# تقدير أعظم مسافة متباعدة لمعلمات التوزيع الثلاثي الضبابي المستند على الدالة الكمية لسنة 2022-2023

# Estimation of the maximum divergence of the parameters of the fuzzy triangular distribution based on the quantile function for the year 2022-2023


شمس ناجي عليوي ناصر
Shams najy aliway
جامعة كربلاء/ كلية الإدارة والاقتصاد
University of Karbala/ College of Administration and Economics
shams.n@s.uokerbala.edu.iq

أ.د مهدي وهاب نعمة نصرالله
Mahdi wahab niama
جامعة كربلاء/ كلية الإدارة والاقتصاد
University of Karbala/ College of Administration and Economics
mahdi.nasrallah@alsafwa.edu.iq



**المستخلص :**

هدف البحث الى تعميم توزيع معكوس ليندلي بمعلمة واحدة ( One Parameter Inverse Lindley Distribution)لغرض توسيع خصائص التوزيع الأساسية ليناسب البيانات المتنازلة برتابة باستعمال مبدأ الدالة الكمية ( Quantile function)بالاعتماد على صنف التوزيع T-R{Y} المقترح من قبل ( Alzaatreh et al. , 2014)لتعميم التوزيعات لغرض وايجاد صنف التوزيع T-IR{Y} وكذلك ايجاد توزيع جديد من هذا الصنف باعتبار ان توزيع المتغير الأول T يتبع التوزيع الاسي المعكوس بمعلمة واحدة ( Inverse Exponential Distribution)والمتغير R له توزيع معكوس ليندلي بمعلمة واحدة والمتغير Y له التوزيع الأسي بمعملة واحدة فيكون التوزيع الموسع الناتج Inverse Exponential- Inverse Lindley- Exponential في ظل نظرية المجوعات الضبابية بتحويل التوزيع الناتج الى ضبابي بالاستناد على صيغة مقترحة من قبل ( علي ونعمة , 2022) اذ يكون التوزيع الناتج توزيع ثلاثي ضبابي مستند على الدالة الكمية والذي يرمز له اختصاراً ((FIEILE.وتقدير معلمات التوزيع بطريقة اعظم مسافة متباعدة ( Maximum Prduct Spaceing)باستعمال تجارب محاكاة مونت-كارلو وكذلك تطبيقه على بيانات حقيقية لبيان قابلية التوزيع الجديد.



**الكلمات المفتاحية: توزيع معكوس ليندلي، مقدر اعظم مسافة، الدالة الكمية، البيانات المتناقصة برتابة**



**Abstract :**

The aim of the research is to generalize the One Parameter Inverse Lindley Distribution for the purpose of expanding the basic distribution properties to suit monotonically descending data using the quantile function principle based on the T-R{Y} distribution class proposed by (Alzaatreh et al., 2014) to generalize the distributions for the purpose of finding the T-IR{Y} distribution class as well as finding a new distribution from this class considering that the distribution of the first variable T follows the inverse exponential distribution with one parameter (Inverse Exponential Distribution) and the variable R has an inverse Lindley distribution with one parameter and the variable Y has an exponential distribution with one parameter, so the resulting expanded distribution is Inverse Exponential- Inverse Lindley- Exponential under the theory of fuzzy sets by converting the resulting distribution to fuzzy based on a formula proposed by (Ali and Nima, 2022) as the resulting distribution is a fuzzy triangular distribution based on the quantile function which is abbreviated as (FIEILE). Estimating the distribution parameters using the Maximum Product Spaceing method using Monte-Carlo simulation experiments, as well as applying it to real data to demonstrate the feasibility of the new distribution.



**Keywords: Non-oil reve Inverse Lindley distribution, maximum distance estimator, quantile function, monotonically decreasing data.**


## 1. المقدمة:

يعتمد تعميم التوزيعات بشكل أساسي على إضافة المزيد من المرونة للتوزيعات المعروفة والتي تنتج عن زرع توزيع أساسي في بنية أكثر قدرة , وإن أدبيات نظرية التوزيعات مليئة بالتقنيات المختلفة لتعميم التوزيعات لتعزيز قدراتها في نمذجة بيانات العالم الحقيقي.

أولى العديد من الباحثين توزيع ليندلي اهتمامًا خاصًا لأهميته في نمذجة بيانات الحياة الحقيقية المعقدة. وقد ذهب بعض الباحثين في مسار دراسة توزيع ليندلي وخصائصه بمزيد من التفاصيل وقاموا بتوسيع هذا التوزيع ليلائم مختلف انواع بيانات اوقات الحياة. اذ توفر التوزيعات الموسعة، والمعروفة أيضًا بالتوزيعات المعممة أو المرنة، مزايا وأهمية في النمذجة الإحصائية وتحليل البيانات نظرًا لقدرتها على استيعاب مجموعة واسعة من الأشكال والخصائص اذ صممت التوزيعات الموسعة لتناسب الأنماط المتنوعة التي تمت ملاحظتها في مجموعات البيانات الواقعية.وتسمح بملاءمة أفضل للبيانات المشاهدة، مما يؤدي إلى نماذج إحصائية أكثر دقة.

## 2. منهجية البحث

### 2.1 أهمية البحث:

موضوع الإيرادات العامة غير النفطية ضرورة ملحة تمليها الأوضاع الاقتصادية الداخلية والخارجية وترتبط بالنمو الاقتصادية والرفاهية الاجتماعية. كذلك محاولة إظهار السبل والوسائل الملائمة والسياسات الاقتصادية المناسبة لتوسيع قاعدة الإيرادات العامة غير النفطية لغرض رفد الميزانية العامة بإيرادات أكثر استقرارا ولا تعني بالتقلبات الخارجية للتقليل من الأحادية الاقتصادية ووسيلة فعالة لتحقيق الاستقرار الا قتصادي والوقوف أمام الصدمات الخارجية والداخلية ومنعها من تعطيل عملية النمو الاقتصادي.

### 2.2 مشكلة البحث:

قد تواجهنا في كثير من الأحيان ان بعض المشاهدات تنحرف عن بقية مشاهدات العينة او تنقسم مشاهدات العينة الواحدة الى مجوعة من الأجزاء ( (Quantilesكل جزء يمثل اتجاه معين فقد تكون ضمن البيانات اجزاء ملتوية نحو اليمين ( Right Skewed ) او ملتوية نحو اليسار ( (Left Skewedاو قد تكون متماثلة ( (Symmetricاو قد تكون متينة الذيل ( Heavy tail) او تكون متزايدة برتابة ( (Monotonic Increasingاو متنازلة برتابة ( (Monotonic Decreasingكما في علم الأورام

### 2.3 هدف البحث:

يهدف البحث إلى ما يأتي:

1. استعمال مبدأ الدالة الكمية ( (Quantile functionبالاعتماد على صنف التوزيع T-R{Y} المقترح من قبل ( (Alzaatreh et al. , 2014لتعميم التوزيعات لغرض تعميم توزيع معكوس ليندلي بمعلمة واحدة ( One Parameter Inverse Lindley Distribution)لغرض توسيع خصائص التوزيع الأساسية ليناسب البيانات المتنازلة برتابة وايجاد صنف التوزيع T-IR{Y} على الدالة الكمية والذي يرمز له اختصارIEILE.
2. ايجاد توزيع جديد من هذا الصنف باعتبار ان توزيع المتغير الأول T يتبع التوزيع الاسي المعكوس بمعلمة واحدة والمتغير R له توزيع معكوس ليندلي بمعلمة واحدة والمتغير Y له التوزيع الأسي بمعملة واحدة فيكون التوزيع الموسع الناتج Inverse Exponential- Inverse Lindley- Exponential في ظل نظرية المجوعات الضبابية بتحويل التوزيع الناتج الى ضبابي بالاستناد على صيغة مقترحة من قبل ( علي ونعمة , 2022) اذ يكون التوزيع الناتج توزيع ثلاثي ضبابي المستند على الدالة الكمية

### 2.4 فرضيات البحث:

إضافة الضبابية للتوزيع المقترح أدت الى زيادة دقة التوزيع وان التوزيع المقترح اكثر ملائمة للبيانات المتناقصة برتابة

### 2-5 هيكلية البحث:

تضمن البحث ثلاثة مباحث رئيسة تشكل الإطار العام والمنهج الموضوعي لمتطلبات البحث، ويتمحور المبحث الأول حول الاستعراض المرجعي، والمبحث الثاني يتناول الجانب النظري للتوزيعات المستخدمة مع التوسيع المعمم وتضبيب بيانات التوزيع المقترح أما المبحث الثالث فهو الجانب التطبيقي للتوزيع المقترح الجديد على بيانات حقيقية

### 2-6 الحدود المكانية والزمانية للبحث:

الحدود المكانية للبحث هي العراق. أما الزمان فتم الاستعانة باوقات البقاء للنساء المصابات بسرطان الثدي من مركز كربلاء لمعالجة الأورام لغرض اختبار التوزيع المقترح

**المبحث الأول:**

## 3. الاستعراض المرجعي:

### 3-1 تمهيد:

قدم الباحث ليندلي (**Lindley, 1958**) توزيع سمي بإسمه ودرس خصائصه وعلاقته بتوزيعات أوقات الحياة الأخرى ، الذي لعب دوراً مهما في نمذجة بيانات أوقات الإنتظار كبديل للتوزيع الأسي وتوزيع كاما. تلته بعد ذلك العديد من الدراسات والبحوث والمراجع المتخصصة بنظرية التوزيعات العديد من الأساليب المختلفة لتعميم توزيع ليندلي من أجل تحسين قدراته في نمذجة البيانات الحقيقية واعطاءه مرونة اكثر . وفيما يلي بعضاً من تلك الدراسات والبحوث :

**1- قدم (Alzaatreh & Lee, C., 2013)** طريقة جديدة لتوليد عائلات التوزيعات المستمرة بحيث تستعمل المتغير العشوائي **X** المحِول لتحويل متغير عشوائي آخر**T** يسمى المُتحول بحيث تكون العائلة الناتجة عائلة توزيعات **T-X** ، لها علاقة بدوال المخاطرة وكل توزيع يتم توليده يعتبر دالة مخاطرة موزونة للمتغير العشوائي **X** واستعملا الباحثان العديد من التوزيعات مع هذه العائلة وهي الأسي (**Exponential**) وبيتا –الأسي (**Beta-exponential**) والاسي –الموزون (**Exponentiated-exponential**) وكاما (**Gamma**) و النصف طبيعي(**Half normal**) وليفي (**Levy**) واللوغاريتمي اللوجستي (**Log logistic**) ورايلي (**Rayleigh**) وكامبل نوع الثاني (**Type-2 Gumbel**) ولوماكس (**Lomax**) وبيتا المحول (**Inverted beta** ) والكاوسي المعكوس (**Inverse Gaussian**) وتوزيع وايبل(**Weibull**) وتوصلا بان عائلة **T-X** تكون مرنة للغاية وتناسب أنواعًا معينة من توزيعات البيانات مثل التوزيع ذات الذيل الأيسر , الذيل الأيمن , خفيفة الذيل أو متينة الذيل. بالإضافة إلى التوزيعات ثنائية النمط (**bimodal**).

2- قدم (Alzaatreh & Lee, C., 2013) عائلة جديدة من التوزيعات تسمى توزيع T-X الأسية. وطبق توزيع الاسي-وايبل (Weibullex) ثلاثي المعلمات وكذلك واستعملا الباحثان العديد من التوزيعات مع هذه العائلة وهي الأسي (Exponential) وبيتا – الأسي (Beta-exponential) والاسي –الموزون (Exponentiated-exponential) وكاما (Gamma) و النصف طبيعي(Half normal) وليفي (Levy) واللوغاريتمي اللوجستي (Log logistic) ورايلي (Rayleigh) وكامبل نوع الثاني (Type-2 Gumbel) ولوماكس (Lomax) وبيتا المحول ( Inverted beta) وبر (Burr) ووايبل (Weibull) ودرسا بعض خصائصه بما في ذلك شكل التوزيع، والسلوك الحدي ( limit behavior)، ودالة المخاطرة (Hazard Function)، وإنتروبي شانون (Shannon's Entropy) ، والعزوم، والالتواء (Skewness)، والتفرطح (kurtosis). وتم تطبيقه على ثلاث مجموعات بيانات حقيقية ومقارنتها بتوزيعات أخرى. وتوصلا الى ان توزيع Weibull الأسي يتناسب بشكل مناسب مع مجموعات البيانات المنحرفة إلى اليسار والمنحرفة إلى اليمين. ويعطي مرونة اكثر من التوزيعات الأساسية.

3- قدم (Elbatal et al., 2013) صنفًا جديدًا من التوزيعات يُسمى "توزيع ليندلي المعمم الجديد .(NGLD) " يضم هذا الصنف العديد من التوزيعات المعروفة كحالات خاصة، بما في ذلك توزيعات كاما (Gamma) ، والأسي (Exponenrial)، وليندلي (Lindley). تم استخراج واشتقاق دالة المخاطرة (Hazard function)، ودالة المخاطرة العكسية (Reverse Hazard function)، والعزوم (Moments) , والدالة المولدة للعزوم ( Moment Generating function)، ومقاييس التفاوت وهي منحنيات بونفروني ولورنز ( Bonferroni and Lorenz curves). قدرا معلمات التوزيع الجديد باستعمال طريقة الامكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) وطريقة المربعات الصغرى (Least Squares Method) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة ( Weighed Least Squares Method) . وتم استعمال مجموعتين من البيانات الحقيقية الاولى مجموعة بيانات غير خاضعة للرقابة تتوافق مع أوقات البقاء (بالشهور) لعينة عشوائية مكونة من 128 مريضًا بسرطان المثانة والثانية أوقات البقاء (بالأيام) لـ 72 خنازير غينيا المصابة بعصيات السل الخبيثة. وتوصلوا بأن يقدم التوزيع المقترح اكثر مرونة ويعد انموذجًا بديلًا عن النماذج الأخرى المتوفرة في الأدبيات لنمذجة البيانات الحقيقية في العديد من المجالات.

4 -اقترح (Alzaatreh et al., 2014) أربعة عائلات من التوزيعات الطبيعية المعممة باستعمال عائلة فئة .T- X تُسمى هذه العائلات الأربعة من التوزيعات بعائلات T-normal الناتجة عن الدوال الكمية لـ (i)الأسي القياسية (exponential standard) ، (ii) اللوغ- لوجيستية القياسية (standard log-logistic) ، (iii) اللوجستية القياسي (standard logistic) ، (iv) توزيع القيمة المتطرفة القياسي standard extreme value distributions) وتمت دراسة بعض الخصائص العامة بما في ذلك العزوم والانحرافات المتوسطة وانتروبي شانون (Shannon's Entropy) وتوصلوا يمكن أن تكون أشكال توزيعات T-normal المقترحة متماثلة أو مائلة إلى اليمين أو مائلة إلى اليسار أو ثنائية النسق. يتم تركيب مجموعتين من البيانات ، أحدهما أحادي النسق والآخر ثنائي النسق ، وتعطي هذه العائلات بعض المرونة في مطابقة البيانات الواقعية. نظرًا لأن توزيعات GN تشمل التوزيع الطبيعي كحالة خاصة، فإن استعمال توزيعات GN لمطابقة البيانات الذي يتيح التحقق مما إذا كانت المعلمات الإضافية تميز الانحراف عن التوزيع الطبيعي.

5-قدم(Bantan et al., 2020) تعميم لتوزيع ليندلي المعكوس يعتمد على عائلة توزيعات مارشال أولكين ( Marshall Olkin) وأسموه توزيع ليندلي المعكوس مارشال أولكين المعمم ( Generalized Marshall Olkin Inverse Lindley Distribution)، وان توزيع ليندلي المعكوس وتوزيع ليندلي المعكوس مارشال أولكين حالات خاصة من التوزيع الجديد. واستخرجوا الخصائص الأساسية للتوزيع الجديد، بما في ذلك الدالة الكمية والعزوم والعزوم غير الكاملة وعزوم البواقي والرتب التصادفية (Stochastic Ordering). وتم استعمال طريقة الامكان الأعظم في تقدير معلمات التوزيع الجديد في حلة البيانات التامة والرقابة من النوع الأول والرقابة من النوع الثاني واستخراج فترات الثقة لمعلمات التوزيع الجديد وذلك من خلال دراسة محاكاة شاملة لتقييم أداء التقديرات بناءً على التحيز (Bias) ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) وطبقوا توزيع ليندلي المعكوس مارشال أولكين المعمم على مجموعتين من البيانات الحقيقية الاولى هي اوقات فشل نظام تكييف الهواء في الطائرة والثانية هي أوقات فشل الأجهزة. أظهرت النتائج أن نموذج ليندلي المعكوس مارشال أولكين المعمم يوفر مرونة أكبر في نمذجة بيانات اوقات الحياة يعطي ملائمة أفضل من توزيعات القوة ليندلي ( Power Lindley) وليندلي الموسع (Extended Lindley) وتوزيع ليندلي المحول القوة الفا ( Alpha Power Transmuted Lindley) والتوزيع الأسي – ليندلي الموسع (extended Exponential -Lindley ).

**المبحث الثاني:**

**4. الجانب النظري:**

**4-1 تمهيد:**

تلعب نظرية التوزيعات (Distributions Theory) دورًا مهماً في فهم الظواهر العشوائية واتخاذ القرارات المستندة إلى الاحتمالات في مجموعة واسعة من المجالات.فهي تتيح تحليل البيانات الإحصائية بشكل فعال. يمكن استعمال التوزيعات لوصف كيفية توزيع البيانات وتحديد المؤشرات الإحصائية الرئيسة مثل المتوسط والانحراف المعياري وكذلك التنبؤ بالأحداث المستقبلية. ويمكن استعمال التوزيعات الاحتمالية لتقدير المخاطر المحتملة واتخاذ القرارات الاستراتيجية. وكذلك

في طب الأوبئة ، يمكن استعمال توزيعات الاحتمال لفهم انتشار الأمراض وتحديد الاحتمالات المتعلقة بظهور حالات جديدة أو إصابة المزيد من الاشخاص. كذلك يتسعمل مهندسون البرمجيات وعلماء البيانات نظرية التوزيعات في تحليل البيانات وتحسين الأداء والأمان في تطبيقات البرمجيات وأنظمة المعلومات.

وعلى الرغم من أن التوزيعات الاحتمالية ونظرية المجموعات الضبابية تعالجان عدم اليقين بطرائق مختلفة، إلا أنهما يمكن أن تتكاملا بشكل فعال في العديد من التطبيقات لتحسين دقة وفعالية النماذج والتحليلات. فكلاهما يوفران إطاراً للتعامل مع عدم اليقين. التوزيعات الاحتمالية تقدم احتمالاً رقمياً لكل حدث، بينما المجموعات الضبابية تستخدم درجات الانتماء لتمثيل الضبابية في البيانات.

لذا جاء هذا الفصل لعرض المبادئ الاساسية في نظرية المجموعات الضبابية وكذلك المبادئ الاساسية في نظرية التوزيعات كدالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التراكمية والدالة الكمية وتوزيع ليندلي ومعكوسه وخصائصهما وصنف التحويل **T-R{Y}**. وصنف التوزيع ليندلي المقترح.

### 4-2 دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function)

**إذا كان T يمثل متغير عشوائي موجب يمثل وقت حدوث الفشل (Failure time) فإن له دالة تقيس إحتمال فشل أو توقف المركبة عن العمل خلال الفترة $(t < T < t + \Delta t)$ مهما كانت قيمة التغير في الوقت $(\Delta t)$ ويمكن التعبير عنها رياضياً كالآتي:**

**[ Kapir , H.C. Saxena, 2008, 218]**

$$f_T(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_r(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \quad ; t \geq 0 \qquad \dots (2-1)$$

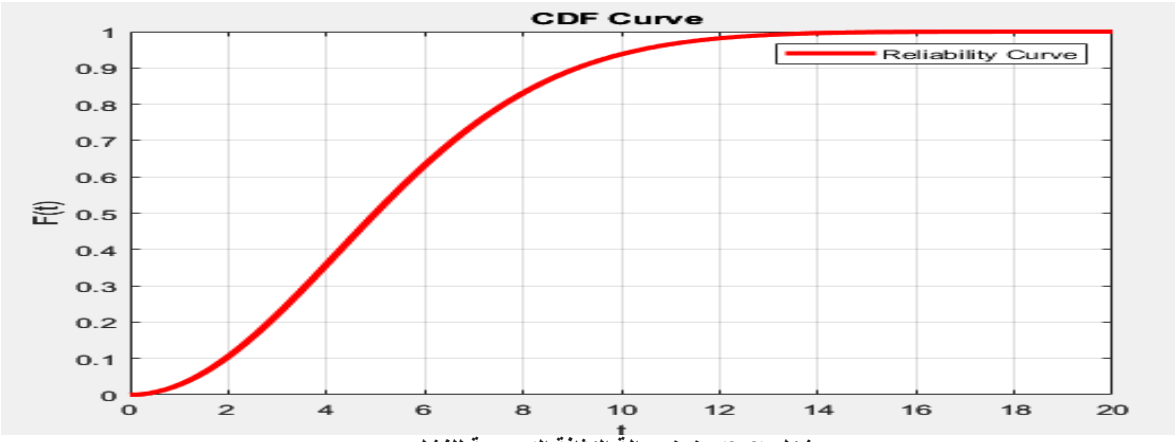
### 4.3 دالة الكثافة التجميعية (Cumulative Distribution Function (CDF)

**وهي احتمال فشل أو توقف المركبة عن العمل لوقت الفشل (t) ويعبر عنها رياضياً كما يأتي:**

$$F_T(t) = p_r(T < t) = \int_0^t f(u)du; \; t \geq 0 \qquad \dots (2-2)$$

**يطلق عليها دالة الاحتمال التجميعي (CDF) للفشل لحين الوقت t. وهي دالة غير متناقصة عن اي وقت من اوقات الفشل.**

**[ Kapir , H.C. Saxena, 2008, 218]**




شكل (2-2) منحنى دالة الكثافة التجميعية للفشل

### 4.4 الدالة الكمية (Quantile Function) (QF)

تعرف بدالة التوزيع التراكمي العكسية (**Invesre CDF**)، هي مفهوم إحصائي يستعمل في الاحتمالات ونظرية التوزيعات وهي تعطي القيمة التي تساوي عندها دالة التوزيع التراكمي (**CDF**) احتمالًا محددًا أو تتجاوزه. تعتبر الدالة الكمية مفيدة بشكل خاص لفهم توزيع البيانات وتقدير النسب المئوية وإنشاء فترات الثقة. وان العديد من التوزيعات الإحصائية مثل التوزيع الطبيعي والتوزيع الأسي وتوزيع وايبل ... لها دوال كمية محددة. **[A. E. Bensid & H.Zeghdoudi, 2017, 2]**

يمكن استعمال الدالة الكمية لايجاد متغير عشوائي بحيث تكون دللة التوزيع التراكمية بمثابة دالة التوزيع الخاصة به. تستعمل هذه الحقيقة كأساس لطريقة محاكاة مونت- كارلو من توزيع عشوائي باستعمال مولد أرقام عشوائي.

وليس هنالك تقييد بحالة المتغير العشوائي المستمر فللتوزيع المتقطع ايضاً توجد دالة كمية والتالي التعريف العام لها وكالآتي:

اذا كان **X** متغير عشوائي له توزيع إحتمالي له دالة احتمالية تراكمية **F(x)** فان الدالة الكمية تعرف كالآتي: **[P. Feiffer, 2023, 270]**

$$Q(p) = \inf\{x: F(x) \geq p\} \quad \forall\, 0 < p < 1 \qquad \dots (2-3)$$

اذ أن **inf** المقصود بها **"infimum"** وتختصر إلى**"inf"** وتعني "القيمة الدنيا" أو "الحد الأدنى, هو أكبر قيمة دنيا يمكن أن تكون أقل من أو تساوي جميع القيم في مجموعة معينة، بمعنى أنه ليس بالضرورة أن يكون عنصراً في المجموعة، لكنه أصغر قيمة حقيقية لا تزال أكبر من أو تساوي جميع عناصر المجموعة. فاذا كان الحد الأدنى لمجموعة **S** من الأعداد الحقيقية هو أكبر عدد حقيقي **m** بحيث أن كل عنصر في **S** يكون أكبر من أو يساوي **m** ويُرمز إلى الحد الأدنى بالرمز **inf(S)** فاذا افترضنا أن لدينا المجموعة الآتية: **[Rudin, 1976, 57]**

$$S=\{x \in R \mid x>1\}$$

لا تحتوي المجموعة **S** على الحد الأدنى (حيث لا يوجد عدد معين هو أصغر عدد في المجموعة)، ولكن الحد الأدنى لهذه المجموعة لهذه المجموعة هو **1**، لأن **1**هو أكبر عدد يكون أقل من أو يساوي كل عنصر في المجموعة **S** **[Zakon, 2004, 123]**

وهنا لابد من التمييز بين القيمة الدنيا **(Minimum)** والتي هي أصغر عنصر في المجموعة. إذا كان الحد الأدنى هو عنصر في المجموعة، فيُسمى بالقيمة الدنيا. واذا لم يكن الحد الأدنى عنصرًا في المجموعة، فإنه لا يُسمى بالقيمة الدنيا بل يظل حدًا أدنى فقط. **[Rockafellar et al., 2009, 191]**

والمعادلة (3-2) تطابق الآتي :

$$F_X(x) = P(X \le x) = p$$
$$Q(p) = F_X^{-1}(x) \qquad \dots (2-4)$$

ونلاحظ من معادلة (3-2) انه:

$$\text{If } F(x^*) \ge p^* \text{ , then } x^* \ge \inf\{x^*:F(x^*) \ge p^*\} = Q(p^*)$$
$$\text{If } F(x^*) < p^* \text{ , then } x^* < \inf\{x^*:F(x^*) \ge p^*\} = Q(p^*)$$

اذ أن:

**x*** اي قيمة من قيم المتغير العشوائي **x**

**p*** اي رقم عشوائي تم توليده يقع بين الصفر والواحد الصحيح.

ومن هذه الملاحظات ستكون لدينا الخاصية المهمة الآتية:

$$Q(p) \le p* \text{ iff } p \le F(x) \qquad \forall p \in (0,1) \qquad \dots (2-5)$$

ومن الخاصية في معادلة (5-2) نحصل على الخاصية الآتية:

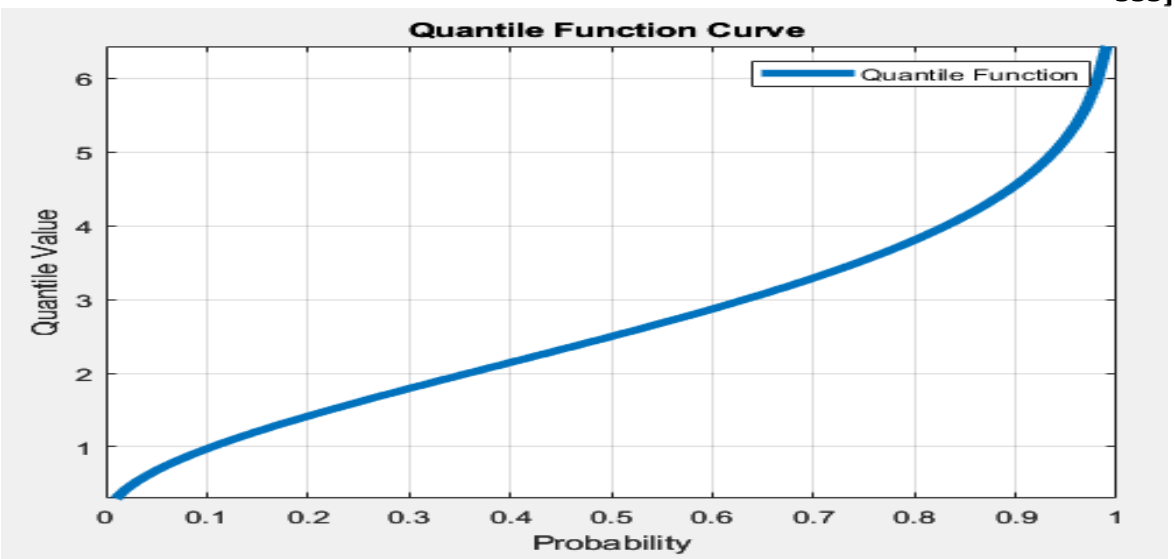
$$Q(p) \le p* \text{ iff } p \le F(x) \ \forall p \in (0,1) \qquad \dots (2-6)$$

اي أنه إذا كان **P=U** له توزيع منتظم بالفترة (0 ،1)، وكانت $F_X = F$ هي أي دالة توزيع، مع دالة كمية **Q**، فإن المتغير العشوائي **X=Q(U)** ، له دالة توزيع $F_X(x)$ فانه :

$$F_X(x) = p(Q(U) \le x) = p\big(U \le F_X(x)\big) = F(x) \qquad \dots (2-7)$$

بعبارة أخرى، ترجع الدالة الكمية الحد الأدنى لقيمة **x** التي يكون فيها احتمال أن تكون **X** أقل من أو يساوي **x** أكبر من أو يساوي احتمالًا محددًا **p**.

ان الوسيط هو عندما تكون الدالة الكمية تساوي 0.5 **(Q(0.5**، وهو القيمة التي تفصل النصف الأعلى عن النصف السفلي للتوزيع، والربيعات ((**Q(0.25)**، **Q(0.75**))، التي تقسم التوزيع إلى أربعة أجزاء متساوية . **[ Ehm, W et al., 2016, 555]**




**شكل (3-2) منحنى الدالة الكمية**

**4.5 توزيع معكوس ليندلي (ILD)** (Inverse Lindley Distribution)

نظرًا لأن توزيع ليندلي يطبق فقط على نمذجة البيانات ذات معدل الفشل المتزايد الرتيب **(Monotonic Increasing data)** ، ولكن في حالة البيانات التي تظهر أشكالًا غير رتيبة مثل شكل حوض الاستحمام **(Bathtub)** وحوض الاستحمام المقلوب **(Upside-down bathtub)** اي البيانات المتناقصة برتابة **(Monotonic Decreasing data)** تم اقتراح امتدادًا لتوزيع ليندلي بايجاد معكوسه وسمي باسم توزيع ليندلي المعكوس **(Inverse Lindley Distribution IRD)** الذي يُظهر شكل حوض الاستحمام المقلوب لدالة معدل الفشل الخاص به.

فاذا كان المتغير العشوائي **x** له توزيع ليندلي , فان المتغير العشوائي $\mathbf{y} = \frac{1}{x}$ له له توزيع ليندلي المعكوس بدالة الكثافة الاحتمالية الآتية:

$$\mathbf{f(x;\theta)} = \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{-\frac{\theta}{x}}$$

بضرب الجزء الثاني من معادلة (2-2) وهو $\frac{1}{x}$ بالمقدار $\frac{x^2}{x^2}$ نحصل على :

$$= \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(1+\frac{x^2}{xx^2}\right)e^{-\frac{\theta}{x}}$$

$$= \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(1+\frac{x^2}{x^3}\right)e^{-\frac{\theta}{x}}$$

$$= \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(\frac{x^3+x^2}{x^3}\right)e^{-\frac{\theta}{x}}$$

$$= \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(\frac{1+x}{x}\right)e^{-\frac{\theta}{x}}$$

والمقدار $\frac{1+x}{x}$ مطابق للمقدار $1+\frac{1}{x}$ بتشابه $x^3+x^2$ مع $1+x$ اي ان المقدرا $\frac{x^3+x^2}{x^3}$ مطابق للمقدار $\frac{1+x}{x}$ وعليه , نحصل على :

$$\mathbf{f(x;\theta)} = \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(\frac{1+x}{x^3}\right)e^{-\frac{\theta}{x}} \quad ; \quad x > 0\,,\ \theta > 0 \qquad \dots (2-8)$$

إذ أن المعلمة **θ** تمثل معلمة القياس **(Scale Parameter)** .

وان دالة التوزيع التراكمية **(CDF)** لتوزيع ليندلي المعكوس بالصيغة الآتية :

$$\mathbf{F(x;\theta)} = 1-\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}} \qquad ; x > 0\,,\ \theta > 0 \qquad \dots (2-9)$$

وان الدالة الكمية **(Quiantile Function)** لتوزيع معكوس ليندلي بمعلمة واحدة يمكن إشتقاقها كالآتي:

$$\mathbf{Q(x)} = -\left[1+\frac{1}{\theta}+\frac{1}{\theta}W_{-1}\left(-u(1+\theta)e^{-(1+\theta)}\right)\right]^{-1} \qquad \dots (2-10)$$

**4.8 صنف التوزيع T-R(x)** (T-R(x) Class of Distribution)

تناولت أدبيات نظرية التوزيعات العديد من التقنيات المختلفة لتعميم التوزيعات المستمرة لتعزيز قدراتها في نمذجة بيانات العالم الحقيقي والتي تنتج عن زرع توزيع أساسي في بنية أكثر قدرة واعطاء المزيد من المرونة للتوزيعات المعروفة في التعامل مع مشاكل العالم الواقعية .

ويعد صنف التحويل **T-X** الذي قدم من قبل **(Alzaatreh et al., 2013)** وهو هيكلية لتحويل متغير يدعى المتحول **(Transformer)** بوسطة متغير يعدعى المحول **(Transform)** لتعميم توزيع ليندلي بمعلمة واحدة **(One Parameter Lindley Distribution)** والذي اطلق عليه اسم فئة التوزيعات **T-Lindley{Y}** ( **Hamed &** **(Alzaghal, 2021, 2** **((Alzaatreh et al. , 2014))** بحيث يتم تعميم التوزيعات باستعمال صنف **T-R{Y}** إضافة المزيد من المعلمات إلى التوزيع المعمم. ومن ثم هناك مرونة أكبر في نمذجة بيانات اوقات الحياة.

اذا كان لدينا ثلاث متغيرات عشوائية **T, R, Y** لكل منها دالة توزيعية :

$$\mathbf{F_T(x) = P(T \le x)}$$

$$\mathbf{F_R(x) = P(R \le x)}$$

$$\mathbf{F_Y(x) = P(Y \le x)}$$

ودالة كثافة احتمالية لكل متغير هي:

$f_Y(x)$
$f_R(x)$
$f_T(x)$

وان الدالة الكمية للمتغير **Y** هي :

$$Q_Y(p) = \inf\{y: F_Y(x) = P(Y \geq x)\}$$

فإن دالة الكثافة الإحتمالية لصنف التوزيع **T-Lindley{Y}** هي:

$$f_X(x) = f_R(x).\frac{f_T\left(Q_Y\left(F_R(x)\right)\right)}{f_Y\left(Q_Y\left(F_R(x)\right)\right)} \qquad \dots (2-11)$$

والدالة التوزيعية لصنف التوزيع **T-Lindley{Y}** هي:

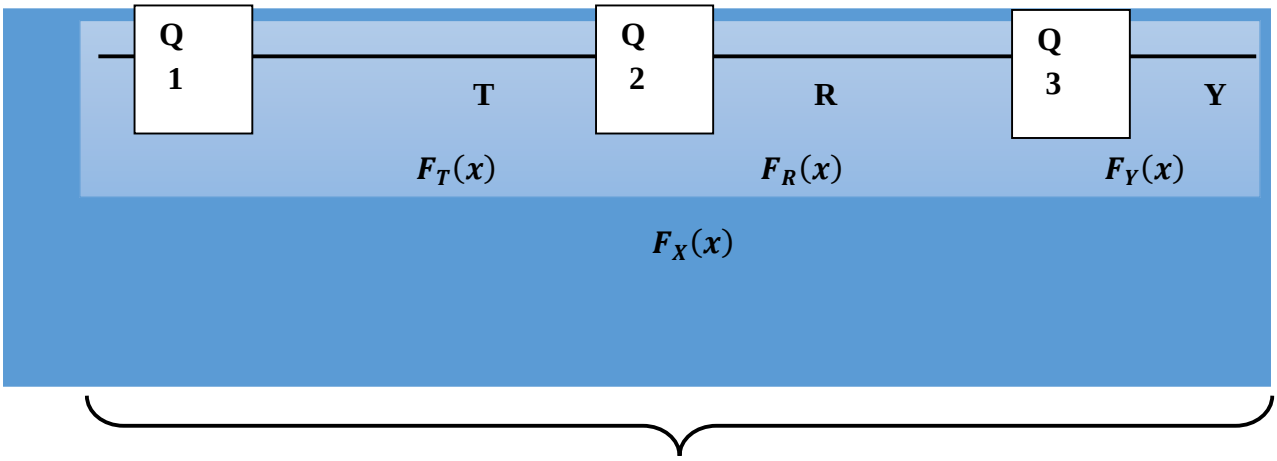
$$F_X(x) = \int_a^{Q_Y(F_R(x))} f_T(t)dt = F_T\left(Q_Y\left(F_R(x)\right)\right) \qquad \dots (2-12)$$

**(Hamed & Alzaghal, 2021, 3)**

والصيغة (**2-12**) تعني ان الدالة التوزيعية للمتغير العشوائي الأول $F_T(x)$ ونعوض بها بدل قيمة **x** الدالة الكمية للمتغير الثالث $Q_Y(x)$ معوض بها بدل قيمة **x** الدالة التوزيعية للمتغير الثاني $F_R(x)$

نلحظ من الشكل (2-4) ان مدى المتغير العشوائي **X** (متغير التوزيع الجديد) مقسم الى ثلاث اجزاء كل جزء ممثل بربيع هي **Q1** و **Q2** و **Q3** على التوالي ولكل ربيع ممثل بمتغير عشوائي له دالة كثافة احتمالية تراكمية هي $F_T(x)$, $F_R(x)$, $F_Y(x)$ على التوالي وهي مكونات دالة الكثافة الاحتمالية التراكمية للمتغر **x** وهي $F_X(x)$ .

**X** (متغير التوزيع الجديد) يضم ثلاث متغيرات (**T, R , Y**)




**شكل (2-4) مخطط صنف التوزيع** T

صنف التوزيع **T-ILindley(Y)** المقترح **(Proposed T- ILindley(Y) class of distribution)**

يعد صنف التوزيع **T-ILindley{Y}** المقترح معكوس صنف التوزيع **T-Lindley{Y}** المقترح من قبل ( **Hamed & Alzaghal, 2021**) لغرض نمذجة بيانات اوقات الحياة المتنازلة برتابة (**Monotonic Increasing**) وكالآتي :

اذا كان لدينا ثلاث متغيرات عشوائية وهي:

المتغير العشوائي الأول **T**: يمكن ان يكون اي توزيع احتمالي مستمر

المتغير العشوائي الثاني **R** هو معكوس ليندلي بمعلمة واحدة والذي له دالة كثافة احتمالية ودالة تجميعية

المتغير العشوائي الثالث **Y** : يمكن ان يكون اي توزيع احتمالي مستمر

وعليه فان دالة الكثافة الاحتمالية لصنف التوزيع **T-ILindley{Y}** تعرف بتطبيق معادلة (**2-11**) وكالآتي:

$$f_X(x) = \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(\frac{1+x}{x^3}\right) e^{-\frac{\theta}{x}}.\frac{f_T\left(Q_Y\left(1-\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}\right)\right)}{f_Y\left(Q_Y\left(1-\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}\right)\right)} \dots (2-13)$$

وان دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية لصنف التوزيع **T-ILindley{Y}** تعرف بتطبيق معادلـــــــة (**2-12**) وكالآتي:

$$F_X(x) = \int_a^{Q_Y(F_R(x))} f_T(t)dt = F_T\left(Q_Y\left(1-\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}\right)\right) \quad \dots (2-14)$$

**4.8 المنطق الضبابي** (Fuzzy logic)

نظام للمنطق الرياضي يتيح التعامل مع المفاهيم الغامضة أو الضبابية، على عكس المنطق التقليدي الذي يتعامل مع القيم الثنائية (صواب أو خطأ). قدم هذا المفهوم بواسطة لطفي زادة في عام 1965 كامتداد لنظرية المجموعات التقليدية ونظرية الاحتمالات، بهدف التعامل مع عدم اليقين والغموض في البيانات. وهو أسلوب لمعالجة المتغيرات الذي يسمح بمعالجة قيم الحقيقة المتعددة المحتملة من خلال نفس المتغير. يحاول المنطق الضبابي حل المشكلات باسعمال مجموعة مفتوحة وغير دقيقة من البيانات والاستدلالات التي تجعل من الممكن الحصول على مجموعة من الاستنتاجات الدقيقة. تم تصميم المنطق الضبابي لحل المشكلات من خلال النظر في جميع المعلومات المتاحة واتخاذ أفضل قرار ممكن في ضوء المدخلات. **(H. B. Yadav, D. K. Yadav, 2015, 33) (Zadeh, 1973,28)**

المنطق التقليدي يعمل مع حالات مؤكدة في الحقيقية، مثل "هل هذا الكائن أخضر؟ " اما المنطق الضبابي فانه يتعامل مع المجموعات التي تتضمن معاني نسبية أو ذاتية، مثل "طويل" أو "كبير" أو "جميل". ومن خلال استخدام قيم غامضة أو غير دقيقة بدلاً من الحقيقة المطلقة أو الكذب، يهدف هذا إلى تكرار كيفية تقييم الناس للقضايا والتوصل إلى الأحكام. **(S. N. Sivanandam & et al., 2007, 75)**

**4.9 التوزيع الاحتمالي الضبابي:** ( Fuzzy probability Distribution)

في عام (2022) اقترح (علي ونعمة) طريقة لتحويل اي توزيع احتمالي تقليدي الى توزيع احتمالي ضبابي وكالآتي : [علي ونعمة, 2022, 29-30] **[Ali & Neamah, 2022, 443]**

بفرض ان اوقات الفشل $t \in T$ غير دقيقية وغير مؤكدة ويعبر عنها بارقام ضبابية $\tilde{t} \in \tilde{T}$ , بحيث أن:

$$\tilde{t} = \{[0,\infty), \mu_{\tilde{t}}(t)\}$$

فان متجه مشاهدات العينة التقليدي الذي يمكن ان نحصل عليه من المجموعة الضبابية والذي يمثل كل العناصر التي تكون لها درجة انتماء اكبر او تساوي القطع الفا **(α-cut)** والذي يمثل درجة انتماء العناصر التي نهتم بها ويعبر عن تلك العناصر بالمجموعة $A^{(\alpha)}$ بحيث ان :

$$A^{(\alpha)} = \{\tilde{t} = [0,\infty) \in \tilde{T}, \mu_{\tilde{t}}(t) = \alpha \,;\, \mu_{\tilde{t}}(t) \geq \alpha\} \quad \dots (2\text{-}31)$$

إذ أن:

$\alpha$ معامل القطع, $0 < \alpha < 1$

$\mu_{\tilde{t}}(t)$ دالة الإنتماء التي عن طريقها يتم توليد درجة انتماء كل وقت فشل في فضاء العينة ويمكن ان تأخذ اي شكل من أشكال دوال الإنتماء.

فان دالة التوزيع التجميعية الضبابية **(Fuzzy Cumulative Distribution Function)($\widetilde{CDF}$)** عند اي قيمة من قيم فضاء العينة الضبابي $A^{(\alpha)}$ ولأي توزيع فشل يمكن الحصول عليها كالآتي:

$$\tilde{F}(\tilde{t}_{A^{(\alpha)}}) = \int_0^{\tilde{t}_{A^{(\alpha)}}} f(u)du \quad \dots (2\text{-}32)$$

وباشتقاق الصيغة (2-32) بالنسبة للـ ( $\tilde{t}_{A^{(\alpha)}}$ ) نحصل على التوزيع الإحتمالي الضبابي وكما يأتي:

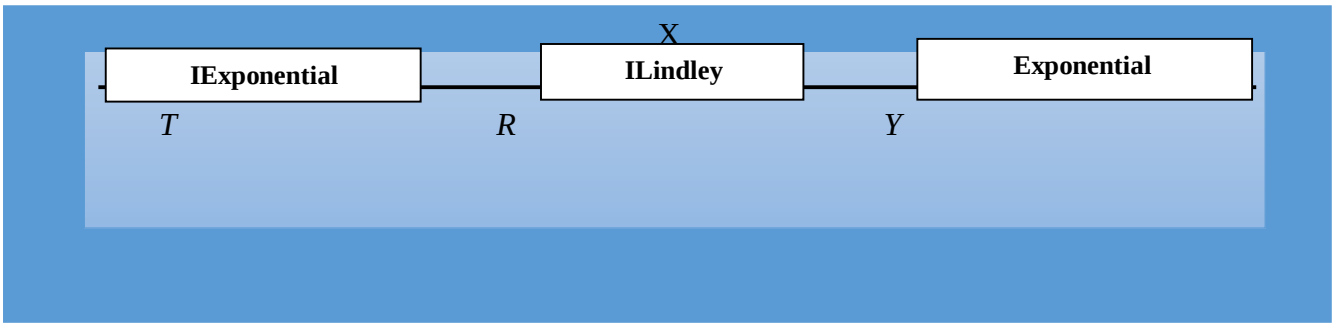
$$\tilde{f}(\tilde{t}) = \frac{\partial \tilde{F}(\tilde{t}_{A^{(\alpha)}})}{\partial \tilde{t}_{A^{(\alpha)}}} = \frac{\partial}{\partial \tilde{t}_{A^{(\alpha)}}}\left[\int_0^{\tilde{t}_{A^{(\alpha)}}} f(u)du\right] \;;\; 0 < \tilde{t}_{A^{(\alpha)}} < \infty \quad \dots (2\text{-}33)$$

**4.10 التوزيع الثلاثي الضبابي المستند على الدالة الكمية الاسي المعكوس– معكوس ليندلي– الأسي** (IEILE)

**(Fuzzy Triple distribution based on Quantile function the Inverse Exponential – ILindley- Exponential)**

ان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع **IEILE** تستخرج بتطبيق المعادلة (2-29) كالآتي:

$$f_X(x) = \frac{\theta^2}{(\theta+1)}\left(\frac{1+x}{x^3}\right) e^{-\frac{\theta}{x}} \cdot \frac{f_T\left(Q_Y\left(1-\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}\right)\right)}{f_Y\left(Q_Y\left(1-\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}\right)\right)} \quad \dots (2-15)$$



$F_T(x)$ $F_R(x)$ $F_Y(x)$

$F_X(x)$

**شكل (2-13) مخطط التوزيع المقترح الجديد FILIE**

ان الدالة الاحتمالية لصنف التوزيع (IEILE) بصيغتها النهائية تكون كالآتي:

$$f_X(x) = \frac{\theta^2}{(\theta+1)} \left(\frac{1+x}{x^3}\right) e^{-\frac{\theta}{x}} . \frac{\beta e^{-\beta\frac{1}{\lambda}\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}}}{\frac{1}{\lambda}\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}}$$

$$= \frac{\lambda\beta\theta^2}{(\theta+1)} \left(\frac{1+x}{x^3}\right) \frac{e^{-\frac{\beta}{\lambda}\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]e^{-\frac{\theta}{x}}}}{\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{x}\right]} \quad \dots (2-16)$$

اذ أن :

$\lambda, \beta, \theta > 0$ معلمات القياس **Scale Parameteres**

فعندما : $\beta = 1, \lambda = 1$ نحصل على توزيع معكوس ليندلي بمعلمة واحدة

وعندما $\lambda = 1$ نحصل على التوزيع الأسي- ليندلي بمعلمتين $\lambda, \theta$

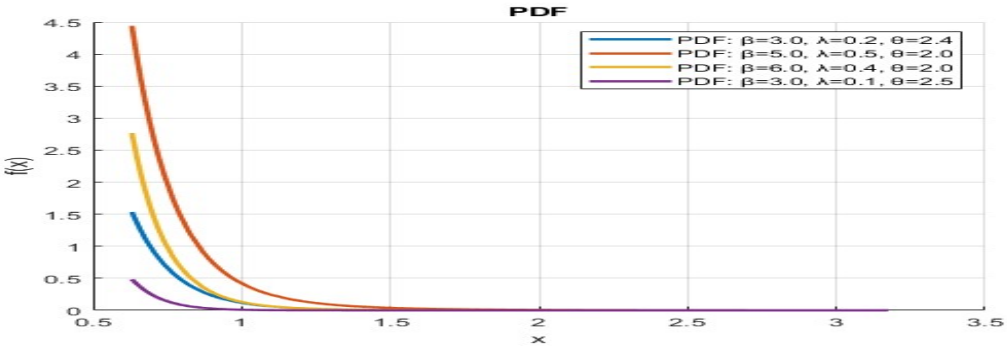
وعندما $\lambda = 1$ نحصل على التوزيع الأسي المعكوس - ليندلي بمعلمتين . $\beta, \theta$

وهذا يثبت بان التوزيع المقترح هو توزيع احتمالي لانه تركيبة من توزيعات احتمالية.

وبالاعتماد على المعادلة () لتحويل التوزيع المقترح الى ضبابي يكون التوزيع الناتج كالآتي:

$$\tilde{f}_{\tilde{X}}(\tilde{x}_{A(\alpha)}) = \frac{\lambda\beta\theta^2}{(\theta+1)} \left(\frac{1+\tilde{x}_{A(\alpha)}}{\tilde{x}_{A(\alpha)}^{\ 3}}\right) \frac{e^{-\frac{\beta}{\lambda}\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{\tilde{x}_{A(\alpha)}}\right]e^{-\frac{\theta}{\tilde{x}_{A(\alpha)}}}}}{\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{\tilde{x}_{A(\alpha)}}\right]} \; ; 0 < \tilde{x}_{A(\alpha)} < \infty \quad \dots (2-17)$$

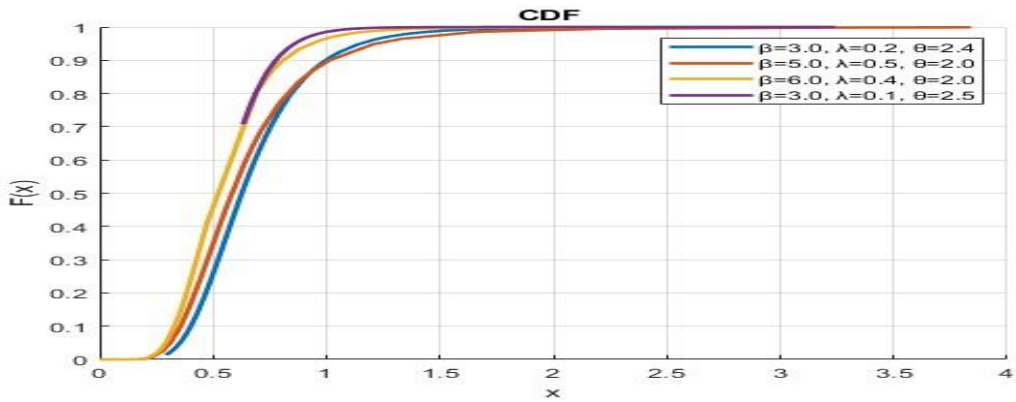
اذ ان $\tilde{x}_{A(\alpha)}$ هو اي عنصر في المجموعة الضبابية $\tilde{X}$ بعد القطع $\alpha$




شكل (2-14) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد **FIEILI** عند قيم مختلفة لمعلماته

ان الدالة التوزيعية للتوزيع الجديد (FIEILE) الجديد يمكن ان تستخرج بتطبيق المعادلة (2-41) كالآتي:

$$\tilde{F}_{\tilde{X}}(\tilde{x}_{A(\alpha)}) = 1 - e^{-\left(\frac{\beta}{\lambda}\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)}\frac{1}{\tilde{x}_{A(\alpha)}}\right]e^{-\frac{\theta}{\tilde{x}_{A(\alpha)}}}\right)} \; ; 0 < \tilde{x}_{A(\alpha)} < \infty \quad \dots (2-50)$$




**شكل (2-15) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية للتوزيع** FIEILI **عند قيم مختلفة لمعلماته**

**4.11** طريقة تقدير معلمات التوزيع المقترح: **(Method of parameter of FIEILE Estimation)**

**مقدر اعظم مسافة متباعدة**

**(Maximum Product of Spacings Estimator)**

إن مفهوم المسافة المتباعدة مشابه لمفهوم الامكان الاعظم والتي فيها يتم الحصول على معادلة الامكان بكتابة دالة الكثافة المشتركة لمشاهدات العينة. اما في مقدر اعظم مسافة متباعدة، يمكننا الحصول على حاصل ضرب المسافات عن طريق أخذ المتوسط الهندسي للمسافات بين مشاهدات العينات المرتبة. وتعد هذه الطريقة من لطرائق المفيدة للتوزيعات المتينة الذيل. **[ Chaturvedi et al., 2023, 11-12]**

اذا كانت لدينا عينة عشوائية ضبابية $A^{\alpha} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{\tilde{n}})$ من توزيع **FIEILI** , ولتكن:

$$(\tilde{x}_{(1)}, \tilde{x}_{(2)}, \dots, \tilde{x}_{\tilde{n}})$$

عينه التوزيع مرتبة تصادعيا . فان المسافات (**Spaces**) تشير الى الاختلافات بين الاحصاءات المرتبة المتعاقبة (قيم العينة المرتبة) في مجموعة البيانات وكالآتي:

$$D_i = \tilde{F}_{\tilde{X}}\left(\tilde{x}_{(i)A^{(\alpha)}}\right) - \tilde{F}_{\tilde{X}}\left(\tilde{x}_{(i-1)A^{(\alpha)}}\right) \quad ; i = 1, 2, \dots . \tilde{n} + 1 \qquad \dots (2-18)$$

اذ أن:

$\tilde{F}_{\tilde{X}}\left(\tilde{x}_{(i)A^{(\alpha)}}\right)$ دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية الضبابية للتوزيع المقترح .

فان دالة الهدف لطريقة (**MPS**) تكون كالآتي:

$$MPS = \left(\prod_{i=1}^{\tilde{n}+1} D_i\right)^{\frac{1}{\tilde{n}+1}} \qquad \dots (2-19)$$

وباخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادة $(2-12)$ نحصل على :

$$log(MPS) = \frac{1}{\tilde{n}+1}\sum_{i=1}^{\tilde{n}+1} log(D_i)$$

$$= \frac{1}{\tilde{n}+1}\sum_{i=1}^{\tilde{n}+1} \log\left(\tilde{F}_{\tilde{X}}\left(\tilde{x}_{(i)A^{(\alpha)}}\right) - \tilde{F}_{\tilde{X}}\left(\tilde{x}_{(i-1)A^{(\alpha)}}\right)\right) \dots \ (2-20)$$

وبما ان دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية للتوزيع المقارح كما في معادلة (2-50) وبتعويضها في معادلة (2-12) ينتج :

$$\log(\mathbf{MPS}) = \frac{1}{\tilde{n}+1}\sum_{i=1}^{\tilde{n}+1}\log\left(e^{-\left(\frac{\beta}{\lambda}\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)\tilde{x}_{(i-1)A}(\alpha)}\frac{1}{}\right]e^{-\frac{\theta}{\tilde{x}_{(i-1)A}(\alpha)}}\right)} - e^{-\left(\frac{\beta}{\lambda}\left[1+\frac{\theta}{(\theta+1)\tilde{x}_{(i)A}(\alpha)}\frac{1}{}\right]e^{-\frac{\theta}{\tilde{x}_{(i)A}(\alpha)}}\right)}\right) \quad \dots (2-21)$$

ولايجاد مقدرات معلمات التوزيع $(\lambda, \beta, \theta)$ تم استعمال خوارزمية (**Nelder-Mead Simplex Method**) والتي تعد تقنية عددية شائعة الاستعمال لايجاد على الحد الأدنى من دالة هدف في مساحة متعددة الأبعاد. على عكس أساليب الامثلية القائمة على التدرج، فهي لا تتطلب حساب المشتقات، مما يجعلها مفيدة بشكل خاص للدوال غير القابلة للتمييز، وكما يأتي: **[Kumar & Kostina, 2024, 6]**

1. نبدأ الخوارزمية بقيم اولية للمعلمات المراد تقديرها ولتكن $(\lambda_0, \beta_0, \theta_0)$ ، وشكل هندسي بسيط ذو **n+1** رؤوس و بـ **n** بعد وليكم ثلاثي الابعاد بعدد المعلمات المراد تقديرها وليكن $S_0$ .
2. اختبار دالة الهدف عند كل رأس من رؤوس الشكل الهندسي.
3. اجراء العملي التكرارية الاتية:

-ترتيب الرؤوس: نفرز القمم حسب قيم دوالها.

-حساب نقطة الانعكاس (**Reflex**) عبر النقطه الوسطى للأفضل **n** القمم. إذا كانت هذه النقطة تعطي قيمة دالة أفضل من ثاني أسوأ نقطة ولكنها ليست أفضل من الأفضل، فاستبدل أسوأ نقطة بنقطة الانعكاس وكالآتي:

$$X_r = c + \alpha(c - X_h) \quad \dots (2-2)$$

اذ ان :

$X_r$ نقطة الانعكاس

**c** النقطة التي تتوسط اقل القيم **n**

$X_h$ النقطة ألأسوأ

$\alpha$ معامل الانعكلس وغالباً قيمته تكون مساوية الى 1

- إذا كانت نقطة الانعكاس أفضل من أفضل نقطة، قم بالتوسيع (**Expand**) . إذا كانت هذه النقطة الموسعة أفضل، فاستخدمها؛ خلاف ذلك، استخدم نقطة الانعكاس وكالآتي:

$$X_e = c + \gamma(c - X_h) \quad \dots (2-2)$$

اذ ان :

$X_e$ نقطة التوسيع

$\gamma$ معامل التوسيع وغالباً قيمته تكون مساوية الى 2

- إذا لم تكن نقطة الانعكاس أفضل من ثاني أسوأ نقطة، اجري تقليص (**Shrinkage**). إذا كانت النقطة التعاقدية أفضل فاستخدمها؛ خلاف ذلك، قم بتقليص الشكل البسيط بأكمله نحو أفضل نقطة وكالآتي:

$$X_i = c + \sigma(c - X_l) \quad \dots (2-2)$$

اذ ان :

$i$ توقع افضل نقطة

$\sigma$ معامل التقليص وغالباً قيمته تكون مساوية الى 0.5

$X_l$ افضل نقطة

- إذا لم يؤدي أي من الانعكاس أو الانكماش إلى تحسين أسوأ نقطة، فقم بتقليص الصورة البسيطة حول أفضل نقطة.
- تتوقف الخوارزمية عندما يكون حجم الإرسال البسيط صغيرًا بدرجة كافية أو عندما تكون قيم الدالة عند القمم قريبة بدرجة كافية، مما يشير إلى التقارب مع الحد الأدنى المحلي.

**المبحث الثالث:**

**5. الجانب التطبيقي:**

**5.1 تمهيد** (Preface)

تم في هذا الفصل استعمال بيانات تمثل أوقات البقاء للمصابات بسرطان الثدي من مركز كربلاء لمعالجة الاورام لغرض اختبار التوزيع المقترح اذ تم اولا اختبار ملائمة البيانات الحقيقية للتوزيع , ومن ثم المقارنة بين التوزيع المقترح والتوزيعات

الاصلية باستعمال معايير مقارنة متعددة ومن ثم تضبيب البيانات الحقيقية باستعمال دالة انتماء شبه منحرفة , واخيراً تحليل البيانات الحقيقية .

**5.2 سرطان الثدي** (Breast Cancer)

سرطان الثدي هو واحد من أكثر أنواع السرطان شيوعًا بين النساء في جميع أنحاء العالم، ويحدث عندما تبدأ خلايا الثدي في النمو بشكل غير طبيعي وغير منضبط، مما يؤدي إلى تشكيل كتلة أو ورم قد يكون حميدًا (غير سرطاني) أو خبيثًا (سرطاني). يمكن أن ينشأ سرطان الثدي في مختلف أجزاء الثدي، بما في ذلك القنوات التي تحمل الحليب (السرطان القنوي)، أو الغدد التي تنتج الحليب (السرطان الفصيصي)، ويمكن أن يكون موضعيًا أو غازيًا حيث ينتشر إلى الأنسجة المحيطة أو إلى أجزاء أخرى من الجسم. هناك عوامل خطر تزيد من احتمالية الإصابة بسرطان الثدي، مثل التقدم في العمر، التاريخ العائلي للإصابة بالمرض، الطفرات الجينية الموروثة مثل **BRCA1** و**BRCA2**، والتعرض الطويل لهرمون الإستروجين، سواء من خلال العوامل البيولوجية أو نتيجة استخدام العلاج الهرموني بعد انقطاع الطمث. يُشخص سرطان الثدي باستخدام عدة أدوات مثل الفحص الذاتي، التصوير الشعاعي للثدي (ماموجرام)، الموجات فوق الصوتية، والخزعة التي تؤكد طبيعة الورم. تتعدد طرق العلاج بناءً على مرحلة ونوع السرطان، وتشمل الجراحة لإزالة الورم أو الثدي بأكمله، والعلاج الإشعاعي لتدمير الخلايا السرطانية المتبقية، والعلاج الكيميائي الذي يستهدف الخلايا السرطانية في الجسم كله، بالإضافة إلى العلاجات الهرمونية والموجهة التي تعزز فعالية العلاج وتمنع عودة المرض. على الرغم من أن الوقاية الكاملة من سرطان الثدي قد لا تكون ممكنة، إلا أن الحفاظ على وزن صحي، ممارسة التمارين الرياضية بانتظام، والقيام بالفحوصات الدورية يمكن أن يساعد في تقليل المخاطر واكتشاف المرض في مراحله المبكرة حيث يكون العلاج أكثر فعالية.

**5.3 اسباب سرطان الثدي:**

تتنوع أسباب الإصابة بسرطان الثدي وتعتبر نتيجة لتفاعل معقد بين عوامل وراثية، هرمونية، وبيئية. من أبرز هذه الأسباب:

العوامل الوراثية :الطفرات الجينية الموروثة مثل **BRCA1** و **BRCA2**تزيد بشكل كبير من خطر الإصابة بسرطان الثدي. النساء اللواتي يحملن هذه الطفرات لديهن احتمال أعلى لتطوير سرطان الثدي وسرطانات أخرى.

العمر :يزداد خطر الإصابة بسرطان الثدي مع التقدم في العمر، حيث تُعتبر النساء فوق سن الخمسين أكثر عرضة للإصابة.

التاريخ العائلي :وجود أقارب من الدرجة الأولى (الأم، الأخت، الابنة) مصابات بسرطان الثدي يزيد من خطر الإصابة، خاصة إذا تم تشخيصهن في سن مبكرة.

التعرض لهرمون الإستروجين :التعرض المطول لهرمون الإستروجين بسبب بدء الطمث في سن مبكرة، أو التأخر في انقطاع الطمث، أو استخدام العلاج الهرموني بعد انقطاع الطمث، يمكن أن يزيد من خطر الإصابة بسرطان الثدي.

نمط الحياة :السمنة وزيادة الوزن، خاصة بعد انقطاع الطمث، قلة النشاط البدني، تناول الكحول بكميات كبيرة، والتدخين، كلها عوامل تزيد من خطر الإصابة.

العوامل الإنجابية :الحمل الأول في سن متأخرة أو عدم الحمل مطلقًا يمكن أن يزيد من خطر الإصابة، كما أن الرضاعة الطبيعية تقلل من خطر الإصابة.

التعرض للإشعاع :التعرض للإشعاع في منطقة الصدر في سن مبكرة، مثل ما يحدث في علاج بعض أنواع السرطان الأخرى، يزيد من خطر الإصابة بسرطان الثدي في وقت لاحق.

العوامل البيئية :هناك بعض العوامل البيئية التي قد تسهم في زيادة خطر الإصابة بسرطان الثدي، مثل التعرض لبعض المواد الكيميائية الصناعية.

**5.4 طرق الوقاية من سرطان الثدي:**

الوقاية من سرطان الثدي تتضمن اتخاذ خطوات لتقليل عوامل الخطر المرتبطة بالمرض، على الرغم من أنه لا يمكن الوقاية منه بشكل كامل. إليك بعض الطرق التي يمكن أن تساعد في تقليل خطر الإصابة:

الحفاظ على وزن صحي :السمنة وزيادة الوزن بعد انقطاع الطمث تزيد من خطر الإصابة بسرطان الثدي. لذا، الحفاظ على وزن صحي من خلال النظام الغذائي المتوازن والنشاط البدني المنتظم يمكن أن يقلل من المخاطر.

ممارسة الرياضة بانتظام :النشاط البدني المنتظم يساعد في الحفاظ على وزن صحي وتقليل مستويات الهرمونات المرتبطة بسرطان الثدي. ينصح بممارسة التمارين الرياضية المعتدلة لمدة 150 دقيقة على الأقل في الأسبوع.

الحد من تناول الكحول :تناول الكحول بكميات كبيرة يزيد من خطر الإصابة بسرطان الثدي. لذلك، يُفضل الحد من تناول الكحول أو الامتناع عنه تمامًا.

الرضاعة الطبيعية :الرضاعة الطبيعية، وخاصة لفترات طويلة، يمكن أن تقلل من خطر الإصابة بسرطان الثدي.

تجنب العلاج الهرموني طويل الأمد :إذا كنت تستخدمين العلاج الهرموني بعد انقطاع الطمث، من الأفضل مناقشة المخاطر والفوائد مع الطبيب، حيث أن الاستخدام طويل الأمد يمكن أن يزيد من خطر الإصابة بسرطان الثدي.

إجراء الفحوصات الدورية :إجراء الفحوصات المنتظمة مثل الماموجرام والفحص الذاتي للثدي يساعد في الكشف المبكر عن سرطان الثدي، مما يزيد من فرص العلاج الناجح.

اتباع نظام غذائي صحي :تناول الأطعمة الغنية بالفواكه، والخضروات، والحبوب الكاملة، والبروتينات الخالية من الدهون يمكن أن يدعم الصحة العامة ويقلل من خطر الإصابة.

التقليل من التعرض للإشعاع :تجنب التعرض غير الضروري للإشعاع يمكن أن يقلل من خطر الإصابة بسرطان الثدي.

الجينات والفحص الجيني :إذا كنتِ تعانين من تاريخ عائلي قوي للإصابة بسرطان الثدي، قد ترغبين في استشارة طبيبك حول الفحص الجيني للطفرات الوراثية مثل **BRCA1** و **BRCA2.**في بعض الحالات، يمكن أن تُتخذ خطوات وقائية مثل الجراحة الوقائية.

التوعية والاطلاع :الوعي بعوامل الخطر وأعراض سرطان الثدي يمكن أن يساعد في اتخاذ قرارات صحية مبكرة.

**5.5 البيانات الحقيقية** (Real Data)

تم أخذ بيانات عن النساء المصابات بسرطان الثدي بوقع (100) مريضة للسنوات 2022-2023 والتي تمثل المدة الزمنية (بالشهر) التي ترقد فيها المريضة من بداية اخذ العلاج الكيمياوي ولغاية انخفاض حجم الورم السرطاني والجدول (4.1) يبين البيانات الحقيقية.

**جدول (7-3) اوقات البقاء للنساء المصابات بسرطان الثدي من بداية اخذ العلاج الكيمياوي ولغاية انخفاض حجم الورم السرطاني**

| I | Xi |
|---|---|
| 1 | 6.8 |
| 2 | 6.5 |
| 3 | 6.3 |
| 4 | 5.8 |
| 5 | 5.7 |
| 6 | 5.3 |
| 7 | 4.9 |
| 8 | 4.8 |
| 9 | 4.7 |
| 10 | 4.6 |
| 11 | 4.1 |
| 12 | 4.1 |
| 13 | 3.8 |
| 14 | 3.5 |
| 15 | 3.4 |
| 16 | 3.4 |
| 17 | 3.4 |
| 18 | 3.2 |
| 19 | 3.2 |
| 20 | 3.2 |
| 21 | 3.0 |
| 22 | 3.0 |
| 23 | 3.0 |
| 24 | 3.0 |
| 25 | 2.8 |
| 26 | 2.7 |
| 27 | 2.6 |
| 28 | 2.3 |
| 29 | 2.3 |
| 30 | 2.1 |
| 31 | 2.1 |
| 32 | 2.1 |
| 33 | 2.0 |
| 34 | 1.9 |
| 35 | 1.8 |
| 36 | 1.7 |
| 37 | 1.7 |
| 38 | 1.6 |
| 39 | 1.6 |
| 40 | 1.5 |
| 41 | 1.5 |
| 42 | 1.4 |
| 43 | 1.4 |
| 44 | 1.4 |
| 45 | 1.4 |

| | |
|---|---|
| 46 | 1.3 |
| 47 | 1.3 |
| 48 | 1.2 |
| 49 | 1.2 |
| 50 | 1.2 |
| 51 | 1.2 |
| 52 | 1.1 |
| 53 | 1.1 |
| 54 | 1.1 |
| 55 | 1.0 |
| 56 | 1.0 |
| 57 | 1.0 |
| 58 | 1.0 |
| 59 | 0.9 |
| 60 | 0.9 |
| 61 | 0.9 |
| 62 | 0.9 |
| 63 | 0.8 |
| 64 | 0.7 |
| 65 | 0.7 |
| 66 | 0.7 |
| 67 | 0.6 |
| 68 | 0.6 |
| 69 | 0.6 |
| 70 | 0.6 |
| 71 | 0.5 |
| 72 | 0.5 |
| 73 | 0.5 |
| 74 | 0.5 |
| 75 | 0.4 |
| 76 | 0.4 |
| 77 | 0.4 |
| 78 | 0.4 |
| 79 | 0.4 |
| 80 | 0.4 |
| 81 | 0.3 |
| 82 | 0.3 |
| 83 | 0.3 |
| 84 | 0.3 |
| 85 | 0.3 |
| 86 | 0.3 |
| 87 | 0.2 |
| 88 | 0.2 |
| 89 | 0.2 |
| 90 | 0.2 |
| 91 | 0.2 |
| 92 | 0.2 |
| 93 | 0.2 |
| 94 | 0.2 |
| 95 | 0.1 |
| 96 | 0.1 |
| 97 | 0.1 |
| 98 | 0.1 |
| 99 | 0.0 |
| 100 | 0.0 |

### 5.6 ختبار ملائمة البيانات Data Fitting

للتأكد من ان البيانات في جدول (4.1) تتبع التووزيع المقترح الجديد (IEILE) تم استعمال اختبار **Chi-square** لحسن المطابقة وبموجب الفرضية الآتية:

$H_0$: *The data* IEILE

$H_1$: *The data dont have* IEILE

ولاختبار هذه الفرضية الاحصائية سيتم احتساب قيمة احصاءة $\chi^2$ وحسب الصيغة الآتية:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots (4\text{-}1)$$

حيث تم احتساب احصاءة حسن المطابقة $\chi_c^2$ وذلك باستعمال الدالة **(chi2gof)** في برنامج (**MatLab**) , وكانت نتائج الاختبار كما في جدول (**4.2**) :

**جدول (3.8) نتائج اختبار ملائمة البيانات**

| Distribution | $\chi_c^2$ | $\chi_t^2$ | Sig. | Decision |
|---|---|---|---|---|
| IEILE | 0.8955 | 7.82 | 0.369 | Accept $H_0$ |

نلحظ من جدول (4.3) ان قيمة $\chi_c^2$ المحسوبة والبالغة (**0.8955**) اقل من قيمة $\chi_t^2$ الجدولية والبالغة (**7.82**) وكانت قيمة **Sig=0.369** اكبر من مستوى المعنوية (0.05) وهذا يعني عدم رفض فرضية العدم اي ان البيانات الحقيقية تتوزع وفقاً لتوزيع ليندلي ذو المعلمتين الجديد .

### 5.7 المفاضلة بين التوزيع المقترح وتوزيعاته الاصلية:

تم استعمال معايير المقارنة بين التوزيعات وهي (**-2LnL, AIC , AICc, BIC, HQIC**) للمقارنة بين التوزيعات المستعملة وهي التوزيع الاسي (**EXP**) , والتوزيع معكوس الاسي (**IEXPO**) , والتوزيع معكوس ليندلي (**ILD**) والتوزيع المعكوس الاسي- معكوس ليندلي – الاسي المقترح (**IEILE**) وكانت النتائج في جدول (4.3) .

**جدول (3.9) نتائج اختبارات المقارنة ودقة التوزيعات**

| Distribution | -2LnL | AIC | AIC c | BIC | HQIC |
|---|---|---|---|---|---|
| EXP | 126.446 | 126.555 | 126.611 | 126.675 | 110.799 |
| IEXPO | 122.456 | 123.566 | 123.597 | 123.678 | 17.732 |
| ILD | 115.467 | 115.444 | 115.675 | 115.785 | 100.678 |
| IEILE | 88.6531 | 88.690 | 88.841 | 88.749 | 88.890 |

نلحظ من جدول(**3.9**) بان معايير الاختبارات الخاصة كانت اقل عند التوزيع (**FIEILE**) المقترح مما يدل على ان هذا التوزيع اكثر ملائمة للبيانات الحقيقية. ونلاحظ ايضاً ان التوزيع المعكوس الاسي اكثر ملائمة للبيانات الحقيقية من التوزيع الاسي.

### 5.8 تضبيب البيانات:

تم تحويل البيانات الاصلية $\underline{\mathbf{X}} = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ الى الضبابية من خلال ايجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه العينة التقليدي الحقيقي باستعمال دالة إنتماء شبه منحرفة وكما يأتي:

$$\mu_A(t) = \begin{cases} 0 & if \;\; t < a \\ \frac{t-a}{b-a} & if \;\; a \le t \le b \\ 1 & if \;\; t > b \end{cases} \quad \dots (4\text{-}2)$$

إذ أن **a=0.000929** تمثل أقل قيمة من قيم مشاهدات العينة التقليدي و **b=6.8** تمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات متجه العينة التقليدي والذي ينتج لدينا متجه عينة ضبابي $\underline{\tilde{t}} = \tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \dots, \tilde{t}_n$ يتضمن كل مشاهدة ودرجة انتماءها المقابلة وكالآتي:

**جدول (3.10) المشاهدات الحقيقية ودرجة انتماء كل مشاهدة**

| i | xi | Membership Degree |
|---|---|---|
| 1 | 6.8 | 1.00 |
| 2 | 6.5 | 0.59 |
| 3 | 6.3 | 0.56 |
| 4 | 5.8 | 0.52 |
| 5 | 5.7 | 0.51 |
| 6 | 5.3 | 0.48 |
| 7 | 4.9 | 0.44 |
| 8 | 4.8 | 0.43 |
| 9 | 4.7 | 0.42 |
| 10 | 4.6 | 0.41 |
| 11 | 4.1 | 0.37 |

| | | |
|---|---|---|
| 12 | 4.1 | 0.36 |
| 13 | 3.8 | 0.34 |
| 14 | 3.5 | 0.31 |
| 15 | 3.4 | 0.31 |
| 16 | 3.4 | 0.31 |
| 17 | 3.4 | 0.31 |
| 18 | 3.2 | 0.29 |
| 19 | 3.2 | 0.28 |
| 20 | 3.2 | 0.28 |
| 21 | 3.0 | 0.27 |
| 22 | 3.0 | 0.27 |
| 23 | 3.0 | 0.27 |
| 24 | 3.0 | 0.27 |
| 25 | 2.8 | 0.25 |
| 26 | 2.7 | 0.25 |
| 27 | 2.6 | 0.24 |
| 28 | 2.3 | 0.21 |
| 29 | 2.3 | 0.21 |
| 30 | 2.1 | 0.19 |
| 31 | 2.1 | 0.19 |
| 32 | 2.1 | 0.19 |
| 33 | 2.0 | 0.18 |
| 34 | 1.9 | 0.17 |
| 35 | 1.8 | 0.17 |
| 36 | 1.7 | 0.16 |
| 37 | 1.7 | 0.15 |
| 38 | 1.6 | 0.14 |
| 39 | 1.6 | 0.14 |
| 40 | 1.5 | 0.14 |
| 41 | 1.5 | 0.13 |
| 42 | 1.4 | 0.13 |
| 43 | 1.4 | 0.13 |
| 44 | 1.4 | 0.13 |
| 45 | 1.4 | 0.12 |
| 46 | 1.3 | 0.12 |
| 47 | 1.3 | 0.12 |
| 48 | 1.2 | 0.11 |
| 49 | 1.2 | 0.11 |
| 50 | 1.2 | 0.11 |
| 51 | 1.2 | 0.10 |
| 52 | 1.1 | 0.10 |
| 53 | 1.1 | 0.10 |
| 54 | 1.1 | 0.10 |
| 55 | 1.0 | 0.09 |
| 56 | 1.0 | 0.09 |
| 57 | 1.0 | 0.09 |
| 58 | 1.0 | 0.09 |
| 59 | 0.9 | 0.08 |
| 60 | 0.9 | 0.08 |
| 61 | 0.9 | 0.08 |
| 62 | 0.9 | 0.08 |
| 63 | 0.8 | 0.07 |
| 64 | 0.7 | 0.07 |
| 65 | 0.7 | 0.07 |
| 66 | 0.7 | 0.06 |
| 67 | 0.6 | 0.05 |
| 68 | 0.6 | 0.05 |
| 69 | 0.6 | 0.05 |

| | | |
|---|---|---|
| 70 | 0.6 | 0.05 |
| 71 | 0.5 | 0.05 |
| 72 | 0.5 | 0.05 |
| 73 | 0.5 | 0.05 |
| 74 | 0.5 | 0.05 |
| 75 | 0.4 | 0.04 |
| 76 | 0.4 | 0.04 |
| 77 | 0.4 | 0.04 |
| 78 | 0.4 | 0.04 |
| 79 | 0.4 | 0.03 |
| 80 | 0.4 | 0.03 |
| 81 | 0.3 | 0.03 |
| 82 | 0.3 | 0.03 |
| 83 | 0.3 | 0.03 |
| 84 | 0.3 | 0.03 |
| 85 | 0.3 | 0.02 |
| 86 | 0.3 | 0.02 |
| 87 | 0.2 | 0.02 |
| 88 | 0.2 | 0.02 |
| 89 | 0.2 | 0.02 |
| 90 | 0.2 | 0.02 |
| 91 | 0.2 | 0.01 |
| 92 | 0.2 | 0.01 |
| 93 | 0.2 | 0.01 |
| 94 | 0.2 | 0.01 |
| 95 | 0.1 | 0.01 |
| 96 | 0.1 | 0.01 |
| 97 | 0.1 | 0.01 |
| 98 | 0.1 | 0.01 |
| 99 | 0.0 | 0.00 |
| 100 | 0.0 | 0.00 |

بعد ذلك يتم الحصول على المجموعة الضبابية عند معاملات القطع **0.1**= $\alpha$ = $\tilde{\mathbf{A}}_{\alpha}$ $\{\tilde{\mathrm{x}}_1, \tilde{\mathrm{x}}_2, \ldots, \tilde{\mathrm{x}}_{\tilde{\mathrm{n}}}\}$ بإختيار العناصر في المجموعة الضبابية التي لها درجة إنتماء اكبر او تساوي القطع $\alpha$ , أي أن:

**جدول (3-11) المشاهدات الحقيقية ودرجة انتماء كل مشاهدة عند كل مستوى قطع**

| i | $\tilde{\mathbf{A}}_{\alpha}$ |
|---|---|
| 1 | 6.8 |
| 2 | 6.5 |
| 3 | 6.3 |
| 4 | 5.8 |
| 5 | 5.7 |
| 6 | 5.3 |
| 7 | 4.9 |
| 8 | 4.8 |
| 9 | 4.7 |
| 10 | 4.6 |
| 11 | 4.1 |
| 12 | 4.1 |
| 13 | 3.8 |
| 14 | 3.5 |
| 15 | 3.4 |
| 16 | 3.4 |
| 17 | 3.4 |
| 18 | 3.2 |

| | |
|---|---|
| 19 | 3.2 |
| 20 | 3.2 |
| 21 | 3.0 |
| 22 | 3.0 |
| 23 | 3.0 |
| 24 | 3.0 |
| 25 | 2.8 |
| 26 | 2.7 |
| 27 | 2.6 |
| 28 | 2.3 |
| 29 | 2.3 |
| 30 | 2.1 |
| 31 | 2.1 |
| 32 | 2.1 |
| 33 | 2.0 |
| 34 | 1.9 |
| 35 | 1.8 |
| 36 | 1.7 |
| 37 | 1.7 |
| 38 | 1.6 |
| 39 | 1.6 |
| 40 | 1.5 |
| 41 | 1.5 |
| 42 | 1.4 |
| 43 | 1.4 |
| 44 | 1.4 |
| 45 | 1.4 |
| 46 | 1.3 |
| 47 | 1.3 |
| 48 | 1.2 |
| 49 | 1.2 |
| 50 | 1.2 |
| 51 | 1.2 |
| 52 | 1.1 |
| 53 | 1.1 |
| 54 | 1.1 |

5.9 تحليل البيانات (**Data analyzing**)

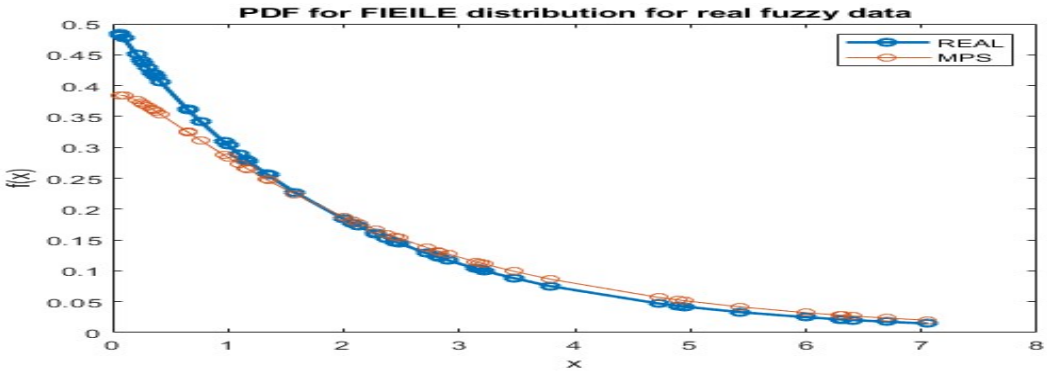
لتحليل عينة البيانات الحقيقية في تقدير معلمات التوزيع المقترح وتطبيقها على البيانات الحقيقية, والجدول (**4.7**) يوضح تقديرات دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة الاحتمالية التجميعية ودالة المعولية للتوزيع المقترح بطريقة اعظم مسافة متباعدة

**جدول** (3.12) **يبين نتائج تحليل البيانات الحقيقية عند طريقة اعظم مسافة متباعدة**

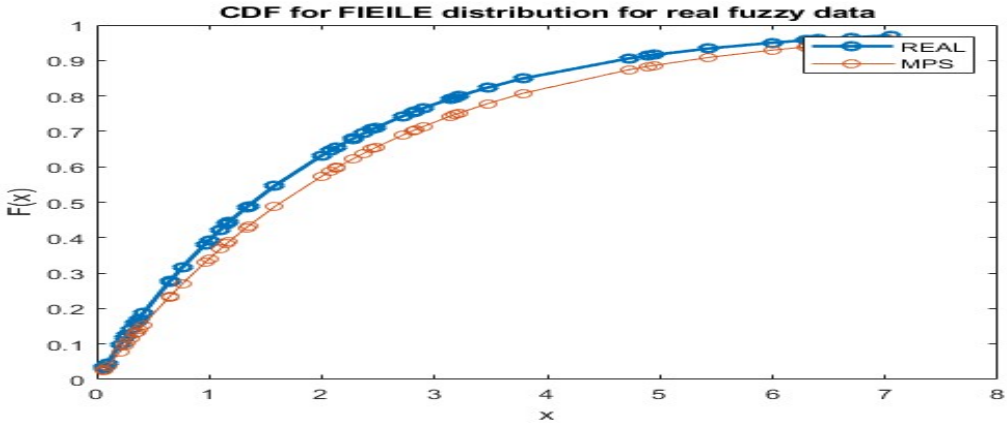
| f_real | f_ml | F_real | F_ml | R_real | R_ml |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.469697 | 0.337359 | 0.060606 | 0.039263 | 0.939394 | 0.960737 |
| 0.469486 | 0.337485 | 0.061029 | 0.039566 | 0.938971 | 0.960434 |
| 0.455667 | 0.342905 | 0.088666 | 0.059919 | 0.911334 | 0.940081 |
| 0.455001 | 0.343055 | 0.089999 | 0.060923 | 0.910001 | 0.939077 |
| 0.454827 | 0.343093 | 0.090347 | 0.061185 | 0.909653 | 0.938815 |
| 0.445129 | 0.344404 | 0.109742 | 0.076008 | 0.890258 | 0.923992 |
| 0.445069 | 0.344407 | 0.109862 | 0.0761 | 0.890138 | 0.9239 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.413698 | 0.341318 | 0.172605 | 0.126328 | 0.827395 | 0.873672 |
| 0.389367 | 0.334117 | 0.221266 | 0.167296 | 0.778734 | 0.832704 |
| 0.385057 | 0.332529 | 0.229886 | 0.174717 | 0.770114 | 0.825283 |
| 0.381535 | 0.331172 | 0.23693 | 0.180816 | 0.76307 | 0.819184 |
| 0.372369 | 0.327398 | 0.255262 | 0.196832 | 0.744738 | 0.803168 |
| 0.372315 | 0.327375 | 0.25537 | 0.196927 | 0.74463 | 0.803073 |
| 0.365058 | 0.324156 | 0.269884 | 0.209751 | 0.730116 | 0.790249 |
| 0.360562 | 0.322066 | 0.278876 | 0.217759 | 0.721124 | 0.782241 |
| 0.354271 | 0.319025 | 0.291457 | 0.229044 | 0.708543 | 0.770956 |
| 0.34407 | 0.313821 | 0.31186 | 0.247535 | 0.68814 | 0.752465 |
| 0.341083 | 0.312237 | 0.317833 | 0.252993 | 0.682167 | 0.747007 |
| 0.339529 | 0.311402 | 0.320941 | 0.255841 | 0.679059 | 0.744159 |
| 0.298078 | 0.28669 | 0.403843 | 0.333743 | 0.596157 | 0.666257 |
| 0.273896 | 0.270323 | 0.452207 | 0.38087 | 0.547793 | 0.61913 |
| 0.247 | 0.250609 | 0.505999 | 0.434704 | 0.494001 | 0.565296 |
| 0.244296 | 0.248543 | 0.511409 | 0.4402 | 0.488591 | 0.5598 |
| 0.237681 | 0.243427 | 0.524637 | 0.453704 | 0.475363 | 0.546296 |
| 0.23532 | 0.241579 | 0.52936 | 0.458546 | 0.47064 | 0.541454 |
| 0.221722 | 0.230719 | 0.556556 | 0.486655 | 0.443444 | 0.513345 |
| 0.211973 | 0.222706 | 0.576053 | 0.507042 | 0.423947 | 0.492958 |
| 0.207679 | 0.219117 | 0.584641 | 0.516084 | 0.415359 | 0.483916 |
| 0.207641 | 0.219085 | 0.584719 | 0.516165 | 0.415281 | 0.483835 |
| 0.199869 | 0.212497 | 0.600262 | 0.532628 | 0.399738 | 0.467372 |
| 0.18987 | 0.203848 | 0.62026 | 0.553994 | 0.37974 | 0.446006 |
| 0.180362 | 0.195443 | 0.639276 | 0.574505 | 0.360724 | 0.425495 |
| 0.150183 | 0.167597 | 0.699634 | 0.64088 | 0.300366 | 0.35912 |
| 0.144796 | 0.162437 | 0.710409 | 0.652936 | 0.289591 | 0.347064 |
| 0.137409 | 0.155269 | 0.725182 | 0.66957 | 0.274818 | 0.33043 |
| 0.137156 | 0.155022 | 0.725688 | 0.670141 | 0.274312 | 0.329859 |
| 0.126691 | 0.144674 | 0.746617 | 0.693919 | 0.253383 | 0.306081 |
| 0.123886 | 0.141862 | 0.752228 | 0.700335 | 0.247772 | 0.299665 |
| 0.105486 | 0.123014 | 0.789029 | 0.742861 | 0.210971 | 0.257139 |
| 0.094686 | 0.111617 | 0.810628 | 0.768186 | 0.189372 | 0.231814 |
| 0.085009 | 0.101187 | 0.829982 | 0.791112 | 0.170018 | 0.208888 |
| 0.081472 | 0.097323 | 0.837056 | 0.799547 | 0.162944 | 0.200453 |
| 0.080872 | 0.096665 | 0.838256 | 0.80098 | 0.161744 | 0.19902 |
| 0.076814 | 0.09219 | 0.846373 | 0.810703 | 0.153627 | 0.189297 |
| 0.074821 | 0.089979 | 0.850357 | 0.815489 | 0.149643 | 0.184511 |
| 0.070715 | 0.085393 | 0.858571 | 0.825387 | 0.141429 | 0.174613 |
| 0.07062 | 0.085287 | 0.858759 | 0.825614 | 0.141241 | 0.174386 |
| 0.044466 | 0.0551 | 0.911067 | 0.889614 | 0.088933 | 0.110386 |
| 0.044176 | 0.054755 | 0.911647 | 0.890333 | 0.088353 | 0.109667 |
| 0.025946 | 0.032631 | 0.948109 | 0.93588 | 0.051891 | 0.06412 |
| 0.021327 | 0.026878 | 0.957345 | 0.94751 | 0.042655 | 0.05249 |
| 0.014462 | 0.018218 | 0.971075 | 0.964818 | 0.028925 | 0.035182 |
| 0.013674 | 0.017216 | 0.972651 | 0.966802 | 0.027349 | 0.033198 |
| 0.00578 | 0.007126 | 0.988439 | 0.986539 | 0.011561 | 0.013461 |

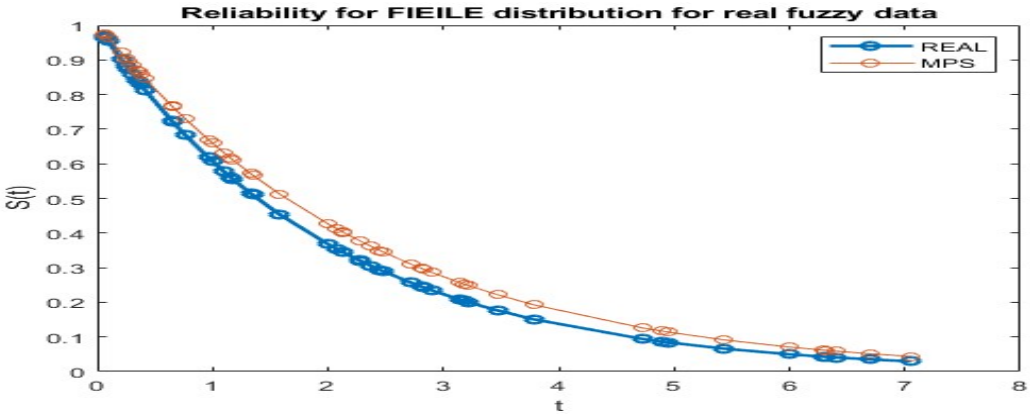
يظهر الجدول (4.7) النتائج التي تم الحصول عليها من البيانات الحقيقية اذ ان تقديرات طريقة اعظم مسافة متباعدة كانت متناقسة مع القيم الحقيقية لكل من دوال (الكثافة الاحتمالية – الكثافة التجميعية – المعولية) اذ ان القيم المقدرة بموجب هذه الطريقة اقرب ماتكون للقيم الحقيقية للتوزيع معكوس الاسي- معكوس ليندلي – الاسي الضبابي المقترح . ونلاحظ انه عندما يكون وقت البقاء ستة اشهر وثمانية ايام فان احتمال انخفاض الورم يكون (96 % ). وعندما تكون مدة بقاء المريضة شهر وعشرة ايام فن احتمال انخفاض الورم بلغ (1.3%).




**شكل (3-20) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح والمقدر بطريقة اعظم مسافة متباعدة**




**شكل (3-21) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية للتوزيع المقترح والمقدر بطريقة اعظم مسافة متباعدة**




**شكل (3-22) منحنى دالة البقاء للتوزيع المقترح والمقدر بطريقة اعظم مسافة متباعدة**

## 6. الاستنتاجات والتوصيات :-

### 6.1 الاستنتاجات

1. التوزيع المقترح اكثر ملائمة للبيانات المتناقصة برتابة وهذا ما اظهرته منحنيات التوزيع في تجارب المحاكاة .
2. اضافة الضبابية للتوزيع المقترح ادت الى زيادة دقة التوزيع.
3. كلما زاد القطاع في المجوعة الضبابية قلت العناصر التي لها درجة انتماء اقل او تساوي القطع وزادة دقة التقدير .
4. للبيانات الحقيقية كانت تقديرات طريقة (MPS) متناقسة مع القيم الحقيقية لكل من دوال (الكثافة الاحتمالية – الكثافة التجميعية – المعولية) اذ ان القيم المقدرة بموجب هذه الطريقة اقرب ماتكون للقيم الحقيقية للتوزيع معكوس الاسي- معكوس

ليندلي – الاسي الضبابي المقترح . ونلاحظ انه عندما يكون وقت البقاء ستة اشهر وثمانية ايام فان احتمال انخفاض الورم يكون (96 % ). وعندما تكون مدة بقاء المريضة شهر وعشرة ايام فن احتمال انخفاض الورم بلغ (1.3)

**6.2 التوصيات:**

1. دراسة تأثير التغيير في معايير الضبابية وقيم القطع على دقة التقدير وتحديد الحدود المثلى لاستخدام كل منها.
2. نوصي بتطبيق التوزيع المقترح وطرق التقدير المرافقة له في مجالات جديدة مثل التنبؤ بالمخاطر المالية، وتحليل الموثوقية في الهندسة، وتحليل بقاء المرضى في الطب، لرؤية كيف يمكن الاستفادة من هذه الطرق في هذه السياقات.
3. إجراء دراسات موسعة على البيانات السريرية لتطبيق النتائج التي تم التوصل إليها، بما في ذلك تحليل تأثير الزمن على توقعات بقاء المريض واستخدام هذه التقديرات في تحسين استراتيجيات العلاج.

**المصادر**


1. A.Ganaie , Rashid; A. Rather, V.Aafaq , : Weighted new quasi Lindley distribution with Properties and Applications", Journal of Xi'an University of Architecture & Technology Volume XII, Issue II, Issn No : 1006-7930. (2020)
2. A.Ibrahim, Nathier & A. Mohammed, Hussein, (2017), "Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential Distribution", American Journal of Mathematics and Statistics, 7(4): 143-151
3. A.Sancho-Royo,1 J. L. Verdegay 2, *, (2019), "Methods for the Construction of Membership Functions" , All content following this page was uploaded by Jose Luis Verdegay on 06 May 2019.1213-1230.
4. AL-Adilee, Ahmed, AL-Challabi, Hawraa , Falah, A., Hassanein & Abdul-Zahra, Dalael Saad : GENERALIZED LINDLEY DISTRIBUTION USING PROPORTIONAL HAZARD FAMILY AND INFERENCE OF FAILURE TIME DATA, Nonlinear Functional Analysis and Applications, Vol. 28, No. 3 (2023), pp.793-800, ISSN: 1229-1595(print), 2466-0973(online),https://doi.org/10.22771/nfaa.2023.28.03.13,http://nfaa.kyungnam.ac.kr/journal-nfaa Copyright c 2023 Kyungnam University Press, (2023)
5. Algarni I,D Ali , : On a new generalized lindley distribution: Properties, estimation and applications, PLOS ONE, https://doi.org/10.1371/journal.pone.0244328, 1-19.(2021)
6. Ali , Bashar Khalid; Neamah , Mahdi Wahhab, (2022), " New Robust Fuzzy Informative Standard Bayes Estimator for Exponential Distribution",
7. AL-Sabbah , Shrook A.S.; Moahammed , Shaymaa Mahood ; Abood, Ahmed Hamza , (2021), " Comparison of methods for estimating the reliability of arriving for the Burr distribution ", Journal of Physics Conference Series 1897(1):012005.
8. AL-Sabbah, Shrook.A.S.; Qasim , Bahaa Abdul Razaq; Shareef, Ashraf Mohammed, (2021), " Useing the Hierarchical Cluster Analysis and Fuzzy Cluster Analysis Methods for Classification of Some Hospitals in Basra ", Open AccessBaghdad Science JournalP-ISSN: Yager, Ronald R (2013). "Pythagorean membership grades in multicriteria decision making". IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 22 (4): 958–965. doi:10.1109/TFUZZ.2013.2278989. S2CID 37195356.
9. Yia , Yang; Lib, X. Rong; Deqiang Han, (2016), "An improved a-cut approach to transforming fuzzy membership function into basic belief assignment", Chinese Journal of Aeronautics, Volume 29, Issue 4, August 2016, Pages 1042-1051.
10. Zakon, Elias (2004). Mathematical Analysis I. Trillia Group. pp. 39–42.