

مقارنة كفاءة نماذج الصندوق الأسود مع نماذج الأنظمة الرمادية للتنبؤ بالسلاسل الزمنية مع التطبيق

م.م. ايمان جمال عبد الكاظم /كلية الإدارة والاقتصاد/جامعة سومر

Iman.Jamal@uos.edu.iq

المستخلص

تهدف هذه الدراسة إلى مقارنة كفاءة نماذج الصندوق الأسود، وتحديدًا انموذج ARIMAX مع نماذج الأنظمة الرمادية GM (1,2)، في مجال التنبؤ بالسلاسل الزمنية. تم تطبيق هذه المقارنة على بيانات اقتصادية في العراق، حيث حُلَّت بيانات عرض النقد وصافي الموجودات الأجنبية بشكل شهري من يناير 2021 إلى ديسمبر 2023 باستعمال الانموذجين.

حيث ورُكِّزَ على تقييم كفاءة أداء الانموذجين استناداً إلى نتائج ثلاثة معايير رئيسين هما: متوسط مربعات الخطأ (MSE)، وجذر متوسط مربعات الخطأ، فضلاً عن ذلك معامل التحديد (R^2)، حيث أظهرت النتائج تفوق انموذج ARIMAX (3,2,1,1) من حيث الأداء التنبؤي، حيث سجل أدنى قيمة لمتوسط مربعات الخطأ ($MSE = 1.68$) وأدنى جذر متوسط مربعات الخطأ ($RMSE = 1.30$) بالإضافة إلى أعلى قيمة لمعامل التحديد ($R^2 = 0.67$) في المقابل، حقق انموذج GM (1,2) نتائج أقل كفاءة، إذ سجل أعلى قيمة لمتوسط مربعات الخطأ ($MSE = 22.88$) وأعلى جذر متوسط مربعات الخطأ ($RMSE = 4.78$)، وأدنى قيمة لمعامل التحديد ($R^2 = 0.18$)، علاوة على ذلك، كشف تحليل استقرار السلسلة الزمنية عن ضرورة أخذ الفروق الثانية لبيانات عرض النقد والفروق الأولى لصافي الموجودات الأجنبية لتحقيق الاستقرار. وقد أظهر تحليل الارتباط المتقاطع وجود علاقة قوية بين المتغيرين، مع تفاعلات معقدة تشير إلى تأثيرات زمنية متبادلة، وكذلك تبين من خلال اختبار Ljung-Box ان الانموذج المستعمل يعتبر مناسباً للبيانات المتاحة، حيث لا تظهر بواقيه أي نمط زمني (أي لا توجد ضوضاء عشوائية)، هذا يعكس جودة الانموذج وموثوقية النتائج المستخلصة منه. فتوصي الدراسة باستعمال انموذج ARIMAX في تحليل البيانات الاقتصادية عند توفر بيانات كافية، واستيفاء شروط الاستقرار. بينما يُعدُّ الانموذج الرمادي خياراً مناسباً في حالات ندرة البيانات، مع مراعاة محدوديته.

الكلمات المفتاحية :

نماذج الصندوق الأسود، الأنظمة الرمادية، ARIMAX، GM(1,2)، التنبؤ بالسلاسل الزمنية، البيانات الاقتصادية.

Abstract

This study aims to compare the efficiency of black box models, specifically the ARIMAX model, with gray system models, such as GM (1,2), in the field of time series forecasting. This comparison was applied to economic data from Iraq, analyzing monthly data on money supply and net foreign assets from January 2021 to December 2023 using both models. The focus was on evaluating the performance efficiency of the two models based on the results of three main criteria: Mean Squared Error (MSE), Root Mean Squared Error (RMSE), and the Coefficient of Determination (R^2). The results demonstrated the superiority of the ARIMAX (3,2,1,1) model in predictive performance, achieving the lowest Mean Squared Error ($MSE = 1.68$), the lowest Root Mean Squared Error ($RMSE = 1.30$), and the highest Coefficient of Determination ($R^2 = 0.67$). In contrast, the GM (1,2) model exhibited lower efficiency, recording a higher Mean Squared Error ($MSE = 22.88$), a higher Root Mean Squared Error ($RMSE = 4.78$), and a lower Coefficient of Determination ($R^2 = 0.18$). Furthermore, the stability analysis of the time series revealed the necessity of taking the second differences of the money supply data and the first differences of net foreign assets to achieve stationarity. Cross-correlation analysis showed a strong relationship between the two variables, with complex interactions indicating mutual time effects. Additionally, the Ljung-Box test indicated that the model used is suitable for the available data, as the residuals do not exhibit any temporal pattern (i.e., no white noise), reflecting the model's quality and the reliability of the results obtained. The study recommends employing the ARIMAX model for analyzing economic data when sufficient data is available and stability conditions are met. Conversely, the gray model is considered a suitable option in cases of data scarcity, with awareness of its limitations.

Keywords:

Black-box models, Grey systems, ARIMAX, GM(1,2), Time series forecasting, Economic data.

1- المقدمة Introduction

تُعد القدرة على التنبؤ الدقيق بالسلاسل الزمنية من الركائز الأساسية في العديد من المجالات العلمية والتطبيقية، بدءاً من الاقتصاد والمالية وصولاً إلى الهندسة والعلوم البيئية. فإنَّ فهم ديناميكيات الظواهر المتغيرة عبر الزمن والتنبؤ بسلوكها المستقبلي يمكن أن يسهم بشكل كبير في اتخاذ قرارات مستنيرة، تخطيط استراتيجي فعال، وإدارة المخاطر.

ضمن هذا السياق، برزت مجموعتان رئيسيتان من النماذج التنبؤية، لكل منهما فلسفتها ومنهجيتها الخاصة وهي نماذج الصندوق الأسود (Black Box Models) ونماذج الأنظمة الرمادية (Grey System Models). تعد نماذج الصندوق الأسود نهجاً إحصائياً لتحليل البيانات المعقدة حيث نشأ مفهوم "الصندوق الأسود" في مجالات الهندسة والتحكم والسيبرانية (Cybernetics) وقد وصف البروفيسور "Norbert Wiener" الصندوق الأسود في عام 1961 بأنه نظام غير معروف يمكن تحديده من خلال تحليل مدخلاته ومخرجاته، وهذا يعني أننا نركز على سلوك النظام الخارجي دون الحاجة لمعرفة تفاصيل تركيبه الداخلي. لذا يكمن جوهر هذه النماذج في قدرتها على التقاط الأنماط والعلاقات المخفية في البيانات التاريخية واستخدامها للتنبؤ بالقيم المستقبلية. حيث تُعد هذه المرونة في التعامل مع الأنظمة المعقدة التي يصعب نمذجتها رياضياً بشكل صريح، أو التي تتسم معلوماتها بالغموض أو النقص، إحدى أبرز ميزات هذه النماذج.

من بين أشهر هذه النماذج وأكثرها استعمالاً في تحليل السلاسل الزمنية نجد نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتكاملة مع المدخلات الخارجية (ARIMAX) حيث يُعد انموذج ARIMAX امتداداً متطوراً لسلسلة نماذج ARIMA التقليدية، حيث يدمج خصائص الانحدار الذاتي (AR) التي تأخذ في الاعتبار القيم السابقة للمتغير التابع، والمتوسطات المتحركة (MA) التي تتعامل مع أخطاء التنبؤ السابقة، وعملية التكامل (Integrated) لمعالجة السلاسل غير المستقرة وتحويلها إلى سلاسل مستقرة والميزة الإضافية في نموذج ARIMAX تكمن في قدرته على دمج متغيرات خارجية (Exogenous variables)، مما يسمح بإدخال معلومات إضافية تؤثر على السلسلة الزمنية قيد الدراسة، ومن ثمّ تعزيز دقة التنبؤ بشكل كبير. ومع ذلك، فإنّ فعالية هذا الانموذج تعتمد بشكل كبير على توفر بيانات كافية ومستقرة نسبياً، كما يتطلب استيفاء افتراضات إحصائية معينة مثل ثبات السلسلة والتوزيع الطبيعي لما تبقى من الانموذج لضمان صحة النتائج، وإن هذه الافتراضات قد تشكل تحدياً في بعض التطبيقات، خاصة تلك التي تعاني من تقلبات كبيرة أو ندرة في البيانات.

في سياق مختلف، ظهرت نظرية الأنظمة الرمادية (Grey System Theory) في عام 1982م على يد البروفيسور "Deng Julong" بوصفها إطاراً منهجياً مبتكراً لمعالجة الأنظمة التي تتسم بعدم اليقين ونقص المعلومات. تُعرف هذه الأنظمة بأنها "رمادية"؛ لأنها تقع بين "الصندوق الأبيض" (الأنظمة المفهومة بالكامل)، و"الصندوق الأسود" (الأنظمة التي لا يُعرف عنها سوى القليل)؛ حيث تُقدم نظرية الأنظمة الرمادية نهجاً فريداً لا يتطلب كميات هائلة من البيانات أو افتراضات صارمة حول توزيعها، مما يجعلها مناسبة بشكل خاص للسيناريوهات التي تتسم بندرة البيانات، أو التي تكون فيها البيانات غير مكتملة أو غامضة.

تعتمد هذه النظرية على مبدأ أساسي يتمثل في تحويل السلاسل الزمنية الأصلية إلى صيغ تراكمية (Accumulated Generating Operation - AGO). تهدف هذه العملية إلى تقليل تأثير الضوضاء والتقلبات العشوائية في البيانات، مما يكشف عن الأنماط الأساسية والاتجاهات الخفية. بعد ذلك، يتم بناء علاقات رياضية (عادةً ما تكون معادلات تفاضلية) للتعبير عن الارتباط بين المتغيرات. من أبرز النماذج ضمن هذه النظرية هو نموذج GM(1,2) (Grey Model of First Order and Two Variables). يُستخدم هذا الانموذج لتوقع متغير تابع واحد بناءً على متغير مستقل واحد، وهو يُعد حالة خاصة ومبسطة من انموذج GM(1,N) الأكثر عمومية. تُقدر معالم نموذج GM(1,2) من خلال طريقة المربعات الصغرى الرمادية وإن الميزة الجوهرية لهذا الانموذج تكمن في عدم حاجته إلى افتراضات مسبقة حول التوزيع الإحصائي للبيانات أو

استقرارها، مما يجعله مرناً وقابلاً للتطبيق في مجموعة واسعة من الحالات التي لا تستوفي فيها النماذج الإحصائية التقليدية شروطها.

1-1 مشكلة البحث (Research Problem)

تُعد السلاسل الزمنية إحدى أهم أدوات التنبؤ وصنع القرار عبر مختلف التخصصات، إلا أن التحدي الرئيس يكمن في تحديد الانموذج التنبؤي الأمثل الذي يضمن أعلى مستويات الدقة والموثوقية، وإن هذا التحدي يتفاقم بفعل التنوع الجوهري في خصائص البيانات المتاحة، سواء من حيث حجمها، استقرارها، أو وجود متغيرات خارجية مؤثرة، من هنا تبرز إشكالية البحث وهي ما مدى كفاءة نماذج الصندوق الأسود (ARIMAX) مقارنة بنماذج الأنظمة الرمادية GM(1,2) في تحقيق دقة تنبؤية أعلى عند التعامل مع سلاسل زمنية ذات خصائص متباينة.

2-1 هدف البحث (Research Aim)

تهدف هذه الدراسة إلى تحليل ومقارنة كفاءة انموذج ARIMAX، كأحد نماذج الصندوق الأسود، مع انموذج GM(1,2) الرمادي حيث يتم استخدام كلا الانموذجين لتوقع متغير تابع واحد استناداً إلى متغير مستقل واحد، من خلال تطبيقهما على بيانات اقتصادية واقعية حيث تسعى الدراسة إلى تحقيق الأهداف الآتية:

- تقديم مقارنة مباشرة بين مدرستين تنبؤيتين مختلفتين، هما نماذج الصندوق الأسود ونماذج الأنظمة الرمادية.
- مساعدة الباحثين ومحليي البيانات في اختيار الانموذج الأنسب بناءً على خصائص البيانات.
- نشر الوعي حول فعالية نماذج الصندوق الأسود ونماذج GM، التي لا تزال غير مستخدمة بشكل واسع، على الرغم من كفاءتها في ظروف معينة.
- يهدف إلى فهم العلاقة بين النماذج التنبؤية المختلفة وتأثيرها على دقة التوقعات الاقتصادية في ظل وجود عدم تجانس بالبيانات وكذلك عدم معرفة توزيع هذه البيانات.

3-1 الدراسات السابقة (Literature Review)

❖ في عام 2011 قدم الباحث (Wan, L.) وآخرون [24] بحثاً درسوا فيه المتغيرات المؤثرة في حدوث حوادث المرور المعقدة حيث استخدمت الدراسة طريقة التحليل الرمادي لتحليل بيانات حوادث المرور في بكين من عام 2002 إلى عام 2009، وتم اخذ تسعة عوامل مؤثرة وتبين أن أربعة منها، مثل عدد الشاحنات وإجمالي عدد السكان، تمتلك درجة ارتباط رمادية أعلى وبناءً على ذلك، تم إنشاء نموذج التنبؤ الكلي GM(1,N).

❖ في عام 2013 قدم الباحث (Suleman.N) وآخرون [20] دراسة استخدموا فيها نماذج SARIMA و ARIMAX للتنبؤ بأسعار العملات المتداولة في غانا. أظهرت النتائج أن انموذج ARIMAX كان أكثر كفاءة مقارنةً بأنموذج ARCH حيث تم استخدام اختبار Ljung-Box لتقييم دقة التنبؤ، مما أدى إلى توصيات باستعمال انموذج ARIMAX لتحقيق نتائج أفضل في تحليل الأسعار.

- ❖ في عام 2016 قدم الباحث (Andayani) وآخرون [2] مقارنة بين انموذج ARIMAX وانموذج VARMAX للتنبؤ بسعر الأرز الجاف في ست مقاطعات في جزيرة جاوة. أظهرت النتائج فعالية نموذج VARMAX في دمج العلاقات الزمنية والمكانية.
- ❖ في عام 2017 اقترح الباحثون (Lin, H., Zhu, L., Pan, Z.,) وآخرون [13] نهجاً شاملاً لتحديد انموذج دالة التحويل منخفض الترتيب باستعمال انموذج ARMAX متعدد المدخلات والمخرجات. (MIMO) أظهرت النتائج قدرة النموذج على التقاط جميع أوضاع التذبذب الرئيسية بدقة وكفاءة محسنة.
- ❖ في عام 2018 درس الباحثون (Wang, Heshu) وآخرون [26] تأثير نماذج ARIMA والانموذج الرمادي GM(1,1) على النسبة الشهرية لحدوث التهاب الكبد B في الصين من مارس 2010 إلى أكتوبر 2017. أظهرت النتائج أن نموذج ARIMA (3,1,1) كان الأكثر فعالية في التناسب والتنبؤ.
- ❖ في عام 2020 قدم الباحثان (Salah- eddine M, Sadik, S) وآخرون [19] دراسة لبناء انموذج رياضي لمحرك السيرفو، حيث تمت مقارنة أربعة نماذج (ARX, ARMAX, OE, BJ) باستعمال معايير دقيقة، وأظهرت النتائج تفوق نماذج ARMAX و BJ و OE.
- ❖ في عام 2022 قدم الباحثون (Wan, L., Beshir, A. H) وآخرون [23] دراسة تناولت مشكلات التوافق الكهرومغناطيسي في أنظمة الطاقة المتجددة مع التركيز على تقنيات نمذجة الصندوق الأسود.
- ❖ وفي العام نفسه، قدم الباحث (Zhao, D.,) [27] بحثاً مقارنة بين نماذج ARIMA و GM(1,1) و LSTM، حيث أظهرت النتائج أن انموذج LSTM كان الأكثر فعالية في التنبؤ بحالات السل في الصين.
- ❖ في عام 2023 قدم الباحث (Cheng, M.) وآخرون [5] انموذج GM(1,N) الرمادي كأداة مهمة في التنبؤ، مقترحاً طريقة نمذجة جديدة تعتمد على المعادلات التفاضلية المترامنة لتحسين دقة التنبؤ.

2- الجانب النظري

1-2 نماذج الصندوق الأسود Black Box models

تُصنف نماذج الصندوق الأسود أدوات نمذجة إحصائية تعتمد بشكل أساسي على البيانات المقاسة (المسجلة) دون الحاجة إلى معرفة مسبقة بسلوك الانموذج، أو التغيرات التي تحدث مع مرور الزمن نتيجة للظروف الخارجية^[2]. تتضمن هذه النماذج أنواعاً متعددة، منها نماذج خطأ المعادلة (The Equation Error Models)، التي تشمل نموذج الانحدار الذاتي مع متغيرات خارجية (ARX)، انموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع متغيرات خارجية (ARMAX) ونماذج خطأ المخرجات (The Output Error Models)، مثل نموذج خطأ المخرجات (OE) ونماذج بوكس-جنكز، حيث تستعمل نماذج الصندوق الأسود في مجموعة متنوعة من المجالات، بما في ذلك الهندسة، علم البيانات، الذكاء الاصطناعي، والاقتصاد... الخ.^[23]

تحسب المخرجات $Y(t)$ من خلال ترشيح المدخلات $S(t)$ باستعمال مرشح خطي يُرمز له بـ $G(q)$ والذي يُعرف بدالة تحويل المدخلات، فضلاً عن ذلك تُرشح الضوضاء البيضاء باستعمال مرشح خطي آخر يُرمز له بـ $H(q)$ ، ويُعرف بدالة تحويل الضوضاء.^[10] بناءً على ذلك، يمكن تمثيل الانموذج الخطي العام بالشكل الآتي^[21]:

$$Y(t) = G(q)S(t) + H(q)\epsilon(t) \quad (1)$$

حيث $\epsilon(t)$ تمثل الضوضاء البيضاء.

$$A(q)Y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}S(t) + \frac{C(q)}{D(q)}\epsilon(t) \quad (2)$$

حيث تمثل:

- $Y(t)$: سلسلة الإخراج.
- $S(t)$: سلسلة الإدخال.
- $\epsilon(t)$: الضوضاء.

أما $A(q), B(q), C(q), D(q)$ ، كثيرات الحدود المعطاة على النحو الآتي:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \quad (3)$$

$$B(q) = 1 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \quad (4)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \quad (5)$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d} \quad (6)$$

حيث ان:

: تمثل مشغل الازاحة الخلفي q^{-1}

n_a : رتبة الانحدار الذاتي AR

n_b : عدد حدود المدخلات (رتبة المتغير الخارجي)

n_c : رتبة المتوسطات المتحركة MA

n_d : التكامل (Integrated)

حيث يمكن تلخيص الهياكل العامة المشتركة القائمة على المعادلة السابقة في الجدول الآتي:

جدول (1) هيكلية النماذج

كثيرات الحدود المستعملة	الاختصار	اسم النموذج
$A(q)$	AR	الانحدار الذاتي
$C(q)$	MA	المتوسطات المتحركة
$A(q), B(q)$	ARX	الانحدار الذاتي مع متغيرات خارجية
$A(q), C(q)$	ARMA	الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة
$B(q)$	FIR	الاستجابة النبضية المحدودة
$A(q), B(q), C(q)$	ARMAX	الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع متغيرات خارجية
$B(q), D(q)$	OE	خطأ الإخراج
$B(q), C(q), A(q), D(q)$	BJ	بوكس-جيكيز

استناداً إلى الجدول أعلاه يمكن كتابة معادلات كل من سلسلة الإدخال وسلسلة الإخراج لكل انموذج على النحو الآتي:^[12]

1. MA:

$$Y(t) = C(q) * \epsilon(t)$$

2. AR:

$$Y(t) = \frac{1}{A(q)} * \epsilon(t)$$

3. ARMA:

$$Y(t) = \frac{C(q)}{A(q)} * \epsilon(t)$$

4. ARX:

$$Y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} * S(t) + \frac{1}{A(q)} * \epsilon(t)$$

5. FIR:

$$Y(t) = B(q) * S(t) + \epsilon(t)$$

6. ARIMAX:

$$Y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} * S(t) + \frac{C(q)}{A(q)} * \epsilon(t)$$

7. OE:

$$Y(t) = \frac{B(q)}{D(q)} * S(t) + \epsilon(t)$$

8. BJ:

$$Y(t) = \frac{B(q)}{D(q)} * S(t) + \frac{C(q)}{D(q)} * \epsilon(t)$$

تتميز نماذج خطأ المعادلة باحتوائها على المرشح الخطي $\frac{1}{A(q)}$ في دالة تحويل المدخلات، ودالة تحويل الضوضاء حيث يعتبر هذا المرشح بمثابة مقام ديناميكي لهذه الدوال، مما يعني أن للضوضاء تأثيراً مباشراً على مخرجات الانموذج^[18].

The Cross-Correlation Function

2-2 دالة الارتباط المتقاطع

دالة الارتباط المتقاطع (CCF) تستعمل لتحليل العلاقة بين سلسلتين زمنيتين $Z(t)$ و $Y(t)$ كدالة للإزاحة الزمنية k تعد هذه الدالة أداة أساسية في تحديد نموذج دالة التحويل، لكن تفسيرها يصبح صعباً عندما تكون السلسلتين مرتبطتين تلقائياً (ذاتياً)^[13] ولحل هذه المشكلة اقترح بوكس وجنكينز طريقة تسمى "التبييض المسبق"، والتي تتمثل في الخطوات الآتية:

1. تحويل سلسلة المدخلات $S(t)$ إلى سلسلة مستقرة (مبيضة) $\alpha(t)$ بإزالة الارتباط الذاتي منها.
2. تطبيق نفس التحويل على سلسلة المخرجات $Y(t)$ لإنتاج سلسلة مبيضة جديدة $\beta(t)$.
3. حساب دالة الارتباط المتقاطع بين $\alpha(t)$ و $\beta(t)$ بعد التبييض، مما يُظهر العلاقة الحقيقية بين المدخلات والمخرجات دون تشويش من الارتباط الذاتي وبهذه الطريقة،^[10] يصبح تفسير دالة الارتباط المتقاطع أكثر وضوحاً وموثوقية أما بالنسبة للتباين المشترك بين $S(t)$ و $Y(t)$ عند إزاحة k ، فهو يعبر عن قوة العلاقة الخطية بين السلسلتين عند تأخير أو تقدم إحدهما بالنسبة للآخرى بمقدار k .

$$\gamma_{zy}(k) = E[(Z(t) - \mu_z)(Y(t+k) - \mu_y)] \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6)$$

حيث ان μ_z, μ_y , هما متوسطات كل من $S(t), Y(t)$ على التوالي، فإن دالة الارتباط المتقاطع تعطى بالصيغة الآتية:

$$\rho_{sy}(k) = \frac{\gamma_{sy}(k)}{s \sigma_y} \quad (7)$$

3-2 اختبار Ljung-Box

عند بناء انموذج للتنبؤ بسلسلة زمنية، مثل انموذج ARIMAX أو غيره، يكون الهدف الأساسي هو فهم البنية الداخلية للسلسلة بحيث تصبح البواقي (أي الفرق بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة) مجرد ضوضاء عشوائية والضوضاء العشوائية، المعروفة أيضاً بالإشارة البيضاء، تعني أن القيم المتبقية لا تحتوي على أي نمط واضح أو ارتباط ذاتي. من هنا يأتي دور اختبار Ljung-Box ، الذي يُستخدم للتحقق من هذه النقطة^[12].

اختبار Ljung-Box هو اختبار إحصائي يهدف إلى فحص ما إذا كانت القيم المتبقية بعد تقدير النموذج تحتوي على ارتباط ذاتي عند مجموعة من التأخيرات الزمنية. الفكرة الرئيسية هي أنه إذا كان الانموذج جيداً، فلا ينبغي أن تظهر أي علاقة منتظمة بين القيم المتبقية في أزمنة مختلفة، مما يعني عدم وجود ارتباط زمني بين البواقي.

يتم حساب الاختبار باستعمال معادلة تعتمد على معامل الارتباط الذاتي للبواقي عند تأخيرات مختلفة. تأخذ المعادلة في الاعتبار حجم العينة وعدد التأخيرات التي يتم اختبارها. الصيغة هي^[20]:

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \right) \quad (8)$$

حيث ان:

- n: هو عدد القيم في العينة.
- m: هو عدد التأخيرات الزمنية التي نريد التحقق منها.
- $\hat{\rho}_k$: هو معامل الارتباط الذاتي عند التأخير k

بعد حساب هذه الإحصائية، نقوم بمقارنتها حيث إذا كانت القيمة الاحتمالية (p-value) صغيرة (أقل من 0.05)، فإننا نرفض الفرضية الصفرية، مما يعني أن البواقي لا تشبه الضوضاء البيضاء، ومن ثمَّ النموذج غير كافٍ في تفسير السلسلة الزمنية. أما إذا كانت القيمة الاحتمالية كبيرة، فنقبل الفرضية الصفرية، مما يدل على أن البواقي لا تحتوي على ارتباط ذاتي وأن الانموذج المستعمل مناسب ويؤدي وظيفته بشكل جيد^[25].

من الناحية النظرية، يعتبر اختبار Ljung-Box مشابهًا لاختبار Box-Pierce ، لكنه يتفوق عليه في حالات حجم العينة الصغيرة، حيث تم تطويره ليكون أكثر دقة من خلال تعديل المعادلة لأخذ تأثير حجم العينة والتأخيرات بعين الاعتبار.

2-4 أنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع مدخلات خارجية

Autoregressive Moving Average with Exogenous Input Model

يعد أنموذج ARIMAX توسيعاً لأنموذج ARIMA الكلاسيكي، حيث يهدف إلى تعزيز دقة التنبؤ بالسلاسل الزمنية من خلال دمج تأثير المتغيرات الخارجية، بينما يركز أنموذج ARIMA على القيم السابقة للمتغير التابع نفسه وأخطاء التنبؤ السابقة، يضيف ARIMAX بُعداً جديداً يسمح بإدماج معلومات من سلاسل زمنية أخرى (متغيرات خارجية)، يُعتقد أنها تؤثر على السلسلة الرئيسية المراد التنبؤ بها وإن هذا الدمج يجعل من ARIMAX أداة تحليلية فعّالة، تستعمل على نطاق واسع في مجالات متعددة مثل الاقتصاد القياسي، والرقابة الصناعية، والتمويل، وحتى في العلوم البيئية والصحية، حيث تتأثر الظواهر بعوامل خارجية تتجاوز نطاقها المباشر.^[18] لذا يقوم هذا الانموذج بوصف سلسلة المخرجات للمتغير التابع $Y(t)$ للظاهرة المراد التنبؤ بها من خلال دمج أنموذج ARIMA مع سلسلة المدخلات الخارجية $S(t)$ ويمكن وصف معلمات هيكل أنموذج ARIMAX بالمعادلة الخطية الآتية:

$$Y(t) + a_1Y(t-1) + \dots + a_{n_a}Y(t-n_a) = b_1S(t-1) + \dots + b_{n_b}S(t-n_b) + \varepsilon(t) + c_1\varepsilon(t-1) + \dots + c_{n_c}\varepsilon(t-n_c) \quad (9)$$

يمكن التعبير عن المعلمات الغير معرفة بواسطة المتجه θ :

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \dots a_{n_a} \quad b_1 \quad b_2 \dots b_{n_b} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{n_c}]^T$$

$a_1, a_2, \dots, a_{n_a}$: تمثل معلمات الانحدار الذاتي وتحدد كيفية تأثير القيم السابقة للمخرجات على القيم الحالية.

$b_1, b_2, \dots, b_{n_b}$: تمثل معلمات تأثير المدخلات السابقة على المخرجات الحالية.

$b_1, b_2, \dots, b_{n_b}$: تمثل معلمات المتوسط المتحرك التي تعكس العلاقة بين الضوضاء السابقة والضوضاء الحالية.

وبما أن كثيرات الحدود لهذا الانموذج هي $A(q), B(q), C(q)$ فيعبر عنها كالآتي:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \quad (10)$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \quad (11)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \quad (12)$$

وأن علاقة الإدخال والإخراج هي

$$A(q).Y(t) = B(q)S(t) + C(q) \varepsilon(t) \quad (13)$$

ويمكن كتابتها بالشكل الآتي:

$$Y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} S(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \varepsilon(t) \quad (14)$$

5-2 خطوات بناء النموذج Model Building steps

تعد عملية بناء نموذج إحصائي عملية تكرارية (Iterative) تهدف إلى تصميم نظام تنبؤ معين. تبدأ هذه العملية بمرحلة التعرف على النموذج حيث يتم تحديد الأنماط والعلاقات المحتملة في البيانات ثم يلي ذلك مرحلة اختيار النموذج التي تتضمن اختيار النموذج الأنسب الذي يعكس البيانات بشكل دقيق، ومن ثم تأتي مرحلة تقدير النموذج التي تشير إلى تقدير معالم النموذج لضمان دقته ومن الضروري اجتياز جميع هذه المراحل لتحويل النموذج التجريبي إلى نموذج نهائي جاهز للاستخدام التطبيقي في التنبؤ^[1].

6-2 التعرف على النموذج Model Identification

تعد الخطوة الأولى المهمة في بناء النموذج الإحصائي هي تحديد ما إذا كانت كل من سلسلة الإدخال وسلسلة الإخراج مستقرة من حيث التباين والوسط ففي الممارسة العملية تظهر العديد من السلاسل الزمنية سلوكاً غير مستقر، وبما أن منهجية بوكس-جנקيز مخصصة للنماذج المستقرة فقط، فإنه يجب إجراء بعض التعديلات قبل نمذجة هذه السلاسل^[15, 22].

إذا وُجد أن السلسلة الزمنية غير مستقرة في المتوسط، يجب أخذ الفروق الأولى. في حال ظهر النموذج تغيراً عرضياً في المتوسط، ستؤدي الفروق الأولى إلى الحصول على نموذج مستقر أما إذا لم يظهر أي تغير يجب تكرار هذه الإجراءات حتى يتم العثور على نموذج مستقر أما بالنسبة لعدم الاستقرار في التباين، فيتم معالجته باستعمال التحويلات المناسبة للبيانات، حيث يعد كل من التحويل اللوغاريتمي وتحويل الجذر التربيعي من أكثر التحويلات استعمالاً.

7-2 طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية Ordinary Least- Squares Method

تسعى طريقة المربعات الصغرى إلى الحصول على قيم المعلمات التي توفر الوصف الأكثر دقة للبيانات، حيث يتم قياس ذلك من خلال مدى ملائمة النموذج للبيانات باستعمال دالة خسارة مربعة حيث في هذه الطريقة، يتم تقليل مجموع مربعات الخطأ (SSE) بين القيم المرصودة والتنبؤات، ويمكن تقدير معلمات نموذج ARIMAX على النحو الآتي^[19]:

$$Y(t) + a_1 Y(t-1) + \dots + a_{n_a} Y(t-n_a) \\ = b_1 Z(t-1) + \dots + b_{n_b} Z(t-n_b) + c_1 \varepsilon(t-1) + \dots + c_{n_c} \varepsilon(t-n_c) \\ + \varepsilon(t) \quad (15)$$

يمكن كتابة المعادلات اعلاه كأنموذج انحدار كما يلي:

$$Y(t) = \varphi^T \theta + \varepsilon(t) \quad (16)$$

حيث ان θ هي معلمات انموذج ARIMAX

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \dots a_{n_a} \quad b_1 \quad b_2 \dots b_{n_b} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{n_c}]^T \quad (17)$$

وان φ^T هو متجه يتضمن البيانات السابقة من المخرجات والمدخلات ويمكن كتابتها بالصيغة الآتية:

$$\varphi^T(\theta) = [-Y(t-1) \dots -Y(t-n_a) S(t-1) \dots S(t-n_b) \varepsilon(t-1, \theta) \dots \varepsilon(t-n_c, \theta)] \quad (18)$$

يتم اجراء تقدير لمعلمات الانموذج باستعمال خطأ التنبؤ (PE) والذي يعطى بالصيغة الآتية:

$$\varepsilon(t) = Y(t) - \hat{y}(t, \theta)$$

$$\varepsilon(t) = Y(t) - \varphi^T(t) \theta \quad (19)$$

وان $\varepsilon(t)$ هي الفرق بين المخرجات المقاسة $Y(t)$ والمخرجات المقدرة $\hat{y}(t)$ ويتم التعبير عن المخرجات المقدرة بالصيغة الآتية:

$$\hat{y}(t, \theta) = \varphi^T(t) \theta \quad (20)$$

يعرف تقدير المربعات الصغرى على انه متجه المعلمة θ الذي يقلل من دالة الخسارة وكالاتي:

$$V_n = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \quad (21)$$

وبتعويض معادلة خطأ التنبؤ بالمعادلة (21):

$$V_n = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Y(t) - \varphi^T(t) \theta)^2 \quad (22)$$

نقوم باشتقاق دالة الخسارة ومساواتها بالصفر:

$$\frac{\partial V_n}{\partial \theta} = -\frac{2}{N} \sum_{t=1}^N (Y(t) - \varphi^T(t) \theta) * \varphi^T(t) \quad (23)$$

$$-\frac{2}{N} \sum_{t=1}^N (Y(t) \varphi^T(t) - \varphi^T(t) \varphi^T(t) \hat{\theta}) = 0 \quad (24)$$

وبذلك فإنَّ التقدير بطريقة OLS:

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N (Y(t) \varphi^T(t)) \quad (25)$$

8-2 مميزات أنموذج ARIMAX [20]

- دقة تنبؤية محسنة: من خلال دمج المتغيرات الخارجية، يُمكن لـ ARIMAX التقاط مزيد من المعلومات وتحسين دقة التنبؤ مقارنة بنموذج ARIMA الذي يعتمد فقط على السلسلة نفسها.
- مرونة في النمذجة: يستطيع التعامل مع الاتجاهات، والموسمية (من خلال التفاضل الموسمي)، وتأثيرات المتغيرات الخارجية.
- أساس إحصائي قوي: يعتمد على نظرية إحصائية راسخة، مما يجعله قابلاً للتفسير في سياقه الإحصائي.

9-2 قيود أنموذج ARIMAX [21]

- افتراضات الاستقرار والخطية: يتطلب أن تكون السلسلة الزمنية مستقرة بعد التفاضل، ويفترض وجود علاقات خطية بين المتغيرات، وهي افتراضات قد لا تنطبق دائماً على البيانات الواقعية.
- الحاجة إلى بيانات كافية: يتطلب كمية معقولة من البيانات التاريخية لتقدير المعلمات بدقة.
- اختيار الرتب (ARIMAX(n_c, n_d, n_b, n_a)

10-2 نظرية الأنظمة الرمادية (Grey System Theory)

تُعد نظرية الأنظمة الرمادية (GST) من الإسهامات النظرية الحديثة في مجال تحليل النظم غير الكاملة، وقد طُورت على يد البروفيسور الصيني (Deng Julong) في أوائل ثمانينيات القرن العشرين، بهدف تقديم إطار علمي بديل للتعامل مع البيانات الجزئية أو الناقصة التي يصعب معالجتها بالطرق الإحصائية التقليدية أو نماذج الاحتمالات [14].

تركز هذه النظرية على التعامل مع الأنظمة التي تجمع بين المعرفة والجهل، حيث لا تكون المعلومات متوفرة بشكل كامل (كما في النظم البيضاء)، ولا معدومة كلياً (كما في النظم السوداء)، بل تقع في منطقة "رمادية"، أي جزئية وغير مكتملة.

ولذلك، توفر هذه النظرية أدوات رياضية مرنة لتحليل السلاسل الزمنية والظواهر المتغيرة عند توافر عدد محدود من المشاهدات، وهي بيئة يصعب فيها تطبيق تقنيات مثل الإحصاء الكلاسيكي أو المنطق الضبابي^[3] (Fuzzy Logic) تُعد القدرة على استخراج الأنماط من البيانات القليلة سمة محورية في هذه النظرية، حيث يتم بناء النماذج الرمادية باستعمال سلاسل قصيرة دون الحاجة إلى افتراضات صارمة حول طبيعة التوزيع الاحتمالي أو استقرارية البيانات. ويُعد نموذج GM(1,N) أحد النماذج الأساسية في هذه النظرية، والذي يُستخدم على نطاق واسع في التنبؤ بالأنظمة ذات المتغيرات المتعددة في بيئات غير مستقرة.^[6,25]

11-2 الانموذج الرمادي GM(1, 2) : Gray model

يُعد الانموذج الرمادي GM(1,2) حالة خاصة من الانموذج الرمادي متعدد المتغيرات GM(1,N) ، ويُمثل امتداداً مهماً لإطار النماذج الرمادية المستعملة في تحليل السلاسل الزمنية قصيرة الأمد، إذ طُوّرَ هذا الانموذج للتعامل مع الأنظمة التي يكون فيها المتغير المعتمد متأثراً بمتغير خارجي واحد على الأقل، وهو ما يُعد شائعاً في التطبيقات التي تتسم بندرة البيانات أو عدم اكتمالها، كما في مجالات الاقتصاد والبيئة والطاقة^[7].

حيث يشير الرقم (1) في الانموذج GM(1,2) إلى استعمال مشتقة من الدرجة الأولى، مما يعكس الطبيعة الديناميكية للنموذج، بينما يشير الرقم (2) إلى وجود متغيرين ضمن بنية الانموذج أحدهما يمثل المتغير التابع (Output Variable) ، والآخر يمثل المتغير المستقل أو الخارجي (Exogenous Variable) ، الذي يُعتقد أن له تأثيراً مباشراً على المتغير التابع.

يُبنى هذا الانموذج على أساس معادلة تفاضلية رمادية تصف العلاقة الديناميكية بين المتغيرات، مما يسمح له بالتعامل مع الأنظمة المعقدة حتى في حال توافر عدد محدود من المشاهدات الزمنية وتكمن فعالية هذا الانموذج في قدرته على تمثيل الأنماط العامة للسلوك الزمني، دون الحاجة إلى افتراضات صارمة تتعلق بتوزيع البيانات أو استقراريتها.^[9]

تمر عملية بناء الانموذج الرمادي GM(1,2) بالمراحل الخمس الآتية، وفقاً لأدبيات الأنظمة الرمادية^[8]:

- التحليل النوعي: (Qualitative Analysis) لفهم سلوك المتغيرات والعلاقات المحتملة بينها.
- تحليل العوامل المؤثرة: (Influencing Factors Analysis) لتحديد المتغيرات الخارجية ذات التأثير على المتغير التابع.
- التقدير الكمي الأولي: (Initial Quantitative Estimation) لتوليد البيانات الرمادية الأولية ومعالجة الضوضاء.
- التقدير الديناميكي: (Dynamic Estimation) باستعمال المعادلات التفاضلية الرمادية وتقدير المعلمات.
- تحسين الانموذج: (Model Optimization) عن طريق تقنيات مثل القيم الخلفية المتغيرة أو التراكمات المعدلة.

من الناحية الرياضية، يتم تحويل البيانات الأصلية عبر عملية التوليد التراكمي من الرتبة الأولى (First-Order Accumulated Generating Operation, 1-AGO)، وهي عملية تهدف إلى تقليل التقلبات العشوائية في البيانات، ومن ثم تعزيز سلسلة السلسلة الزمنية وجعلها أكثر قابلية للنمذجة. يسمح هذا التحويل باستخلاص الاتجاه العام للسلوك الزمني، ويُستخدم كأساس لبناء معادلة التبييض الرمادية، والتي تمثل الأساس الرياضي للنموذج ولتكن السلسلة الأصلية^[5]

$$Y_i^{(0)} = \{Y_i^{(0)}(1), Y_i^{(0)}(2)\}, \quad (i = 1, 2) \quad (26)$$

حيث ان

• $Y_1^{(0)}$: المتغير التابع

• $Y_2^{(0)}$: المتغير المستقل (المدخل الخارجي)

ونكتب بصيغة مفصلة:

$$Y_1^{(0)} = (y_1^{(0)}(1), y_1^{(0)}(2), \dots, y_1^{(0)}(n)) \quad (27)$$

$$Y_2^{(0)} = (y_2^{(0)}(1), y_2^{(0)}(2), \dots, y_2^{(0)}(n)) \quad (28)$$

ثم تُطبق عملية التوليد التراكمي من الرتبة الأولى (AGO) كما يلي:

$$Y_i^{(1)} = \{y_i^{(1)}(1), y_i^{(1)}(2), \dots, y_i^{(1)}(n)\} \quad (29)$$

حيث تمثل المعادلة اعلاه المتغيرات المتراكمة ويمكن التعبير عنها بصيغة اخرى

$$Y_1^{(1)} = (y_1^{(1)}(1), y_1^{(1)}(2), \dots, y_1^{(1)}(n)) \quad (30)$$

$$Y_2^{(1)} = (y_2^{(1)}(1), y_2^{(1)}(2), \dots, y_2^{(1)}(n)) \quad (31)$$

ويُعبّر عنها بصيغة أخرى [16,24]

$$Y_i^{(1)} = \sum_{j=1}^n y_i^{(0)}(j) \quad , j = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

ولتحديد معالم الانموذج GM(1,2) كمايلي: -

تُعطى المعادلة التفاضلية الرمادية للأنموذج بصيغة الآتية:

$$\frac{dy_1^{(1)}(j)}{dt} + \alpha y_1^{(1)}(j) = \sum_{j=1}^n \beta_2 y_2^{(1)}(j) \quad (33)$$

ويُعبّر متوسط القيم المتراكمة المتجاورة $Z_1^{(1)}(k)$ بالصيغة الآتية:

$$Z_1^{(1)}(j) = \frac{y_1^{(1)}(j) + y_1^{(1)}(j-1)}{2} \quad (34)$$

ويمكن إعادة صياغة المعادلة (34) كما يأتي:

$$Y_1^{(0)}(j) = -\alpha z_1^{(1)}(j) + \sum_{j=1}^n \beta_2 y_2^{(1)}(j) \quad , j = 2, 3, \dots, n \quad (35)$$

تُقدّر المعلمات α و β_2 وهي معلمات الانموذج الرمادي باستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS)، بصيغة مصفوفات حيث يمكننا إعادة صياغة المعادلة (35) كمايلي: [25]

$$\underline{\hat{y}} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = (C' C)^{-1} C' Y_1 \quad (36)$$

حيث ان:

$$\hat{y} = [\hat{\alpha}, \hat{\beta}_2]^T \quad (37)$$

$$Y_1 = [y_1^{(0)}(2), y_1^{(0)}(3), \dots, y_1^{(0)}(n)]^T \quad (38)$$

حيث يمكن التعبير عن C بالمصفوفة المعلومات كمايلي: [6]

$$C = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & y_2^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & y_2^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) & y_2^{(1)}(n) \end{bmatrix} \quad (39)$$

بعد تقدير المعلمات، تتم عملية التنبؤ بالقيم المستقبلية بواسطة دالة الاستجابة الرمادية الآتية :

$$\hat{y}^{(1)}(j+1) = \left(y_1^{(0)}(1) - \sum_{j=1}^n \frac{\hat{\beta}_2 y_2^{(1)}(j+1)}{\hat{\alpha}} \right) e^{-\alpha t} + \sum_{j=1}^n \frac{\hat{\beta}_2 y_2^{(1)}(j+1)}{\hat{\alpha}} \quad (40)$$

ثم تُسترجع القيم المتنبأ بها الأصلية باستعمال التوليد العكسي: (IAGO) يتم الحصول على القيمة المتنبأ بها عند $j+1$ وذلك من خلال الصيغة الآتية: [26]

$$\hat{y}^{(0)}(j+1) = \hat{y}^{(1)}(j+1) - \hat{y}^{(1)}(j) \quad , j = 1, 2, \dots, n \quad (41)$$

12-2 معايير اختيار الانموذج Model Selection Criteria

يمكن مقارنة النماذج المذكورة سابقاً من خلال مقياس احصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ، واختيار الانموذج الأفضل من بين النماذج المستعملة التي تعطي اقل قيمة لهذا مقياس بوصفه الانموذج الأفضل وذلك للحصول على تنبؤات دقيقة ويستعمل معامل التحديد R^2 حيث كلما كانت معامل التحديد عالية كلما كان الانموذج أفضل.^[11]

1-12-2 متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error MSE): هو عبارة عن متوسط مربعات الفرق بين القيمة الحقيقية والقيمة المقدرة للتنبؤ وهو مقياس للدقة وجودة المقدر وتعطى بالشكل الآتي^[17]:

$$MSE = \sum_{j=1}^n \frac{(y^{(0)}(j) - \hat{y}^{(0)}(j))^2}{n} \quad (42)$$

حيث ان: $y^{(0)}(j)$: القيمة الفعلية في الفترة j .

2-12-2 جذر متوسط مربع الخطأ ((Root Mean Square Error (RMSE)): هو عبارة عن جذر متوسط مربعات الفرق بين القيم الحقيقية والقيم المقدرة وهو مقياس للدقة وجودة المقدر وتعطى بالشكل الآتي^[27]:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(y^{(0)}(j) - \hat{y}^{(0)}(j))^2}{n}} \quad (43)$$

3-12-2 معامل التحديد R^2 (Coefficient of Determination):

يعدُّ R^2 مؤشر إحصائياً يُستعمل لتقييم فعالية الانموذج في تفسير التغيرات في المتغير المعتمد (القيم الفعلية) بناءً على العوامل التفسيرية (العوامل الخارجية) أو القيم المتوقعة. يُظهر R^2 النسبة المئوية للتغيرات في البيانات الفعلية التي يمكن تفسيرها بواسطة الانموذج. كلما اقتربت قيمة R^2 من 1، دل ذلك على أن الانموذج يفسر جزءاً أكبر من التباين في المتغير المعتمد، مما يشير إلى ملائمة أفضل. حيث تُعطى المعادلة الرياضية لـ R^2 بالعلاقة الآتية:^[4]

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (44)$$

حيث: SSR: مجموع مربعات الموضحة وهو مجموع الفروقات المربعة بين القيم المتنبأ ومتوسطها.

SST: مجموع المربعات الكلية وهو مجموع الفروقات المربعة بين القيم الفعلية ومتوسطها.

3- الجانب العملي

1-3 تمهيد Introduction

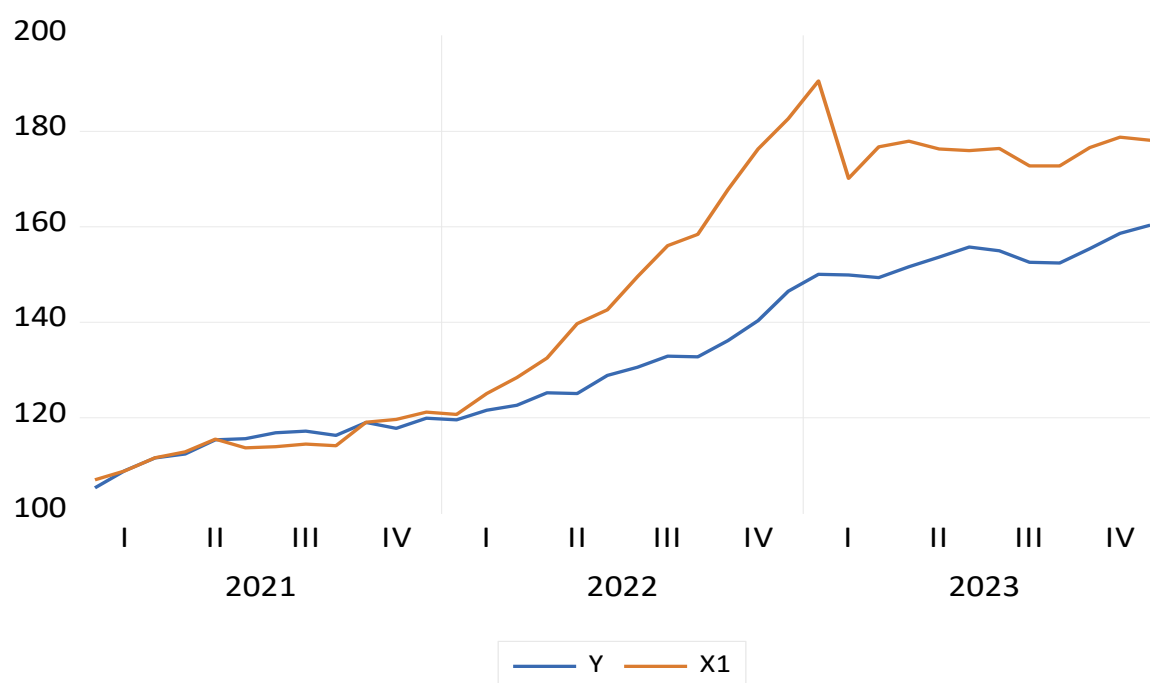
سيتم تحليل بيانات السلاسل الزمنية المتعلقة بالاقتصاد العراقي والتي تم جمعها من وزارة التخطيط -الجهاز المركزي للإحصاء - هيئة الإحصاء ونظم المعلومات الجغرافية للعام 2025 والتي تتضمن البيانات عرض النقد وصافي الموجودات الأجنبية، حيث تم جمع البيانات بشكل شهري من 1 يناير 2021 إلى 31 ديسمبر 2023.^[28] حيث سيتم مقارنة نماذج الصندوق الأسود ARIMAX مع نموذج الأنظمة الرمادية GM(1,2)، وذلك استناداً إلى المعايير المحددة في الجانب النظري لمعرفة كفاءة كل انموذج في تحليل البيانات، أما بالنسبة للإجراءات البرمجية، فقد تم تنفيذ جميع الإجراءات المتعلقة بالنماذج باستعمال لغة MATLAB 2021 وبرنامج EViews 12، لذا فإن هذا النهج الشامل يساعد صانعي القرار في اتخاذ قرارات مدروسة استناداً إلى النتائج المستخلصة.

جدول (2) بيانات عرض النقد والعامل الخارجي صافي الموجودات الاجنبية بملايين

السنة	الشهر	عرض النقد y	صافي الموجودات الاجنبية x1
2021	1	105.36	107.03
	2	108.93	108.91
	3	111.60	111.62
	4	112.44	112.87
	5	115.38	115.51
	6	115.63	113.73
	7	116.88	113.98
	8	117.22	114.50
	9	116.31	114.15
	10	119.02	119.06
	11	117.79	119.67

121.21	119.94	12	2022
120.72	119.55	1	
125.11	121.58	2	
128.44	122.64	3	
132.52	125.25	4	
139.69	125.10	5	
142.63	128.86	6	
149.55	130.61	7	
156.07	132.91	8	
158.40	132.77	9	
167.77	136.17	10	
176.31	140.36	11	
182.64	146.49	12	
190.53	150.07	1	2023
170.16	149.91	2	
176.73	149.37	3	
177.92	151.62	4	
176.28	153.62	5	
175.93	155.77	6	
176.38	154.96	7	

172.76	152.57	8	
172.77	152.42	9	
176.60	155.43	10	
178.77	158.63	11	
178.13	160.32	12	



شكل (1) يمثل الرسم البياني لسلسلة عرض النقد وصافي الموجودات الأجنبية في العراق

جدول رقم (3) اختبار جذر الوحدة

Null Hypothesis: Y has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=9)		
	t-Statistic	Prob.*

Augmented Dickey-Fuller test statistic			0.139822	0.9638
Test critical values:	1% level		-3.661661	
	5% level		-2.960411	
	10% level		-2.619160	

يتبين من خلال الجدول (3) أن السلسلة عرض النقد تعاني من جذر الوحدة لأن قيمة (Prob= 0.9638) وهي أعلى من مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) وهذا يبين أن السلسلة الزمنية غير مستقرة وكذلك نرى من خلال قيمة ($t=0.139822$) عند مقارنتها مع القيم الحرجة (t) عند مستوى دلالة (10%,5%,%1) فإن القيمة المحسوبة (t) أكبر من القيم الجدولية(الدرجة) بالآتي نستنتج أن السلسلة غير مستقرة فإبَّه من الضروري أخذ الفروق للسلسلة (Differencing) لجعلها مستقرة قبل تطبيق أنموذج ARIMAX.

جدول رقم (4) اختبار جذر الوحدة بعد أخذ الفرق الثاني

Null Hypothesis: D(Y,2) has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=9)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-6.014408	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.661661	
	5% level		-2.960411	
	10% level		-2.619160	

يتبين من خلال الجدول (4) أن السلسلة عرض النقد لا تعاني من جذر الوحدة؛ لأن قيمة (Prob=0.0000) وهي أقل من مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) وهذا يبين أن السلسلة الزمنية مستقرة وكذلك نرى من خلال قيمة ($t=-6.014408$) عند مقارنتها مع القيم الحرجة (t) عند مستوى دلالة (10%,5%,%1) فإن القيمة المحسوبة (t) أقل من القيم الجدولية(الدرجة) بالآتي نستنتج أن السلسلة مستقرة ويمكن تطبيق أنموذج ARIMAX.

جدول رقم (5) اختبار جذر الوحدة

Null Hypothesis: X1 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic – based on SIC, maxlag=9)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-0.858697	0.7893
Test critical values:	1% level		-3.632900	
	5% level		-2.948404	
	10% level		-2.612874	

يتبين من خلال الجدول (5) أن السلسلة صافي الموجودات الاجنبية تعاني من جذر الوحدة لان قيمة (Prob= 0.7893) وهي أعلى من مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) وهذا يبين ان السلسلة الزمنية غير مستقرة وكذلك نرى من خلال قيمة ($t=-0.858697$) عند مقارنتها مع القيم الحرجة (t) عند مستوى دلالة (10%,5%,%1) فإن القيمة المحسوبة (t) أكبر من القيم الجدولية (الحرجة) بالاتي نستنتج ان السلسلة غير مستقرة فإنه من الضروري أخذ الفروق للسلسلة (Differencing) لجعلها مستقرة قبل تطبيق أنموذج ARIMAX.

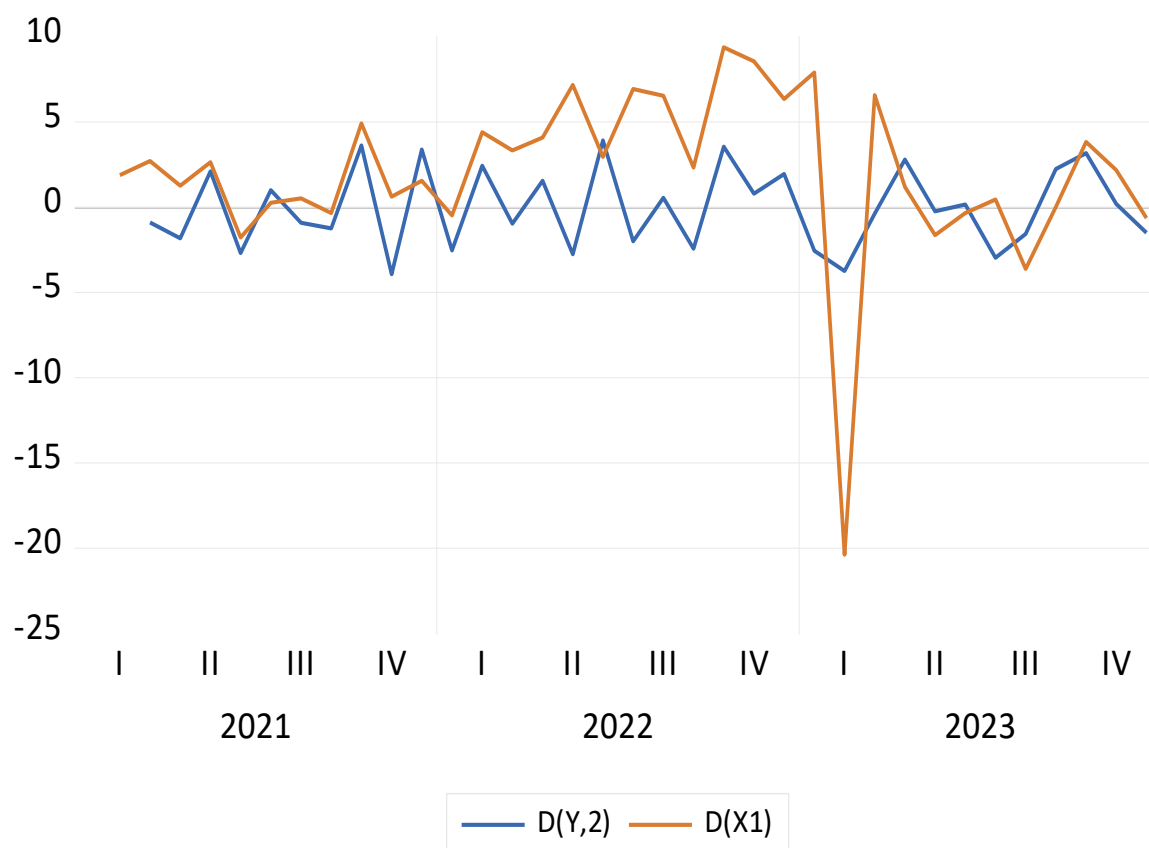
جدول رقم (6) اختبار جذر الوحدة بعد أخذ الفرق الاول

Null Hypothesis: D(X1) has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=9)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-6.027134	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.639407	
	5% level		-2.951125	

	10% level		-2.614300	
--	-----------	--	-----------	--

يتبين من خلال الجدول (6) ان السلسلة صافي الموجودات الاجنبية لا تعاني من جذر الوحدة لان قيمة (Prob=0.0000) وهي اقل من مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) وهذا يبين ان السلسلة الزمنية مستقرة وكذلك نرى من خلال قيمة ($t=-6.027134$) عند مقارنتها مع القيم الحرجة (t) عند مستوى دلالة (10%,5%,%1) فإن القيمة المحسوبة (t) اقل من القيم الجدولية(الحرجة) بالاتي نستنتج ان السلسلة مستقرة ويمكن تطبيق أنموذج ARIMAX.

كما يمكن توضيح السلسلتين بعد اخذ الفروق الها أيضا من خلال الرسم البياني (2):



شكل (2) استقراريه السلسلتين الزمنيتين عرض النقد وصافي الموجودات الاجنبية بعد أخذ الفروق الها

2-3 تحليل الارتباط المتقاطعات

تظهر نتائج في الشكل (3) ان تحليل الارتباط بين المتغيرين $Y(X(1))$ و $Y(X(1))$ قبل أخذ الفروق. عند $lag 0$ ، يبلغ الارتباط 0.9626، مما يدل على علاقة إيجابية قوية وان القيم تبقى مرتفعة عند $lag 1$ (0.9177) وتبدأ في الانخفاض مع زيادة lag ، مما يشير إلى تراجع قوة العلاقة مع مرور الوقت وفي الاتجاه العكسي(lead) ، القيم أيضاً مرتفعة ولكن تتناقص تدريجياً، مع وجود قيم سالبة في الفترات الزمنية الأطول.

لذلك تتطلب الحاجة الى أخذ الفروق حيث يعدُّ خطوة هامة في تحليل السلاسل الزمنية، خاصة إذا كانت البيانات تحتوي على اتجاهات زمنية أو تباينات موسمية. يساعد الفروق في إزالة هذه الاتجاهات، مما يُمكن من تحليل العلاقات الحقيقية بين المتغيرات بشكل أكثر دقة. لذا، يمكن أن يكون أخذ الفروق ضرورياً لتحسين دقة النماذج والتحليلات المستقبلية.

Date: 06/11/25 Time: 08:25

Sample: 2021M01 2023M12

Included observations: 36

Correlations are asymptotically consistent approximations

$Y, X1(-i)$	$Y, X1(+i)$	i	lag	lead
		0	0.9626	0.9626
		1	0.9177	0.8786
		2	0.8671	0.7945
		3	0.8171	0.7189
		4	0.7680	0.6472
		5	0.7201	0.5758
		6	0.6569	0.4882
		7	0.5858	0.3968
		8	0.5072	0.3056
		9	0.4193	0.2182
		10	0.3372	0.1366
		11	0.2586	0.0525
		12	0.1457	-0.0334
		13	0.0384	-0.1172
		14	-0.0602	-0.1879
		15	-0.1483	-0.2461
		16	-0.2199	-0.2996

شكل (3) ارتباط المتقاطعات قبل أخذ الفروق

تظهر نتائج في الشكل (3) ان تحليل الارتباط المتقاطعات بين المتغيرين الاقتصاديين $D(Y(2))$ و $D(X(1))$ بعد أخذ الفروق حيث تم حساب هذه الارتباطات عبر فترات زمنية مختلفة (lag) و (lead) باستعمال بيانات تمتد من يناير 2021 إلى ديسمبر 2023، مع وجود 36 مشاهدة. ففي بداية التحليل، نلاحظ أن القيم عند lag 0 تظهر ارتباطاً إيجابياً قوياً مقداره 0.9626، مما يدل على أن التغيرات في المتغير $D(Y(2))$ تتوافق مع تغيرات إيجابية في المتغير $D(X(1))$ كما يشير هذا إلى وجود علاقة قوية بين المتغيرين في نفس الفترة الزمنية، مما يمكن أن يُعزى إلى تأثيرات مباشرة أو عوامل مشتركة تؤثر عليهما معاً. وعند فحص القيم عند lag 1، نلاحظ حدوث تحول ملحوظ حيث تظهر قيمة سالبة قدرها -0.0602. يُظهر هذا الارتباط العكسي أن ارتفاع أحد المتغيرين قد يقترن بانخفاض الآخر، مما يشير إلى ديناميكية معقدة بين المتغيرات. قد يُعزى

هذا إلى تأثيرات زمنية، حيث أن التغيرات في أحد المتغيرات قد تؤثر سلباً على الآخر بعد فترة زمنية قصيرة، مما يستدعي مزيداً من البحث لفهم الأسباب الكامنة وراء هذا التفاعل. وكذلك عند النظر إلى قيم lag 2 و 3، نلاحظ أن الارتباطات تظل سلبية، مع قيم تتناقص تدريجياً، مما يعكس تذبذب العلاقة بين المتغيرين مع مرور الوقت. هذا يشير إلى أن التأثيرات الزمنية على المتغيرات تتلاشى، مما قد يُظهر أن العلاقة تتغير مع مرور الوقت.

أما بالنسبة للفترات الزمنية في الاتجاه العكسي (lead)، فإن القيم تظهر أيضاً تبايناً مع وجود ارتباطات سالبة، مما يدل على أن التغيرات المتوقعة في أحد المتغيرات قد تؤثر سلباً على الآخر وإن هذه الديناميكيات المعقدة بين المتغيرين تبرز أهمية دراسة الارتباطات عبر الزمن لفهم كيف يمكن أن تؤثر الأحداث الاقتصادية على الأداء العام للاقتصاد، بشكل عام، يُظهر التحليل أن هناك تفاعلات معقدة بين المتغيرين وإن فهم هذه العلاقات يمكن أن يساعد في اتخاذ قرارات مدروسة تعتمد على البيانات الاقتصادية، مما يعزز من فعالية السياسات الاقتصادية في العراق.

Date: 06/11/25 Time: 08:20

Sample: 2021M01 2023M12

Included observations: 34

Correlations are asymptotically consistent approximations

D(Y,2),D(X1)(-i)	D(Y,2),D(X1)(+i)	i	lag	lead
		0	0.3731	0.3731
		1	-0.0809	0.1684
		2	-0.1595	-0.0840
		3	-0.0672	-0.0113
		4	-0.0571	-0.1789
		5	0.1666	0.2846
		6	0.0657	-0.0686
		7	-0.1682	0.2360
		8	-0.1568	-0.3365
		9	-0.0872	0.1843
		10	0.1006	-0.0684
		11	0.0292	0.0267
		12	-0.0037	-0.1206
		13	0.0358	0.1687
		14	0.0149	-0.3568
		15	-0.0081	0.3109
		16	-0.0594	-0.3301

شكل (4) ارتباط المتقاطعات بعد اخذ الفروق

جدول (7) اختبار Ljung-Box

Model	Ljung-Box		
	Statistics	DF	Sig.
y-Model_1	18.294	18	0.436

تفسير نتائج اختبار Ljung-Box ؛ أجري اختبار Ljung-Box على بواقي الانموذج y-Model_1 بهدف تقييم مدى صلاحية النموذج المستعمل في تحليل السلاسل الزمنية حيث أظهرت النتائج أن إحصائية الاختبار بلغت 18.294، مع درجات حرية تساوي 18 وبلغت قيمة (Sig=0.436) وهي اكبر من مستوى للدلالة 0.05 هذا يعني أنه لا يوجد دليل كافٍ لرفض الفرضية الصفرية، التي تنص على عدم وجود ارتباط زمني في بواقي الانموذج ومن ثم، يمكننا أن نستنتج أن بواقي الانموذج تتبع سلوكاً عشوائياً، مما يشير إلى أن الانموذج y-Model_1 قد نجح في التقاط الأنماط الأساسية في البيانات.

من الناحية العلمية، إن عدم وجود ارتباط زمني في بواقي الانموذج يعكس فعالية الانموذج في تفسير السلسلة الزمنية المدروسة فهذا يشير إلى أن الانموذج لا يزال قادراً على تقديم تنبؤات موثوقة، حيث تم استغلال المعلومات المتاحة بشكل كامل. بناءً على ما سبق، يعتبر الانموذج y-Model_1 مناسباً للبيانات المتاحة، حيث لا تظهر بواقيه أي نمط زمني هذا يعكس جودة الانموذج وموثوقية النتائج المستخلصة منه.

3-3 المقارنة بين النماذج لبيانات Comparison of models for data

للمقارنة بين نماذج الصندوق الأسود ARIMAX وانموذج الأنظمة الرمادية GM (1,2)، أعتد معيارين وهي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومعامل التحديد R^2 حيث تم حساب قيم هذه المعايير لجميع النماذج، وكما هو مبين في الجدول (7) حيث تسهم هذه العملية في اختيار الانموذج الأكثر ملاءمة الذي يحقق نتائج دقيقة وموثوقة.

جدول (8) معايير المقارنة للنماذج المقدرة للتنبؤ بعرض النقد لبيانات بشكل شهري من 1 يناير 2021 إلى 31 ديسمبر

2023

	Order				Variable		Prob.	MSE	RMSE	R ²
	n _a	n _d	n _c	n _b	Coefficient					
ARIMAX	1	2	1	1	C D(X1)	- 0.47448 8 0.20516	0.169 7 0.008	2.81	1.68	0.4 5

					AR(1)	7	3			
					)	-	0.000			
					MA(1)	0.868638	0			
						0.534326	0.0079			
	1	2	2	1	C	-				
					D(X1)	0.243617	0.0028			
					AR(1)	0.094344	0.0044	2.25	1.50	0.55
					MA(2)	-	0.7679			
					)	1.000000	0			
						-	0.0000			
						0.999980	0			
	2	2	1	1	C	-	0.0983			
					D(X1)	0.249204	0.0486			
					AR(2)	0.096891	0.7360	2.45	1.57	0.52
					MA(1)	0.092907	0.9998			
						-				
						1.000000				

						0				
	2	2	2	1	C D(X1)) AR(2)) MA(2)	- 0.38882 3 0.13349 9 - 0.67222 8 1.00000 0	0.516 7 0.262 5 0.091 1 0.999 2	3.72	1.93	0.2 6
	3	2	1	1	C D(X1)) AR(3)) MA(1)	- 0.23446 9 0.08672 1 - 0.56880 4 - 0.61494 4	0.008 7 0.008 7 0.007 4 0.009 7	1.68	1.30	0.6 7
	3	2	2	1	C D(X1)) AR(3)	- 0.38007 7 0.14266	0.267 7 0.075 9	2.68	1.64	0.4 7

					)	4	0.008			
					MA(	-	6			
					2)	0.56056	0.234			
						9	1			
						0.23051				
						2				
GM(1,2)						-				
					a_1	0.53008	0.954			
						0	6	22.8	4.78	0.1
					b_1	-	0.995	8		8
						0.43750	4			
						2				

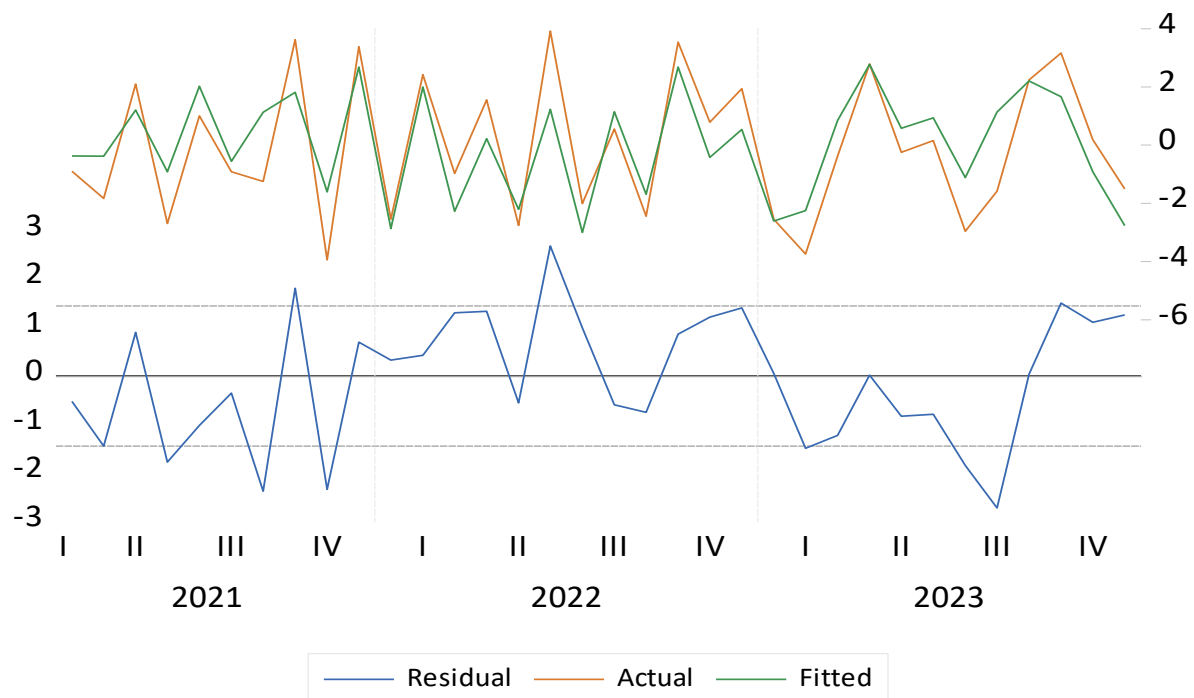
يتناول الجدول (8) معايير المقارنة لنماذج التنبؤ بعرض النقد؛ إذ حلت البيانات الشهرية من يناير 2021 إلى ديسمبر 2023 باستعمال نماذج الصندوق الأسود ARIMAX ونموذج الأنظمة الرمادية GM(1,2) من خلال التحليل يتبين أن الانموذج الخامس من نماذج ARIMAX (3,2,1,1) هو الأكثر كفاءة، حيث حقق أدنى قيمة لمتوسط مربع الخطأ ($MSE = 1.68$) وأعلى قيمة لمعامل التحديد ($R^2 = 0.67$) بالمقارنة مع انموذج الأنظمة الرمادية GM(1,2) ، الذي سجل أعلى قيمة لمتوسط مربع الخطأ ($MSE = 22.88$) وأقل قيمة لمعامل التحديد ($R^2 = 0.18$) ، فهذا يبين إن انموذج ARIMAX (3,2,1,1) تُظهر كفاءة أعلى بكثير في التنبؤ بعرض النقد.

وايضاً تتضمن نتائج الانموذج ARIMAX (3,2,1,1) معاملات تعكس تأثير القيم السابقة على القيمة الحالية للمتغير حيث بلغت قيمة معامل (3 AR (-0.568804))، مما يشير إلى وجود تأثير سلبي من القيمة السابقة الثالثة للمتغير على القيمة الحالية وبمعنى آخر عندما تزداد القيمة في الفترة الزمنية السابقة الثالثة، فإن ذلك يؤدي إلى انخفاض في القيمة الحالية، مما يعكس التأثيرات الديناميكية المعقدة بين المتغيرات.

أما بالنسبة لمعامل MA(1) ، فقد بلغت قيمته (-0.614944) مما يعكس تأثير المتوسط المتحرك من الفترة السابقة (الفترة الأولى) على الأخطاء الحالية حيث تشير القيمة السلبية إلى أنه عند حدوث خطأ إيجابي في الفترة السابقة، فإن ذلك سيؤدي إلى انخفاض في الأخطاء الحالية، مما يدل على أن الأخطاء السابقة تلعب دوراً مهماً في تحديد النتائج الحالية.

اما بالنسبة للقيم الاحتمالية، فقد كانت القيمة الاحتمالية لمعامل $AR(3)$ هي 0.0074، مما يشير إلى دلالة إحصائية قوية، ويعني أن لهذا المعامل تأثيراً ملحوظاً على الانموذج ويمكن الاعتماد على هذا المعامل في عملية التنبؤ. وفيما يتعلق بمعامل $MA(1)$ ، كانت القيمة الاحتمالية 0.0097، مما يعكس أيضاً دلالة إحصائية قوية، ويظهر أهمية تأثير المتوسط المتحرك في الانموذج وبالإضافة إلى ذلك، كانت القيمة الاحتمالية للمتغير الخارجي 0.0087، مما يؤكد دلالة الإحصائية.

بناءً على هذه النتائج، يمكن القول: إن نماذج $ARIMAX$ تعد أكثر ملاءمة وفعالية من نموذج الأنظمة الرمادية $GM(1,2)$ في دراسة البيانات الاقتصادية العراقية. إن كفاءة الانموذج $ARIMAX (3,2,1,1)$ تعزز من ثقة الباحثين وصانعي القرار في استخدامه كأداة لتحليل وتنبؤ الاتجاهات الاقتصادية المستقبلية. كما يمكن أن نرى مدى ملائمة انموذج $ARIMAX (3,2,1,1)$ من خلال الرسم البياني (5):



شكل (5) يبين مدى مطابقة الانموذج $ARIMAX (3,2,1,1)$ للبيانات الحقيقية
نرى أن الخط الأخضر الذي يمثل الانموذج المختار من بين النماذج الأخرى يكاد أن يتطابق مع البيانات الحقيقية التي موضحة بالون الأحمر.

جدول (9) القيم المتنبأ من 2026-01-01 الى 2026-12-31

القيم المتنبأ بها	اشهر 2026
162.90	1
165.45	2
168.33	3
171.07	4
173.45	5
175.57	6
177.50	7
178.87	8
180	9
181.23	10
182.42	11
183.32	12

1-4 الاستنتاجات

بناءً على التحليل العملي المقارن بين نماذج الصندوق الأسود (ARIMAX) ونماذج الأنظمة الرمادية (GM(1,2)) للتنبؤ ببيانات عرض النقد في العراق، يمكن استخلاص النتائج الآتية:

- تشير النتائج إلى تفوق انموذج ARIMAX على انموذج GM (1,2) من حيث الكفاءة التنبؤية. حيث أظهر انموذج ARIMAX (3,2,1,1) قدرة أعلى على التنبؤ، مسجلاً أقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ ($MSE = 1.68$) وأدنى جذر متوسط مربعات الخطأ ($RMSE = 1.30$) وأعلى قيمة لمعامل التحديد ($R^2 = 0.67$). هذه النتائج تعكس قدرة الانموذج على تفسير التباين في البيانات بدقة عالية. في المقابل، أظهر نموذج GM (1,2) أداءً أقل بكثير، حيث بلغ متوسط مربعات الخطأ ($MSE = 22.88$) وأعلى جذر متوسط مربعات الخطأ ($RMSE = 4.78$) ومعامل التحديد ($R^2 = 0.18$) تشير هذه

النتائج إلى محدودية قدرة الانموذج الرمادي على التعامل مع البيانات الاقتصادية المعقدة مقارنةً بأنموذج ARIMAX، مما يستدعي مراجعة استعماله في سياقات التوقعات الاقتصادية.

2. تبين من خلال النتائج ان معلمات انموذج ARIMAX (3,2,1,1) ذات دلالة إحصائية قوية، مثل معامل الانحدار الذاتي (AR) والمتوسط المتحرك (MA)، مما يعكس تأثيرات ديناميكية معقدة بين المتغيرات. فقد أظهر معامل AR(3) تأثيراً سلبياً على القيم الحالية بينما أظهر معامل MA(1) قدرة على تصحيح الأخطاء السابقة.
3. تبين من خلال النتائج أن تحليل استقرار السلسلة الزمنية أن أخذ الفروق الثانية لعرض النقد والفروق الأولى لصافي الموجودات الأجنبية كان ضرورياً لتحقيق الاستقرارية مما أمكن من تطبيق أنموذج ARIMAX بشكل فعال.
4. تبين من خلال النتائج ان تحليل الارتباط المتقاطع كشف عن وجود علاقة قوية بين المتغيرين (عرض النقد وصافي الموجودات الأجنبية) عند الفروق المأخوذة، مع ظهور تفاعلات معقدة تشير إلى تأثيرات زمنية متبادلة.
5. يتبين من خلال نتائج اختبار Ljung-Box ان الانموذج y-Model_1 يعتبر مناسباً للبيانات المتاحة، حيث لا تظهر بواقيه أي نمط زمني (أي لا توجد ضوضاء عشوائية) هذا يعكس جودة الانموذج وموثوقية النتائج المستخلصة منه.

2-4 التوصيات

1. نُوصى باستعمال انموذج ARIMAX كخيار أول للتعنبؤ بالبيانات الاقتصادية المعقدة، نظراً لكفاءته العالية في تفسير التباين وتحقيق دقة في التوقعات.
2. إجراء دراسات مقارنة مع نماذج أخرى، حيث يُنصح بمقارنة انموذج ARIMAX مع نماذج سلاسل فوريبا الرمادية (Grey Forecasting Models)، لتحليل مدى فعاليتها في سياقات اقتصادية مشابهة. يمكن أن يساهم ذلك في تقديم رؤى أعمق حول أفضل الخيارات المتاحة.

المصادر

- 1- Ahmed, B. K., Rahim, S. A., Maarooof, B. B., & Taher, H. A. (2020). Comparison Between ARIMA And Fourier ARIMA Model To Forecast The Demand Of Electricity In Sulaimani Governorate. Qalaai Zanist Journal, 5(3), 908-940.
- 2- Andayani, N., Sumertajaya, I. M., Ruchjana, B. N., & Aid, M. N(2016). Comparison ARIMA-X and VARMA-X model to space time data: A case study of rice price in six provinces on Java Island. International Journal of Applied Mathematics and Statistics, 55(3), 137–145.97
- 3- Becker, U., & Manz, H. (2016). Grey systems theory time series prediction applied to road traffic safety in Germany. IFAC-PapersOnLine, 49(3), 231-236.

- 4- Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). Time series analysis: forecasting and control.
- 5- Cheng, M., Liu, Y., & Li, J. (2023). A new modeling method of gray GM (1, N) model and its application to predicting China's clean energy consumption. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 52(8), 3712-3723.
- 6- Comert, G., Begashaw, N., & Huynh, N. (2021). Improved grey system models for predicting traffic parameters. *Expert Systems with Applications*, 177, 114972.
- 7- Darvishi Salookolaei, D., Liu, S., & Babaei, P. (2017). Application of grey system theory in rainfall estimation. *Control and optimization in applied mathematics*, 2(2), 15-32.
- 8- Du, X., Wu, D., & Yan, Y. (2023). Prediction of electricity consumption based on GM (1, Nr) model in Jiangsu province, China. *Energy*, 262, 125439.
- 9- Faraj, S. M. (2024). Application of Grey Forecasting Models for Forecasting the Number of Marriages in Halabja Governorate-Iraq. *Khazayin of Economic and Administrative Sciences*, 170-181.
- 10- Gautam, B. (2023). Spectral estimation of electroencephalogram signal using ARMAX model and particle swarm optimization. *Journal of Advanced College of Engineering and Management*, June 2023.
- 11- Khan, A. M., & Osińska, M. (2023). Comparing forecasting accuracy of selected grey and time series models based on energy consumption in Brazil and India. *Expert Systems with Applications*, 212, 118840.
- 12- Laura E. Simms & Mark J. Engebretson & Craig J. Rodger & Jesper W.Gjerloev , and Geoffrey D. Reeves (2019) " Predicting Lower Band ChorusWith Autoregressive-Moving Average Transfer Function (ARMAX) Models , *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 124 .
- 13- Lin, H., Zhu, L., Pan, Z., Bai, F., Liu, Y., Lin, L., Patel, M., Fanumtas, E., & Bhatt, N. (2017). ARMAX-based transfer function model identification using wide-area measurement for adaptive and coordinated damping control. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 13(1), 777-788
- 14- Liu, S. (2010). *Grey Systems: Theory and Applications*. Springer Verlag.
- 15- Ma, L., Hu, C., Lin, R., & Han, Y. (2018, December). ARIMA model forecast based on EViews software. In *IOP conference series: Earth and environmental science* (Vol. 208, No. 1, p. 012017). IOP Publishing.

- 16- Moonchai, S., & Rakpuang, W. (2015). A new approach to improve accuracy of grey model GMC (1, n) in time series prediction. *Modelling and Simulation in Engineering*, 2015(1), 126738.
- 17- Paolella, M. S. (2018). Linear models and time-series analysis: regression, ANOVA, ARMA and GARCH.
- 18- Saidon, M. S., Amin, N. A. M., Sulaiman, A. C., Manan, M. R., Othman, S. M., Mustafa, W. A., & Wahab, N. A. B. (2022). The ARX and ARMAX models for thermoelectric cooling on glass windows: A comparative study. *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, 97(1), 105–118.
- 19- Salah-eddine, M., Sadik, S., & Bensassi, B. (2020). Microcontroller based data acquisition and system identification of a DC servo motor using ARX, ARMAX, OE, and BJ models. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, 5(6), 507-513.
- 20- Suleman.N&Albert .L& Lea .A(2013)" The Efficacy of ARIMAX and SARIMA Model in Predicting Monthly Currency in Circulation in Ghana " . Uuiversity for Development Studies , Ghana , West Africa ,Mathmatical Theory and Modeling VOL 3 .
- 21- Valadkhani, A. H., Khormali, A., Aliyari Shoorehdeli, M., Khaloozadeh, H., & Fatehi, A. (2016). On-line full probability distribution identification of ARX model parameters based on Bayesian approach. Preprint, 11th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, including Biosystems, NTNU, Trondheim, Norway. Industrial Control Center of Excellence, Faculty of Electrical Engineering, K. N. Toosi University of Technology
- 22- Valentina Breschi & Alberto Bemporad & Dario Piga & Stephen Boyd (2018) " Prediction error methods in learning jump ARMAX models " , IEEE Conference on Decision and Control (CDC) Miami Beach, FL, USA, Dec. 17-19, 2018 .
- 23- Wan, L., Beshir, A. I., Wu, X., Liu, X., Grassi, F., Spadacini, G., & Pignari, S. A. (2022). Black-box modeling of converters in renewable energy systems for EMC assessment: Overview and discussion of available models. *Chinese Journal of Electrical Engineering*, 8(2), 13–25.

- 24- Wang, L., Lu, H. P., & Zheng, Y. (2011). Macro prediction of traffic accident in Beijing based on model GM(1,N).In ICCTP 2011:Towards Sustainable Transportation Systems (pp.1914-1924).
- 25- Wang, L., Lu, H. P., & Zheng, Y. (2011). Macro prediction of traffic accident in Beijing based on model GM(1,N).In ICCTP 2011:Towards Sustainable Transportation Systems (pp.1914-1924).
- 26- Wang, Y. W., Shen, Z. Z., & Jiang, Y. (2018). Comparison of ARIMA and GM (1, 1) models for prediction of hepatitis B in China. PloS one, 13(9), e0201987.
- 27- Zhao, D., Zhang, H., Cao, Q., Wang, Z., He, S., Zhou, M., & Zhang, R. (2022). The research of ARIMA, GM (1, 1), and LSTM models for prediction of TB cases in China. Plos one, 17(2), e0262734.

28- البيانات وزارة التخطيط / الجهاز المركزي للإحصاء / هيئة الإحصاء ونظم المعلومات الجغرافية للعام 2025

https://cosit.gov.iq/ar/?jsn_setmobile=no