)$ للتمثيلات النسبية $(r.r)$ كتركيب خطي من الشواخص المستحثة $(in.ch)$. لهذه الزمر اعتبرت في هذا العمل.

١. Introduction

The representation of the group defined in [١], The $(r.v.ch.)$ table of $(r.r.)$ for the group $PSL(2, p)$ studied in [٢, ٣]. The $(r.v.ch.)$ table of $(r.r.)$ for this group illustrated in details in [٤, ٥]. Authors in [٦] study the $(c.h.t.)$ of $(r.r.)$ of $PSL(2, 23)$ and $PSL(2, 29)$, the $(Ar.di.)$ for these groups computed in this occupation. While the authors in [٧-١١] compute the $(Ar.di.)$ for different groups.

٢- Basic Concepts

Theorem ٢, ١: [١]

$$|PSL(2, s^v)| = \begin{cases} (s^v + 1)s^v(s^v - 1) & \text{if } s = 2 \\ \frac{1}{2}(s^v + 1)s^v(s^v - 1) & \text{if } s \text{ is prime } s \neq 2 \end{cases}$$

Definition ٢,٢: [٢]

In a group G for a class function ϕ of a cyclic subgroup H ,

$$\phi \uparrow^G = \frac{|C_G(g)|}{|C_H(g)|} \sum_{i=1}^m \phi(x_i)$$

Definition ٢,٣: [٣]

The Artin character is the (in.ch.) from the p.ch. of cyclic subgroups of the group.

Definition ٢,٤: [٣]

For a finite group G and χ any (r.v.ch.). (A.d.) is the little positive number n ,

$$n\chi = \sum_c a_c \phi_c, \in \mathbb{Z}, \phi_c$$

Artin character and indicate $A(G)$.

٣- The Study of the Results

٣,١ The Studyt for the group $\mathcal{PSL}(٢,٢٣)$

From [٦] the (c.h.t.) of (r.r.) of the groups $\mathcal{PSL}(٢,٢٣)$ is

Table ١. The (c.h.t.) of (r.r.) of the groups $\mathcal{PSL}(٢,٢٣)$

C_g	$\langle z \rangle$	$\langle z \rangle c$	$\langle z \rangle a$	$\langle z \rangle b$	$\langle z \rangle b^7$	$\langle z \rangle b^5$	$\langle z \rangle b^4$	$\langle z \rangle b^3$
$ C_g $	١	٢٦٤	٥٥٢	٥٠٦	٥٠٦	٥٠٦	٥٠٦	٥٠٦
$ C_G(g) $	٦٠٧٢	٢٣	١١	١٢	١٢	١٢	١٢	١٢
1_G	١	١	١	١	١	١	١	١
Ψ	٢٣	٠	١	-١	-١	-١	-١	-١
$\chi^7 + \chi^5 + \chi^4 + \chi^3 + \chi^2 + \chi^1$	١٢٠	٥	-١	٠	٠	٠	٠	٠
$\theta_7 + \theta_1$	٤٤	-٢	٠	٠	-٢	٠	٢	٤
θ_5	٢٢	-١	٠	-١	١	٢	١	-٢
θ_4	٢٢	-١	٠	٠	٢	٠	-٢	٢
θ_3	٢٢	-١	٠	١	١	-٢	١	-٢
$\eta_1 + \eta_7$	٢٢	-١	٠	٢	-٢	٢	-٢	-٢

The (in.ch.) table is

Table ٢. The (in.ch.) table for $\mathcal{PSL}(٢,٢٣)$

C_g	$\langle z \rangle$	$\langle z \rangle^c$	$\langle z \rangle^a$	$\langle z \rangle^b$	$\langle z \rangle^{b^r}$	$\langle z \rangle^{b^r}$	$\langle z \rangle^{b^i}$	$\langle z \rangle^{b^i}$
$ C_g $	١	٢٦٤	٥٥٢	٥٠٦	٥٠٦	٥٠٦	٥٠٦	٥٠٦
$ C_G(g) $	٦٠٧٢	٢٣	١١	١٢	١٢	١٢	١٢	١٢
Φ_1	٦٠٧٢	.	.	.	.	.	.	.
Φ_2	٣٠٣٦	٢	.	.	.	.	.	.
Φ_3	٥٥٢	.	٢	.	.	.	.	.
Φ_4	٥٠٦	.	.	٢	.	.	.	.
Φ_5	١٠١٢	.	.	.	٤	.	.	.
Φ_6	٥٠٦	.	.	.	.	٢	.	.
Φ_7	١٠١٢	.	.	.	.	.	٤	.
Φ_8	١٠١٢	.	.	.	.	.	.	٤

Hence,

$$\chi = ٠,٢٥\Phi_8 + ٠,٢٥\Phi_7 + ٠,٥\Phi_6 + ٠,٢٥\Phi_5 + ٠,٥\Phi_4 + ٠,٥\Phi_3 + ٠,٥\Phi_2 - ٠,٥٠٣٦٢٣١٨٨\Phi_1,$$

$$\Psi = -٠,٢٥\Phi_8 - ٠,٢٥\Phi_7 - ٠,٥\Phi_6 - ٠,٢٥\Phi_5 - ٠,٥\Phi_4 + ٠,٥\Phi_3 + ٠,١٦٢٨٧٨٧٨٨\Phi_1,$$

$$\chi_2 + \chi_4 + \chi_6 + \chi_8 + \chi_{10} = -٠,٥\Phi_3 + ٢,٥\Phi_2 - ١,١٨٤٧٨٢٦١\Phi_1,$$

$$\theta_2 + \theta_{10} = \Phi_8 + ٠,٥\Phi_7 - \Phi_5 - \Phi_3 + ٠,٤٢٣٩١٣٠٤٣\Phi_1,$$

$$\theta_4 = -٠,٥\Phi_8 + ٠,٢٥\Phi_7 + \Phi_6 + ٠,٢٥\Phi_5 - ٠,٥\Phi_4 - ٠,٥\Phi_3 + ٠,٢١١٩٥٦٥٢٢\Phi_1,$$

$$\theta_6 = ٠,٥\Phi_8 - ٠,٥\Phi_7 + ٠,٥\Phi_5 - ٠,٥\Phi_3 + ٠,١٧٠٢٨٩٨٥٥\Phi_1,$$

$$\theta_8 = -٠,٥\Phi_8 + ٠,٢٥\Phi_7 - \Phi_6 + ٠,٢٥\Phi_5 + ٠,٥\Phi_4 - ٠,٥\Phi_3 + ٠,٢٩٥٢٨٩٨٥٥\Phi_1,$$

$$\eta_1 + \eta_2 = -٠,٥\Phi_8 - ٠,٥\Phi_7 + \Phi_6 - ٠,٥\Phi_5 + \Phi_4 - ٠,٥\Phi_3 + ٠,٣٣٦٩٥٦٥٢٢\Phi_1.$$

Therefore $\mathcal{A}(\mathcal{PSL}(٢,٢٣)) = ٦٠٧٢\chi_1$.

٣,١ The Studyt for the group $\mathcal{PSL}(2,2^q)$

From [٦] the (c.h.t.) of (r.r.) of the groups $\mathcal{PSL}(2,2^q)$ is

Table ٣. The (c.h.t.) of (r.r.) of the groups $\mathcal{PSL}(2,2^q)$

C_g	$\langle z \rangle$	$\langle z \rangle c$	$\langle z \rangle a$	$\langle z \rangle a^r$	$\langle z \rangle b$	$\langle z \rangle b^r$
$ C_g $	١	٤٢٠	٨٧٠	٨٧٠	٨١٢	٨١٢
$ C_G(g) $	١٢١٨	٢٩	١٤	١٤	١٥	١٥
χ_G	١	١	١	١	١	١
Ψ	٢٩	٠	١	١	-١	-١
$\chi_r + \chi_s + \chi_t + \chi_u + \chi_v + \chi_w$	١٨٠	٦	٠	-٢	٠	٠
$\theta_r + \theta_s + \theta_t + \theta_u + \theta_v + \theta_w$	١٦٨	-٦	٠	٠	٠	٣
$\theta_{1,2}$	٢٨	-١	٠	٠	١	-٢
$\xi_1 + \xi_2$	٣٠	١	-٢	٢	٠	٠

The (in.ch.) table is:

Table ٤. The (in.ch.) table for $\mathcal{PSL}(2,2^q)$

C_g	$\langle z \rangle$	$\langle z \rangle c$	$\langle z \rangle a$	$\langle z \rangle a^r$	$\langle z \rangle b$	$\langle z \rangle b^r$
$ C_g $	١	٤٢٠	٨٧٠	٨٧٠	٨١٢	٨١٢
$ C_G(g) $	١٢١٨	٢٩	١٤	١٤	١٥	١٥
Φ_1	١٢١٨	٠	٠	٠	٠	٠
Φ_2	٦٠٩٠	٢	٠	٠	٠	٠
Φ_3	٨٧٠	٠	٢	٠	٠	٠
Φ_4	١٧٤٠	٠	٠	٤	٠	٠
Φ_5	٨١٢	٠	٠	٠	٢	٠
Φ_6	١٦٢٤	٠	٠	٠	٠	٤

Hence,

$$1 = 0,20 \Phi_1 + 0,0 \Phi_5 + 0,20 \Phi_4 + 0,0 \Phi_3 + 0,0 \Phi_2 - 2,74170772 \Phi_1,$$

$$\Psi = -0,20 \Phi_1 - 0,0 \Phi_5 + 0,20 \Phi_4 + 0,0 \Phi_3 - 0,0238090238 \Phi_1,$$

$$\chi_r + \chi_s + \chi_t + \chi_u + \chi_v + \chi_w = -0,0 \Phi_4 + 3 \Phi_2 - 14,9309606 \Phi_1,$$

$$\theta_r + \theta_s + \theta_t + \theta_u + \theta_v + \theta_w = 0,70 \Phi_1 - 3 \Phi_2 + 14,9309606 \Phi_1,$$

$$\theta_{10} = -0.5\Phi_1 + 0.5\Phi_5 - 0.5\Phi_7 + 2.53932677\Phi_{11},$$

$$\xi_1 + \xi_2 = 0.5\Phi_4 - \Phi_7 + 0.5\Phi_9 - 2.50123153\Phi_{11}.$$

Therefore $\mathcal{A}(PSL(2, 2^9)) = 12180\chi_1$.

٤- Conclusion

We obtained that Ar. di. of these groups are on a par with the arrange of the group.

Conflicts Of Interest

No conflicts in this paper of interest.

Funding

For this paper no funding.

Acknowledgment

Thanks to all members of the Sumer university journal for Pure Science (SUJPS).

References

- [١] L.E.Sigler, "Algebra", Springer-Verlage, Berlin, ١٩٧٦.
- [٢] M.S. Kirdar, "The Factor Group Of The Z-Valued Class Function Modulo The Group Of The Generalized Characters", Ph.D.Thesis, University of Birmingham, ١٩٨٢.
- [٣] K.E.Gehles, "Ordinary Characters of Finite Special Linear Groups", M.Sc. Dissertation, University of ST. Andrews; ٢٠٠٢.
- [٤] N. S.Jasim, "The Cyclic Decomposition of $PSL(2, p)$, where $p = 5, 7, 11, 13, 17$ and 19 ", Journal of College of Education / Al-Mustansiriya University, vol.٢(١), pp.٤٤٦-٤٥٩, ٢٠١١.
- [٥] N. S.Jasim, H. R.Hassan, "Results for Some Groups of $PSL(2, F)$ ", Technology Reports of Kansai University, vol.٦٢(٣), pp.٢٠١٧-٢٠٢٢, ٢٠٢٠.
- [٦] N.A.S. Salem and N.S.Jasim, "Circularity Segmentation for The Groups $PSL(2, 2^3)$ and $PSL(2, 2^4)$ ", ١st Samarra International Conference for Pure and Applied Sciences (SICPS٢٠٢١) AIP Conf. Proc., vol.٢٣٩٤, pp. ٠٧٠٠٣٢-١-٠٧٠٠٣٢-٥, ٢٠٢٢; DOI:١٠.١٠٦٣/٥.٠١٢١٧٨٢.
- [٧] L.A. Alameer Hadi, M.S. Fiadh, N.S. Jasim, J.A. Eleiwy, "Applications for the groups $S.U.T.(2, p)$, where p prime upper than ٩", Iraqi Journal for Computer Science and Mathematics, vol.٥(١), pp.٧٨-٨٤, ٢٠٢٤, Doi: ١٠.٥٢٨٦٦/ijcsm.٢٠٢٤.٠٥.٠١.٠٠٥.
- [٨] S. J.Niran, H. L.Hadeel, Rana N. M., "Computations for the special linear group $(2, 4^9)$ ", Journal of Interdisciplinary Mathematics, vol.٢٤(٦), pp. ١٦٧٧-١٦٨٣, ٢٠٢١, Doi:١٠.١٠٨٠/٠٩٧٢٠.٥٠٢, ٢٠٢١, ١٨٩٢٢٧٣.
- [٩] I. L.Mohammed, S. J.Niran, A.Issa, "Score for the group $SL(2, 3^4)$ ", Ibn Al-Haitham Journal for Pure and Applied Sciences, vol.٣٦(٣), pp.٤٠٨-٤١٥, ٢٠٢٣, DOI:١٠.٣٠٥٢٦/٣٦, ٣, ٣٠١٧.
- [١٠] S. A. Z.Mohammed, S. J.Niran, Azza I.M.S. A.-S., I.Ahmad, "Outcome for The Group $SL(2, 5^7)$ ", Ibn Al-Haitham Journal for Pure and Applied Sciences, vol.٣٧(١), pp.٤٠٣-٤١١, ٢٠٢٤, DOI:١٠.٣٠٥٢٦/٣٧, ١, ٣٠١٨.
- [١١] G. A. Khalaf, N. S. Jasim, Z. Saeidian, A. I.M.S. Abu-Shams, "Result for the group $SL(2, 17^2)$ ", Ibn Al-Haitham Journal for Pure and Applied Sciences, vol.٣٧(١), pp.٤٠٣-٤١١, ٢٠٢٤, DOI: ١٠.٣٠٥٢٦/٣٧, ٢, ٣٠١٥.