مقارنة بين طريقتي (Penalize B-Spline&Regression B-Spline باستعمال طريقة التحصين (M -estimate) لتقدير أنموذج الانحدار اللامعلمي

الباحثة غيداء ابراهيم شهاب م.د نازك جعفر موسى

كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد - قسم الاحصاء

المستخلص

جـذبت طرائـق التمهيـد فـي الانحـدار اللامعلمـي قـدرا كبيـرا مـن الاهتمـام فـي السـنوات الا خيـرة ، حيـث تـم اقتـراح العديـد مـن طرائـق التمهيـد المختلفـة لكـي يـتم تقـدير نمـاذج الانحـدار ، قـد تكـون هـذه النمـاذج سـببية ويـتم بناؤهـا علـى اسـاس السـبب والنتيجـة وهـذا مـا يسـمى بنمـوذج الانحـدار ويكـون لـه شـكل دالـة وتسـتند الـى افتراضـات محـددة ولكـن فـي بعـض الاحيـان عنـد غيـاب المعرفـة بـالظواهر المدروسـة وعـدم امكانيـة تحديـد الدالـة السـببية بـين المتغيرات ، ينتج نوع اخر من نماذج الانحدار يسمى بالانحدار اللامعلمي.

في هذا البحث تم استعمال بعض اساليب التمهيد منها، ممهد انحدار الشريحة والشريحة الجزائية باستعمال شريحة B-spline،وذلك من اجل الحصول على تقدير أنموذج الانحدار اللامعلمي . ويهدف البحث الى أيجـاد أفضـل مقـدر مـن بـين مقدرات التمهيد التي ذكرت . لتمثيل البيانات المدروسة بناء على نتائج تجارب المحاكاة ،ومن خلال الجانب التجريبـي تـم التوصل الى إن اسلوب تمهيد الشريحة الجزائية باستعمال شـريحة B-spline كـان الافضـل فـي تقـدير أنمـوذج الانحـدار اللامعلمي.

Abstract

Smoothing methods in nonparametric regression have attracted a great deal of attention in recent years, as many different smoothing methods have been proposed in order to estimate regression models, these models may be causal and are built on the basis of cause and effect. There are specific assumptions, but sometimes when there is no knowledge of the studied phenomena and it is not possible to determine the causal function between the variables, another type of regression model is produced called nonparametric regression.

In this research, some smoothing methods were used, including smoothing the regression of the slide and the penalty slide using the B-spline, in order to obtain an estimate of the nonparametric regression model. The research aims to find the best estimator among the preparatory capabilities mentioned. To represent the studied data based on the results of simulation experiments, and through the experimental side, it was concluded that the method of smoothing the penalty slide using the B-spline was the best in estimating the nonparametric regression model

1-المقدمة Introduction

تظهر اهمية الاحصاء في محاولة دراسة عدة ظواهر مختلفة بواسطة نماذج اقرب الى الواقع. قد تكون هذه النماذج سببية ويتم بناؤها على اساس السبب والنتيجة وهذا ما يسمى بنموذج الانحدار ويكون له شكل دالة وتستند الى افتراضات محددة ولكن في بعض الاحيان عند غياب المعرفة بالظواهر المدروسة وعدم امكانية تحديد الدالة السببية بين المتغيرات ، ينتج نوع اخر من نماذج الانحدار يسمى بالانحدار اللامعلمي . وهذا النوع من نماذج الانحدار لا تأخذ قيمة المتغير المستقل شكلا محددًا ولكنها مبنية من المعلومات المأخوذة من البيانات وهذا يتطلب عينة حجمها كبير اكثر من المعتاد. ولكي يتم تقدير دالة الانحدار اللامعلمي فلا ابد من استخدام اسلوب التمهيد وان هذا الاسلوب ينص على تقريب دالة الانحدار التقريبية الى دالة الانحدار الحقيقية ، وان واحدة من اكثر طراق التمهيد شيوعا هي شرائح B-splines أصبح استخدام هذه الشرائح شائعًا جدًا بين العديد من مجالات الرياضيات والهندسة ، وعلوم الكمبيوتر في السنوات الأخيرة. في الأصل تم استخدام شرائح B لأغراض التقريب لكن شعبيتها وسعت تطبيقاتها, بالإضافة الى ذلك ان هذه التقنية توضيحية ومرنة للغاية على عكس تقنية الشريحة العادية او طرق التنعيم الاخرى ، فهي ليست ضرورية لحساب مشتقات او وضع افتراضات خاصة لحل المعادلات بسبب هذه الخصائص ، يمكن ان يكون وقت الحساب اسرع بشكل كبير مما كان عليه ان هذه الشرائح تحظى بشعبية في الرسوم البيانية للكمبيوتر نظرًا للسلاسة والمرونة والدقة التي تمتلكها. وان هذا الاسلوب يتضمن تحديد عدد من النقاط لربط المنحنيات ويطلق عليها العقد ومعظم الاحيان تكون من البيانات المتوفرة .

2-هدف البحث Purpose of Search

1- توظيف دوال الشرائح - B مع كل من الشرائح الجزائية والانحدار في الخوارزمية الحصينة M وS .
2- مقارنة الطرائق اللامعلمية الحصينة لتقدير انموذج الانحدار واختيار افضل طريقة تقدير من خلال الاسلوب التجريبي .
3- النمذجة الامعلمية لتقلبات اسعار اسهم الشركة .

3- الجانب النظري:-

***نماذج الانحدار اللامعلمي* Models Nonparametric Regression [1][7]**

ان نماذج الانحدار اللامعلمي تمتلك مرونة اكبر من نماذج الانحدار المعلمي ، لهذا يقوم الباحثين بإعطاء وصف للعلاقة بشكل عام ، بدلا من دراسة التفاصيل الدقيقة للعلاقة . وان اسلوب الانحدار اللامعلمي يمثل الخطوة الاستكشافية في عملية النمذجة او يمثل المرحلة الاخيرة في اجراء عملية تحليل البيانات .يمكن تمثيل نموذج الانحدار اللامعلمي بالشكل التالي:

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i \qquad i = 1,2,\cdots,n \ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث ان :-

y_i : يشير الى قيم متغير الاستجابة عند i .

$g(x_i)$: تمثل دالة الانحدار المجهولة والمطلوب تقديرها.

ε_i : يشير الى قيمة الخطأ العشوائي الذي يتوزع توزيعا طبيعياً بمتوسط صفر وتباين ثابت وتتصف هذه الاخطاء بكونها مستقلة ومتماثلة.

والهدف الاساسي في هذا النموذج هو تقدير دالة الانحدار g والتي يشار أليها بدالة الانحدار أو منحنى الأنحدار عند النقاطx_n .... x_1. (.). وأن اسلوب منحنى التقريب هذا يسمى بالتمهيد(Smoothing) .

1-3 ممهد انحدار الشريحة *Regression* ***Spline*** [17][14][3]

يتم في انحدار شريحةb-spline ، تقسيم مجال قيم المتغير التوضيحي.((x))والتي يمكن تمثيله بالفترة [a,b] بواسطة عدد من المواقع التي تسمى بالعقد ويمكن التعبير عنها بالرموز الاتية:

$T_1, T_2, \ldots\ldots T_k, T_{k+1} \ldots\ldots$

اي ان الفترة [a,b] كان تكون ضمن مجال الدراسة وان $a = t_1, t_2, \ldots t_k, t_{k+1} \ldots = b$

حيث تشير $T = 1,2 \ldots \ldots K$ الى العقد(Konte) ان هذه العقد سوف تقسم المجال المهتمين بدراستها وكما اشرنا اليها سابقا[a,b] الى k من الجوار الموضعي ، وانT_i تسمى بالعقد الداخلية $i = 1,2 \ldots\ldots, K,$ اي ان اي عقدتين متجاورتين يستخدم متعدد حدود من رتبة معينة محدد مسبقاً يتم بناء انحدار الشريحة باستعمال ما يسمى بدوال الاساس من الدرجة ($i\ xj$) حيث ان

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 & t_i \le x \le t_{i+1} \\ 0 & other\ wise \end{cases}$$

$$m(x) = \sum_{i=0}^{n} \beta_i N_{i,j}(x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots t_i \le x \le t_{i+1}. \ldots\ldots (2)$$

$$N_{i,j}(x) = \frac{x - t_i}{t_{i+j} - t_i} N_{i,j-1}(x) + \frac{t_{i+j+1} - x}{t_{i+j+1} - t_{i+1}} N_{i+j-1}(x) \ldots\ldots\ldots.(3)$$

حيث ان$N_{i,j}(x)$: تشير الى دالة اساس (الشريحة –B)i من الدرجة j , وان β_iتشير الى معاملات دالة الاساس .

ومن الجدير بالملاحظة ان N_{ij} هي متعددة حدود مقطعية من درجة اقل او يساوي j ولتكن p, ومجموع العقد يمكن ان يعبر عنها $T = [t_1, t_2, \ldots\ldots, t_{N+1}]$ وان N≥0.

ان النموذج في الصيغة (1-2) يمكن اعادة كتابته بدلالة انحدار الشريحة –B وكما ياتي :

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \sum_{j=0}^{n} \beta_j N_{i,j}(x_i)\right)^2 Q = \sum_{i=1}^{N} (y_i - m(x_i))^2$$

Q : حيث يمكن تعريفها على انها مجموع مربعات البواقي.

β_j: تشير الى معاملات دوال الاساس ويمكن ان تكتب بالشكل الاتي :

$$\beta = [\beta_0, \beta_1, \ldots\ldots \beta_j]^T$$

ويمكن اعادة كتابة الانموذج الموضح بالصغية (1-2) بالشكل الاتي:

$$\ldots\ldots\ldots.(4). Y = X\beta + \varepsilon$$

حيث ان

$$Y = (Y_1, Y_2, \ldots\ldots Y_n)^T$$

$$x = \left(N_{1,j}(x_1), N_{2,k}(x_2), \ldots\ldots\ldots N_{n,j}(x_n).\right)^T$$

اي ان $Y = [y_1, y_2 \dots \dots y_n]^T$ تشير الى قيم متغير المعتمد (الاستجابة) من درجة $nx1$ وان x تشير الى مصفوفة التصميم من درجة $(i \;\; xj)$ ويمكن كتابتها بالشكل الاتي:-

$$X = \begin{bmatrix} N_{0,j}(x_1) & N_{1,j}(x_1) \dots \dots . & N_{i,j}(x_1) \\ N_{0,j}(x_1) & N_{1,j}(x_2) \dots \dots . & N_{i,j}(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{0,j}(x_m) & N_{1,j}(x_m) \cdots \cdots \cdots & N_{i,j}(x_m) \end{bmatrix}$$

بما ان $N_{i,K}(x)$ تمثل دوال الاساس ، وان X هي من رتبة كاملة . لهذا يمكننا ايجاد معكوس المصفوفة $(X^T X)$ عندما تكون $n \geq k$ اذا يمكن ان نوضح المقدر الطبيعي للمعاملات B باستخدام طريقة المربعات الصغرى (ols)حيث يمكن كتابتها بالصيغة الاتية :

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y \dots \dots \dots \dots \dots (5)$$

ينتج من خلال الصيغة اعلاه منحنى ملائم لمنحنى لدالة لانحدار الشريحة m وكما موضح بالصيغة الاتية

$$\widehat{m_R} = X^T (X^T X)^{-1} X^T y \dots \dots \dots \dots \dots (6)$$

ويسمى هذا عادة بتمهيد انحدار شريحة *b-spline* للدالة m . لهذا ان قيم $\widehat{m}_p(x)$ المحتسبة عند نقاط التصميم(x_i) $i = 1,2,3, \dots \dots \dots . n$تكون مرتبطه مع متغير الاستجابة وكما موضع بالصيغة الاتية :

$$\hat{y} = (X^T X)^{-1} X^T y = A_R Y \dots \dots \dots \dots (7)$$

اي ان

$$\dots \dots \dots \dots (8) . \hat{y}_R = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots \dots . \hat{y}_n .)^T$$
$$\dots \dots . . \hat{y}_R \hat{y}_i = \hat{m}_R(x_i)$$

وان

$$A_R = X(X^T X)^{-1} X^T y \dots \dots \dots \dots (9)$$

وهذا ما يسمى بمصفوفة انحدار الشريحةb-spline. تتطلب طريقة انحدار الشريحة تحديد مسبق لمواقع العقد والتي عددها T ، وهذا يؤدي الى ان استعمال مقدر انحدار الشريحة يتأثر باختيار مواقع هذه العقد وعددها. ان هذه العقد يتم وضعها عادةُ في المواقع التي يكون عندها انحناءات المنحنى واضحة وتكون ذات تغيرات كبيرة . هناك عدة طرائق من الممكن اتباعها في تحديد عدد ومواقع العقد.

6-2 ممهد انحدار شريحةB-Spline الجزائية Penalize B- Spline Smoothing [6] [43]

ان هذا الأنموذج قدم من قبل *Eilers&marks* سنة *1986* واطلق علية تسمية *P-Spline*.ويكون مع عقد بمسافات تكون متساوية ولكن عددها في الغالب يكون اقل من البيانات. وكما بينا سابقا في تمهيد الشريحة من الممكن معالجة الاخفاق في التمهيد ، والذي حصل بسبب العدد الكبير للعقد وذلك من خلال اضافة حد الجزاء لمعيار المربعات الصغرى ، ومن خلال ذللك يمكن توضيح الشريحة الجزائية من خلال ايجاد المقدرm^ وكما ياتي:-

$$\sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \sum_{i=1}^{n+1} B_i N_{i,K}(x) \right]^2 + \lambda \int_{x\_min}^{x_{mak}} \left\{ \sum_{i=1}^{n+1} B_i N_{i,K}(x) \right\}^2 dx \dots \dots \dots . (10)$$

تشير λ الى معلمة التمهيد وتكون قيمتها اكبر من الصفر وان الجزء الاول من الحد يمثل مجموع مربعات البواقي، والجزء الثاني من الحد يمثل جزاء الخشونة الذي يكون مفروضا على الجزء غير *الممهد من المنحني*

ويمكن تعريف ممهد الشريحة الجزائية الحصينة من خلال ايجاد مقدر $m^\wedge$ الذي يقلل المقدرالتالي:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} p\left[y_i-\sum_{i=1}^{n+1} B_i\, N_{i,K}(x)\right]^2+\lambda\int_{x\_min}^{x_{mak}}\left\{\sum_{i=1}^{n+1} B_i\, N_{i,K}(x)\right\}^2 dx$$

نلاحظ ان هذه الصيغة تكون مشابهة للصيغة (13-2)، ولكن مع وجود الدالة p بالإضافة الى انها مضروبة بمقلوب حجم العينة . وكما نعلم ان λ تمثل معلمة التمهيد وتكون قيمتها اكبر من الصفر . ويمكن ان نحصل على قيمة p من خلال المعادلة الاتية والتي يطلق عليها معادلة هوبر:

$$p_c(x)\begin{cases} x^2 & IF|X| \le C \\ 2c|x|-c^2 & IF|X|>C \end{cases}$$

حيث ان C تمثل عامل قياس ويمكن ايجادها وفق الصيغة الاتية :

$$C=10^{-1}\sqrt{var(x)}$$

. وبالاعتماد على مصفوفة التصميم حيث ان $y=[y_1,y_2,\dots\dots\dots..y_n]^T$ يشير الى متجه قيم المتغير الاستجابة ، وان X تشير الى مصفوفة *(ixj)*. ويمكن كتابتها بالصيغة الاتية :

$$X=\begin{bmatrix} N_{0,j}(x_1) & N_{1,j}(x_1)\dots\dots. & N_{i,j}(x_1) \\ N_{0,j}(x_1) & N_{1,j}(x_2)\dots\dots. & N_{i,j}(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{0,j}(x_m) & N_{1,j}(x_m)\dots\dots\dots. & N_{i,j}(x_m) \end{bmatrix}$$

ومن خلال هذه المصفوفة اعلاه ومصفوفة القطرية يمكن القول انه ليس هنالك اي معاملات سوى معاملات الشريحة الجزائية. ويمكن كتابة المصفوفة القطرية بالشكل الاتية :

$$D=diag\left(0_{p+1},1_k\right)$$

وعليه فان مقدر دالة الهدف يمكن حسابه باستعمال الحسابات المباشرة وكالاتي :

$$\beta_{ls}{}^\wedge=(\mathrm{X}^{\mathrm{T}}X+\lambda\mathrm{D})^{-1}\mathrm{X}^{\mathrm{T}}\dots\dots\dots.(2-14)$$

تشير $\beta^\wedge$ الى مقدرات المربعات الصغرى لدوال اساس القطع. وعلية فان تقدير المتجه المقابل يمكن الحصول عليه باستعمال شرائح انحدار المربعات الصغرى الجزائية، لذا يمكن كتابة الصيغة الخاصة لمقدر المتجه كما يأتي :

$$\dots\dots\dots.(11)\widehat{m}_{ls}=X(\mathrm{X}^{\mathrm{T}}X+\lambda\mathrm{D})^{-1}\mathrm{X}^{\mathrm{T}}Y$$

ولغرض حساب معلمة الجزاء λ في الصيغة اعلاه تم استعمال معيار العبور الشرعي المعمم كما في الصيغة الاتية :

$$GCV(\lambda)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i-\widehat{m_\iota}}{n-tr(H)}\right)$$

حيث ان : $H = X(X^TX)^{-1}X^T$

عندما يكون لدينا مجموعة من البواقي$r_i = y_i - m(x_i - \beta)$ من انحدار الشريحة الجزائية ، يمكننا توظيف مقدر معيار الحصانة لكي يتم تقدير الانحراف المعياري لتلك البواقي وكما يلي :

$$\sum_{i=1}^{n} \psi_c\left(\frac{y_i - m(x_{i,}\beta)}{\widehat{\sigma_\varepsilon}}\right)$$

$$p(|r - r_{0.5}| < \omega) = \frac{1}{2}$$

ωتمثل قيمة نقطة توزيع عينة محدودة، $r_{0.5}$ تمثل وسيط المجتمع ، اضافة الى ذلك فان ω يمكن ان يتم استعمالها في حساب الانحراف المطلق للوسيط . ويمكن كتابته بالصيغة الاتية :

$$MAD = Median(|r_1 - M_1|, \dots, |r_n - M_n|)$$

إذ أنM_n يمثل وسيط العينة الاعتيادي للبواقي الملائمة، وأنMAD هو الوسيط للعينة ولكنn $(|r_1 - M_1|, \dots, |r_n - M_n|)$ مع نقطة توزيع العينة المحدودة وهو ما يقارب *0.5* وعلى افتراض أن البوقي يتم اختيارها بشكل عشوائي من التوزيع الطبيعي، مع ملاحظة أنه لا يتم تقدير الانحراف المعياري$\widehat{\sigma_\varepsilon}$ باستخدام الانحراف المطلق للوسيط ولكن بدلاً عن ذلك يتم استخدام تقديرات $z_{0.75}\widehat{\sigma_\varepsilon}$(*0.75*) تمثل مجزاءات التوزيع الطبيعي القياسي).

3-3 الشرائح من النوع (*B*) ((*B-Spline*)[4] [1] [*16*]

يمكن تعريف شرائح (*B-spline*) على انها دالة متعددة الحدود من الدرجة *k* في متغير *x*. لقد تم التوصل اليها من قبل نيكولاي لوباتشيفسكي في مطلع القرن التاسع عشر ، وتمت اعادة صياغتها من قبل اسحاق يعقوب وهي تمثل اختصار ل *Basis-spline*. ان هذا النوع من الشرائح يكون متعدد الحدود تربط في ما بينها نقاط ربط تسمى العقد ، ويجب ان تكون هذه العقد اقل من حجم العينة ويجب ان تكون عدد صحيح , وان مفهوم الشريحة هو منحنى متعدد الحدود مستمر يستخدم لتقريب الحل لمشكلة رياضية. وان منحنى هذه الشريحة يعتمد على العلاقة بين دالة الاساس ونقاط التحكم. ان لهذا المنحنى دالة تعرف ب دالة الاساس ويمكن كتابتها بالشكل الاتي $p(x) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i\, N_{i,K}(x)$ حيث تشير B_i الى نقاط التحكم التحكم ،$N_{i,K}(x)$ تمثل دالة الاساس، K تمثل درجة الاساس لدالة متعددة الحدود حيث ان *n=k-1*. تتمثل خاصية منحنى *B-spline* في أنه يجب أن يقع بالكامل داخل الهيكل المحدب لـ تحديد المضلع .

حساب منحنيات*B-Spline* (*B-Spline Curve Components*) [6][*8*][10][11][12]

لكي نحصل على منحنى (B-Spline). يجب ان يتوفر لدينا سلسلة من العقد ، سلسلة من نقاط التحكم . بحيث كل نقطة تحكم تتوافق مع معامل ، ولكي يتم تحقيق شرط الاستمرارية لابد من توصيل مقاطع منحنى (*B-Spline*).

من أجل حساب منحنيات *B-spline* ، يلزم وجود ثلاثة أشياء

- متجه العقد.
- دالة الاساس.
- نقاط التحكم.

بمجرد تحديد متجه العقدة ودوال الأساس ونقاط التحكم ، يمكن اشتقاق منحنى *B-spline*. وبالتالي المنحنى الناتج هو المنحنى التقريبي لحل مشكلة تقدير دالة الانحدار .

ويمكن كتابة دالة منحنى *b-spline* بالشكل التي :

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i\, N_{i,K}(x) \dots\dots\dots\dots\dots t_i \le x \le t_{i+1}. \dots\dots (12)$$

❖ **متجه العقد (Knot Vectors)**

يعد اختيار متجه العقدة أمرًا مهمًا جدًا لإنشاء منحني *B-spline*.وان اختيار هذا المتجه يحدد وفق درجة متعدد الحدود وحجم الفترات ،بالإضافة الى ذلك ان نعومه المنحنى تحدد تبعا لاختيار متجه العقد.

هناك ثلاثة أنواع مختلفة من متجهات العقد المستخدمة.

منتظم: تكون العقد متباعدة بشكل متساوٍ.

المنتظم المفتوح: يكون عدد قيم العقد مساوي الى درجة منحنى *b-spline* ، وقيم العقد الداخلية تكون متباعدة بشكل متساوية.

غير المنتظم: وتكون عدد قيم العقد متباعدة بشكل غير متساوي.

في هذه الرسالة تم استخدام متجهات العقدة المفتوحة المنتظمة لحساب منحنيات *B-spline*. حيث متجه العقدة المستخدم يساوي $(k + m)$ ، حيث "k" هو درجة الاساس و "m" هو عدد النقاط الداخلية في متجه العقدة. عندما لا تكون هناك نقاط عقدة داخلية ، يكون منحنى *B-spline* هو منحنى *Bezier*.

❖ **دالة الاساس (*Basis* Functions)**

بعد ان تم تحديد متجه العقد . يمكننا بعد ذلك حساب دالة اساس *b-Spline* حيث يمكن حساب وفق الصيغة الاتية :

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 & ti \le x \le t_{i+1} \\ 0 & other\ wise \end{cases}$$

بعد ان تم حساب ال *B-Spline* من الدرجة واحد يمكننا حساب اي درجة لهذه الدالة وفق هذه الصيغة .

$$N_{i,K}(x) = \frac{x - t_i}{t_{i+K-1} - t_i} N_{i,K-1}(x) + \frac{t_{i+K} - x}{t_{i+K} - t_{i+1}} N_{i+1,K-1}(x)$$

حيث تشير k الى درجة الاساس , وقيم t_i هي العناصر لمتجه العقد المحدد مسبقا .

❖ **نقاط التحكم(Control Points.)**

تتمثل الخطوة الاخيرة في تحديد نقاط التحكم من اجل الحصول على تقدير تقريبي دقيق الى المنحنى المطلوب. يمكننا حساب نقاط التحكم وفق صيغة (*Greville Abcissa*) التالية :

$$x_i = \tfrac{1}{n}\left(t_i + t_{i+1} + \cdots + t_{i+n_1}\right) \ldots \ldots \ldots .\ i = 0,1, \ldots .\ m - k \ldots \ldots (13)$$

تشير n الى درجة الاساس او $(k\text{-}1)$ و m الى العدد الكلي للعقد في متجه العقد.

4-طريقة(M –estimate) [17]

تعتبر هذه الطريقة واحدة من الاكثر الطرائق استخداما وذلك بسبب كفاءة المقدرات المستحصل عليها مع طريقة المربعات الصغرى . ان هذه الطريقة احدى الطرائق الحصينة لوجود القيم الشواذ (الملوثة) في متغير الاستجابة (المتغير المعتمد)، تتميز هذه الطريقة بانها امتداد لمقدرات الامكان الاعظم ، وان الحرف M يشير الى الامكان الاعظم . وان مقدر M يمكن كتابته كالاتي :

1-4 خوارزمية لتقدير M-estimate (Regression B-Spline) [*17*]

وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات الاتية :

1- يتم تحديد قيمة اولية للدالة $\widehat{m_i}$ بالإضافة الى تحديد قيمة التكرارات ويمكن اعتماد تقدير انحدار الشريحة من خلال المعادلة

$$.\widehat{m} = x(X^T X)^{-1} X^T y \ldots \ldots .(11)$$

2- ايجاد البواقي (*residuals*) من خلال الصيغة الاتية

$$r_i = y_i - \widehat{m}_i \ldots \ldots \ldots (12).$$

3- تقدير الانحراف المعياري $\widehat{\sigma_\varepsilon}$ وحسب الصيغة الاتية

$$MADN = \frac{MAD}{Z_{0.75}} = 1.4836MAD \ldots\ldots (13)$$

حيث ان MAD يمكن ايجادة من خلال الصيغة الاتية

$$MAD = median|r_i - median(r_i)|$$

4- حساب قيمة s من المعادلة الاتية

$$s = \frac{y_i - \hat{m}_i}{\widehat{\sigma_\varepsilon}} \ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

5- ايجاد القيم الزائفة (*pseudo data*) حسب الصيغة الاتية

$$z = \widehat{m}_i + \frac{\Psi_{c(s)}}{2} \ldots\ldots (15)$$

حيث ان $\Psi_c(s) \; = max[-c, \min{(c,s)}]$ ، c=1.345

6- حساب تقدير جديد للدالة $\widehat{m}$ بالاعتماد على القيم الزائفة وكالاتي :

$$\ldots\ldots(16).\widehat{m_p} = \mathrm{x}(\mathrm{x^T X})^{-1} X^T Z$$

7- جعل $\widehat{m_p} = \widehat{m}$ ، ونقوم بتكرار الخطوات من الخطوة (2)الى (6) ونتوقف حتى نحصل على تقارب في التقدير

2-4 خوارزمية M-estimate لتقدير (Penajized B-Spline) [*17*]

تتلخص هذه الطريقة بالخطوات الاتية :

1- يتم تحديد قيمة اولية للدالة $\widehat{m_\iota}$ بالإضافة الى تحديد قيمة التكرار ات ويمكن اعتماد تقدير الشريحة الجزائية من خلال المعادلة

$$\ldots\ldots\ldots\ldots(17).\widehat{m} = x\left(X^T X + \text{ג}D\right)^{-1} X^T y$$

2- ايجاد البواقي (*residuals*) من خلال الصيغة الاتية

$$\ldots\ldots\ldots\ldots(1`8) r_i = y_i - \hat{g}_i$$

3- تقدير الانحراف المعياري $\widehat{\sigma_\varepsilon}$ وحسب الصيغة الاتية

$$MADN = \frac{MAD}{Z_{0.75}} = 1.4836MAD \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

حيث ان MAD يمكن ايجادة من خلال الصيغة الاتية

$$MAD = median|r_i - median(r_i)|$$

4- حساب قيمة Sمن المعادلة الاتية

$$\ldots\ldots\ldots\ldots(20) s = \frac{y_i - \widehat{m}_i}{\widehat{\sigma_\varepsilon}}$$

5- ايجاد القيم الزائفة (*pseudo data*) حسب الصيغة الاتية

$$\ldots\ldots\ldots\ldots(21) z = \widehat{m}_i + \frac{\Psi_{c(s)}}{2}$$

حيث ان $\Psi_c(s) = max[-c, \min{(c,s)}]$ ، c=1.345

6- حساب تقدير جديد للدالة $\widehat{m}$ بالاعتماد على القيم الزائفة وكالاتي :

$$\ldots\ldots\ldots\ldots(22)\widehat{m_p} = x\left(X^T X + \text{ג}D\right)^{-1} X^T y$$

7- جعل $\widehat{m_p} = \widehat{m}$ ، ونقوم بتكرار الخطوات من الخطوة (2)الى (6) ونتوقف حتى نحصل على تقارب في التقدير

5-الجانب التجريبي[8]

يمكن تعريف المحاكاة على انها عملية تقليد للواقع العملي حيث يمكن من خلالها ايجاد الحلول للمشكلات الرياضية ، حيث يتم بناء انموذج مشابه للنموذج الاصلي ومن ثم تطبيق المعاينة عليه . وقد تم استعمال هذا الاسلوب كثيرا نتيجة للتقدم الحاصل في مجال الحاسبات الالكترونية بالإضافة الى ذلك تم استعمالها في مجالات الاحصاء المختلفة لتطوير ودراسة العديد من الطرائق الاحصائية المختلفة.

الدوال التي تم استعمالها في تجارب المحاكاة:

في هذا البحث تم استعمال ثلاث دول لتمثيل النموذج الاصلي و هي كلاتي:-

1-دالة لاخطية[2]

$$f(x) = x + 2exp(-16x^2)$$

2- دالة من الدرجة الثانية [15]

$$f(x) = 8(x - 0.5)^2$$

3- دالة من الدرجة لاخطية[11]

$$f\,(x) = sin(2x) + 2\exp(-2x^2)$$

تم تنفيذ تجارب المحاكاة باستعمال ثلاث حجوم للعينات (n_1=50, n_2=100, n_3=150) كما تم تلويث البيانات بنسب (10% ,16% , 20%)

جدول (1) يبين المعدل لقيم معيار المقارنة (MAE) ولجميع حجوم العينات ومستويات التلوث لمقارنة طريقة -B Spline في انحدار الشريحة(SB_{RS}) وB- Splineلانحدار الشريحة الجزائية(SB_{PS}) بالنسبة لطريق التحصين M للأنموذج الاول

Sample size حجوم العينات	طرائق التقدير	مستويات التلوث الثلاث		
		10%	16%	20%
n_1=50	B_{RS}S	0.859185845375766	0.842545086970516	0.835102747705256
	B_{PS}S	0.302688952249448	0.286476156221006	0.284871454859448
n_2=100	B_{RS}S	0.772527284688903	0.753273310455836	0.74269244720281
	B_{PS}S	0.435502461638852	0.419882054805362	0.411384431676352
n_3=150	B_{RS}S	0.727996290706994	0.711515683255502	0.698247512499867
	B_{PS}S	0.425407711125869	0.413096579712921	0.403354036795963

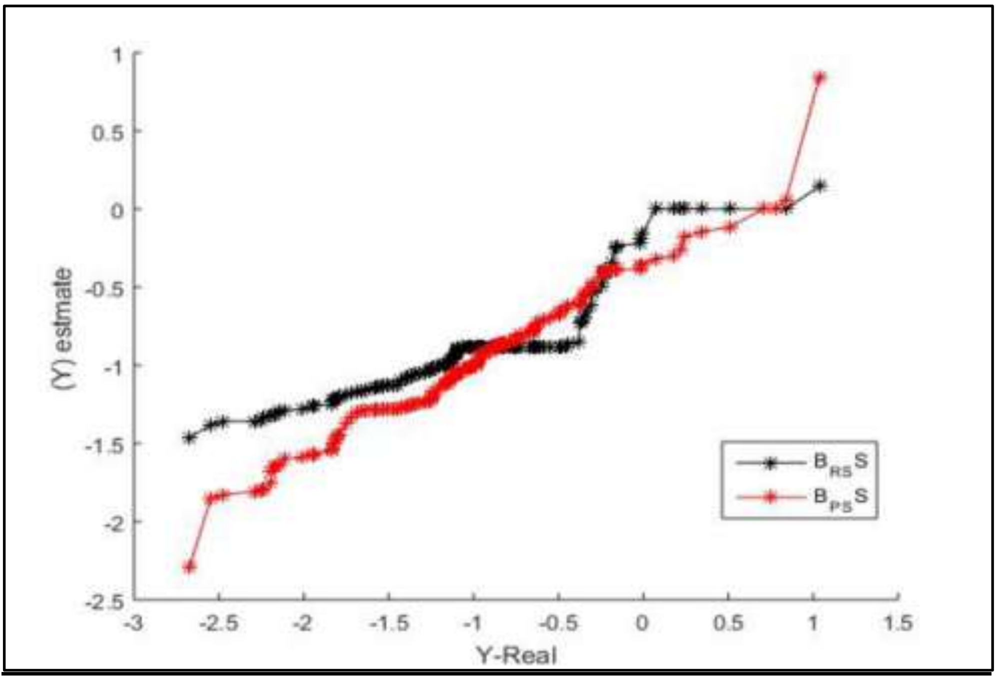
جدول (2) يبين المعدل لقيم معيار المقارنة (MAE) ولجميع حجوم العينات ومستويات التلويث لمقارنة طريقة B- Spline في انحدار الشريحة(SB_{RS}) وB- Splineالانحدار الشريحة الجزائية(SB_{PS}) بالنسبة لطريق التحصين M للأنموذج الثاني

Sample sizeحجوم العينات	طرائق التقدير	مستويات التلويث الثلاث		
		10%	16%	20%
n_1=50	SB_{RS}	0.847681517356411	0.838768348466307	0.827979888429032
	SB_{PS}	0.30786908446748	0.302487960805792	0.292180517516567
n_2=100	SB_{RS}	0.772287325507211	0.753340502016683	0.749001249649594
	SB_{PS}	0.438801672757033	0.423901115070321	0.418244068041991
n_3=150	SB_{RS}	0.734709607268037	0.714465369664029	0.700686147483468
	SB_{PS}	0.431209327832542	0.416545504131353	0.406585459190554

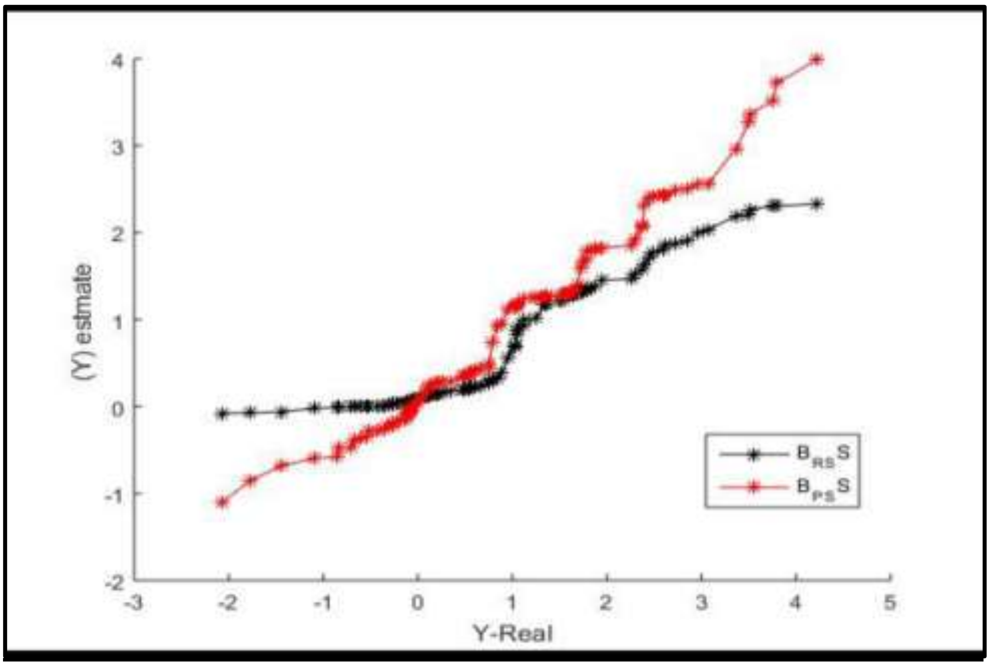
جدول (3) يبين المعدل لقيم معيار المقارنة (MAE) ولجميع حجوم العينات ومستويات التلويث لمقارنة طريقة B- Spline في انحدار الشريحة(SB_{RS}) وB- Splineلانحدار الشريحة الجزائية(SB_{PS}) بالنسبة لطريق التحصين M للأنموذج الثالث

Sample size حجوم العينات	طرائق التقدير	مستويات التلويث الثلاث		
		10%	16%	20%
n_1=50	B_{RS}S	0.812047015154894	0.796206007522084	0.787338057892965
	B_{PS}S	0.262490067482313	0.262490067482313	0.261431471718643
n_2=100	B_{RS}S	0.725153321004964	0.71750701070267	0.700778786567903
	B_{PS}S	0.41999711574937	0.408460815726807	0.398964222494532
n_3=150	B_{RS}S	0.692936465560763	0.674811390196406	0.654913853427359
	B_{PS}S	0.418391290031671	0.404660524319443	0.392136163354314

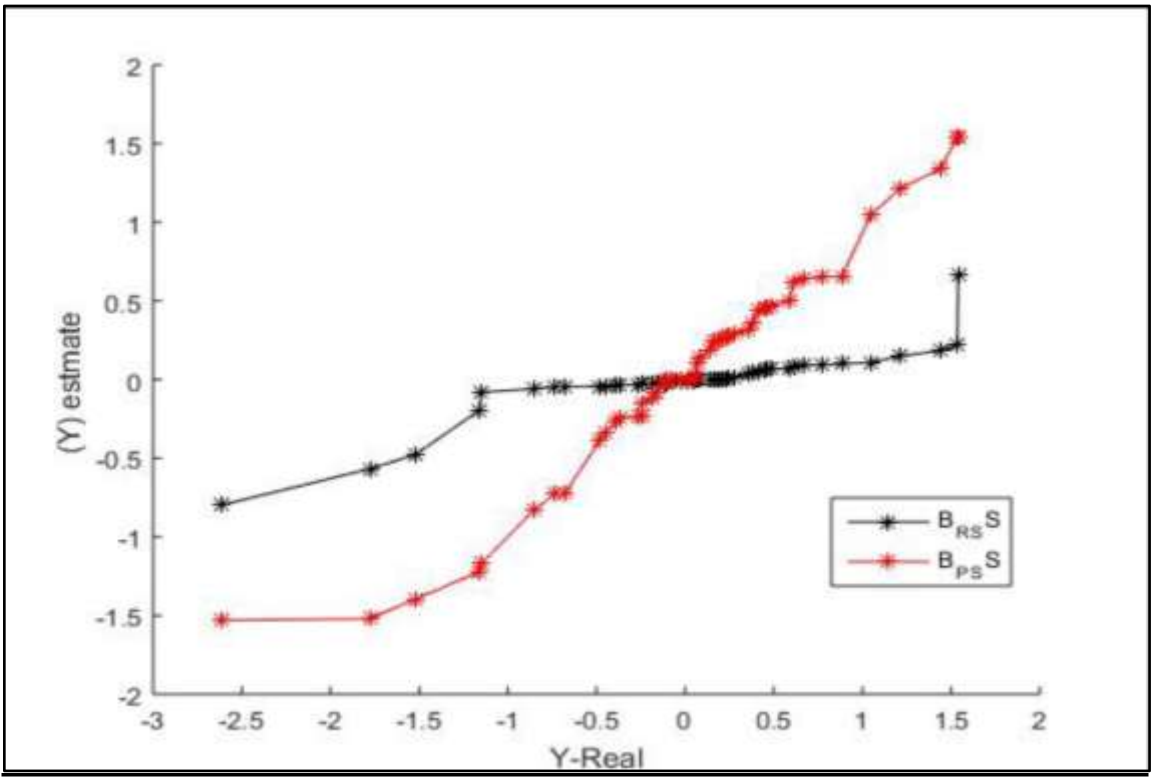
يمكـــن ملاحظـــة ان طريقـــة (PenalizeB-Spline) باســـتعمال طريقـــة التحصـــين (M-estimate) كانـــت الافضـل فـي التقـدير حيـث سـجلت اقـل قيمـة بالنسـبة لمعيـار المقارنـة معـدل لمتوسـط الخطـأ المطلـق (MAE) ولجميع نماذج المحاكاة ومستويات التلويث التي تم استعمالها في هذا الجانب



شكل رقم (1) يبين القيم الحقيقية والقيم التقديرية لمقدرات النموذج الاول $(SB_{ps})(S\ B_{RS})$عند حجم العينة n=150



شكل رقم (2) يبين القيم الحقيقية والقيم التقديرية لمقدرات النموذج الثاني $(SB_{ps})(S\ B_{RS})$عند حجم العينة n=150



شكل رقم (3) يبين القيم الحقيقية والقيم التقديرية لمقدرات النموذج الثالث (SB_{pS})($S\,B_{RS}$)عند حجم العينة n=150

1- من خلال نتائج المحاكاة يمكن ملاحظة القيمة المعيارية للنماذج الثلاثة حيث انها بدأت تقل عند ازدياد نسب التلويث.
2- لوحظ من خلال النتائج للنماذج الثلاثة تبين ان طريقة التمهيد الافضل كانت تمهيد الشريحة الجزائية لحجوم العينات الثلاثة ولجميع مستويات التلويث.
3- من خلال نتائج المحاكاة يمكن ملاحظة انه كلما زاد حجم العينة ادى ذلك الى الحصول على نتائج اقل بالنسبة لمعيار المقارنة (MAE).

المراجع References

1-خمو، خلود يوسف (2004) " مقارنة أساليب بيز مع طرائق أخرى لتقدير منحنى الانحدار اللامعلمي " أطروحة دكتوراه في الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
2- رشيد ،حسام عبد الرزاق(2014)، " الممهدات اللامعلمية لأنموذج المعاملات المتغيرة والمتغيرة جزئيا" اطروحة دكتوراة في الاحصاء . كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
3- مجيد ،غياث حميد (2016)، " تحديد افضل اسلوب تمهيدي لتقدير أنموذج انحدار لامعلمي " اطروحة دكتوراه في الاحصاء . كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
[4]-Eilers, P.H.C. and Marx, B.D. (1996)." Flexible smoothing with B-splines and penalties (with comments and rejoinder)". Statistical Science 11(2): 89-121.
[5]-Gálvez, A & Iglesias, A (2013). "Firefly Algorithm for Explicit B-Spline Curve Fitting to Data Points." Applied Mathematics and Computations Volume 2013, Article ID 528215, 12 pages.

[6]-Härdle, Wolfgang, (1994), "Applied Nonparametric Regression". Cambridge: Cambridge University Press.
[7]-Indra, D . P (2020). "A Comparison between Nonparametric Approach: Smoothing Spline and B-Spline to Analyze The Total of Train Passengers in Sumatra Island." Applied Mathematics and Computations Volume 1, Issue 1, 73-800.
[8]-Jator, Samuel & Zachariah ,Sinkala(2007). "A Higher Order B-spline Collocation Method for Linear Boundary Value Problems." Applied Mathematics and Computations 191: 100-116.
[9]-Johnson, R.W., (2005). "A B-spline Collocation Method for solving the Incompressible Navier- Stokes Equations Using an ad hoc Method: the Boundary Residual Method," Computers& Fluids 34: 121-149
[10]-Johnson, R.W., (2005)." Higher Order B-spline Collocation at the Greville Abscissa." Applied Numerical Mathematics: 52:63-75.
[11]- Lee, E. T. Y. (1982). "A Simplified B-Spline Computation Routine". Computing. 29 (4): 365–371
[12]-Magoon, Jason,(2010)." Application of the B-spline Collocation Method Geometrically Non-Linear Beam Problem" .Statistical Science 2(1): 9-25.
[13]-Marsh, L. C., Cormier, D. R. (2002) "Spline regression models". Sage Publications, Inc. Londo
[14]- Wu, H. and Zhang, J., (2006), "Nonparametric regression methods for longitudinal data analysis: Mixed-Effects modeling approaches", John Wiley & Sons, New Jersey
[15]-Susanti, Y. &Pratiwi, H.,(2013)," M estimation, S estimation, and MM estimation in robust regression" International Journal of Pure and Applied Mathematics Volume 91 No. 3 2014, 349-360
[16]-Wahba, G. (1990). "Spline Models for Observational Data". SIAM Philadelphia. CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Vol. 59.
[17]-Wang, B. &Miao, Z.(2014)." Comparative Analysis for Robust Penalized Spline Smoothing Method" Volume 2014, 11 pages