تقدير انموذج الانحدار المنقطع الضبابي

سجاد سمير عبد الرزاق أ.د. محمد جاسم محمد

جامعة بغداد - كلية الادارة والاقتصاد - قسم الاحصاء

الملخص

يحتاج القائمين على التجارب العلمية معرفة قيمة التاثير السببي للعلاج وذلك لما له تاثير مهم في استمرار تقديم العلاج او عدم الاستمرار بهذا العلاج . حيث يتم تحديد نقطة فاصلة بين افراد العينة الذين يحتاجون الى العلاج والذين لا يحتاجون الى العلاج وتسمى هذه النقطة بحد العتبة (نقطة القطع). ويتم تقدير قيمة تاثير السببي للعلاج من خلال اعطاء العلاج لجميع افراد العينة الذين يرغبون باستعمال العلاج، ومن ثم المقارنة بين افراد العينة الذين استعملوا العلاج وهم ليسوا بحاجة له وبين افراد العينة الذين استعملوا العلاج وهم بحاجة له. وتم استعمال طريقة متعددة الحدود المحلية الحصينة وطريقة قواعد المكونات الإضافية على أساس توسعات متوسط الخطأ التربيعي باستعمال الدوال اللبية وتم محاكاة البيانات بتجربة مونتي كارلو وبحجوم عينات (٧٥ ، ١٠٠ ، ١٢٥ ، ١٥٠) وبتكرار ١٠٠٠. وان افضل طريقة لتقدير عرض الحزمة هي اختيار اقل مقدر من مقدر التاثير السببي المحلي للعلاج و مقدر مجموع التاثير السببي المحلي للانحدار.

مفاتيح الكلمات: تصميم الانحدار المنقطع الضبابي ، طريقة متعددة الحدود المحلية الحصينة، طريقة قواعد المكونات الإضافية على أساس توسعات متوسط الخطأ التربيعي ، التاثير السببي المحلي للعلاج.

٦- المقدمة

تم تقديم تصميم الانحدار المنقطع لأول مرة بواسطة الباحثان Thistlethwaite و Campbell وتم تقدبمه لمعرفة قيمة التاثير السببي للعلاج ، حيث تعتمد العديد من التجارب الاقتصادية والعلوم الاجتماعية الاخرى على الاثار السببية للبرامج.[1]

هنالك العديد من البرامج التعليمية والاقتصادية التي تنفذ في حياتنا بحاجة الى تقييم ودراسة الفائدة منها وذلك للاستمرار بتقديمها او ايقافها وان خاصية اخذ الفرد للمعالجة جعلت من الصعب استخدام التجارب العشوائية في تقييم هذه البرامج، لذلك يتم اللجوء الى تصاميم الانحدار المنقطع.

حيث تتمتع المجموعات الضبابية بمرونة كبيرة في وصف العديد من الحالات الحقيقية ، لأنها تحدد الأشخاص الذين تلقوا العلاج والأشخاص الذين لم يتلقوا العلاج. [2]

في المجوعات الضبابيه لا تكون الحدود واضحة بين الأشخاص الذين يتلقون العلاج والأشخاص الذين لا يتلقون العلاج. [3]

٧- تصميم الانحدار المنقطع الضبابي

في تصميم الانحدار المنقطع الضبابي يتم تحديد تأثير العلاج من خلال انقطاع في الاحتمال الشرطي للعلاج. وقد تنتج الضبابية بسبب التنفيذ غير الكامل الذي عالج بعض المفردات غير المؤهلة للعلاج او اهمل معالجة بعض المفردات المؤهلة او عالج بعض المفردات غير المؤهلة واهمل بعض المفردات المؤهلة. [4]

في بعض الحالات يتلقى الأعضاء العلاج على الرغم من انهم ليسوا محتاجين الى العلاج وذلك لكون قيمتهم تكون اعلى من حد القطع الموضوع من قبل الباحث ويمكن كتابتها بالشكل التالي [5]:

$$\lim_{x\downarrow c} \Pr(\mathrm{W_i} = 1|\mathrm{X_i} = \mathrm{x}) \neq \lim_{x\uparrow c} \Pr(W_i = 1|X_i = x) \quad \dots (1)$$

ان الجانب الايسر من معادلة (١) يعني ان الافراد استخدموا العلاج وهم بحاجة له والجانب الايمن يعني ان الافراد استخدام العلاج وهم ليسوا بحاجة له.

بما انه من المستحيل قياس Y للفرد نفسه عندما ياخذ العلاج وعندما لاياخذ العلاج وبذلك من المستحيل قياس تاثير العلاج على مفردة النتيجة وبالتالي سوف نقوم بقياس متوسط التاثير السببي المحلي للعلاج للمجتمع. [6] ويمكن كتابته بالصيغة التالي:

$$\tau = \frac{\lim_{x\downarrow c}\mathbb{E}(Y|X=c) - \lim_{x\uparrow c}\mathbb{E}(Y|X=c)}{\lim_{x\downarrow c}\mathbb{E}(W|X=c) - \lim_{x\uparrow c}\mathbb{E}(W|X=c)} \quad \dots (2)$$

حيث يقيس البسط القفزة في النتيجة عند القطع ،اما المقام يقيس القفزة في مستويات المعالجة عند القطع ويوفر لنا تقديرا لمتوسط التأثير السببي . حيث ان $W_i(c)$ حالة معالجة محتملة عند النقطة القاطعةc، وان $W_i(c)$ تساوي واحد اذا كانت الوحدة تتلقى العلاج اذا كانت نقطة القطع c.

3- طرائق التقدير

تم تقدير معلمات انموذج الانحدار المنقطع الضبابي التالي: [7]

$$Y_i = \alpha_0 + \tau W_i + \alpha_1 k_i + \varepsilon_i \quad \dots (3)$$

حيث ان :

$$k_i = (x_i - c)$$

Y_i: متغير الاستجابة (ما بعد التجربة).

α_0 : معلمة الحد الثابت.

α_1 : معلمة المتغير التوضيحي (x_i).

x_i : المتغير التوضيحي (قبل التجربة).

τ : معلمة التاثير السببي للمعالجة.

W_i : المتغير التصنيف (متغير رتبي) وهو المتغير التوضيحي في هذا الانموذج.

ε_i : حد الخطا العشوائي في الانموذج ويتوزع طبيعيا بمتوسط يساوي صفر وتباين σ^2.

٣-١ طريقة متعددة الحدود المحلية الحصينة

وهي طريقة لامعلمية تستعمل لتقدير معلمة عرض الحزمة للانحدار المنقطع الضبابي وهي من الخيارات المفضلة للمقدرات اللامعلمية في ادبيات الانحدار المنقطع الضبابي نظرا لخصائصها الحدية الجيدة .[8] من الخواص المهمة لهذه الطريقة هي اختيار ترتيب متعدد الحدود وعرض الحزمة وكلاهما له تاثير كبير على المقدرات، لانها اذا لم يتم اختيارها بشكل صحيح سوف تؤدي الى تقديرات غير صحيحة لمعلمات الانموذج.[9]

ان العقبة الرئيسية في التطبيق العملي لمقدرات كثيرات الحدود الحصينة للانحدار المنقطع الضبابي هي في اختيار عرض الحزمة وسوف نقوم باختيار عرض الحزمة من خلال:

اولاً: طريقة قواعد المكونات الإضافية على أساس توسعات متوسط الخطأ التربيعي ، ومن خلال طريقة قواعد التوصيل المباشر التي تعتمد على مناهج المكونات الإضافية المباشرة لاختيار عرض الحزمة المعتمد على توسيع متوسط الخطأ التربيعي لمقدرات الانحدار المنقطع الضبابي مما يؤدي الى الاختيار الأمثل لمتوسط الخطأ التربيعي. وسوف نستخدم اكثر من مقدر للتوسعات الرئيسية والتي تحددهما المقدرات التالية وكما يلي:

١- مقدر التاثير السببي المحلي للعلاج وكما يلي:

$$h_{MSEmserd}(\widehat{\varphi}h) = \hat{\tau} = \frac{\hat{\tau}_Y}{\hat{\tau}_W} \quad \dots (4)$$

٢- مقدر التاثير السببي للجانب الايسر

$$h_{MSEleft}(\widehat{\varphi}h) = \hat{\tau}_{Yl} = \hat{\alpha}_{0l} \quad \dots (5)$$

٣- مقدر التاثير السببي للجانب الايمن

$$h_{MSEright}(\widehat{\varphi}h) = \hat{\tau}_{Yr} = \hat{\alpha}_{0r} \quad \dots (6)$$

٤- مقدر مجموع التاثير السببي المحلي للانحدار

$$h_{MSEsum}(\widehat{\varphi}h) = \hat{\tau}_Y = \hat{\mu}_{Yr} + \hat{\mu}_{Yl} \quad \dots (7)$$

وسوف يتم استعمال المقدرات المبينة سابقا لايجاد عرض الحزمة في طريقة قواعد المكونات الإضافية على أساس توسعات متوسط الخطأ التربيعي.

يمكننا تقدير متوسط التاثير السببي للعلاج $\hat{\tau}$ بتوسيع متوسط الخطا التربيعي وكما ياتي:

$$\mathrm{MSE}(\widehat{\varphi}h) = \mathbb{E}[\{\hat{\tau} - \tau\}^2 | X_i] \approx h^{2(p+1)} B^2 + \frac{1}{nh} V \quad \dots (8)$$

$$h_{MSE}(\widehat{\varphi}h) = C_{MSE}\, n^{-\frac{1}{2p+3}} \quad \dots (9)$$

$$C_{MSE} = \left(\frac{V_{MSE}}{2(p+1)B^2_{MSE}}\right)^{\frac{1}{2p+3}} \quad \dots (10)$$

ويمكننا تقدير h_{MSE} كما ياتي:

$$\hat{h}_{MSE}(\widehat{\varphi}h) = \hat{C}_{MSE}\, n^{-\frac{1}{2p+3}} \quad \dots (11)$$

$$\hat{C}_{MSE} = \left(\frac{\hat{V}_{MSE}}{2(p+1)\hat{B}^2_{MSE}}\right)^{\frac{1}{2p+3}} \quad \dots (12)$$

حيث ان B_{MSE} هو التحيز و V_{MSE} هو التباين.

وبعد استعمال المقدرات الاربعة في اعلاه وتقدير عرض الحزمة سوف نجري بعض العمليات الحسابية عليها ونجد مقدرات عرض الحزمة التالية:

١- سوف ناخذ اقل تقدير لعرض الحزمة من مقدر التاثير السببي المحلي للعلاج و مقدر مجموع التاثير السببي المحلي للانحدار وكما ياتي:

$$\hat{h}_{MSEcomb1} = min\left(\hat{h}_{MSEmserd}, \hat{h}_{MSEsum}\right) \quad \dots (13)$$

٢- سوف ناخذ الوسيط لمقدرات عرض الحزمة من من مقدر التاثير السببي المحلي للعلاج ومقدر التاثير السببي للجانب الايسر ومقدر التاثير السببي للجانب الايمن مقدر مجموع التاثير السببي المحلي للانحدار وكما يلي:

$$\hat{h}_{MSEcomb2} = median\left(\hat{h}_{MSEmserd}, \hat{h}_{MSEsum}, \hat{h}_{MSEtwo}\right) \quad \dots (14)$$

$$\hat{h}_{MSEtwo} = \left(\hat{h}_{MSEleft}, \hat{h}_{MSEright}\right) \quad \dots (15)$$

حيث ان $\hat{h}_{MSEtwo}$ هو مقدر التاثير السببي للجانب الايسر والجانب الايمن معا، لكن سوف يختلف مقدار مقدر عرض الحزمة للجانب الايمن عن الجانب الايسر، وليس كما في الحالات الاخرى والذي يكون فيه عرض الحزمة للجانب الايمن والايسر نفس المقدار. [10]

وبعد تقدير عرض الحزمة سوف نقوم بتقدير باقي المعلمات من خلال طريقة المربعات الصغرى الموزونة وكماي يلي:

$$(\hat{\alpha}_{0l}, \hat{\alpha}_{1l}) = \min_{\alpha_1} \sum_{i=1}^{n} 1(X_i < c)\left(Y_i - \alpha_{0l} - \alpha_{1l}(X_i - c)\right)^2 K_h\left(\frac{X_i - c}{h}\right) \dots (16)$$

$$(\hat{\alpha}_{0r}, \hat{\alpha}_{1r}) = \min_{\alpha_1} \sum_{i=1}^{n} 1(X_i \geq c)\left(Y_i - \alpha_{0r} - \alpha_{1r}(X_i - c)\right)^2 K_h\left(\frac{X_i - c}{h}\right) \dots (17)$$

$$(\hat{\beta}_{0l}, \hat{\beta}_{1l}) = \min_{\beta_1} \sum_{i=1}^{n} 1(X_i < c)\left(W_i - \beta_{0l} - \beta_{1l}\,(X_i - c)\right)^2 K_h\left(\frac{X_i - c}{h}\right) \quad \dots (18)$$

$$(\hat{\beta}_{0r}, \hat{\beta}_{1r}) = \min_{\beta_1} \sum_{i=1}^{n} 1(X_i \geq c)\left(W_i - \beta_{0r} - \beta_{1r}\,(X_i - c)\right)^2 K_h\left(\frac{X_i - c}{h}\right) \quad \dots (19)$$

حيث ان $K_h(.)$ هي دالة لبية ونفترضها كما يلي:

$$K(u) = 1(u < 0)K(-u) + 1(u \geq 0)K(u) \quad \dots (20)$$

حيث ان $K(.): [0,1] \mapsto \mathbb{R}$ وهي مستمرة ومحددة. [11]

وباستعمال المعالم المقدرة في طريقة المربعات الصغرى الموزونة يمكننا تقدير متوسط التأثير السببي وكما ياتي:

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\tau}_Y}{\hat{\tau}_W} \quad \dots (21)$$

$$\hat{\tau}_Y = \hat{\mu}_{Yr} - \hat{\mu}_{Yl} \quad \dots (22)$$

$$\hat{\tau}_W = \hat{\mu}_{Wr} - \hat{\mu}_{Wl} \quad \dots (23)$$

$$\hat{\mu}_{Yr} = \hat{\alpha}_{0r} \quad \dots (24)$$
$$\hat{\mu}_{Yl} = \hat{\alpha}_{0l} \quad \dots (25)$$
$$\hat{\mu}_{Wr} = \hat{\beta}_{0r} \quad \dots (26)$$
$$\hat{\mu}_{Wl} = \hat{\beta}_{0l} \quad \dots (27)$$

ان الدالة اللبية وعرض الحزمة تعمل على استخدام المشاهدات المجاورة لنقطة القطع واختيار عرض الحزمة (h)، وهي المعلمة الرئيسية في الانحدار المنقطع الضبابي وذلك لتحديد المشاهدات التي تستخدم في الانحدار المحلي.[12] وسوف نستعمل الدوال اللبية الاتية:

١- الدالة اللبية (Epanechnikov kernel) وصيغتها [13]

$$k(u) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-u^2) & |u| \le 1 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad \dots (28)$$

٢- الدالة اللبية (Triangular kernel) وصيغتها

$$k(u) = \begin{cases} (1-|u|) & |u| \le 1 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad \dots (29)$$

٤- المحاكاة

سوف نستعمل تجربة مونتي كارلو لتوليد البيانات حيث يتم توليد بيانات الانموذج كما يلي :

$$y_i = w_i + \varepsilon_{y_i} \quad , i = 1, \dots, n \quad \cdots (30)$$

ويتم تحديد العلاج كما يلي :

$$w_i = 1\{\varepsilon_{x_i} \le 0\} \times 1\{x_i < 0\} + 1\{\varepsilon_{x_i} \le 0\} \times 1\{x_i \ge 0\} \quad (31)$$

وان الاخطاء ε_{y_i} و ε_{x_i} تتوزع التوزيع الطبيعي المشترك وكما يلي :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{y_i} \\ \varepsilon_{x_i} \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & 1 \end{pmatrix}\right) \quad (32)$$

وان المتغير المستقل يتبع التوزيع الطبيعي $x_i \sim N(0,1)$ وان ρ_1 و ρ_2 هي قيم اولية واذا افترضنا ان مصفوفة التباين والتباين المشترك للاخطاء متماثلة سوف نفترض القيم الاتية:

ρ_2	ρ_1
0.99	0.99
0.99	0.5

وسوف نقوم بتكرار التوليد 1000 مرة ويتم احتساب النتائج.[14] وتم استعمال برنامج (R Projct) في كتابة البرنامج لتحليل البيانات.

ادناه توضيح لمصطلحات عرض الحزمة التي سوف يتم استخدامها لاحقا في الجداول لتقدير عرض الحزمة:

msserd : هي طريقة قواعد المكونات الإضافية على أساس توسعات متوسط الخطأ التربيعي (MSE) عند اختيار مقدر التاثير السببي المحلي للعلاج كما في معادلة (4).

msetwo : هي طريقة قواعد المكونات الإضافية على أساس توسعات متوسط الخطأ التربيعي (MSE) عند اختيار مقدر التاثير السببي للجانب الايسر و مقدر التاثير السببي للجانب الايمن كما في معادلة (5) و معادلة (6).

msesum : هي طريقة قواعد المكونات الإضافية على أساس توسعات متوسط الخطأ التربيعي (MSE) عند اختيار مقدر مجموع التاثير السببي المحلي للانحدار كما في معادلة (7).

msecomb1 : هي اختيار اقل مقدر من المقدرات msesum و msserd كما في معادلة (13).

N	75		100	
الدالة اللبية / الطريقة	Triangular	Epanechnikov	Triangular	Epanechnikov

mserd	٠,٣٥٣٩٥٨٨	٠,٣٤٧٢٠٦٨	٠,٣٦٢٧٣٨٦	٠,٣٥٦٣٠٤٥
msetwo	٠,٣٦٦٩٢٢٢	٠,٣٥٩٨٠٠٢	٠,٣٦٧٦٨٧٦	٠,٣٦٣٧٨٨٨
msesum	٠,٣٥٨٧٧٤١	٠,٣٥٠٦١٢٥	٠,٣٦٣٩٤٦	٠,٣٥٧٠٣٠٩
msecomb1	٠,٣٥١٣٤٢٦	٠,٣٤٣٦٨٤٩	٠,٣٥٩٥١٧١	٠,٣٥٢٥٣٠٦
msecomb2	٠,٣٥٥٨٧٣٥	٠,٣٥٦٨٤٠٤	٠,٣٦٣٠٣٦	٠,٣٦١٣٨٩٥

msecomb2 : هي اختيار الوسيط للمقدرات msesum و mserd و msetwo كما في معادلة (14).

جدول (١) متوسط مربعات الخطا للانموذج عند $(\rho_1 = \rho_2 = 0.99)$

نلاحظ من الجدول المذكور انفا ان دالة Epanechnikov kernel تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من دالة Triangular kernel لجميع طرائق عرض الحزمة ، وان طريقة msecomb1 تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من طرائق عرض الحزمة الاخرى .

جدول (٢) متوسط مربعات الخطا للانموذج عند $(\rho_1 = \rho_2 = 0.99)$

N	125		150	
الدالة اللبية / الطريقة	Triangular	Epanechnikov	Triangular	Epanechnikov
mserd	٠,٣٦٣٠٤٧١	٠,٣٥٩٤١٨٧	٠,٣٦٥٧٧٣٧	٠,٣٦٢٥٦٥١
msetwo	٠,٣٦٦٥٣١٩	٠,٣٦٢٩٢٦٩	٠,٣٦٧٣٥٥٣	٠,٣٦٤٨٩٧٥
msesum	٠,٣٦٣٣٥٣٢	٠,٣٥٩٤٦٠٥	٠,٣٦٦١١٦٢	٠,٣٦٢٩٩٨٢
msecomb1	٠,٣٦٠٧٥٦٥	٠,٣٥٦٨٨٥١	٠,٣٦٣٨١٨٣	٠,٣٦١٠١٠١
msecomb2	٠,٣٦٢٥٧٩٣	٠,٣٦٢٢٩٩	٠,٣٦٥٦١٣٨	٠,٣٦٤٠٣٩١

نلاحظ من الجدول المذكور انفا ان دالة Epanechnikov kernel تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من دالة Triangular kernel لجميع طرائق عرض الحزمة ، وان طريقة msecomb1 تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من طرائق عرض الحزمة الاخرى .

جدول (٣) متوسط مربعات الخطا للانموذج عند $(\rho_1 = 0.5)$ و$(\rho_2 = 0.99)$

N	75		100	
الدالة اللبية / الطريقة	Triangular	Epanechnikov	Triangular	Epanechnikov
mserd	٠,٧٨٦٩٥٣٧	٠,٧٧٠٧٤٤٤	٠,٨٠٤٩٣١١	٠,٧٩٣٢٨٣٧
msetwo	٠,٨٠٨٦٣٢٩	٠,٨٠٢٤١٥٦	٠,٨١٦٨٥٤٦	٠,٨٠٧٩٣٣٩
msesum	٠,٧٩٦٩٧٠٧	٠,٧٨٠٨٩٤٩	٠,٨٠٧٥٩٣٨	٠,٨٠٠٠٣٣٢
msecomb1	٠,٧٧٩٨٦٩٩	٠,٧٦٤٧٧٣٢	٠,٧٩٨٢٩٩	٠,٧٨٧٧٢٠٣
msecomb2	٠,٧٩٣٢٩٧	٠,٧٩٤٤٢٥٤	٠,٨٠٤٩٨٧٦	٠,٨٠٥١٤٩٨

نلاحظ من الجدول المذكور انفا ان دالة Epanechnikov kernel تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من دالة Triangular kernel لجميع طرائق عرض الحزمة ، وان طريقة msecomb1 تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من طرائق عرض الحزمة الاخرى .

جدول (٤) متوسط مربعات الخطا للانموذج عند $(\rho_1 = 0.5)$ و$(\rho_2 = 0.99)$

N	75		100	
الدالة اللبية / الطريقة	Triangular	Epanechnikov	Triangular	Epanechnikov
mserd	٠,٨١٦٧٣٧	٠,٨٠٩٥٩١٧	٠,٨١٨٧٣٠٢	٠,٨١٢٩٨٥٩
msetwo	٠,٨٢٧٧٦٤١	٠,٨٢٢٥٣٢١	٠,٨٢٥٦١١٢	٠,٨١٩٢٧٣٩
msesum	٠,٨١٩٣١٣	٠,٨١٢٦٣٢٩	٠,٨٢٢٨٣٤٨	٠,٨١٥٠٩١٥
msecomb1	٠,٨١١٩٠٨٣	٠,٨٠٦٥٦٢٦	٠,٨١٥٣٤٦	٠,٨٠٨٣٤٨٩
msecomb2	٠,٨١٦٤٩٩	٠,٨١٦٠٣٢٧	٠,٨١٩٧٦٢٢	٠,٨١٧٩١٧٤

نلاحظ من الجدول المذكور انفا ان دالة Epanechnikov kernel تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من دالة Triangular kernel لجميع طرائق عرض الحزمة ، وان طريقة msecomb1 تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من طرائق عرض الحزمة الاخرى .

الاستنتاجات

١- ان العلاقة بين المتغيرات المستقل و المتغير المعتمد تكون طردية .اي ان نسبة زيادة في المتغيرات المستقل يودي الى زيادة المتغير المعتمد.

٢- ان دالة Epanechnikov kernel تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من دالة Triangular kernel .

٣- وان طريقة msecomb1 تمتلك اقل متوسط مربعات للخطا من طرائق عرض الحزمة الاخرى .

٤- يزداد متوسط مربعات الخطا بزيادة حجم العينة وذلك لكون عند زيادة حجم العينة يقل عرض الحزمة.

المصادر

- References

17. Thistlethwaite, D. L., & Campbell, D. T. (1960)." Regression-discontinuity analysis: An alternative to the ex post facto experiment". Journal of Educational Psychology. Volume51, Issue6, Pages 309-317.
18. Rani Fouad and Mohammed Sadiq. (2014)."Building fuzzy linear programming model with practical application in general company of oil producing". Master thesis, College of administration and Economics, University Of Baghdad.
19. Ali Mohammed and Mohammed Sadiq.(2013)."Design a multiple Fuzzy linear regression model for world oil prices". Master thesis, College of administration and Economics, University Of Baghdad.
20. Angrist, Imbens. (1994)." Identification and Estimation of Local Average Treatment Effects". Econometrica. Vol 62, (2), P.P: 467-475.

21. Imbens, G. W., and T. Lemieux.(2007). “Regression Discontinuity Designs: A Guide to Practice”. NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH. NBER Working Paper No. t0337.
22. Yang He and Otávio Bartalotti.(2020).”Wild bootstrap for fuzzy regression discontinuity designs: obtaining robust bias-corrected confidence intervals”. The Econometrics Journal. Vol23, (2), P.P: 211-231.
23. Jacob, R. et al.(2012).” A Practical Guide to Regression Discontinuity”. MDRC.
24. Fan, J. and Gijbels, I. (1996).” Local Polynomial Modelling and Its Applications”. Chapman and Hall, London. Introductory Econometrics (4th Edition) A Modern Approach, by Jeffrey M. Wooldridge Hardcover, , Published 2008 by South-Western.
25. Yang He.(2017).” Robust Inference in Fuzzy Regression Discontinuity Designs”. Computer Science, Mathematics.
26. Calonico, S., M. D. Cattaneo, and M. H. Farrell. (2017).” rdrobust: Software for regression-discontinuity designs”. The Stata Journal. Vol 17, (2), P.P:372-404.
27. Donna Feir and Thomas Lemieux and Vadim Marmer. (2012). “Weak Identification in Fuzzy Regression Discontinuity Designs”.SSRN Electronic Journal. Vol 34, (2), P.P:185-196.
28. Gelman and Imbens .(2019).” Why High-Order Polynomials Should Not Be Used in Regression Discontinuity Designs”. Journal of Business & Economic Statistics. Vol37, (3), P.P: 447-456.
29. Epanechnikov, V.A. (1969). “Non-parametric estimation of a multivariate probability density”. Theory of Probability and its Applications. Vol 14, (1), P.P:153-158.
30. Rong Ma et al.(2016).” Robust Inference in Fuzzy Regression Discontinuity with Multiple Forcing Variables”. Central University of Finance and Economics.

Abstract

Those in charge of scientific experiments need to know the value of the causal effect of treatment, because it has an important impact on continuing to provide treatment or not continuing with this treatment. Where a dividing point is determined between the sample members who need treatment and those who do not need treatment, and this point is called the threshold limit (cut-off point). The value of the causal effect of the treatment is estimated by giving the treatment to all the sample members who want to use the treatment, and then comparing the sample members who used the treatment and they do not need it and the sample members who used the treatment and they need it. The impregnable local polynomial method and the method of plug-in rules were used on the basis of mean square error expansions using endodontic functions, and the data were simulated by the Monte Carlo experiment with sample sizes (75, 100, 125, 150) and iterations of 1000. The best way to estimate the bandwidth is to choose the least estimated The local causal effect of treatment is estimated and the sum of the local causal effect of regression is estimated