Journal of Al-Farabi for Humanity Sciences Volume (6), Issue (1) November (2024)

ISSN: 2957-3874 (Print)
Journal of Al-Farabi for Humanity Sciences (JFHS)
https://www.iasj.net/iasj/journal/419/issues
مجلة الفارابي للعلوم الإنسانية تصدرها كلية الفارابي الجامعة

استخدام اساليب الانحدار الخطي في التحليل الاحصائي للعوامل المؤثرة على مرض السكر في الدم

م.د. فائز حامد سلمان

كلية الادارة والاقتصاد جامعة بغداد

Using linear regression methods in statistical analysis of factors affecting blood sugar

Faez Hamed Salman
Faiz.H@coadec.uobaghdad.edu.iq

المستخلص :

يعد تحليل الانحدار اسلوب احصائي يستخدم بكثرة في مجالات واسعة من الحياة في البحوث الاجتماعية والاقتصادية والهندسية ... الخ لانه يصف العلاقة بين المتغيرات في شكل معادلة لمعرفة العلاقة بين المتغير التابع وواحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة . اما مشكلة البحث فشخصت بوجود القيم المتطرفة في بيانات المتغير التابع وهذا الامر يؤدي إلى عدم كفاءة نموذج الانحدار الخطي المقدر باستخدام الانحدار الخطي العام بسبب عدم استيفاء شروط استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS)، وعدم الثقة في دقتها التقديرية والتنبؤية، وهدف البحث الى استخدام الانحدار الكمي القوي على عينة مرضى السكر في الدم ممثلة بـ (١٠٠) مشاهدة مرضى ومقارنتها مع الانحدار الخطي العام واختيار النموذج الأفضل باستخدام معايير المقارنة (Hannan & Quinn, Schwartz Bayesian, Akaike Information)، لتحديد مدى تأثير المتغيرات المستقلة ((العمر، الوزن، الدهون الثلاثية،) على زيادة السكر الدم، وتوصلت الباحث إلى ميزة الانحدار الكمي القوي (الربيع الأول والربيع الثالث) مقارنة بالانحدار الخطي العام بسبب ، في حين ظهر الانحدار الخطي العام أفضل من الانحدار القوي الكمي (الوسيط).

الكلمات المفتاحية : الانحدار الخطي الثابت , الانحدار القوي , الربيعات

Abstract:

Regression analysis is a statistical method widely used in wide areas of life in social, economic and engineering research...etc. because it describes the relationship between variables in the form of an equation to know the relationship between the dependent variable and one or more of the independent variables. The research problem was diagnosed by the presence of extreme values in the data of the dependent variable, and this leads to the inefficiency of the linear regression model estimated using general linear regression due to the failure to meet the conditions for using the ordinary least squares (OLS) method, and the lack of confidence in its estimation and predictive accuracy. The research aimed to use strong quantitative regression on a sample of diabetic patients represented by (100) observation patients and compare it with general linear regression and choose the best model using comparison criteria (Hannan & Quinn, Schwartz Bayesian, Akaike Information) To determine the extent of the influence of independent variables (age, weight, triglycerides) on blood sugar increases, the researcher found the advantage of strong quantitative regression (first and third quartiles) compared to general linear regression because, while general linear regression appeared better than strong quantitative regression (median).

المقدمة :

تحليل الانحدار هو أداة إحصائية تستخدم لتحديد العلاقة بين المتغير التابع وواحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة، ويعد تحليل الانحدار أحد الأساليب الإحصائية التي تستخدم على نطاق واسع في اغلب البحوث الاحصائية لأنه يصف العلاقة بين المتغيرات في شكل معادلة, يستخدم

تحليل الانحدار لعدة أغراض مهمة وهي إيجاد معادلة الانحدار التي تصف البيانات المتوفرة لدى الباحث، وتقدير معاملاتها لمعرفة قوة واتجاه العلاقة بين المتغيرات، وتقدير قيم المتغير التابع والتنبؤ بها المستقبل، وهو مفيد في التخطيط واتخاذ القرار, وينقسم تحليل الانحدار إلى قسمين رئيسيين: الانحدار الخطي والانحدار غير الخطي، وفي هذا البحث سنناقش مقارنة الانحدار الخطي مع الانحدار الكمي القوي والذي يعتبر من الأساليب الجيدة، وتمثلت مشكلة البحث هي وجود القيم المتطرفة في بيانات المتغير التابع مما يؤدي إلى عدم كفاءة نموذج الانحدار الخطي العام المقدر باستخدام المربعات الصغرى الاعتيادية لعدم استيفاء شروط استخدام (OLS) وبالتالي عدم الثقة في تقديرات ودقتها التنبؤية, وهدف البحث إلى استخدام الانحدار الكمي القوي (الربيعيات) على عينة مكونة من (١٠٠) مريضاً بالسكر في مستشفى ديالى للمدة الزمنية (١/٢٠٢٤-٨/٢٠٢٤) ومقارنتها مع الانحدار الخطي العام و اختيار النموذج الأفضل باستخدام معايير المقارنة (HOC، BIC، AIC). كما هدف البحث إلى تحديد مدى تأثير المتغيرات المستقلة (العمر، الوزن، الدهون الثلاثية،) على زيادة نسبة السكر في الدم، ولا بد من عرض بعض الأدبيات التي تناولت موضوع الدراسة, في عام ٢٠٠٩، قام كاظم[٧] بمقارنة تقديرات طريقة OLS وطريقة برمجة الأهداف الخطية لنموذج الانحدار الخطي المتعدد، وفي عام ٢٠٢٣، استخدم شحوت وشتوان[١٣] الانحدار الخطي المتعدد للتنبؤ بحجم مبيعات استثمار مواد البناء معقدة في مصراتة، باستخدام طريقة OLS لتقدير معلمات النموذج، وفي عام ٢٠٢٣ أيضًا قدم بسيوني[٣] دراسة مقارنة بين طرق معالجة الخطية المزدوجة باستخدام بيانات الهجرة الداخلية في مصر، وفي عام ٢٠١٤ ناقش لونج يونك[١٠] الانحدار القوي، والذي يتناول تحريف بيانات المتغير التابع بسبب احتوائها على قيم متطرفة باستخدام طريقة الانحراف المطلق الأقل، وفي عام ٢٠١٨ قامت الباحثة إليزابيث[٦] بإجراء مقارنة بين الانحدار الخطي العام (OLS) والانحدار الكمي القوي موضحة العيوب ومزايا الانحدار القوي،

١- الجانب النظري :the theoretical side

١-١: الانحدار الخطي العام :General linear regression [9][11]:

كما هو معروف فإن طريقة المربعات الصغرى (OLS) تقوم بتقدير المتوسط الشرطي لمتغير الاستجابة (Y) عبر قيم المتغيرات التوضيحية (Xi)، بحيث يمكن التنبؤ بأحد المتغيرين من قبل الآخر. يتم كتابة نموذج الانحدار الخطي العام وفقا للصيغة التالية:

$$Y = X\beta + \varepsilon \qquad (1)$$

حيث ان :

Y : موجه متغير تابع من الدرجه (n*1) .

X : مصفوفة المتغيرات التوضيحية (nxp).

B: موجه المعلمات المراد تقديرها (Px1).

ε : موجه الخطأ العشوائي (nx1).

let : $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$

فان مقدر المربعات الصغرى وفقا للصيغة التالية هو :

$$\hat{\beta}_{OLS} = (\acute{X}X)^{-1}\acute{X}Y \qquad (2)$$

اما مصفوفة التباين والتباين للمقدر ($\hat{\beta}$OLS) تكتب بالصيغة التالية:

$$Var - Cov(\hat{\beta}_{LS}) = \sigma^2(\acute{X}X)^{-1} \qquad (3)$$

إن متجه معلمات نموذج الانحدار الخطي المقدر بطريقة المربعات الصغرى (OLS) لديه أفضل مقدر خطي غير متحيز، ومن شروط تطبيق المربعات الصغرى العادية عدم وجود علاقة خطية متعددة بين المتغيرات التوضيحية، وعدد المشاهدات يجب أن يكون أكبر من العدد المطلوب من المعلمات .

١-٢: : الانحدار الخطي الكمي القوي:robust quantile linear regression : [1][12][13][14]الانحدار الكمي هو أحد أساليب الانحدار المستخدمة في الإحصاء والاقتصاد القياسي، قدمها كوينكر وباسيت في عام ١٩٧٨، يستخدم الانحدار الكمي القوي لتقدير معلمات نموذج الانحدار عندما تكون هناك قيم متطرفة في المتغير التابع، وهي قيم تختلف بشكل كبير عن بقية مجموعة القيم، ويهدف الانحدار القوي إلى تقليل تأثير القيم المتطرفة على التقدير من معلمات الانحدار عن طريق تقليل دالة الخسارة القوية والتي تكون أقل حساسية للقيم المتطرفة من دالة الخطأ المربعة المستخدمة في ols ، ويقدر الانحدار الكمي القوي المتوسط الشرطي أو (الكميات الأخرى) لمتغير الاستجابة. وفي الأساس

الانحدار الكمي القوي هو امتداد للانحدار الخطي وهو يستخدم عندما لا يتم استيفاء شروط الانحدار الخطي العام، ويكون الانحدار الكمي القوي مرغوبًا أكثر إذا كانت وظائف التقسيم الشرطي مهمة. إحدى مزايا الانحدار الكمي مقارنة بالانحدار الخطي العام هي أن تقديرات الانحدار الكمي تكون أكثر قوة ضد القيم المتطرفة أو الحالات الشاذة في قياسات الاستجابة.

١-٣ : الدالة الكمية :The quantile function : [14][8][5]

المتغير العشوائي X دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي تكتب كالاتي :

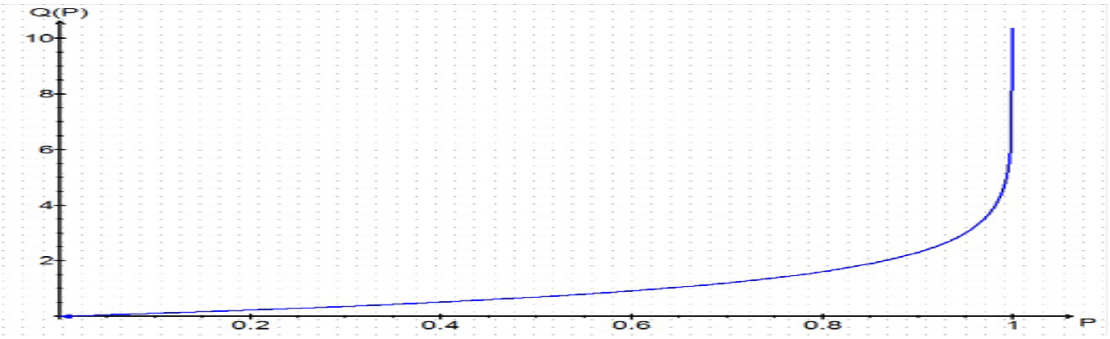
$$F(X) = p\ (X \leq x)$$

وتعريف الكمية q لـ X^*على أنها دالة عكسية

$$QR_x(q) = F_x^{-1}(q) = \text{Inf}\ \{x : F(x) \geq q\}$$

where $0 < q < 1$

وعلى وجه الخصوص، فان الوسيط هو($1/2$) QR



الشكل (١) الدالة الكمية

) فان انموذج الانحدار الكمي القوي يكتب بالشكل الاتي: $(y_n, x_n) \ldots (y_1, x_1$) إذا افترضنا أن لدينا عينة عشوائية $QR_q(Y) =$

$$\beta_0(q) + \beta_1(q)X_1 + \beta_2(q)X_2 + \cdots + \beta_K(q)X_{K-1} + \varepsilon \ldots (4)$$

QR: الانحدار الكمي.

q : كمية محددة (الربيعيات، المئات، العشرات...إلخ)

Y: المتغير المعتمد

β_K : المعلمات النموذج.

المستقلة المتغيرات X_K :

ε : الخطا العشوائي

يعمل الانحدار الكمي القوي على تقليل الانحراف المطلق بين الخطأ العشوائي وكمية محددة (الربيعات، الكسور العشرية، الخ) قيد الدراسة على النحو التالي:

$$\text{Median regression deviation (LAD)} = \text{Min} \sum_{i=0}^{n} |e_i| \quad \ldots (5)$$

النموذج التالي تأخذ عملية الانحراف المطلق الأقل في نموذج انحدار الكمي القوي

$$Q(\beta_q) = \sum_{i:y_i \geq x_i\beta}^{N} q|e_i| + \sum_{i:y_i < x_i\beta}^{N} (1-q)|e_i|$$

$$Q(\beta_q) = \sum_{i:y_i \geq x_i\beta}^{N} q|y_i - x_i\beta_q| + \sum_{i:y_i < x_i\beta}^{N} (1-q)|y_i - x_i\beta_q| \ldots (6)$$

في الجزء الأول من المعادلة أعلاه تعمل q على تقليل المسافة، وفي الجزء الثاني من المعادلة أعلاه تعمل (١-q) على رفع المسافة, ويستخدم QR طريقة البرمجة الخطية أو طريقة النقطة الداخلية لتقدير معلمات النموذج

٤-١ : معايير المقارنة :Comparison standards : **[9][3][2]**

يمكن استخدام بعض المعايير الإحصائية لمقارنة نماذج الانحدار المقدرة على النحو التالي :

١-حنان – كوين : Hannan&Quinn ويتم حسابه وفقا للصيغة التالية :

$$HOC=-2\ Log-likelihood + 2k\ ln[ln(n)] \quad ...(7)$$

٢-شوارتزز : Schwartz Bayesian :

ويتم حسابه وفقا للصيغة التالية :

$$Bic=-2\ Log-likelihood+\ k\ ln(n) \quad ...(8)$$

٣-اكاكي : Akaike Information :

ويتم حسابه وفقا للصيغة التالية :

$$Aic=-2\ Log-likelihood+2k \quad ...(9)$$

حيث ان :K : درجة الانموذج

n : حجم العينة

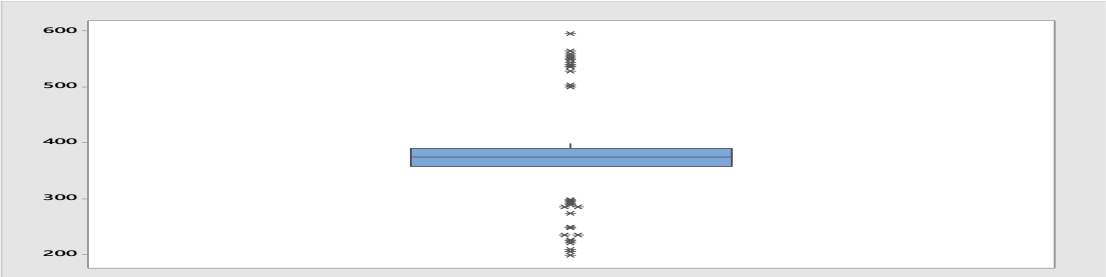
$$Log-likelihood = -\frac{n}{2}\log(2\pi) - \frac{n}{2}\log(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum e_i^2 \quad ...(10)$$

٢-الجانب التطبيقي :

٢-١ : جمع البيانات :

تم جمع البيانات من عينة عشوائية مكونة من (100) مصاباً بمرض السكر لكلا النوعين من مستشفى ديالى للفترة ٢٠٢٤ ويمكن توضيح متغيرات البحث على النحو التالي :Y: المتغير التابع يمثل قياسات السكر في الدم .المتغيرات المستقلة هي: X_1 : عمر المريض X_3: الوزن X_4 : مستوى الدهون الثلاثية في الدم وباستخدام البرنامج الإحصائي (spss 27) وبرنامج (GRTEL) تم إجراء التحليل الإحصائي وفق الفقرات التالية:

٢-٢ : **اختبار القيم الشاذة** :تم استخدام مخطط الرسم (box-blot) للكشف عن وجود قيم شاذة في قيم المتغير التابع بعد . ومن خلال النظر إلى الشكل (2) تبين وجود قيم خارج الجدار الثاني لمخطط الرسم من الاعلى والاسفل ، وبالتالي تعتبر هذه القيم شاذة عن القيم الأخرى.



شكل (٢) يمثل مخطط (box-blot) للبيانات المتغير التابع

٢-٣ : **تقدير نموذج الانحدار الخطي العام :** **جدول (١) نتائج تقدير OLS**

Parameter	Parameter estimate	Sig.	F	Sig	Adjusted R^2
const	-377.422	2.85e-010	73.2155	1.17e-018	0.79
X_1	3.97	1.66e-07			
X_2	.081	1.08e-06			
X_3	0.43	1.58e-010			

بالنظر إلى الجدول (١) نجد أن (p-value=1.17e-018) لقيمة (F) المحسوبة أقل من مستوى الدلالة (٠.٠٥)، مما يدل على أهمية نموذج الانحدار الخطي العام المقدر (معنوي). وتبين أن المتغيرات المستقلة(x1,x2,x3) تمارس تأثيراً معنوياً على المتغير التابع لأن معاملات الانحدار الحدي (b4, b3, b1) لها قيم احتمالية أصغر من(.05) وبنسبة تاثير (٧٩٪)وبقية التأثيرات (٢١٪) من عوامل خارجية.

٢-٤ : **تقدير نموذج الانحدار القوي الكمي:**تم تقدير معادلة الانحدار بعد ترتيب قيم المتغير المعتمد نرتيب تصاعدي باستخدام الربيعيات على النحو التالي:**جدول (٢) بيانات المتغير المعتمد ذات الترتيب التصاعدي**

$y_{0.25}$	$y_{0.50}$		$y_{0.75}$
200	359	375	391
206	359	375	393
210	360	377	393
221	360	378	394
225	361	380	394
226	362	380	394
236	363	380	394
236	364	380	395
248	365	381	395
250	366	382	396
274	366	383	397
286	366	384	399
286	367	384	500
290	367	384	504
292	367	384	528
295	368	384	536
297	368	385	538
299	368	386	540
357	369	387	544
357	370	387	549
357	371	389	551
357	372	389	555
358	372	390	560
358	374	390	565
358	375	390	595

١- عندما (q=0.25)**جدول (٣) نتائج التقدير($QR_{0.25}$)**

Parameter	Parameter estimate	Sig.	F	Sig	PSEUDO R^2
const	-339.579	2.24e-014	111.852	1.22417e-020	0.84
X_1	٣. 46	0.0307			
X_2	0.89	0.0433			
X_3	-0.032	0.2465			

وبالنظر إلى الجدول (٣) فإن نموذج الانحدار الربيعي الأول المقدر ظهر معنوياً لأن القيمة الاحتمالية الى F المحسوبة ظهرت تساوي (p-value=1.22417e-020) وهي أقل من مستوى الدلالة (٠,٠٥)، وتبين أن المتغيرات المستقلة (X1x2,) لها تأثير معنوي. على المتغير التابع بنسبة (84%) لأن معلمة الميل الحدي (b2, b1) لها قيم احتمالية أصغر من ٠,٠٥ وباقي التأثيرات (٢٦٪) هي من عوامل خارجية.

٢- عندما (q=0.50) **جدول (٤) نتائج التقدير($QR_{0.5}$)**

Parameter	Parameter estimate	t-value	Sig.	F	Sig	PSEUDO R^2
const	−269.489	-14.70	6.07e-023	154.456	2.52757e-023	0.63
X_1	٣.328825	5.562	4.71e-07			
X_2	0.71360	2.855	0.0057			
X_3	0.34675	-6.410	1.53e-08			

وبالنظر إلى الجدول (٤) نلاحظ أن القيمة (p-value=2.52757e-023) للقيمة (F) المحسوبة أقل من مستوى الدلالة (٠,٠٥)، مما يدل على أهمية نموذج الانحدار الربعي الثاني المقدر وتبين أن (٦٣٪) من المتغيرات المستقلة مجتمعة لها تأثير معنوي على المتغير التابع بنسبة (63%) اذ ان جميع معلمات الانحدار (b1, b2, b3,) تمتلك قيم احتمالية أصغر من (٠,٠٥) أما التأثيرات المتبقية (٤٨٪) فهي من عوامل خارجية

٣- عندما (q=0.٧٥)**جدول (٥) نتائج التقدير($QR_{0.75}$**

Parameter	Parameter estimate	Sig.	F	Sig	PSEUDO R^2
const	−476.57	5.63e-09	44.325	1.6661e-09	0.81
X_1	5.505685	0.0304			
X_2	-3.96481	. 0.2348			
X_3	1.041336	0.6231			

وبالنظر إلى الجدول (٥) نلاحظ أن القيمة (p−value = 1.6661e−09) للقيمة (F) المحسوبة أقل من مستوى الدلالة (٠.٠٥)، مما يدل على أهمية نموذج الانحدار الربعي الثالث المقدر وتبين أن (٨١٪) نسبة تأثير المتغيرات المستقلة(x1,x3 ,) على المتغير التابع لأن معلمات الميل الحدي (b1, b3,) لها قيمة احتمالية أصغر من الدلالة مستوى ٠.٠٥) والتأثيرات المتبقية (19%) للعوامل الخارجية.

٢-٥ : اختيار أفضل نموذج الانحدار المقدر:

تمت المقارنة بين نموذج الانحدار الخطي العام ونماذج الانحدار الكمي القوي من خلال مقاييس المقارنة الإحصائية، وذلك على النحو التالي:

١- مقارنة بين نموذج الانحدار العام ونموذج الانحدار الكمي القوي (الربع الأول)**جدول (٦) معايير المقارنة بين($QR_{0.25}$) & (R_{ols})**

model	AIC	HOC	BIC	
R ols	682.5826	686.7582	701.7439	
$QR_{0.25}$	668.4356	673.2649	680.0789	الافضل

وبالنظر إلى الجدول أعلاه يتبين أن الانحدار الربيعي الأول هو الأفضل لأنه يتمتع بأقل معايير المقارنة ويمكن كتابة معادلة الانحدار على النحو التالي:

$$= -339{,}579+3.46x_1 + \ 2.244\ x_2 \ - 0.032x_3 QR_{0.25}(y)$$

أظهرت معادلة الانحدار أعلاه أن كل زيادة وحدة واحدة في العمر للمرضى السكر المصنفين في الربع الأول تؤدي إلى زيادة السكر لديهم بمقدار (3.46)درجه، وأن زيادة وحدة واحدة في الوزن تؤدي إلى زيادة في نسبة السكر لديهم. بمقدار (٠.٨٩)درجه، في حين لم يظهر أي تأثير معنوي للدهون على السكر.

٢- مقارنة بين نموذج الانحدار العام ونموذج الانحدار الكمي القوي (الربيع الثاني) جدول (٦) معايير المقارنة بين($QR_{0.50}$) & (R_{ols})

model	AIC	HOC	BIC	
R ols	684.8260	694.6225	707.9663	الافضل
$QR_{0.50}$	697.5426	695.7894	709.8745	

وبالنظر إلى الجدول أعلاه يتبين أن الانحدار المتوسط الثابت (R_{ols}) هو الأفضل لأنه يتمتع بأقل معايير المقارنة.ويمكن كتابة معادلة الانحدار على النحو التالي:

$$= -377.42 + 3.97x_1 + 0.81x_2 \ + 0.43x_3 \ y_t$$

. أظهرت معادلة الانحدار أعلاه أن كل زيادة وحدة واحدة في الوزن للمرضى السكر المصنفين في الربع الوسيط تؤدي إلى زيادة السكر لديهم بمقدار (3.97) درجه ، وأن زيادة وحدة واحدة في الوزن تؤدي إلى زيادة في نسبة السكر لديهم. بمقدار (٠.٨١) درجه، وأن زيادة وحدة واحدة في الدهون الثلاثية تؤدي إلى زيادة في نسبة السكر لديهم. بمقدار (0.43) درجه،

٣-مقارنة بين نموذج الانحدار العام ونموذج الانحدار الكمي القوي (الربيع الثالث) جدول (٦) معايير المقارنة بين($R_{0.75}$) & (R_{ols})

model	AIC	HOC	BIC	
R ols	704.2468	707.8642	715.5791	
$QR_{0.75}$	693.2357	695.7942	701.7572	الافضل

وبالنظر إلى الجدول أعلاه يتبين أن الانحدار الربيعي الثالث هو الأفضل لأنه يتمتع بأقل معايير المقارنة ويمكن كتابة معادلة الانحدار على النحو التالي:$(y)_{0.75}QR_3x1.04 - 3.93 x_2 + 4.53x_1 -476.57+$ =أظهرت معادلة الانحدار أعلاه أن كل زيادة وحدة واحدة في العمر للمرضى السكر المصنفين في الربع الأول تؤدي إلى زيادة السكر لديهم بمقدار (4.53)درجه، وأن زيادة وحدة واحدة في الدهون تؤدي إلى زيادة في نسبة السكر لديهم. بمقدار (1.04)درجه، في حين لم يظهر أي تأثير معنوي للوزن على السكر

الاستنتاجات :

١- ظهرت جميع نماذج الانحدار الخطي معنوية

٢- افضلية انموذج الانحدار الكمي الحصين (الربيع الأول) مقارنة بنموذج الانحدار العام.

٣- افضلية انموذج الانحدار الكمي الحصين (الربيع الثالث) مقارنة بنموذج الانحدار العام

٤- افضلية انموذج الانحدار العام مقارنة بنموذج الانحدار الكمي الحصين (الربيع الثاني)

٥- تأثير معنوي للمتغيرات المستقلة (العمر، الوزن،) على ارتفاع مستوى السكر في الدم ضمن حدود بيانات الربيع الأول.

٦- تأثير جميع المتغيرات المستقلة (العمر، الوزن، الدهون الثلاثية) على ارتفاع مستوى السكر في الدم ضمن حدود بيانات الربيع الثاني.

٧- تأثير كل من المتغيرات المستقلة (العمر , والدهون الثلاثية) على زيادة مستوى السكر في الدم ضمن حدود بيانات الربيع الثالث.

المصادر:

[1]:Badshah Waqar & Bulut (2020). Model Selection Procedures in Bounds Test of Cointegration: Theoretical Comparison and Empirical Evidence. Economies http://dx.doi.org/10.3390/economies8020049*

[2]:Bassiouni, Abdel Rahim (2023). Journal of Trade and Finance. Faculty of Commerce

[3]:Cavanaugh ,Joseph E. & Neath(2019). The Akaike information criterion: Background, derivation, properties, application, interpretation, and refinements. WIREs Comput Stat. https://doi.org/10.1002/wics.1460*

[4]:de la Rubia ,José Moral& de la O (2022). Quantile regression, a little-known analysis option inpsychological research. International Journal of Psychology and Counselling. Vol. 14(3), pp. 26-35.

[5]:Elisabeth Waldmann(2018). Quantile regression: A short story on how and why. Statistical Modelling.18(3–4): 203–218

[6]:Kazem, Safaa Karim(2009). Comparison between multiple linear regression model parameter estimates using (ols) and linear objective programming. Journal of the College of Administration and Economics. Issue 77 .

[7]:Koenker, Roger (2005). Quantile Regression. Cambridge University Press. pp. 146–7. ISBN 978-0-521-60827-5.

[8]:Koenker, Roger (2017) : Quantile regression 40 years on, cemmap working paper, No. CWP36/17, Centre for Microdata Methods and Practice (cemmap), London, https://doi.org/10.1920/wp.cem.2017.3617

[9]:Konstantopoulos, Spyros &other (2019). Using Quantile Regression to Estimate Intervention Effects Beyond the Mean Educational and Psychological Measuremen. Vol. 79(5) 883–910. https://doi.org/10.1177/0013164419837321

[10]:Longquan Yong(2014). Novel Global Harmony Search Algorithm forLeast Absolute Deviation. Journal of Applied Mathematics. Hindawi Publishing Corporation. Article ID 632975, 6 pages. http://dx.doi.org/10.1155/2014/632975.

[11]:O. O. John and E. C. Nduka (2009). QUANTILE REGRESSION ANALYSIS AS A ALTERNATIVE ROBUST TO ORDINARY LEAST SQUARES. Scientia Africana, Vol. 8 (No.2), December, 2009 pp 61-6. https://www.researchgate.net/publication/333403546

[12]:Powell, Bryan S. Graham Jinyong Hahn Alexandre Poirier James L. Powell (2015). QUANTILE REGRESSION WITH PANEL DATA . NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH. Working Paper 21034. http://www.nber.org/papers/w21034

[13]:Shahout, Muhammad Abu Bakr and Shatwan(2023). Predicting sales volume using the multiple linear regression method. Journal of Technical Research, Tanta University. Volume 1, Issue 1.

[14]:Wei, Y.; Pere, A.; Koenker, R.; He, X. (2006). "Quantile Regression Methods for Reference Growth Charts". *Statistics in Medicine*. **25** (8): 1369–1382. doi:10.1002/sim.2271. PMID 16143984. S2CID 7830193