

## الرياضيات في التراث العربي

## The Mathematic in The Arabic Civilization

إعداد المدرس المساعد

عبد الحسين صالح أحمد

كلية دجلة / الجامعة ٢٠١٣ - ٢٠١٤

## المخلص :

لم يكن باستطاعة العلماء العرب أن يسابقوا الزمن وتطوره ويكفي فضلهم في جمع التراث والمحافظة عليه من الضياع في عصور البداوة والتخلف ، وإضافة بعض الكنوز المبتكرة وتنظيمها وتسليم هذا التراث الخصب بكل ذخائره إلى أوروبا في مطلع يقظتها ، وكان على العرب أن يتابعوا المسيرة هذه ، ويتجنبوا الوقوع في عصور الإنحطاط ، هذا الإنحطاط العائد إلى عوامل التفكك وغزو البرابرة مما اضطرهم إلى تسليم مشعل الحضارة إلى شعب آخر كي يحمله شوطاً من الزمن .

فلو لم يحمل العرب ذلك المشعل شرقاً وغرباً لكان من العسير على أوروبا أن تحظى بنوره من جديد ، ولأشك في أن تراث العرب بالرياضيات هو جزء يسير من تراثهم في سائر العلوم الإنسانية ، ويعترف الباحث بأن البحث بحاجة إلى توسع في المستقبل لأن التراث الرياضي العربي زاخر بحيث لا يستوعبه بحث متواضع كهذا والله المستعان .

## Summary :

The earliest Arab scientists couldn't race the time and its development , but their role in collecting heritage and saving it from lost in ancient ages of retardation and backwardness, and adding some new treasures and organizing them, then deliver all these things to Europe in the starting of its development.

The Arabs should keep going in this revolution and avoid falling in lost ages. This lost depend on resolving factors and Baberian occupation, so the used to deliver this spark to another people to handle it a period of time.

If the Arabs didn't handle these sciences east and science lite again.

There is no doubt that the Arab heritage in mathematics is a small part of their knowledge in all human sciences.

The sealer admit that this study needs more expansion in the future because the Arab heritage is very full so this study can't cover totally.

## God helps us

## المقدمة :

إنّ حمل مشعل الحضارة من قبل علماء العرب والإسلام ، يكمن في تطبيقهم أساليب البحث العلمي، كما سنرى ذلك، واتباعهم مناهج العلوم الراقية في مختلف مجالات البحث والتتقيب فإذا كان من الصحيح إن قيام أية حضارة من الحضارات يتطلب مقدمات طبيعية واجتماعية تهـيـء لها المناخ المناسب ، والظروف الملائمة للتطور مثل قيام مجتمع متمدن يرفع العلوم والفنون ، ونظام سياسي قوي يحمي العلم والعلماء، ويوطد الأمن بين الناس. ولابدّ هنا من الإشارة إلى أنه لم يستطع شعب واحد في العالم أن يبني أركانها بمفرده، فكل شعب تسنّت له الظروف أن يساهم في بنائها لفترة من الزمن ومن ثم تساعد حضارته في بناء حضارة شعب آخر.

فال يونان أخذوا عن الآشوريين والفينيقيين والمصريين ، والعرب أخذوا عن سابقهم ، وكذلك فعل الأوروبيون لاحقاً ... فكل شعب يأخذ عن سبـقه ويضيف بحسب إمكانياته وقدراته ، وبحسب متطلبات الحياة من حوله . وهذا البحث المتواضع يقوم على سرد تاريخي لما قدمه العلماء العرب في مجال الرياضيات وتطور الرياضيات بمفاهيمها ، وصيغها وأرقامها وأشكالها الهندسية وما شاكل بحسب ورودها عند هؤلاء المفكرين وعلاقة تلك المفاهيم والصيغ بالرياضيات المتداولة في العصر الحديث ، حتى مفاهيم ما سُمي بالرياضيات الحديثة .

إنّ النهضة العربية والإسلامية التي سادت هذه الحقبة التاريخية هي ظاهرة طبيعية . وقد قام العرب بدورهم كاملاً في تقدم الفكر عامة ، والفكر الرياضي خاصة بكل وعي وفهم . بعد أن أدوا دور النقلة، وانتقلوا إلى مرحلة البحث والمناقشة وصياغة القواعد ثم خطوا خطوات كان لها ابعـد الأثر في المجال الحضاري . وقد شغلت الرياضيات فكر العديد من علماء العرب والمسلمين، فبرعوا فيها وأضافوا إليها أشياء هامة وأساسية .

لقد اطلع العرب على الفكر الرياضي الذي كان قد تكوّن عبر التاريخ قبلهم : فمن الفكر الرياضي عند البابليين إلى الرياضيات عند المصريين القدامى ، ومن الكتابات الفينيقية والهندسة الإغريقية إلى الأرقام الرومانية ، وولادة فكرة القيمة الموضعية ، ومن رياضيات أقاصي الصين إلى رياضيات الهند التي أدت دوراً أساسياً في بناء الرياضيات العددية بمعناها الصحيح ، وقد اقتضت طبيعة البحث أن نقسّمه إلى أربعة فصول .

ففي الفصل الأول تناولنا ولادة الفكر الرياضي في العصور القديمة . واختص الفصل الثاني بتكون الفكر الرياضي العربي . أما الفصل الثالث فتناول فيه الباحث الرياضيات عند العرب ، وفي الفصل الرابع ركز البحث على ولادة النظام العشري الموضعي وتطور مفاهيم الكسور إلى جانب ولادة علم الجبر . ويعترف الباحث بأن للموضوع امتدادات أخرى لم يستطع تناولها تجنباً للإطالة وإثارة للإيجاز .

والله أعلم

الباحث

## المبحث الأول

## ولادة الفكر الرياضي في العصور القديمة

١- يتفق علماء الأنثروبولوجيا على أن المدنية بكامل جوانبها ، قد بدأت مع الزراعة ، ولا تزال هذه الكلمة تعني الثقافة في عدد من اللغات . أمّا الهندسة ، فقد كانت في بدايتها عبارة عن طريقة لقياس الأرض وتعود ولادة علم الفلك إلى السعي لحساب المحاصيل والفصول وما شابه ، كل ذلك يستدعي مشاهدة النجوم ومراقبة حركاتها ومن ثمّ إنشاء التقويم ، ثم استخدام علم الفلك في الملاحة البحرية ، كما طوّرت التجارة علم الرياضيات والحسابات المعقدة ، وعملت فنون الصناعة على وضع أساس العلوم الطبيعية والكيميائية .

والعدّ أوّل ما شهد الإنسان من صور الكلام ولا يزال العدّ ، في كثير من القبائل مظهرًا بسيطًا للغاية ، فقد عدّ (التسمانيون) إلى العدد اثنين ولم يتجاوزوه : (پارمري ، كالابوا ، كاروبا) يعني : واحد اثنين كثير ، كما ذهب أهل قبيلة كوراني في البرازيل إلى أبعد من ذلك فقالوا : (واحد ، اثنين ثلاثة ، أربعة ، كثير)<sup>(١)</sup>.

ولما أدرك الإنسان فكرة العدد (اثني عشر) فرح به كنظام للعد لأنه مريح للنفس ، بقبوله القسمة على خمسة من الأعداد الستة الأولى ، هنا ولد النظام الاثنا عشري في الحساب ، وهو نظام لا يزال قائمًا حتى اليوم في كثير من البلدان ، وفي المقاييس الإنكليزية وغيرها .... وعندما أضيفت أصابع اليدين إلى أصابع الرجلين تكوّنت فكرة العدد عشرين، وبقي لهذا العدد أثر في العدّ ظاهر في قول الفرنسيين (أربع عشرينات) ، ليدلّوا على ثمانين ولا ننسى ما للحصى من أهمية عملية العد والحساب .

وتكوين مفاهيم الأعداد ولا يزال لمعنى هذه الكلمة في الفرنسية والإنكليزية دور في تسمية الحساب calcul أو Calculate التي تشير بأصلها اللغوي إلى كلمة حجر صغير أو حصة (أصلها لا تيني Calculus)<sup>(٢)</sup>.

٢- يمتاز الإنسان حتى في مراحل تطوّره الأولى ، بملكه الإحساس العددي هذه الملكة تمكنه من إدراك تغيير يحدث في مجموعة صغيرة إذا ما أضيف إليها أو أزيل منها شيء ، حتى من دون الاعتماد على عملية العدّ أو على أية معلومات مباشرة ، وقد أثبتت الأبحاث العلمية إنّ بعض الحيوانات عندها إحساس عدد مظهري يشبه إحساسنا العددي قبل الوصول إلى عملية العدّ .

دُعمت هذه النظرية بأدلة مثل الإحساس عند الطيور فإذا كان هناك عشّ فيه أربع بيضات، فإنه يمكن أخذ واحدة منها من دون أن يُدرك الطائر ذلك ، ولكن إذا أخذت بيضتان فإن

الطائر غالباً ما يهاجر ، وعند تكرار هذه التجربة تبين أنّ الطائر يستطيع بطريقة ما ، لم يفسرّ حتى الآن أن يميّز بين اثنين وثلاثة .

٣- أمّا الإنسان البدائي فقد عبّر عن فكرة العدد بأساليبه الخاصة كرسـم بعض الخطوط على حائط مغارته ، معبراً فيها عن عدد اليرقات التي يمتلكها مثلاً ، أو عدد الخراف أو العنزات ، أو ربما عدد أولاده أو زوجاته ، أو الأشياء التي كان يهتم بها كثيراً .

وعندما أصبحت فكرة العدد تتكاثر إلى فكرة التزاوج ، أو التقابل التي تعرضها الرياضيات الحديثة اليوم لبناء مفهوم العدد ، مثلاً : إذا أراد معرفة عدد خرافه الموجودة في الزريبة ، والتي يقوم برعايتها كل يوم في الغابات والسهول ، فإنه يقف على باب الزريبة صباحاً ، وكلما خرج خروف يحمل حصاة في يده ، وهكذا دواليك حتى ينتهي خروج القطيع من الحظيرة ، ومن ثم يحتفظ بمجموعة الحصى هذه إلى أن يعود في المساء ، فيرمي حصلة واحدة عند دخول أول خروف إلى الحظيرة ، ويرمي الحصاة ثانية عند دخول الخروف الثاني ، وهكذا تباعاً .. فإذا دخل الخروف الأخير ، وهو يرمي الحصاة الأخيرة فإنه يطمئن إلى عدم إضاعة شيء من قطيعه وإذا بقي حصى في يده فإنه يتأكد من ضياع عدد من الخراف وفي حال رمي كل الحصى وبقي عدد خارج الزريبة فهو يستنتج أن عدداً من الخراف الغريبة قد انضمت إلى قطيعه<sup>(٣)</sup> .

إلى هذا المثل بالذات عاد علماء الرياضيات الحديثة في تحديدهم لأساس فكرة العدد في ذهن الإنسان ، فكانت العلاقات (غامر ، تباين ، تقابل) .

إنّ أصل العدد يختفي وراء ظلمات العصور القديمة فهل نشأ هذا المفهوم من الخبرة ، أو أنّ الخبرة عملت فقط على توضيح ما هو كامن فعلاً في العقل البدائي ؟

هنا يجب أن تعمل الأبحاث بعمق على تقصي الحقائق ، إنّ الإحساس العددي عند الإنسان القديم الذي لم يكن يتعدى في مداه ذلك الإحساس عند الطيور ، كان النواة التي انبثق منها المفهوم العددي ، وانطلقت منه مبادئ الرياضيات .

٤- فالعدّ هو الذي حوّل الأشياء المحسوسة غير المتجانسة إلى مفهوم عددي متجانس مجرد ، مما جعل الرياضيات وتقدمها أمراً ممكناً .

علاوةً على ذلك نجد أنه من الغريب أن يكون بالإمكان الوصول إلى مفهوم العدد بصورة منطقية وواضحة ودقيقة بدون الالتجاء إلى عملية العدّ .

فقد حدّد مفهوم العدد لحظة مشتركة بين مجموعات متكافئة ، مثلاً عندما ندخل صالة للعرض ، ونجد أمامنا مجموعتين هما مقاعد الصالة والمتفرجين يمكننا التأكد بدون استخدام

عملية العد إذا ما كانت المجموعتان متكافئتين أو لا ، إذا لم تكونا متكافئتين فأيهما أكبر من الأخرى عددياً ؟ إذا أشغلت جميع المقاعد ، ولم يبق متفرج واقفاً ، فإننا ندرك ان المجموعتين متكافئتان وباختلاف ذلك ندرك إذا كان المتفرجون أكثر من المقاعد .

أو العكس هكذا يختصر إيجاد كم مجموعة معطاة إلى اختيار مجموعة من المجموعات النموذجية الممكنة بحيث يمكن مزاجه هذا النموذج مع المجموعة المعطاة عنصراً إلى عنصر . ويبقى الدور الأساسي للأصابع في عملية العدّ وربما مرّت عوامل في كثير من اللغات طمست المعنى الأصلي للكلمات .. ومع ذلك فإنه لا تنقصها بصمات الأصابع ويتضح ذلك من مقارنة معنى العدد (خمسة) في اللغات السنسكريتية والفارسية والروسية فكلها تدلّ على معنى السيد<sup>(٤)</sup> . بالنسبة للإنسان البدائي ينبغي أن ندرك أيضاً إنّ الأصابع الوسيلة الوحيدة للعد .

إنّ أقدم استخدام منظمّ للأعداد المكتوبة يعود إلى قدماء المصريين وقدماء السومريين ، أي ما يقارب (٣٥٠٠) سنة ق. م . ولا ننسى ما للصينيين والفينيقيين من دور في هذا المجال ، وكذلك الهنود بعدهم ، ومن ثم الإغريق ، كل هذه الحضارات القديمة أثرت وتفاعلت في الحضارة العربية التي ازدهرت بعدها ، فقام العرب بجمع هذه المعلومات كلها وحصرها وتنظيمها وإضافة العدد من الاكتشافات عليها ، كما سنرى في هذا البحث ، وتقديمها للغرب الذي بدوره أعاد تنظيمها ، وأضاف عليها<sup>(٥)</sup>.

## المبحث الثاني

## تكوّن الفكر الرياضي العربي

أولاً - ما هي الرياضيات التي كان يستخدمها العرب في العصر الجاهلي ؟

اتصلت الجزيرة العربية بالعالم المتحضر من حولها بمجيء الإسلام ، وذلك عن طريق الخطوط التجارية والحملات العسكرية والبعثات الدينية وما شابه ، ويقول الدكتور شوقي ضيف : " لم يكن هناك حضارة واضحة ، وإنما كان عندهم علم بالزراعة وهندسة إقامة المدن وإرواء الأراضي ... ، هذا بالنسبة لعرب الجنوب ، أمّا عرب الشمال فقد احتكوا بالحضارات المجاورة وتعاطوا التجارة ، ورأوا ما تتطلبه من معرفة بالحساب والجغرافية والفلك والملاحة .. إلا أن هذه العلوم كانت بدائية محدودة .. ومهما يكن من أمر ، فقد كان العرب على علم ببعض العلوم التي يحتاجون إليها من طب ، وفلك ، ورياضيات ، فضلاً عن علم الرياسة (البناء بالحجر) والريافة (استنباط الماء من جوف الأرض) والعرافة والكهانة (التنبؤ بالمستقبل ومعرفة الماضي) والقيافة (اقتفاء الأثر) والفراسة (معرفة الصفات النفسية من المزاج الخارجي)<sup>(٦)</sup> .

تميزت معارف العرب في الجاهلية ، بكونها بُنيت على الملاحظة والتجربة المباشرة ، كما أنها لم تكن ذات مستوى علمي مهم لكونها تقتصر إلى الدقة والتجريب وكانت تتجه نحو التطبيق العملي بحسب الحاجة إليها .

لقد استخدم العرب في حساباتهم التجارية وحساباتهم العادية ، في عصر الجاهلية ، الأعداد المعبر عنها بالأحرف ، فقد أكملوا السلم الفينيقي الأسبق ، وأضافوا إليه حروفهم العربية مع إعطائهم قيمة عددية كما يدلّ الجدول الآتي :

|     |     |     |     |     |     |     |      |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| أ   | ب   | ج   | د   | هـ  | و   | ز   | ح    | ط   | ي   |
| ١   | ٢   | ٣   | ٤   | ٥   | ٦   | ٧   | ٨    | ٩   | ١٠  |
| ك   | ل   | م   | ن   | س   | ع   | ف   | ص    | ق   | ر   |
| ٢٠  | ٣٠  | ٤٠  | ٥٠  | ٦٠  | ٧٠  | ٨٠  | ٩٠   | ١٠٠ | ٢٠٠ |
| ش   | ت   | ث   | ع   | ذ   | ض   | ظ   | غ    |     |     |
| ٣٠٠ | ٤٠٠ | ٥٠٠ | ٦٠٠ | ٧٠٠ | ٨٠٠ | ٩٠٠ | ١٠٠٠ |     | (٧) |

ويلي معرفتهم بالحساب هذه معرفتهم بالنجوم وبالظواهر الجوية والفلكية ، كانوا يربطون بين دوران الكواكب ، وتغيرات الرياح وسقوط الأمطار وتقلبات الطقس ، ويقول

الجاحظ عن عرب الجاهلية : " عرفوا الأنواء ونجوم الاهتداء ، لأن من كان بالصالحين والاماليحيث لا اماره ولا هادي مع حاجته الى بعد الشقة مضطر إلى التماس ما ينجيه ويؤديه ، ولحاجته إلى الغيث وفراره من الجذب وظنه بالحياة . اضطرته الحاجة إلى تعرف شأن الغيث...<sup>(٨)</sup> .

يمكننا القول باختصار ، أنهم عرفوا عدداً وافراً من الكواكب الثابتة مع مواضع مطالعها ومغاربها ، كما عرفوا الكواكب السيارة ، لكنهم لم يتوصلوا إلى معلومات دقيقة لعدم استعانتهم بالرياضيات والآلات الراصدة ، كما فعل قبلهم البابليون والمصريون .

وقد لاحظ العرب القدماء اختلاف الفصول الأربعة بالنسبة للأشهر القمرية فلجأوا إلى النسيء أو الكبيس ، فكانوا يكسبون كل سنة عشرة أيام يضيفون في نهاية الثالثة شهراً لكن الإسلام حرم النسيء سنة (١٠هـ)، ووضع مفهوم السنة الهجرية المعروفة حالياً .

#### ثانياً - انطلاق الرياضيات مع توسع الفتح الإسلامي :

انتشر الإسلام بسرعة امتداد الفتح العربي ، فاعتنقته أمم الشعوب العريقة ، وعرفت حضارات شتى وثقافات متنوعة وعلوم مختلفة ، فاتصل الإسلام بهذه الأمم جميعاً كما اتصلت به وأخذ منها كما أعطاه ونتيجة هذا الاتصال عرف العرب حضارة الهند وحكمة إيران ، وفلسفة اليونان وشريعة الرومان ، وتراث مصر ، واختلط بأقوام تنوعت عقائدهم وتباينت مذاهبهم وتعددت أجناسهم ، وتشعبت أفكارهم وآدابهم .

فنتج عن ذلك كله مزاج فكري واجتماعي واقتصادي وروحي جديد ، أعطى الحضارة الإسلامية معناها ومبناها الجديدين ، فكانت الجسر السهل والبناء المتين لحمل مشعل الحضارة نحو سبعمائة سنة ، قدمته بعد ذلك لأوروبا كي تبني الحضارة الحديثة التي نحيا في ظلها الآن وبناتجها .

ثالثاً - أدت التجارة دوراً رئيساً في انتشار النهضة العلمية في العصور العباسية فقد امتدت اتصالات الخليفة التجارية بعيداً ، فوصل العرب آنذاك إلى الهند والصين شرقاً، بيزنطة وروسيا شمالاً ، كما اتصلوا بشعوب حوض البحر المتوسط قاطبة ، وتوغلوا في أفريقيا ، فوصلوا إلى مدغشقر ، وأواسط أفريقيا ، وقد وصلوا إلى إمبراطورية الصين شرقاً .

هذا الانفتاح على جميع الشعوب جعل أرض المشرق كافة مهياً لأن تكون مركزاً للعلم والازدهار ، وللنشاطات الفكرية والعلمية ، وكانت المدارس في سوريا وإيران وبلاد ما بين النهرين مراكز لصهر الأفكار والعلوم الخارجية في بوتقة الثقافة العربية التي كانت أقل شأناً من

تلك التي أتت من اليونان ، أو من الهند ، أو مصر ، أو بلاد فارس ، إلا أن القرآن الكريم كان له دور متسامٍ فوق كل هذه العلوم .

وفي أواخر القرن السابع قام الأسقف جورج جوس، وألف شعراً حول استخدام الروزنامة ؛ في هذا الوقت أمر الخليفة عمر (٧١٧-٧٢٠) بتجميع العلماء والمفكرين في انطاكية ، إلا أن المدن السورية فقدت قدرتها ، في عهد العباسيين ، إذ انتقل الفكر إلى حرّان ومن ثم إلى بغداد ، وكان الأثر اليوناني واضحاً في هذا الفكر ، ينافسه التأثير الهندي بشكل أساس ، والتراث البابلي القديم فضلاً عن الحضارة المصرية لاسيما فيما يتعلق بالفلك والرياضيات<sup>(٩)</sup> .

في نهاية القرن الثامن تجمع كل العلماء والنقلة والمفكرين في بغداد ، أو في محيطها وقد شجّع الخلفاء الترجمة ، وتقدّمت العلوم لاسيما في عهد المنصور وهارون الرشيد فأسس الرشيد مكتبة بغداد وزوّدها بمخطوطات عديدة ، جاء بها من بيزنطية ، وتوّج هذه النهضة عهد الخليفة المأمون في مطلع القرن التاسع ، إذ قام ببعثات عملية للبحث عن المخطوطات ، وجمع العلوم المختلفة فضلاً عن تشجيعه الترجمة والنقل .

لقد أصبحت بغداد في عهد المأمون مركزاً عالمياً للثقافة ، إذ اشتملت على عشرات المكتبات . جمع المأمون العلماء في أكاديمية أطلق عليها اسم (بيت الحكمة) فقدمت معلومات مهمة عن الخسوف والكسوف ووضع الخرائط الجغرافية الجديدة ، وشجعت الأبحاث العلمية وذلك بتقدير علماء البحث وحمايتهم ومكافاتهم ..

ولم يحل عام (٨٥٠م) حتى كانت معظم الكتب اليونانية القديمة في العلوم الرياضية والفلك والطب والكيمياء والطبيعيات قد ترجمت إلى اللغة العربية .

ففي هذا العصر تكوّنت المدارس الفلسفية الكبرى التي كان لها تأثير فعّال على كل العلوم الطبيعية والرياضية منها ، وقد اهتم العلماء بمجالات العلوم كافة فكنا نجد عالم الرياضيات مثلاً يهتم بالطب والفلسفة ، والعكس يصحّ أيضاً ، فالفيلسوف العربي الكبير أبو يوسف يعقوب ابن اسحق الكندي (ت : ٨٧٣م) عمل تحت سلطة المأمون والمعتصم ، لكنه لُوحق في عهد المتوكل، وأهم أعماله كانت حول النور والبصريات والموسيقى والطب ، وهو أول من عالج باللغة العربية وصفاً دقيقاً للحساب الهندي .

فشجع اكتشاف العلوم الهندية ، كما شجّع علماء بغداد على الاهتمام بالفلك ، ويذكر أن أبا الحسن القفطي وصل عام (١٥٦هـ/٧٧٣م)، آتياً من الهند إلى بغداد ، وهو رجل مثقف بحضارة بلاده - هذا الرجل يملك طريقة السند هند المتعلقة بحركات الكواكب - وبالمعادلات التي تسحب بواسطة الجيب من ربع درجة إلى ربع درجة ويعرف أنواعاً مختلفة لتحديد

الخشوف . فأمر الخليفة بترجمة معلوماته إلى العربية وهو الذي أدخل الأرقام الهندية إلى العربية بما فيها الصفر ومفاهيم حساب المثلثات البدائية وغيرها<sup>(١٠)</sup>.

#### رابعاً- موقع الرياضيات من البحوث العلمية هذه :

كانت أهداف الرياضيات المباشرة تأمين حلّ المسائل المتعلقة بالبناء وقياس الأرض والتجارة ، ومال الدولة ، وهناك مسائل تقسيم الإرث وحسابات الأبنية المعقدة ، يضاف إلى كل ذلك حسابات التقويم وعلم الفلك الذي أدى دوراً أساسياً في تقدم الرياضيات في الشرق . وتأثرت الرياضيات المشرقية بالرياضيات في الهند والصين ، فكما كانوا يدخلون ضمنها حساب الفلك وما ينتج عنه ، كذلك قامت الرياضيات العربية بحسابات الروزنامة كما حسنت الآلات الفلكية .

وقد اهتمت مدرسة بغداد بمواضع مختلفة، تناولت المجالات الآتية :  
الحساب التجاري ، حساب الأشكال الهندسية - حسابات الأبنية التقريبية ، علم المثلثات والجبر العددي ... نستطيع التمييز بين ثلاث مراحل في هذه الرياضيات :  
المرحلة الأولى : استيعاب الثقافة اليونانية ، والثقافات الشرقية السابقة الذكر من القرن السابع حتى القرن التاسع الميلادي .

المرحلة الثانية : تأثير الثقافة اليونانية على الفكر العربي والمشرقي : الفلسفة - البراهين الرياضية - المنطق ... مع تكوين فكر رياضي عربي متأثر باليونان - خلال القرن العاشر ميلادي - لكنه أكثر تطوراً في النواحي العددية والجبرية بصورة خاصة .  
المرحلة الثالثة : الانطلاقة الجديدة في الرياضيات عند العرب ، إنما على أساس البراهين اليونانية وبأرقام هندية - من هنا كان الجبر والمنطق وحساب المثلثات والحسابات الفلكية - القرن الحادي عشر وما بعده ، وما تبعه من نضج فكري ورياضي - فكّون الأداة التي انطلقت منها النهضة الأوروبية وسنرى ذلك لاحقاً<sup>(١١)</sup>.

#### خامساً- أشهر علماء الرياضيات في هذه المرحلة :

أتاح استيعاب الإرث الكلاسيكي القديم للرياضيين في البلدان الإسلامية بلوغ مستوى أعلى من مستوى الصين والهند في اللوغاريتمات العددية والمسائل المتنوعة، فحيث اكتفى الصينيون والهنود بإيجاد طريقة خاصة للحل توصل العلماء العرب إلى إيجاد النظرية العامة اللازمة لذلك ، فعلى أساس نظرية القطاعات المخروطية التي أخذوها عن القدماء ، أوجدوا نظرية هندسية متقدمة لمعادلات الدرجة الثالثة .

كما نمت أفكارٌ متقدمة عما توصل إليه الإغريق ؟ فقد وضعوا محل نظرية التناسبات عند ادوكسواقليدوس نظرية أخرى يبدو فيها مفهوم العدد الحقيقي Number reel أكثر شمولاً واتساعاً كما ان فكرة العدد الحقيقي هذه التي أضافها العلماء العرب على الأعداد القديمة تساهم مساهمة فعالة في خدمة العلوم وتطبيقاتها ، كما أنها تُعبر خطوة على طريق فكرة تكوين مفاهيم ما نعرفه اليوم تحت اسم الرياضيات الحديثة التي عملت على تجميع الرياضيات وفهم بنية الأعداد كل مجموعة بحسب مجالاتها ، مثل :

$$N = \{ 0, 1, 2, \dots, 23 \dots, 1156 \dots \}$$

مجموعة الأعداد الطبيعية الكاملة :

$$Z = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

مجموعة الأعداد النسبية :

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} ; a \in Z \text{ et } b \in Z^* \right\}$$

مجموعة الأعداد الحقيقية ويدخل ضمنها إضافة إلى الجذور  $\pi$  وغيرها  $R$ .

مجموعة الأعداد المركبة (يضاف إلى  $R$  ، الأعداد الخيالية  $C$  )

لا يظهر تأثير الرياضيات الإغريقية في طرائق البحث فقط ، بل يظهر أيضاً في أسلوب التفكير عند العلماء العرب الذين سعوا لتقديم براهين منطقية ووضع بيانات متكاملة لحل الأمثلة والمسائل كانت تتخذ من المشاكل التي تحدث كل يوم ، فالكتب تحتوي على أمثلة عددية كثيرة من الحياة اليومية .

من أبرز المفكرين في مدرسة بغداد الرياضية نذكر محمد بن موسى المعروف بالخوارزمي نسبة إلى مسقط رأسه خوارزم (٧٨٠-٨٥٠) الذي عمل في بيت الحكمة. كتب الخوارزمي رسائل قيمة في خمسة علوم ، كتب عن الأرقام الهندية .

وجمع أزيحاً فلكية ظلت متداولة قروناً طويلة بين الأندلس والصين كما وضع أقدم الجداول المعروفة في علم المثلثات ، واشترك مع تسعة وثلاثين من العلماء في وضع موسوعة جغرافية للخليفة المأمون ، وأورد في كتابه الجبر والمقابلة حلولاً تحليلية وهندسية لمعادلات الدرجة الثانية نذكر من علماء بيت الحكمة الحجاج بن مطر (٧٨٦-٨٣٥م) ، وهو أول مترجم لكتاب الأصول les elements لأقليدوس ، وعباس بن سعيد الجوهري الذي ظهر نحو سنة (٨٣٠م) كان من أوائل الذين رصدوا في الإسلام ، فقد قام ببعض الأرصاد في بغداد وفي

دمشق، وقد ناقش وعلق على كتاب إقليدوس ، واشتغل في الهندسة وصناعة التسيير وحساب الفلك .

- حبش الحاسب المروزي : كتب كثيراً في الفلك وآلات الرصد - وضع جداول للظل وظل التمام. يقول ابن النديم انه جاوز سن المئة
  - الارجاني (ابن راهويه) : فسّر المقالة العاشرة لكتاب الأصول لاقليدوس وتوفي نحو سنة (٨٥٣م) .
  - موسى بن شاكر وبنوه ثلاثة : لمع اسمه في الهندسة (في عصر المأمون) وانبثق منه ثلاثة اعلام هم : محمد وأحمد وحسن نبغوا في الرياضيات وعلم الهيئة والفلسفة وكان لهم في ذلك مؤلفات نادرة .
  - ثابت بن قرة : ولد سنة (٨٣٥) في حران وعمل صيرفياً في حيران ثم انتقل إلى بغداد ، واشتغل بعلوم الأوائل ، فمهر بها وبرع ، أهم ما يحكى عن هذا العالم ، إنه كلن يرى في البحث والاستقصاء والمتابعة لذة هي اسمى أنواع اللذات .
  - ابن الهيثم : أدق رياضي عرف في عصره - ظهر في القرن الخامس للهجرة في البصرة، ونزل مصر واستوطنها حتى مات عام (١٠٣٨م) قال عنه سارطون : " ابن الهيثم اعظم عالم ظهر عند العرب في علم الطبيعة في القرون الوسطى " (١٢) .
- ويعود الفضل إلى ابن الهيثم في بعث النهضة الأوروبية بالنواحي العلمية .

## المبحث الثالث

## ولادة النظام العشري الموضعي وانتشاره

ذكرنا سابقاً ما توصل إليه المصريون واليونانيون والفينيقيون ، وكيف أن العرب كانوا يستخدمون الأعداد على أساس الأحرف إلى أن دخلت الأرقام الهندية فكان النظام العشري معروفاً قبل ذلك لكنه أدخل مفهوم القيمة الموضعية إليه بذلك أصبحت بنية العدد الطبيعي متكاملة ، ومن ثمَّ اشتقت الأعداد النسبية منها . تمَّ توضيح ذلك على يد الخوارزمي في عهد المأمون ، وما اكتشف النظام العشري الموضعي سوى خطوة جبارة لتركيب الأعداد بشكلها الصحيح . وعلى أساس النظام العشري يمكن تحويل الأعداد إلى أي نظام كان . فالنظام الخماسي استُخدم كثيراً عند بعض الشعوب والنظام الاثنا عشري أيضاً ولا يزال أثر ذلك حتى اليوم (استخدام الدزينة) ، والنظام الستيني ذو الأصل البابلي لا يزال يستخدم في الروزنامة ، والتوقيت وحساب قياس الزوايا .. هذه الخطوة تعدّ خطوة جبارة قام بها العلماء العرب على طريق تقدم الرياضيات بشكل عام .

## رياضيات الخوارزمي :

كان الخوارزمي أحد الأعضاء الرئيسيين لمجموعة العلماء والرياضيين والفلكيين الذين عملوا تحت سلطة المأمون في بيت الحكمة وبقيت بعض أعماله غير معروفة ، وربما اندثر منها الكثير ، عنده بحث في الحساب والجبر والفلك والجغرافيا والروزنامة ولا بدّ أن عنده مؤلفات حول الاسطرلاب والمزولة ، أي الساعة الشمسية.

كان لرياضيات الخوارزمي ولاسيما في الحساب والجبر أثر بالغ على نمو الرياضيات لاحقاً ، فكانت مرجعاً للعلماء لا بل تبنتها المجتمعات والدول بشكل رسمي ولا يزال أثرها حتى اليوم . فقد جمع في مؤلفاته ما يطلبه رجال العلم من الرياضيات ورجال الأعمال التطبيقية أخذاً بعين الاعتبار حاجات الحياة اليومية لكل من اكتسب المفاهيم الرياضية وهذه هي أهداف تعليم الرياضيات في عصرنا الحالي : تأمين الحاجات الحسابية اليومية ، وخدمة بقية العلوم في حل مسائلها ... كل ذلك يشير إلى أن مساهمة رياضيات العلماء العرب ذات فعالية لا يزال أثرها حتى اليوم جاء على لسان الخوارزمي ما يأتي :

" ... إني لما نظرت فيما يحتاج إليه الناس من الحساب ، وجدتُ جميع ذلك عدداً ، ووجدت جميع الأعداد ، إنما تركبت من الواحد ، والواحد داخل في جميع الأعداد ، ووجدت جميع ما يلفظ به من الأعداد ما جاوز الواحد إلى العشرة يخرج منها مخرج الواحد ، ثمَّ تنثني

العشرة ، وتتلت ، كما فعل الواحد فتكون منها العشرون والثلاثون إلى تمام المئة ، ثم تتلى المئة وتتلت ، كما فعل بالواحد وبالعشرة إلى الألف ، ثم كذلك تردد الألف ....<sup>(١٣)</sup>.

يبين الخوارزمي في تركيب الأعداد على أساس النظام العشري ، وهكذا نصبح لا نحتاج إلا إلى اثنتي عشرة كلمة كاملة للتعبير عن الأعداد إلى ما لا نهاية .. وفي هذا النص بوضوح تركيب هذا النظام الذي انتشر في العالم بأسره .

يعتبر البحث الذي وضعه الخوارزمي أول كتاب نعرفه ، وفيه تم استخدام النظام العشري ، والعمليات الحسابية المطبقة على هذا النظام . فقد استخدم الكيميائي المشهور أبو موسى جابر بن حيان مبدأ القيمة الموضعية للرقم .

ورمز للصفر في كتابه (السموم) سنة ٧٧٦م ، إنما بشكل غير متكامل . هنا نجد صعوبة في البحث عن أساس فكرة القيمة الموضعية والنظام العشري وكيف أن اندماجهما في نسق متكامل أوجد بنية العدد بشكله الصحيح .

فالمهم أن الخوارزمي أول من ركّب العدد على أساس النظام العشري وأعطى فكرة المنازل (آحاد - عشرات - مئات) وإعطاء الأرقام قيمةً بحسب موضعها في هذه المنازل . هذا التركيب مكن الإنسان من كتابة الأعداد الكبيرة جداً في أقل من سطر واحد على ورقة صغيرة ، تُرجم هذا البحث إلى اللاتينية وبقي النص المعروف حتى اليوم .

بعد أن يقوم الخوارزمي بتوضيح النظام العشري للترقيم الموضعي بواسطة الأرقام الهندية ، وبصورة خاصة باستخدامه الدائرة الصغيرة (0) للصفر ينتقل إلى توضيح الصفات العددية في حالة الأعداد الكبيرة . وذلك باستخدام مفاهيم المنازل العددية (آحاد - عشرات - مئات - آلاف) بعد أن يحددها بوضوح وقد استخدم هذه الطريقة لكتابة الأعداد الكبيرة وقراءتها ، فقد أعطى مثلاً العدد التالي 8631180703051492 وقراءته على النحو الآتي : ألف ألف وثلاثة آلاف ألف ومئة ألف ألف ألف وثمانون ألف ألف ألف وسبعماية ألف ألف ألف وثلاثة آلاف ألف واحد وخمسون ألف واربعماية واثنان وتسعون ألفاً وثمانمائة وثلاثة وستون . هذه الطريقة المفصلة لقراءة الأعداد استمرت زمناً طويلاً في المؤلفات العربية والأوروبية على حدّ سواء .

يتابع المؤلف وصف العمليات الحسابية بحسب الطريقة الهندية ، وفي الأمثلة تكتب الأعداد إما بالأرقام الهندية ، أو يستعين أحياناً بالأرقام الرومانية وأحياناً يمزج الاثنين معاً ، مثلاً: ألفان وثلاثمائة و XXXVI ، أي 2336<sup>(١٤)</sup> .

ينصح الخوارزمي البدء من الشمال إلى اليمين في عمليتي الجمع والطرح أي البدء بعكس ما هو معروف اليوم بالمنزلة الكبيرة أولاً . لأن ذلك سهل حسب رأيه ؛ كما يلح في أكثر من مكان على عدم نسيان استخدام الصفر لعدم الوقوع في أخطاء المنازل ، كما ينبه إلى عملية

الطرح بالاستعارة عندما يكون الرقم في المطروح منه أكبر . يذكرنا هذا بطرق تدريس الرياضيات الحديثة التي تعود للبدء بتعليم خوارزميات<sup>(١٥)</sup> الجمع الطرح والضرب والقسمة قبل تطبيق الطريقة المعروفة في النهاية ، وهذا يدخل ضمن أساليب تدريس الرياضيات .

لم يضع الخوارزمي تحديداً معيناً للجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة بين الأعداد الطبيعية بينما يقول يوحنا الاشبيلي: (الجمع يعني تجميع عددين أو أكثر في عدد واحد)<sup>(١٦)</sup> ، والطرح يعني طرح عدد معين من عدد آخر أكبر منه . أما الضرب فيذكر عنه مؤلف مخطوطة كمبردج بأنه تضاعف لعدد معين مع الأرقام الهندية المعروفة .. هنا نجد تشابهاً مع تحديد الضرب عند الخوارزمي في رسالته عند الجبر .

في حين ان القسمة تشبه الضرب، إنما بشكل عكسي عنه ، ففي القسمة نطرح في حين ان الضرب يضاعف ، بالنسبة ليوحنا الاشبيلي تعني القسمة تقسيم عدد كبير إلى أجزاء بحسب كمية عدد أصغر ، أي أننا نطرح الصغير من الكبير بعدد المرات التي يحتويها الآخر . كما اهتم الخوارزمي بالتضاعف الثنائي والقسمة باثنين كعمليات خاصة ، إذ كان لها دور أساس في الرياضيات المصرية القديمة ، حيث كانت تؤدي دور المساعد في إجراء عمليات الضرب والقسمة .

ينتقل الخوارزمي بعد ذلك إلى دراسة الكسور ويعلن بعد ذلك معالجته لاستخراج الجذر التربيعي ، ولنا عودة إلى ذلك ، لكن دراسة الجذر التربيعي غير موجودة في مخطوطة كمبردج ، أما يوحنا الاشبيلي الذي خصص لذلك مكاناً مهماً في كتابه (ما يقارب ٢٠ صفحة) يقول بأن الخوارزمي توصل إلى استخراج الجذر التربيعي بحسب الطريقة الهندية ، ومن ثم وضع طريقة استخراج الجذر التربيعي بواسطة الدوائر الصغيرة ، أي الاصفار (zero) ويتوقع استخراج الجذر التربيعي لأي عدد طبيعي لا يكون مربعاً بواسطة التحول الآتي :

$$\sqrt{N} = \frac{1}{10^x} \sqrt{N + 10^{2k}}$$

يتحول الجزء الكسري من النتيجة إلى كسر ستيني ، ويقدر ما يزداد عدد الاصفار بقدر ما تكون النتيجة أقرب إلى الصحة مثلاً :

$$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2000000}}{1000} = \frac{1414}{1000} = 1.414$$

أو تقريباً :

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{50}{60^2} + \frac{24}{60^3}$$

إلا أن يوحنا الاشبيلي يشير إلى طريقة أخرى في مكان لاحق لاستخراج الجذر التربيعي لعدد ليس مربعاً .

$$\sqrt{N} = \sqrt{A^2 + B} \approx A + \frac{B}{2A}$$

في حين انالزاوي إشارة إلى حلّ تقريبي ، يحصل بنتيجته على قيمة تقريبية .

$$\sqrt{N} = \sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a + 1}$$

إنّ شكل الأرقام التي استخدمها الخوارزمي بقي غير معروف ، ولا يمكننا إعطاء الحكم من بعض الأرقام التي نجدها هنا وهناك ، مما لاشكّ فيه أنّه استخدم الأرقام الهندية التي راجت في الشرق في تلك الحقبة من الزمن واتخذت شكلين من الكتابة وراجت في الشرق والغرب<sup>(١٧)</sup> .

## المبحث الرابع

## تطور مفاهيم الكسور

يشق الكسر عند العرب من فعل كسر ، أي أخذ جزء من الوحدة الأساسية المحددة يحدّد النص اللاتيني للحساب عند الخوارزمي بعض النواحي المميزة للكسور في اللغة العربية ؛ إذا أعطيت الكسور التي تكون صورتها واحد، ومخرجها متغيّر أسماء خاصة بكل منها، مثل: نصف  $\frac{1}{2}$  ، ثلث  $\frac{1}{3}$  ، ربع  $\frac{1}{4}$  ، خمس  $\frac{1}{5}$  ... حتى  $\frac{1}{10}$  عشر نلاحظ هنا أسماء هذه الكسور في اللغات الأجنبية اتبعت التسمية نفسها في لغاتهم مثلاً:  $\frac{1}{5}$  un cinquieme في الفرنسية ، و  $\frac{1}{5}$  Fifth في الانكليزية

يقوم الخوارزمي أولاً بوصف الكسور على أساس النظام الستيني الذي يعيده إلى الهنود تكتب هذه الكسور كما تكتب الكسور العادية على الطريقة الهندية ، أي على عمود مثل :

|                   |          |
|-------------------|----------|
| الساعات في الاعلى | ٥ ساعات  |
| ثم الدقائق        | ٣٠ دقيقة |
| ثم الثواني        | ٤٠ ثانية |

ثم ينتقل إلى وصف عملية الضرب في الكسور بحسب مختلف الكسور الستينية ففي عمليات ضرب الكسور المختلفة ينصح الخوارزمي أولاً بكتابة الكسور بصورة أعداد صحيحة في حديّ الكسر ، ثم يقوم بعملية ضرب الأعداد الصحيحة ببعضها ببعض على أساس النظام العشري، ومن ثم تحويلها إلى النظام الستيني . بعد ذلك لاحظ الخوارزمي ان هناك طريقة لضرب الكسور أكثر اختصاراً من السابقة ، فكر في طريقة ضرب الكسور الستينية شبيهة بالطريقة المعروفة اليوم ، كان البابليون يعرفونها ، وكذلك علماء اليونان في مرحلة متأخرة . أما في القسمة فيجب أن يكون المقسوم والمقسوم عليه من الوحدة نفسها ، أمّا إذا كان المقسوم يحتوي على عدد أقل من الوحدات ، فينبغي تحويله إلى وحدات من الصف الأدنى الذي يليه . يقوم المؤلف بعد ذلك بوصف الجمع والطرح والمضاعفة الثنائية ، ومن ثم القسمة على اثنين في الكسور الستينية ، أما يوحنا الاشبيلي فقد شرح طريقة استخراج الجذر التربيعي ، في حين أن آخر صفحات مخطوطة كمبردج قد خصصت للكسور العادية .

ويتوقف هذا الكتاب في وسط حلّ عملية ضرب الكسرين  $3\frac{1}{2} \times 8\frac{3}{11}$  ، وتجد هذا المثل أيضاً عند يوحنا الاشبيلي . ميز كل من الخوارزمي ويوحنا الاشبيلي بين الكسور العادية والكسور الستينية ، ففي ضرب الكسور استخدموا الشكل الآتي :

$$8\frac{11}{542} \text{ إذا حولت إلى المخرج نفسه تعطي : } \frac{358}{40} \text{ في حين ان } 3\frac{11}{93} \text{ تعطي } \frac{93}{27}$$

|                                                       |                                |       |                 |
|-------------------------------------------------------|--------------------------------|-------|-----------------|
| مخرج صورة                                             | 8                              |       | 3               |
|                                                       | $\frac{1}{2}$                  |       | $\frac{1}{3}$   |
|                                                       | $\frac{1}{4}$<br>$\frac{1}{5}$ |       | $\frac{1}{9}$   |
|                                                       | 40                             | 1080  | $\frac{27}{93}$ |
|                                                       | 358                            | 33294 |                 |
| 030<br>0894<br>01080                                  |                                |       |                 |
| يكون الحاصل $30\frac{894}{1080} = \frac{33294}{1080}$ |                                |       |                 |

كل ذلك يدلّ على أنّ العرب كانوا لا يزالون يرغبون في استخدام الكسور التي صورتها واحد . ولا تزال المسألة على شيء من الصعوبة نظراً لعدم تفصيل ضرب كسر بعدد صحيح ، أو تحويل العدد الصحيح إلى كسر ، ومن ناحية أخرى إلى اعتماد المخرج الموحد بضرب مخارج الكسور بعضها ببعض إلا أنّ النتيجة صحيحة ، والعملية كاملة والتحويل إلى وحدات صحيحة دار كما يجب أن يكون<sup>(١٨)</sup> .

في القسمة يقوم أولاً بتوحيد المخارج ، ثم تتم عملية القسمة وكأنها قسمة أعداد صحيحة ، كما أشار يوحنا الاشبيلي ، إلى أنّ طريقة توحيد المخرج بين الكسور بضرب مخارجها بعضها ببعض يجب أن يتم ذلك في كلّ العمليات على الكسور .  
 أمّا في استخراج الجذر التربيعي لكسر معين فقد استخدموا قاعدة مهمة تدخل في مفاهيم الجذور التربيعية وهي :

$$\sqrt{\frac{6}{7}} = \sqrt{\frac{6}{7} \times \frac{7}{7}} = \frac{\sqrt{42}}{7}$$

او بشكل عام :

$$\sqrt{\frac{ب}{ج}} = \sqrt{\frac{ب \times ج}{ج \times ج}} = \frac{\sqrt{ب \times ج}}{ج}$$

واذا كانت الكسور ستينية : فإنه يجب ضرب الصورة والمخرج بستين  
أمّا أبو الوفاء البوزخاني ، فقد تناول نظرية الكسور في كتابه : " فيما يحتاج إليه الكتاب  
في علم الحساب " حيث يجمع ويوسّع معارف المحتاجين إلى الحساب عند العرب ، وهو يحتوي  
على مسائل تطبيقية ، ولا يحتوي براهين منطقية أو تعاريف .

يميز أبو الوفاء ثلاثة أنماط من نسب الأعداد : نسبة عدد صغير إلى عدد كبير ونسبة  
عدد كبير إلى عدد صغير ، ثم نسبة عددين متساويين ، كما يميز ثلاثة أنواع من الكسور :  
١- الكسور الرئيسية يسميها القلصاري (الكسور المفردة)، وهي الكسور ذات الصورة التي  
تساوي واحد وهي من  $\frac{1}{2}$  إلى  $\frac{1}{10}$  .

٢- الكسور المركبة : وهي على صورة  $\frac{ب}{ج}$  حيث عن  $ب > ج \geq 10$  .

٣- الكسور الوحيدة : وهي حاصل ضرب الكسور الرئيسية مثل :

$$\frac{1}{ب} \times \frac{1}{ج} \times \frac{1}{د} \dots \dots \dots \frac{1}{ي} \text{ (ما عدا الكسور الرئيسية ذاتها) .}$$

يسمّي أبو الوفاء الكسور الرئيسية والكسور الحاصلة من جمع أو ضرب الكسور الرئيسية  
: " الكسور الناطقة " أمّا الكسور الأخرى فيطلق عليها اسم (الكسور الصماء) ، ويعطي أبو الوفاء  
أيضاً طرقاً لتحويل الكسور المركبة إلى كسور رئيسية ، وفي النهاية توضع جداول كسور مقابلة  
للكسور الستينية . أهم هذه الجداول :

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$$

$$6 \quad 6\frac{2}{3} \quad 7\frac{1}{2} \quad 8\frac{4}{7} \quad 10 \quad 12 \quad 15 \quad 20 \quad 30$$

نلاحظ هنا تأثير الترقيم البابلي القديم ، واعتقاد العلماء العرب بأنه أصح من الترقيم  
الذي يسعون إلى تحقيق على أساس النظام العشري ، فالعدد 30 مثلاً يعني هنا  $\frac{30}{60}$  أي نصف  
ساعة و 15 تعني  $\frac{15}{60}$  أي ربع ساعة والجدول الآخر تشتمل على كسور مركبة على النحو  
الآتي:

$$\dots \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{21}{54} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10} \quad \text{إلى أن يصل إلى}$$

نلاحظ هنا ، وبشكل دائم ، تركيزاً على الكسور التي صورتها واحد ويتم استخدام هذه الجداول

لتحليل كسور أخرى تدور بأكثريتها حول الشكل  $\frac{n}{60}$  مثل :

$$\frac{6}{60} + \frac{12}{60} + \frac{30}{60} = \frac{3}{60} + \frac{15}{60} + \frac{30}{60} = \frac{6}{60} + \frac{42}{60} = \frac{48}{60}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} =$$

ومنها ما يدور حول الشكل  $\frac{n+هـ}{60}$  حيث إنَّ ن < 60 ، والهـ عدد يكتب بشكل  $\frac{س}{ش}$  أو

$$\frac{1}{ش} \times \frac{س}{ش}$$

يعطي أبو الوفاء أمثلة عددية على ذلك دون الدخول بالتفاصيل أنما يتغير الحرف هـ مثل  $\frac{n+هـ}{60}$

$$\frac{هـ}{60} + \frac{ن}{60} =$$

وبعض المعطيات الأخرى

طريقة أخرى اتبعها أبو الوفاء في التحليل ، تتم بضرب الصورة بستين ، ثم إجراء بعض العمليات ، ثم قسمة الكسر على ستين ، بحسب الجدول الآتي

$$60 \div \left( 60 \times \frac{ص}{ص} \right) = \frac{ص}{ص}$$

ثم يتم استخدام الطرق الأخرى كالمثل التالي :

$$\frac{\frac{10}{17}}{60} + 10 = 60 : \frac{180}{17} = \frac{3}{17}$$

ثم يقرب أبو الوفاء

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \approx \frac{3}{17} \frac{11}{60}$$

نلاحظ هنا فكرة التقريب ، إمكانية إدخالها في العلم ، وجعلها من ضمن الأسلوب العلمي

في التفكير الذي على أساسها تعطى صفة الدقة على الأعمال الرياضية والعلمية ، والتي تؤدي دوراً في الرياضيات والعلوم الحديثة<sup>(٩)</sup>.

في القسم الثاني من الكتاب ، يصف أبو الوفاء بعض العمليات المتعلقة  $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$

ومنها ما يدور حول الشكل  $\frac{n+هـ}{60}$  حيث إنَّ ن < 60

والهاء يكتب بشكل  $\frac{س}{ش}$  أو  $\frac{س}{ش} \times \frac{1}{ش}$

يعطي أبو الوفاء أمثلة عديدة على ذلك من دون الدخول بالتفاصيل إنما يتغير الحرف هـ ، مثل

$$\frac{ن+هـ}{60} + \frac{ن}{60} = \frac{ن+هـ}{60}$$

وبعض المعطيات الأخرى

طريقة أخرى اتبعها أبو الوفاء في التحليل ، تتم بضرب الصورة بستين ثم إجراء بعض العمليات، ثم قسمة الكسر على ستين ، بحسب الجدول الآتي:

$$\frac{\frac{10}{17}}{60} + 10 = 60 : \frac{180}{17} = \frac{3}{7}$$

ثم يقرب أبو الوفاء

$$(٢٠) \frac{1}{10} \times \frac{1}{6} + \approx \frac{3}{17} \frac{11}{60} \approx \frac{1}{6}$$

نلاحظ هنا فكرة التقريب ، وإمكانية إدخالها في العلم ، وجعلها من ضمن الأسلوب العلمي في التفكير الذي على أساسها تعطى صفة الدقة على الأعمال الرياضية والعلمية ، والتي تؤدي دوراً في الرياضيات والعلوم الحديثة .

في القسم الثاني من الكتاب ، يصف أبو الوفاء بعض العمليات المتعلقة بالأعداد الطبيعية ، والكسور العادية ، لكنه لم يتطرق إلى عمليات المضاعفة الثنائية ، والقسمة باثنين ، في حين أنه يشدد على حساب المضاعف المشترك الأصغر عندما نسعى إلى توحيد المخارج ، وكل الطرق المستخدمة من قبل الكتاب العرب ، يعتمدون فيها على العدد ستين ، ويعود ذلك ربما إلى كون الستين تشدهم إلى التراث القديم . المهم هو أن الستين قابلة للقسمة على الأعداد .

١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ١٠، ١٢، ١٥، ٢٠، ٣٠ وبذلك يمكن اعتمادها كمخرج سهل لغالبية الكسور المتداولة ، ونذكر هنا العمليات الآتية:

$$\begin{aligned} &= \frac{60 \times \frac{3}{10} + 60 \times \frac{2}{3} + 60 \times \frac{4}{5}}{60} = \frac{3}{10} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{106}{60} \end{aligned}$$

وقد انتشرت مثل هذه الحسابات في البلاد العربية بسرعة أكثر تطبيقاً. يبدو أن العمليات على الكسور التي استخدمها أبو الوفاء تبدو جديدة وكذلك الأمثلة التي اعتمدها . ولا يزال التساؤل حول إمكانية تقدم العرب بسرعة والقيام بقفزات مهمة وفعالة في مجال الرياضيات الحسابية بصورة خاصة .

وفي حساب القلصاوي ، وابن البناء نجد أنماطاً أخرى من الكسور نذكر منها :

- ١- الكسر المنتسب ومثاله خمسة أضع وأربعة أسباع . التسع وثلاث سبع التسع وثلاثة أربع ثلاث سبع التسع وتكتب كما يأتي :
- الاصطلاح العربي      البيان      الاصطلاح الحديث

$$\frac{475}{750} = \frac{3 + 4/1 + 3(4 + 7.5) \frac{\frac{3}{4} + 1}{7} + 5}{4.3.7.9 \quad 9 \quad 4379} \quad 3145$$

- ٢- الكسر المختلف ومثاله سبعة أضع وثلاثين وأربعة أخماس الثلث:

$$\frac{231}{155} = \frac{9.7.2. + 5.3.7 \frac{4}{5} + 2}{5.9.3 \quad 3} + \frac{7427}{9539}$$

٣- الكسر المبعض ومثاله ذلك :

$$\frac{24}{105} = \frac{6}{7} \text{ من } \frac{4}{5} \frac{1}{3}$$

وهو يقابل في الاصطلاح الحديث (كسر الكسر) وهو ما يُعبر عنه بالاصطلاح العربي بالمقدار<sup>(٢١)</sup>.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 6 | 4 | 1 |
| 7 | 5 | 3 |

أما الكسور العشرية فإن أول من بحث فيها من علماء الإسلام هو أبو الحسن أحمد إبراهيم الاقليدسي (القرن العاشر) ، كما يعدّ جمشيد بن مسعود الكاشي أول من اشتغل بالكسور العشرية التي يسميها بالكسور الاعشارية ، وهو يعالجها بأسهاب في الفصل الثالث من كتاب مفتاح الحساب ، ويهتم بناحية خاصة به ألا وهي كيفية تحويل الكسور الستينية إلى كسور عشرية وبالعكس . وقد وضع جداول لذلك ، يمكن بواسطتها التعبير عن الكسور الستينية بأرقام عشرية .

تناول أبو منصور البغدادي مفهوم الكسور العشرية (الحادي عشر) ، واستعمل السلم الستيني والأربعيني ، والسلم العشري للكسور .

انتشرت معلومات الكاشي في الكسور العشرية هذه في تركيا خلال النصف الثاني من القرن الخامس عشر ، قام الأتراك بعمليات الضرب والقسمة حسب طريقة خاصة تقوم على تحويل الكسور

العادية إلى كسور عشرية مثلاً : لضرب العددين

$$16 \frac{1}{4} \times 15 \frac{1}{2} \text{ يتم إبدال } \frac{1}{2} \text{ بـ } 5 \text{ و } \frac{1}{4} \text{ بـ } 25 \text{ ويفصل بينها بخط كما تدل العملية .}$$

$$153/5 \text{ وفي قسمة } 3562 \text{ على } \frac{3}{8}$$

$$16/25 \text{ تتحول الى قسمة } 3562000 \text{ على}$$

$$7675 \text{ 53/375 على أساس أن } \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$$

$$300$$

$$9210$$

$$1535$$

$$2494/375^{(22)}$$

## الهوامش

- (١) قصة الحضارة ، ول ديوارنت ، ترجمة : الدكتور زكي نجيب محمود وآخرون ، مكتبة الانجلو المصرية ، ج ١ ، ١٩٥٤ ، ص ٣٥ .
- (٢) المصدر السابق ، ص ٤٨ .
- (٣) العدد لغة العلم ، توبيا زاد تزج ، ترجمة : د. أحمد أبو العباس ، مكتبة مصر ، ١٩٥٤ ، ص ١٥ .
- (٤) المصدر السابق ، ص ١٨ .
- (٥) قصة الحضارة ، مصدر سابق ، ج ٢ ، ص ٢٥-٢٦ .
- (٦) تاريخ الأدب العربي ، العصر الجاهلي ، د. شوقي ضيف ، دار المعارف بمصر ، ١٩٦٠ ، ص ٨٢ .
- (٧) تدريس الرياضيات ، د. مريم سليم ، المركز التربوي للبحوث والانماء ، بيروت ، (د. ت) ، ص ١٢٠-١٣٠ .
- (٨) نقلاً عن تاريخ الأدب العربي - العصر الجاهلي ، مصدر سابق ، ص ٨٣ ، والصحاح : هي الأرض المستوية ، والاماليس : الأرض التي ليس فيها ماء أو شجر .
- (٩) تاريخ الحكماء ، علي بن يوسف القفطي ، تحقيق المستشرق ، جولويوسليبرت ، لايبزك ، ١٩٠٣ ، ص ٤٩ .
- (١٠) المصدر السابق ، ص ١٢٥ .
- (١١) تدريس الرياضيات ، د. مريم سليم ، مصدر سابق ، ص ١٥١-١٥٢ .
- (١٢) لمعرفة المزيد عن هؤلاء العلماء وغيرهم . ينظر : تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك ، قدري حافظ طوقان ، بيروت ، دار الشروق ، ١٩٤١ ، ص ٧٥-٩١ .
- (١٣) تاريخ حكماء الإسلام ، ظهير الدين البيهقي ، تحقيق محمد كرد علي ، مطبوعات المجمع العلمي العربي بدمشق ، ١٩٤٦ ، ج ١ ، ص ٤٥ .
- (١٤) العدد لغة العلم ، توبيا زدا تزج ، مصدر سابق ، ص ١٤٧ .
- (١٥) تدريس الرياضيات ، د. مريم سليم ، مصدر سابق ، ص ١٥١-١٥٢ .
- (١٦) تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك ، قدري حافظ طوقان ، بيروت ، دار الشروق ، ١٩٤١ .
- (١٧) مقالة العبقريّة الرياضية ، عبد الله طحطاح ، مجلة عالم ، الفكر ، المجلد الحادي عشر ، العدد الأول ، ١٩٨٥ ، ص ٢٩٠-٢٩٤ .
- (١٨) كتاب البديع في الحساب ، محمد بن القاسم الكرجي ، تحقيق : عادل ابنوبا ، بيروت ، منشورات الجامعة اللبنانية ، ١٩٦٤ ، ص ٢٢ .
- (١٩) المصدر السابق ، ص ٤٥ .
- (٢٠) المصدر السابق ، ص ٥١ .
- (٢١) مقالة العبقريّة الرياضية ، عبد الله طحطاح ، مصدر سابق ، ص ٢٩٥-٢٩٨ .

**مصادر البحث :**

**أولاً- المراجع :**

١. البديع في الحساب ، الكرجي ، تحقيق: عادل انبوبا ، بيروت ، منشورات الجامعة

البنانية، ١٩٢٦ .

٢. تاريخ الأدب العربي ، العصر الجاهلي ، د. شوقي ضيف ، دار المعارف بمصر

، ١٩٦٠ .

٣. تاريخ الحكماء ، علي بن يوسف القفطي ، تحقيق المستشرق جوليوس ليبرتلايزل ،

١٩٠٣ .

٤. تاريخ حكماء الاسلام ، ظهير الدين البيهقي ، تحقيق : محمد كرد علي ،

مطبوعات المجمع العلمي العربي بدمشق ، ١٩٤٦ .

٥. تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك ، قدري حافظ طوقان ، بيروت ، دار

الشروق، ١٩٤١ .

٦. تدريس الرياضيات ، د. مريم سليم ، المركز التربوي للبحوث والإنماء ، بيروت ،

(د. ت) .

٧. الجوهرة المضيئة ، إبراهيم الدسوقي ، بيروت ، دار الكتب العلمية ، ٢٠٠٧م.

ثانياً -المصادر المترجمة

٨. قصة الحضارة ، ول يورانت ، ترجمة : الدكتور زكي نجيب محمود وآخرون ،

القاهرة، الانجلو المصرية ، ١٩٤٥ .

٩. لغة العلم ، تويبا زاد تزج ، ترجمة : د. أحمد أبو العباس ، مكتبة مصر ، ١٩٥٤

.

ثالثاً -الدوريات :

١٠.مجلة عالم الفكر ، بيروت ، المجلد الحادي عشر ، العدد الأول ، ١٩٨٥.