



تطوير طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين بأسعمال المحاكاة

ا.د. احمد ذياب احمد

الباحث : ياسر كاظم حميد

قسم الاحصاء - كلية الادارة و الاقتصاد - جامعة بغداد

المستخلص :

يعد انموذج الانحدار الخطى المتعدد واحد من النماذج المهمة المستعملة بكثرة في الحقول العلمية ولكن قد تواجه المتغيرات التوضيحية التي على اساسها يبنى الانموذج الى ارتباط عالي المستوى بين متغيرين او اكثر او قد تكون الاخطاء مرتبطة فيما بينها ابطاً شديداً الامر الذي يؤثر تأثيراً سلبياً على عملية تقدير المعلمات في الانموذج فتصبح النتائج في طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية ليست دقيقة . ان البحث يهدف الى اجراء عملية مقارنة بين طريقتين من طرق تقدير معلمات انحدار الانحدار عندما يعني من مشكلتي الارتباط الذاتي و التعدد الخطى احدى هذه الطرق هي طريقة مفترحة و المقارنة تمت من خلال المحاكاة

مفاتيح الكلمات : التعدد الخطى , الارتباط الذاتي , طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين , طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة

Abstract

The multiple linear regression model is one of the important models widely used in scientific fields, but the explanatory variables on the basis of which the model is built may encounter a high-level correlation between two or more variables, or the errors may be closely linked to each other, which negatively affects the process of estimating parameters In the model, the results become in the least squares method is not accurate. The research aims to conduct a comparison process between two methods of estimating the parameters of the regression model when it suffers from the problems of autocorrelation and multilinearity. One of these methods is a proposed method and the comparison was made through simulation

Keywords: Multicollinaerity , Autocorrelation , The Two Stage Ridge Regression Mthod , Modified Two Stage Ridge Regression Mthod

1-المقدمة

يعد تحليل الانحدار الخطى من الاساليب الاساسية في الاحصاء وهو احد الاساليب الاحصائية ذات الاستعمال الواسع النطاق حيث يقوم بجعل علاقة تحليلية بين المتغيرات التوضيحية و المتغير التابع اذ ان هذه العلاقة يمكن وصفها بشكل انموذج انحدار ولكن في الواقع العملي تتولد لدى الباحث مشكلة التعدد الخطى و التي هي من المشاكل المعروفة لدى الاحصائيين و ما لها من اثار على تقدير معلمات انحدار الانحدار الخطى فلا تكون المعلمات دقيقة في عملية التقدير وايضاً وجود مشكلة الارتباط بين الاخطاء يولد مشكلة جديدة و التي هي مشكلة الارتباط الذاتي و مع وجود هاتين المشكلتين يكون التقدير بطريقه المربعات الصغرى الاعتيادية ليس دقيقاً و ان هذه المشكلتين فعليتين في البيانات التطبيقية وفي كثير منها و لذا لابد من حل تلك المشكلتين للمضي بمجريات عملية التقدير للمعلمات و قد وجدت عدة ابحاث و دراسات لحل تلك المشكلتين بوقت واحد حيث قام (Trenkler) في عام ١٩٨٤ بأيجاد صيغة لحل المشكلتين سوياً عن طريق اجراء عملية تداخل بين طريقة المربعات الصغرى و انحدار الحرف الاعتيادية و المقدر الناتج سمي بمقدر (Trenkler,1984, PP.179-190) كما قام



الباحثان (Alheety and kibria) بالتوصل الى مقدر جديد في عام ٢٠٠٩ يسمى (Almost Unbiased LIU Estimator) الذي يقوم بتقدير معلمات انموذج الانحدار الذي يعني من المشكلتين سوياً كما قاما ايضاً باستخراج خصائص لهذا المقدر و مقارنته مع خصائص مقدر (LIU) ومقدر المربعات الصغرى و مقدر انحدار الحرف الاعتيادية (Alheety, M. I. & Kibria, Golam B. M. 2009, PP.155-167) كما اجرى الباحث (Alkhamisi) في عام ٢٠١٠ دراسة لايجاد طريق تحل المشكلتين معاً بصيغة واحدة من خلال اجراء جمع بين طريقي انحدار الحرف ذو الارتباط الذاتي و المربعات الصغرى المقيدة باستخدام المحاكاة (Alkhamisi, M. A. 2010 PP 2630 – 2644).

٢- أهمية البحث

تكمن أهمية البحث في التوصل الى صيغة واحدة لمعالجة مشكلتي البحث بدل حل كل مشكلة حلاً مستقلاً عن الاخر كما ان البحث يتوصل الى طريقة مقترنة لمعالجة مشكلتي البحث معاً وقد بيّنت تلك الطريقة انها تمتلك اقل متوسط مربعات خطأ من سابقتها

٣- فرضيات البحث

بعد ان تم عرض طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة (و بمعلمتين) تم اقتراح طريقة جديدة و هي طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة المحورة (و بمعلمتين) و تم اجراء تطبيق تلك الطريقتين على البيانات التي تم توليدها من خلال المحاكاة في برنامج (MATLAB) بأعتماد معيار متوسط مربعات الخطأ وفقاً للفرضيات التالية :

الفرضي الصفيري : لا توجد فروق ذات دلالة احصائية بين الطريقة الاولى و الثانية

الفرض البديل : توجد فروق ذات دلالة احصائية بين الطريقة الاولى و الثانية

٤- مشكلتي البحث

من مميزات انموذج الانحدار الخطى المتعدد خواصه و انتشاره كبير في مهمه التحليل بالخصوص مع الانتشار الكبير للبرامج الحاسوبية و التي اعطت فرصة كبيرة لاجراء تحليل الانحدار بعملية اكثراً بساطة فعندما ندرس ظاهرة من الظواهر في اي مجال كان يجب و كمرحلة اولى ان نحدد المتغيرات التي لها تأثير على هذه الظاهرة ثم ننتقل لبناء انموذج انحدار يعطي وصفاً لتأثير العلاقة بين المتغيرات و هذا الانموذج هو الذي يسمى انموذج الانحدار الخطى المتعدد الذي يضع وصفاً لتأثير متغيرين او اكثراً (المتغيرات التوضيحية) على متغير واحد (المتغير التابع) و تكون صيغته العامة كما يلي (كاظم ، ومسلم ، ٢٠٠٢ ، ص ٤٩) :

$$Y = X\beta + U \quad \dots \dots \quad (1)$$

ان الانموذج في الصيغة (١) اعلاه يكون ذو تقديرات دقيقة اذا كان يخضع لمجموعة فرضيات من ابرزها ان تكون العلاقة مستقلة بين المتغيرات التوضيحية فلا توجد علاقة تامة و لا علاقة شبه تامة بين تلك المتغيرات وان الاخفاء العشوائية ايضاً مستقلة عن بعضها و ليس فيها ارتباط و مع توفر تلك الفرضيات في هذا الانموذج فان المقدرات التي تنتج عنها تعطي افضل تقدير خطى غير متحيز و مع عدم توفر واحدة او اكثراً من هذه الفرضيات تحدث مشاكل في الانموذج كمشكلتي البحث فلابد للبحث عن ايجاد صيغ لحل هذه لمشكلتين (العيدي ، و الجمال ، ٢٠١٩ ، ص ٤٧٠) و من طرائق الكشف عن مشكلة المتعدد الخطى (معامل التضخم) وفق الصيغة التالية (البياتي ، ٢٠١٢) :

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad j=1,2,3,\dots,p \quad (2)$$

اذ ان :

R_j^2 : معامل التحديد

ومقياس Tolerance وفق الصيغة التالية

$$\text{Tolerance} = 1 - R_j^2 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

كما ان يوجد مشكلة الارتباط الذاتي لا يمكن الحصول على افضل تقدير خطى غير متحيز (BLUE) واما الكشف عن وجود مشكلة الارتباط الذاتي فهناك طرق متعددة للكشف عن وجود هذه المشكلة من اهم تلك الطرق طريقة ديربن – واتسون (D.W) و الذي يعتمد على الاصطفاء العشوائية وصيغته العامة هي (كاظم ، ومسلم ، ٢٠٠٢ ، ص ٤٩) :

$$D.W. = \frac{\sum(U_t - U_{t-1})^2}{\sum U_t^2} \dots \dots \dots \quad (4)$$



وان قيمته تكون بين الاربعة و الصفر $0 < D.W < 4$ و لاجل التوصل لحل مشكلتي البحث مرة وحدة ووفق صيغة تقديرية واحدة سيتم استعمال الطرائق الآتية :

٤. طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة (و بمعلمتين)

Modified Two Stage Ridge Regression Method - (Two Parameters)

ان هذه الطريقة في التقدير تعالج مشكلتي التعدد الخطى و الارتباط الذاتى في وقت واحد و بنفس الاسلوب المتبعد في طريقة انحدار الحرف ولكن الفروق بينهما هي (Lukman, et al . . , 2020)

١- ان هذه الطريقة تحتوى على معلمتين من معالم التحيز و ليست معلمة واحدة وذلك بسبب ان ادراج الكمية الموجبة على عناصر قطر مصفوفة فيشر قبل ان نأخذ المعكوس لها هو لهدف معين و هو ان يتم تغيير القيمة للبيانات الخاصة بالمعلمات و هذه البيانات التي ترتفع بسبب مشكلة التعددية الخطية لأن الصيغة العامة للبيان تعتمد على اخذ المعكوس لمصفوفة فيشر و كما يلى :

$$\text{Var} (b^{\wedge}) = \sigma^2 Z(X'X)^{-1} Z'$$

اذ ان :

$$Z = (I_k + O(X'X))^{-1}$$

الا ان هذه الطريقة تعطى مقداراً متحيزاً و لكن مقدار التحيز مقدار مقبول بسبب ان متوسط مربعات الخطأ له مقدار صغير و ان هذه الكمية الموجبة قيمتها بين الصفر و الواحد و لكن كلما زادت قيمة تلك الكمية المضافة زاد معه مقدار التحيز لانهما يتناسبان تناسباً طردياً و كما يلى :

$$b^{\wedge} = Zb_{OLS}$$

لذا لابد من التعامل مع القيمة المضافة بضبط تمام بنحو يجعل قيمتها كبيرة و بمقدار من التحيز مقبول ولكن متوسط مربعات خطأ له صغير و هذا ما ستتفذه هذه الطريقة .

٢- ان طريقة انحدار الحرف تعتمد على النموذج الآتى :

$$Y = X\beta + U$$

و لكن هذه الطريقة سوف تعتمد نموذج اخر وهو النموذج المحول الآتى :

$$y = z\alpha + e.....(5)$$

اذ ان :

$$z = XM$$

$$\alpha = M'\beta$$

و يمكن تلخيص هذه الطريقة بالاتى :

بما ان مقدر طريقة المربعات الصغرى للنموذج الاعتيادي هو :

$$b_{OLS} = (X'X)^{-1} X'Y$$

و ان مع وجود مشكلة التعدد الخطى فإن المقدر في اعلاه سوف لايعطي افضل تقدير خطى غير متحيز (BLUE) لذا لابد من وضع حل لتلك المشكلة اولاً .

لقد وضع Hoerl and Kennard صيغة لمقدر انحدار الحرف و كما يلى :

$$b_{2S(C)} = (X'X + OI_n)^{-1} X'Y$$

اذ ان :

$$O > 0$$

ثم قام بعده Lukman et al . بوضع تطوير على الصيغة في اعلاه الى :

$$b_{2S(C)} = (X'X + O_1(1+O_2)I)^{-1} X'Y$$

اذ ان :

$$O_1 > 0$$

$$1 > O_2 > 0$$



ان المقدر في الصيغة اعلاه له حالتين خاصتين هما :
او لا :

اذا كان $O_1=0$ و $O_2=0$ فأن المقدر يكون مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية :

$$b_{2S(C)} = (X'X + O(1+0)I)^{-1} X'y$$

$$b_{2S(C)} = (X'X + O(1)I)^{-1} X'y$$

$$b_{2S(C)} = (X'X + OI)^{-1} X'y$$

$$b_{2S(C)} = (X'X + O)^{-1} X'y$$

$$b_{2S(C)} = (X'X)^{-1} X'y$$

ثانياً :

اذا كان $O=O_1=1$ و $O_2=0$ فأن المقدر يكون مقدر انحدار الحرف الاعتيادي :

$$b_{2S(C)} = (X'X + O(1+0)I)^{-1} X'y$$

$$b_{2S(C)} = (X'X + O(1)I)^{-1} X'y$$

$$b_{2S(C)} = (X'X + OI)^{-1} X'y$$

و يمكننا اجراء بعض التحويلات مستفيدين من خصائص المصفوفات المتعامدة و المتماثلة و القطرية و باستعمال المتجهات و

القيم الذاتية و كما يأتي :

بأعادة كتابة الصيغة (1) كالتالي :

$$y = za + e$$

اذا ان :

$$z = XM$$

$$a = M'\beta$$

ان مصفوفة M هي مصفوفة متعامدة و اعمدتها تحتوي على القيم الذاتية لمصفوفة المعلومات

ان مصفوفة المعلومات هي مصفوفة متماثلة و مربعة فحينما يتم ضرب المبدلة لمصفوفة M بمصفوفة المعلومات ثم بمصفوفة

M عندها يكون الناتج مصفوفة عناصرها القطرية هي القيم الذاتية لمصفوفة المعلومات و كما يلي :

$$M'(X'X)M = \lambda = \text{diag}(y_1, y_2, \dots, y_n)$$

اذا ان :

y_1 : القيمة الذاتية الاولى

y_2 : القيمة الذاتية الثانية

n : القيمة الذاتية n

$$(Z'Z + O_1(1+O_2)I)^{-1} Z'Y \dots \dots \dots (6) \alpha_{2S(C)}^{\wedge} =$$

و ان متوسط مربعات الخطأ للتقدير اعلاه هو:

$$\text{MSE} \alpha_{2S(C)}^{\wedge} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{(y_i + O_1(1+O_2))^2} V_{ii} + \sum_{i=1}^n \frac{O_1^2(1+O_2)^2 \alpha_i^2}{(y_i + O_1(1+O_2))^2} \dots (7)$$

اذا ان :

y_i : هي القيم الذاتية لمصفوفة فيشر

O_1 و O_2 : هي معلمتي التحيز

V_{ii} : التباين المشترك

وبضرب طرفي الصيغة (5) بمصفوفة الارتباط الذاتي (ρ) ينتج :



$$pY = pZ\alpha + pe$$

$$Y^* = pY$$

$$Z^* = pZ$$

$$e^* = Pe$$

ثم نشتق مجموع المربعات للاختفاء في ظل وجود مشكلة الارتباط الذاتي و كالتالي :

$$e'\Omega^{-1}e = (Y - Z\alpha)' \Omega^{-1} (Y - Z\alpha)$$

$$e'\Omega^{-1}e = (Y' - \alpha'Z') \Omega^{-1} (Y - Z\alpha)$$

$$e'\Omega^{-1}e = (Y'\Omega^{-1} - \alpha'Z'\Omega^{-1})(Y - Z\alpha)$$

$$= Y'\Omega^{-1}Y - Y'\Omega^{-1}Z\alpha - \alpha'Z'\Omega^{-1}Y + \alpha'Z'\Omega^{-1}Z\alpha$$

$$= Y'\Omega^{-1}Y - 2\alpha'Z'\Omega^{-1}Y + \alpha'Z'\Omega^{-1}\alpha Z$$

و نشتق اشتاقاً جزئي بالنسبة لمتجه المعلمات نحصل على :

$$\left(\frac{\partial(e'\Omega^{-1}e)}{\partial\beta'} = -2Z'\Omega^{-1}Y + 2Z'\Omega^{-1}Z\alpha \right) / 2$$

$$\frac{\partial(e'\Omega^{-1}e)}{\partial\beta'} = -Z'\Omega^{-1}Y + Z'\Omega^{-1}Z\alpha$$

$$\frac{\partial(e'\Omega^{-1}e)}{\partial\beta'} = 0$$

$$Z'\Omega^{-1}Y = Z'\Omega^{-1}Z\alpha$$

$$\dots \dots (8) \alpha_{1S(B)} = (Z'\Omega^{-1}Z)^{-1}Z'\Omega^{-1}Y$$

ثم نشتق صيغة لنقدير المعلمات بأسعمال مضاعف لانكرايج (Langrange Multiplier) الذي يحدد قيداً و هو تصغير المجموع لمربعات الخطأ للعينة وفقاً للقيد الآتي :

$$\alpha'a = c$$

حيث ان c هو ثابت رياضي

ثم يتم اضافة الكمية موجبة الى عناصر قطر مصفوفة المعلمات و لتكن O فيكون :

$$e'\Omega^{-1}e = (Y - Z\alpha)' \Omega^{-1} (Y - Z\alpha) + O1(1 + O2)(\alpha'a - c)$$

$$e'\Omega^{-1}e = (Y' - \alpha'Z') \Omega^{-1} (Y - Z\alpha) + O1(1 + O2)(\alpha'a - c)$$

$$e'\Omega^{-1}e = (Y'\Omega^{-1} - \alpha'Z'\Omega^{-1})(Y - Z\alpha) + O1(1 + O2)(\alpha'a - c)$$

$$e'\Omega^{-1}e = Y'\Omega^{-1}Y - Y'\Omega^{-1}Z\alpha - \alpha'Z'\Omega^{-1}Y + \alpha'Z'\Omega^{-1}Z\alpha + O1(1 + O2)(\alpha'a - c)$$

$$e'\Omega^{-1}e = Y'\Omega^{-1}Y - 2\alpha'Z'\Omega^{-1}Y + \alpha'Z'\Omega^{-1}Z\alpha + O1(1 + O2)(\alpha'a - c)$$

$$\left(\frac{\partial e'\Omega^{-1}e}{\partial\alpha} = -2Z'\Omega^{-1}Y + 2Z'\Omega^{-1}Z\alpha + 2\alpha O1(1 + O2) \right) / 2$$

$$\frac{\partial e'\Omega^{-1}e}{\partial\alpha} = -Z'\Omega^{-1}Y + Z'\Omega^{-1}Z\alpha + \alpha O1(1 + O2)$$



$$\frac{\partial e' \Omega^{-1} e}{\partial \alpha} = 0$$

$$Z' \Omega^{-1} Z \alpha + \alpha O_1 (1 + O_2) = Z' \Omega^{-1} Y$$

$$\alpha (Z' \Omega^{-1} Z + O) = Z' \Omega^{-1} Y$$

$$\alpha_{2S(B)} = (Z' \Omega^{-1} Z + O_1 (1 + O_2) I_n)^{-1} Z' \Omega^{-1} Y \dots \dots (9)$$

و الصيغة الاخيرة للمقدر تعالج مشكلتي البحث في وقت واحد

٤. ٢. طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة المحورة (وبمعلمتين) (المقترحة)

Modified Two Stage Ridge Regression Method – (Two Parameters)

من خلال دراستنا طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة (وبمعلمتين) رأينا ان هناك طريقة ممكنة للاقتراب وذلك يتم من خلال تثبيت المعلمة (O_1) من خلال مساواتها الى (١) و سميت بطريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة المحورة (وبمعلمتين) والتي يتم من خلالها معالجة مشكلتي البحث معاً بنفس الاسلوب المتبع بالطريقة السابقة الا ان الفرق بينهما ان هذه الطريقة تحوي معلمة تحيز واحدة بعد خضوعها للافتراضين التاليين :

- ١- ان معلمة التحيز الاولى O_1 تساوي (١) .
- ٢- ان معلمة التحيز الثانية O_2 لا تساوي الصفر .

بعد اعادة خطوات طريقة ايجاد صيغة $\hat{\alpha}_{1S(A)}$ نصل الى التالي :

$$\hat{\alpha}_{1S(B)} = (Z' \Omega^{-1} Z)^{-1} Z' \Omega^{-1} Y \dots \dots (10)$$

وبإضافة كمية موجبة الى مصفوفة فيشر (عناصر القطر فقط) وهي ($O + 1$) يكون

$$e' \Omega^{-1} e = (Y - Z\alpha)' \Omega^{-1} (Y - Z\alpha) + (1 + O)(\alpha' \alpha - c)$$

$$e' \Omega^{-1} e = (Y' - \alpha' Z') \Omega^{-1} (Y - Z\alpha) + (1 + O)(\alpha' \alpha - c)$$

$$e' \Omega^{-1} e = (Y' \Omega^{-1} - \alpha' Z' \Omega^{-1})(Y - Z\alpha) + (1 + O)(\alpha' \alpha - c)$$

$$e' \Omega^{-1} e = Y' \Omega^{-1} Y - Y' \Omega^{-1} Z\alpha - \alpha' Z' \Omega^{-1} Y + \alpha' Z' \Omega^{-1} Z\alpha + (1 + O)(\alpha' \alpha - c)$$

$$e' \Omega^{-1} e = Y' \Omega^{-1} Y - 2\alpha' Z' \Omega^{-1} Y + \alpha' Z' \Omega^{-1} Z\alpha + (1 + O)(\alpha' \alpha - c)$$

$$\left(\frac{\partial e' \Omega^{-1} e}{\partial \alpha} = -2Z' \Omega^{-1} Y + 2Z' \Omega^{-1} Z\alpha + 2\alpha(1 + O) \right) / 2$$

$$\frac{\partial e' \Omega^{-1} e}{\partial \alpha} = -Z' \Omega^{-1} Y + Z' \Omega^{-1} Z\alpha + \alpha(1 + O)$$

$$\frac{\partial e' \Omega^{-1} e}{\partial \alpha} = 0$$

$$Z' \Omega^{-1} Z\alpha + \alpha(1 + O) = Z' \Omega^{-1} Y$$

$$\alpha (Z' \Omega^{-1} Z + (1 + O)) = Z' \Omega^{-1} Y$$

$$\hat{\alpha}_{2S(B)} = (Z' \Omega^{-1} Z + (1 + O))^{-1} Z' \Omega^{-1} Y \dots \dots (11)$$

ومقدر الاخير يعالج مشكلتي البحث في ان احد .



و ان متوسط مربعات الخطأ هو :

$$\text{MSE} \hat{\alpha}_{2S(D)} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{(y_i + (1+O))^2} V_{ii} + \sum_{i=1}^n \frac{(1+O)^2 \alpha_i^2}{(y_i + (1+O))^2} \dots \quad (12)$$

حيث ان :
 y_i : هي القيم الذاتية لمصفوفة المعلومات
 O_1 : هي معلمتي الاضافة
 V_{ii} : التباين المشترك
٥-الجانب التجربى

بهدف الوصول الى افضل التقديرات فقد تم استعمال اسلوب المحاكاة طريقة مونتى (Mone carlo) كارلو حيث تمت المقارنة بين المقدرات من خلال متوسط مربعات الخطأ و تم الاعتماد في توليد البيانات على برنامج MATLAB حيث كانت احجام العينات المختارة هي (٣٠ , ٦٠ , ١٠٠) و اما الصيغة التي من خلالها توليد بيانات المتغيرات التقسيرة فهى pp , (Al-Hassa , 2008 , 104)

$$X_{fg} = (1-P^2)^{1/2} S_{fg} + S_{f(r+1)} \quad f=1,2,3,\dots,n \quad g=1,2,3,\dots,r \dots \dots \dots \quad (14)$$

اذ ان:

الاعداد التي تم توليدها بصورة عشوائية و التي تتوزع توزيعا طبيعيا قياسياً
 عدد المشاهدات f :

عدد المتغيرات التقسيرة التي تعانى من الارتباط :
 m : قيم الارتباط المفترضة بين المتغيرات التقسيرة و هي 0.95 , 0.85 , 0.75
 كما تم اعطاء قيم اولية للمعلمات في انموذج الانحدار و كما في الجدول التالي :
جدول رقم (١)

المعلمة	β	β	β	β	β	β
القيمة الاولية	٠	45.0	0.56	0.48	0.37	0.34

وان القيم المفترضة $L = 1.2^2$ و كان عدد مرات تكرار التجربة هو ١٠٠٠ مرات

٦-مناقشة نتائج البحث

ان ظهور نتائج تجربة المحاكاة بينت لنا ما يلي :

اظهرت النتائج افضلية الطريقة المقترحة و التي هي طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة المحورة (و بمعلمتين)
 لأنها تمتلك اقل متوسط مربعات خطأ في جميع المستويات
 وان افضلية الطريقة المقترحة على الطريقة الاولى جاءت بفارق كبير جداً و ملفت للفرق بين متوسطات مربعات الخطأ .
 كما تمت ملاحظة ان التوسيع في احجام العينات من ٣٠ ثم ٦٠ الى ١٠٠ جعل قيمة متوسط مربعات الخطأ تنخفض فكانت العلاقة
 بينهما عكسية اذ كلما ارتفع حجم العينة قلت قيمة المتوسط لمربعات الخطأ .

٧-الاستنتاجات

١- بينت نتائج المحاكاة ان المقدر المقترح $\hat{\alpha}_{2S(B)}$ هو المقدر الافضل بسبب امتلاكه اقل متوسط مربعات خطأ بالمقارنة مع المقدر الاول $\hat{\alpha}_{2S(A)}$

٢-بينت النتائج ان الطريقة المقترحة هي افضل الطرق في حال كان عدد المتغيرات التقسيرة ٥ او ٢

٣-ان النتائج اوضحت انه كلما زاد حجم العينة تناقص معها مقدار متوسط مربعات الخطأ

٨-التوصيات

١-من خلال النتائج يوصى باستخدام طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة المحورة (وبمعلمتين) كبديل عن طريقة المربعات الصغرى حينما تعانى البيانات من مشكلات البحث



٢- التوسيع في دراسة طريقة انحدار الحرف ذات المرحلتين المعدلة المحورة (و بمعلمتين) في ظل وجود مشكلة عدم تجانس التباين.

المصادر

- ١- البياتي ، محمود مهدي حسن . (٢٠١٢) "تطبيق عملي لتحليل البيانات الاحصائية باستعمال البرنامج (SPSS)" ، الجزيرة للطبع و النشر / جامعة بغداد
- ٢- حسين ، سجي محمد ، والصالحي ، حنين مراد يوسف (٢٠١٤) "المقارنة بين بعض المقررات المتبحزة في الانحدار الخطي العام بوجود التعدد الخطوي " مجلة القادسية للعلوم الادارية و الاقتصادية ، المجلد ١٧ ، العدد ٢ ، ص ٢٢٢ - ٢٣٤ .
- ٣- بدوب ، مروان عبدالعزيز ، والنعيمي ، اسوان محمد طيب (٢٠٠٦) "طرائق مفترحة في انحدار الحرف " المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ، العدد ١٠ ، ص ٨٥ - ١٠٦ .
- ٤- عبدالجبار ، زينب عبدالستار (٢٠٢٠) " مقارنة بعض طرائق التقدير لأنموذج الانحدار الخطي العام بوجود مشكلة الارتباط الذاتي و التعدد الخطوي " رسالة ماجستير كلية الادارة و الاقتصاد ، جامعة بغداد .
- ٥- العبيدي ، ندى نزار ، و الجمال ، زكريا يحيى نوري (٢٠١٩) " مقارنة بين طرق تقدير معلمة انحدار الحرف المعممة مع التطبيق على بيانات مرض العجز الكلوي المزمن " مجلة جامعة الانبار للعلوم الاقتصادية و الادارية ، المجلد ١١ ، العدد ٢٥ ، ص ٤٦٨ - ٤٧٩ .
- ٦- كاظم ، اموری هادی ، ومسلم ، باسم شلبيه (٢٠٠٢) " القياس الاقتصادي المنقدم النظرية و التطبيق " مطبعة دنيا الامل ، العراق ، بغداد .
- Eldum,Hussain & Zahri , Mostafa (2013).“ RELAXATION METHOD FOR TWO STAGES RIDGE REGRESSION ESTIMATOR” International Journal of Pure and Applied Mathematics , 321
- G. Trenkler(1984)“ On The Performance of biased estimators in the linear regression model with correlated or heteroscedastic error ”, Journal of Econometrics,Vol.25,No.2,PP.179-190
- J. J. ”.) .” A Monte Carlo Evaluation of Some Ridge Estimator, Yazid M.(20, Al-Hassan^٩-Appl. Sci., Vol.10, No. 2 (2008)المجلة الاردنية للعلوم التطبيقية المجلد الثاني العدد العاشر
- Alheety ,M. I. & Kibria , Golam B. M. (2009).“ ON THE LIU AND ALMOST UNBIASED LIU ESTIMATORS IN THE PRESENCE OF MULTICOLLINEARITY WITH HETEROSCEDASTIC OR CORRELATED ERRORS” Surveys in Mathematics and its Applications , Vol.4,PP.155-167.
- Hoerl,E. &Kennard , Robert W. (1970).“ Ridge Regression : Application to Non- orthogonal Problems” Technometrics , Vol.12 , PP.69-82.
- Hoerl,E. &Kennard , Robert W. (1970).“ Ridge Regression :Biased Estimation for Non - orthogonal Problems”
- Alkhamisi, M. A.,(2010).“ Ridge Estimation in Linear Models With Autocorrelated Errors” Communications in statistics – Theory and methods , Vo1.39,PP 2630 – 2644.Technometrics , Vol.12 , No. 1 , PP.55-67.
- ١٤-Lukman , Adewale F. & Ayinde , Kayode & Kibria , B. M. Golam& Jegede , Segun L. (2020).“ Two-Parameter Modified Ridge-Type M-Estimator for Linear Regression Model “ The Scientific World Journal



المقارنة بين طرقي التقدير باعتماد معيار متوسط مربعات الخطأ للنماذج
(4) ملحق

V	n	P	ρ_{Ω}	σ_e	MSE ($\hat{\alpha}_{2S(A)}$)	MSE($\hat{\alpha}_{2S(B)}$)
5	٣٠	.75	0.3	1	32552.30000	2.90641
				2	32555.70000	11.62170
			0.9	1	1135.67000	1.16394
				2	1139.53000	4.64301
		0.85	0.3	1	29841.70000	3.17641
				2	29845.10000	11.99350
			0.9	1	1067.72000	1.17108
				2	1071.56000	4.65225
		0.95	0.3	1	21736.30000	3.28765
				2	21739.90000	13.58170
			0.9	1	854.04900	1.17079
				2	857.82300	4.68790



	60	0.75	0.3	1	1494.18000	1.18143
				2	1497.36000	4.71700
			0.9	1	28.68590	1.05257
				2	31.86530	4.20957
			0.85	1	1420.13000	1.19023
				2	1423.31000	4.76151
			0.9	1	27.34200	1.05274
				2	30.52050	4.21039
			0.95	1	1187.89000	1.22484
				2	1191.04000	4.95723
			0.9	1	23.13620	1.05341
				2	26.31200	4.21393
	100	0.75	0.3	1	1494.18000	1.18143
				2	1497.36000	4.71700
			0.9	1	28.68590	1.05257
				2	31.86530	4.20957
			0.85	1	1420.13000	1.19023
				2	1423.31000	4.76151
			0.9	1	27.34200	1.05274
				2	30.52050	4.21039



		0.95	0.3	1	1187.89000	1.22484
				2	1191.04000	4.95723
			0.9	1	23.13620	1.05341
				2	26.31200	4.21393
2	30	0.75	0.3	1	23.30530	1.03004
				2	26.25480	1836.45000
			0.9	1	1.47118	1.03515
				2	12.08780	656.63800
		0.85	0.3	1	22.19770	1.03152
				2	25.11370	17.25800
			0.9	1	1.45001	1.03518
				2	4.55441	4.42036
60	0.75	0.95	0.3	1	18.72330	1.03804
				2	21.95290	94.60490
			0.9	1	1.38372	1.03532
				2	4.49498	6.35011
		0.3	0.3	1	4.13577	1.01474
				2	7.16266	10.60220
			0.9	1	1.07520	1.02264
				2	4.14153	4.21279



	100	0.85	0.3	1	3.98384	1.01501
				2	7.01090	4.46613
			0.9	1	1.07261	1.02265
				2	4.13899	4.09869
		0.95	0.3	1	3.50866	1.01611
				2	6.53704	4.14736
		0.9	0.9	1	1.06455	1.02268
				2	4.13102	4.09278
		0.75	0.3	1	1.97221	1.00365
				2	4.98078	4.03288
			0.9	1	1.02569	1.00970
				2	4.05516	4.03917
			0.85	0.3	1.92518	1.00373
				2	4.93369	4.01820
		0.95	0.3	1	1.02492	1.00970
				2	4.05438	4.03889
		0.9	0.9	1	1.77812	1.00404
				2	4.78640	4.01547
		0.95	0.3	1	1.02252	1.00971
				2	4.05193	4.03883