مقدرات المعولية والمخاطرة لتوزيع رايلي اللوغاريتمي مع تطبيق عملي

الاء فارس حميد[1] م.د اقبال محمود علوان[2]

كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة بغداد/قسم الاحصاء[1,2]

في هذا البحث تم اشتقاق معلمات ومقدر دالة المعولية R(t) ومعلمات ومقدر دالة المخاطرة (الفشل) h(t) لتوزيع رايلي اللوغاريتمي Rayleigh logarithmic(RL) باستخدام طريقة التقلصShrinkage Method ،ان الهدف من البحث هو لمعرفة مدى كفاءة المقدرات المشتقة حيث تمت مقارنتها مع طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method بأسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو ولحجوم عينات مختلفة، لقيم معلمات مختلفة وبالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وتم التوصل الى ان مقدرات طريقة التقلص المشتقة هي الافضل، وتم تطبيق هذه الطريقة على بيانات حقيقية لأوقات الفشل لمكائن بالأشهر (t_i) التابعة لصيانة مشاريع ري وبزل بغداد.

المصطلحات الرئيسية في البحث: توزيع رايلي اللوغاريتمي، طريقة الامكان الاعظم، طريقة التقلص، متوسط مربعات الخطأ التكاملي(IMSE).

المقدمة Introduction

ان الاهتمام بالمعولية قد ازداد بعد انتشار الصناعة بشكل واسع وازدياد التعقيدات الالكترونية والكهربائية والميكانيكية، في السابق(1940) كانت البحوث تقتصر فقط على السيطرة النوعية وعلى صيانة الاليات (المكائن) ولم تعمل على تشخيص المعولية الا بعد ان قام المتخصصون في معرفة سلوك الفشل لمدة معينة، ولأجل التوصل الى عدة طرق لتقليل كلفة الانتاج والصيانة في مجال نظرية المعولية ونظرية البقاء وذلك لان كل من نظرية المعولية والبقاء لهما نفس الخاصية وهي قياس طول الحياة سواء كانت لألية او لكائن حي، لقد ركزت البحوث الهندسية والعلمية على تقدير دالة المعولية وتقدير دالة المخاطرة (الفشل) باعتبارها من المستلزمات الرئيسية في العملية الانتاجية.

هدف البحث : Aim of Research

يهدف هذا البحث الى معرفة مدى كفاءة المقدرات المشتقة بطريقة التقلص حيث تمت مقارنتها مع طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method بأسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو.

1- الجانب النظري:

1-1: توزيع رايلي اللوغاريتمي : Rayleigh Logarithm Distribution

ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ريلي اللوغاريتمي ذي معلمتين، باعتبار ρ تمثل معلمة الشكل و σ^2 تمثل معلمة القياس بالدالة الاحتمالية التالية[Bugatekin, 2017: p81]:

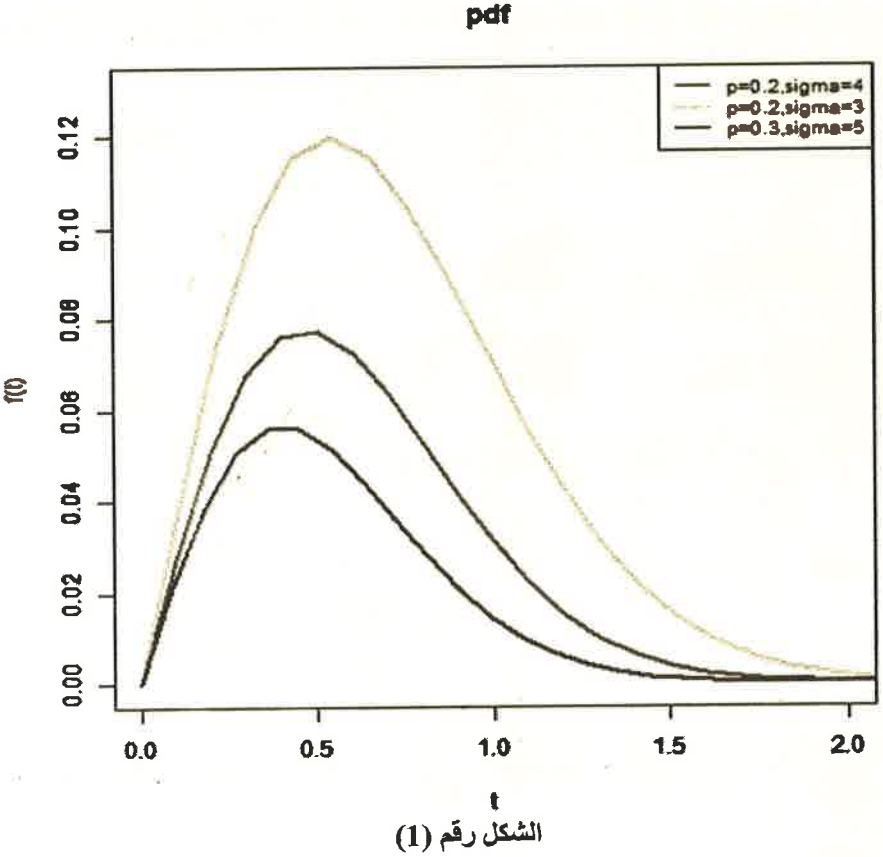
$$f(t,\theta) = -\frac{t}{\ln(1-p)\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} p\left(1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} p\right)^{-1} \quad ; \theta = (\sigma^2, p \quad .....(1)$$

اذ ان :

$0 < p < 1$: تمثل معلمة الشكل shape parameter .

$\sigma^2 > 0$: تمثل معلمة القياس scale parameter .

وان الشكل رقم (1) يوضح سلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي اللوغارتمي ولقيم افتراضية مختلفة وكما يلي:



الشكل رقم (1)

وبالنسبة الى دالة التوزيع التراكمية لتوزيع ريلي اللوغاريتمي فتكون بالشكل التالي [Bugatekin, [2017:p81]:

$$F(t;p,\sigma^2) = 1 - \frac{\ln\left(1 - pe^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}}\right)}{\ln(1-p)} \dots\dots\dots (2)$$

2-1 دالة المعولية : Reliability Function

يمكن تعريف دالة المعولية R(t) بانها احتمال عمل الماكنة (الجهاز) تحت شروط خاصة باستعمال المستهلك لتلك الماكنة (الجهاز)، اي ان احتمال بقاء عمل الماكنة (الجهاز) او النظام في العمل او عدم فشل النظام في اداء عمله ضمن الفترة [0,t] ورياضيا كما يلي[Lee, 2003: p8]:

$$R(t;p,\sigma^2) = \frac{\ln\left(1 - pe^{\frac{t^2}{2\sigma^2}}\right)}{\ln(1-p)} \dots\dots\dots (3)$$

3-1 دالة المخاطرة : Hazard Function

يمكن التعبير عن دالة المخاطرة بانها التوقع الرياضي لدالة الخسارة، ويمكن التعبير عنها رياضيا وكما يلي :

$$R(\hat{\theta},\theta) = E[L(\hat{\theta},\theta)]$$

اذ ان:

$R(\hat{\theta},\theta)$: تمثل دالة المخاطرة.

$$R(\hat{\theta},\theta) = \begin{cases} \int_{\forall\theta} L(\hat{\theta},\theta).h(\theta\backslash t_1,t_2,\dots,t_n)dt & \text{if (t)continuous} \\ \sum_{\forall\theta} L(\hat{\theta},\theta).h(\theta\backslash t_1,t_2,\dots,t_n)dt & \text{if (t) discrete} \end{cases}$$

ويكون مقدر بيز $(\hat{\theta}_{Bayes})$ للمعلمة $(\hat{\theta})$ هو تلك القيمة المتوقعة لهذه المعلمة والتي تجعل دالة المخاطرة في نهايتها الصغرى، وان احدائي النقطة الحرجة يمثل مقدر بيز وقيمة خسارة بيز اللاحقة على الترتيب، بطريقة اخرى يمكن احتساب دالة المخاطرة وذلك بالاعتماد على الدالة التراكمية ودالة الكثافة الاحتمالية، الصيغة الرياضية لدالة المخاطرة هي[الصراف, 220:2016] [Lee, 2003: p11]:

$$h(t) = -\frac{te^{\frac{t^2}{2\sigma^2}}p\left(1 - pe^{\frac{t^2}{2\sigma^2}}\right)^{-1}}{\sigma^2\ln\left(1 - e^{\frac{t^2}{2\sigma^2}}p\right)} \dots\dots\dots (4)$$

4-1: طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method

تعتبر هذه الطريقة من الطرائق المهمة في عملية التقدير لكونها تحتوي على خصائص جيدة ومنها خاصية الثبات وخاصية الاتساق ويمكن تعريفها بطريقة اخرى بانها تلك القيم التي تجعل دالة الامكان الاعظم في نهايتها العظمى[الجاسم,2004: 416] [Mohammed, 2018: p45].

عرض العالم فيشر "Fisher R.A." عام 1920م احد رواد الاحصاء في القرن العشرين طريقة للتقدير اطلق عليها اسم " طريقة الامكان الاعظم " ويعد تقدير الامكان الاعظم (M.L.E) احدى واهم واكثر الطرق انتشارا في الاحصاء لتقدير معلمات التوزيع الاحتمالي المقترح[الصراف, 23:2016].

ان دالة الامكان الاعظم لتوزيع رايلي اللوغاريتمي ذو معلمتين هي [Bugatekin, 2017: p82] :

$$.....(5) L(t;\rho,\sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i;\rho,\sigma^2)$$

$$= (-1)^n \frac{\prod_{i=1}^{n} t_i}{(\sigma^2)^n[\ln(1-p)]^n} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n} ti^2}{2\sigma^2}} \rho^n \prod_{i=1}^{n} (1 - pe^{-\frac{t_i^2}{2\sigma^2}})^{-1}$$

وبإدخال اللوغاريتم على طرفي المعادلة (5) نحصل على :

$$\text{Ln } L(t;\ \rho,\sigma^2) = \ln(-1)n + \sum_{i=1}^{n} \ln t_i - n\ln\sigma^2 - n\ln[\ln(1-p)]$$

$$- \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^2}{2\sigma^2} + n\ln p - \sum_{i=1}^{n} \ln(1 - pe^{\frac{-t_i^2}{2\sigma^2}})^{-1} \dots\dots\dots (6)$$

ثم نشتق المعادلة (6) بالنسبة الى (P) فنحصل على:

$$\frac{\partial \ln l}{\partial p} = 0 + 0 - 0 - \frac{n}{\ln(1-p)} * \frac{1}{1-p} * (-1) + \frac{n}{p} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1 - pe^{\frac{-ti^2}{2\sigma^2}}} * -e^{\frac{-ti^2}{2\sigma^2}}$$

$$= \frac{n}{(1-\hat{p})\ln(1-\hat{p})} + \frac{n}{\hat{p}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-\frac{ti^2}{2\hat{\sigma}^2}}}{1 - \hat{p}e^{-\frac{ti^2}{2\hat{\sigma}^2}}}$$

$$\hat{p}_{mle} = \frac{n}{(1-\hat{p})\ln(1-\hat{p})} + \frac{n}{\hat{p}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{\frac{t_{i2}}{2\hat{\sigma}^2}}}{1-\hat{p}e^{\frac{t_{i2}}{2\hat{\sigma}^2}}} \dots\dots (7)$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة الى (σ^2) فان:

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{\sigma^2} * (1) - \sum_{i=1}^{n} -\frac{t_i^2}{2} - (\sigma^2)^{-2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{-pe^{-\frac{t_i^2}{2\sigma^2}} - \frac{t_i^2}{2} * -(\sigma^2)^{-2}}{1 - pe^{-\frac{t_i^2}{\sigma^2}}}$$

$$\hat{\sigma}_{mle} = \frac{-n}{\sigma^2} * (1) - \sum_{i=1}^{n} -\frac{t_i^2}{2} - (\sigma^2)^{-2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{-pe^{-\frac{t_i^2}{2\sigma^2}} - \frac{t_i^2}{2} * -(\sigma^2)^{-2}}{1 - pe^{-\frac{t_i^2}{\sigma^2}}} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

وبحل المعادلتين (7) و(8) بواسطة الايعاز(f.solve) يتم استخراج قيم المعلمات (ρ, σ^2).

وبعد ان تم تقدير (ρ, σ^2) بطريقة الامكان الاعظم يتم تقدير دالة المخاطرة وذلك بتعويض المعلمات بالمعادلة (4) وكما يلي:

$$\hat{h}_{mle}(t) = -\frac{te^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}} \hat{p}\left(1 - \hat{p}e^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}}\right)^{-1}}{\hat{\sigma}^2 \ln\left(1 - e^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}} \hat{p}\right)} \ldots\ldots\ldots (9)$$

وكذلك بالنسبة الى دالة المعولية يتم تعويض القيم المقدرة في المعادلة رقم (3) وكما يلي:

$$\hat{R}_{mle}(t, p, \sigma^2) = \frac{\ln\left(1 - \hat{p}e^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}}\right)}{\ln(1 - \hat{p})} \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

5-1: طريقة التقلص Shrinkage Method

تعد مقدرات التقلص من المقدرات البيزية والتي تعتمد على افتراض ان المعلمات المجهولة والمطلوب تقديرها هي متغيرات عشوائية لأي توزيع معين ، حيث انها تعتمد على مقدار التقلص λ وعلى مجال القبول R.

ان معلمة التقلص تعني مقدار ثقة الباحث المعلومات الاولية ولعدم وجود اي صيغة لاختيار قيمة (λ) فان كل باحث استطاع ان يحدد صيغة وفق قواعد يعتقد بانها كافية.

حيث ان من خصائص طريقة التقلص اعتمادها على المعلومات الاولية عن المعلمات على شكل قيم اولية حيث سوف يكون مقدرها اكثر كفاءة من المقدرات التقليدية التي تعتمد فقط على معلومات العينة.

المقدر الذي اقترحه (Thompson) لمقدرات التقلص يكون بالصيغة التالية[الجاسم,2004: 419] [احمد,2013: 9-10][Al Mayali, 2013: p106].

$$\overline{R}(t) = \lambda \hat{R}(t) + (1 - \lambda) R_0(t) \ldots\ldots\ldots (11)$$

اذ ان:

$\hat{R}(t)$: اي مقدار لدالة البقاء $R(t)$ ويفضل ان يكون غير متحيز.

$R_0(t)$: قيمة اولية لدالة البقاء بقيم افتراضية للمعلمتين ρ, σ^2.

$$R_0(t) = \frac{\ln\left(1 - p_0 e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}\right)}{\ln(1 - p_0)}$$

λ : مقدار التقلص الذي ينتمي للفترة المفتوحة (0,1).

$$MSE(\bar{R}(t), R(t)) = E[\lambda\hat{R}(t) + (1-\lambda)R_0(t) - R(t)]^2$$

$$= E[\lambda\hat{R}(t) - \lambda R(t) + \lambda R(t) - (1-\lambda)R_0(t) - R(t)]^2$$

$$= E[\lambda(\hat{R}(t) - R(t) + (1-\lambda)(R_0(t) - R(t)]^2$$

$$= E[\lambda^2(\hat{R}(t) - R(t)]^2 - 2\lambda(1-\lambda)(\hat{R}(t) - R(t)(R_0(t) - R(t) + (1-\lambda)^2(R_0(t) - R(t))^2]$$

$$= \lambda^2 E\left(\hat{R}(t) - R(t)\right)^2 + (1-\lambda)^2(R_0(t) - R(t))^2$$

وبالاشتقاق بالنسبة الى (λ) ومساواتها الى الصفر نجد ان [من قبل الباحثة]:

$$\frac{\partial}{\partial\lambda} MSE(\bar{R}(t)) = 2\lambda\, E[\hat{R}(t) - R(t)]^2 - 2(1-\lambda)[(R_0(t) - R(t)]^2$$

$$2\lambda E\left(\hat{R}(t) - R(t)\right)^2 - 2(1-\lambda)(R_0(t) - R(t))^2 = 0$$

$$\lambda\left[E(\hat{R}(t) - R(t)]^2 + (R_0(t) - R(t))^2\right] = [R_0(t) - R(t)]^2$$

$$\hat{\lambda}_{Sh.E} = \frac{[R_0(t) - R(t)]^2}{MSE(\hat{R}(t) + (R_0(t) - R(t))^2} \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

ان قيمة ($\hat{\lambda}_{Sh.E}$)في المعادلة رقم (12) تجعل متوسط مربعات الخطأ لمقدار التقلص اقل ما يمكن.

2-الجانب التجريبي :

لغرض المقارنة بين هاتين الطريقتين قمنا باستعمال اسلوب المحاكاة (Simulation) بغية محاكاة اكبر عدد من الحالات التي يمكن ان نواجهها في الواقع العملي وذلك بهدف الوصول الى نتائج اكثر شمولية، حيث تتضمن تجارب المحاكاة المراحل التالية[الجاسم,2004: 420] [حميد,2017: 394-395]:

المرحلة الاولى: يتم اختيار القيم الافتراضية للمعلمات (p, σ^2) وبحجوم العينات (30,100,70) وبتكرار البرنامج (1000).

جدول رقم(1) القيم الافتراضية للمعلمات وعدد التجارب

Experiment	P	σ^2
1	0.2	4
2	0.2	3
3	0.4	5

المرحلة الثانية: يتم توليد المتغير العشوائي (t) من خلال المعادلة التالية:

$$t_i = [\ln \left[\frac{1-(1-p)^{(1-u)}}{p}\right]^{2\sigma^2}]^{\frac{1}{2}}$$

حيث ان U_i تتبع التوزيع المنتظم

المرحلة الثالثة: في هذه المرحلة يتم تقدير المعلمات ودالة المخاطرة لتوزيع ريلي اللوغاريتمي .

المرحلة الرابعة: في هذه المرحلة تتم المقارنة بين طرائق التقدير عن طريق استعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي وكما يلي:

$$\mathrm{IMSE}[\hat{h}(t)] = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}[\hat{h}_i(t_j) - h(t_j)]^2\right\}$$

$$\mathrm{IMSE}[\hat{R}(t)] = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}[\hat{R}_i(t_j) - R(t_j)]^2\right\}$$

حيث ان :

r : عدد مكرر كل تجربة (r=1000)

R: القيمة الحقيقية للمعولية.

$\tilde{R}_i$:مقدر المعولية حسب طريقة التقدير.

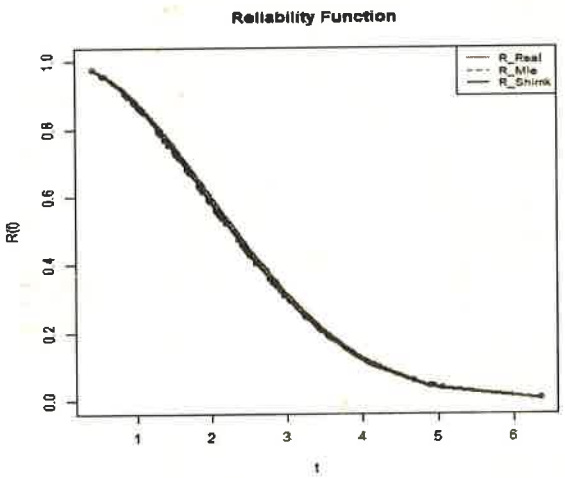
h: القيمة الحقيقية للمخاطرة .

$\hat{h}$:مقدر المخاطرة حسب طريقة التقدير.

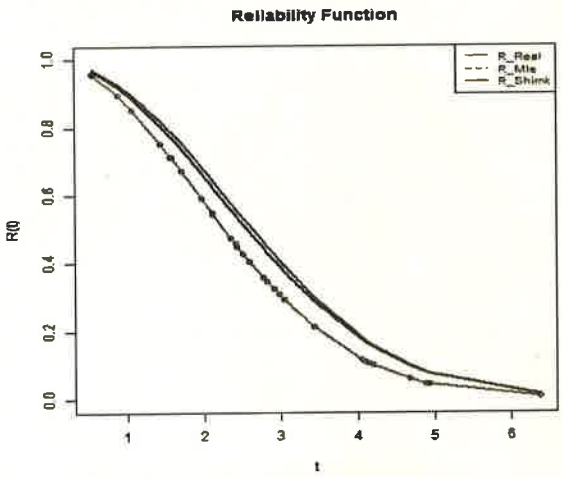
بعد ان تم توضيح خطوات تجربة المحاكاة يتم عرض وتحليل نتائج المحاكاة وكما موضح ادناه:

جدول رقم (2) يمثل مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المعولية R(t) للتجربة رقم(1)

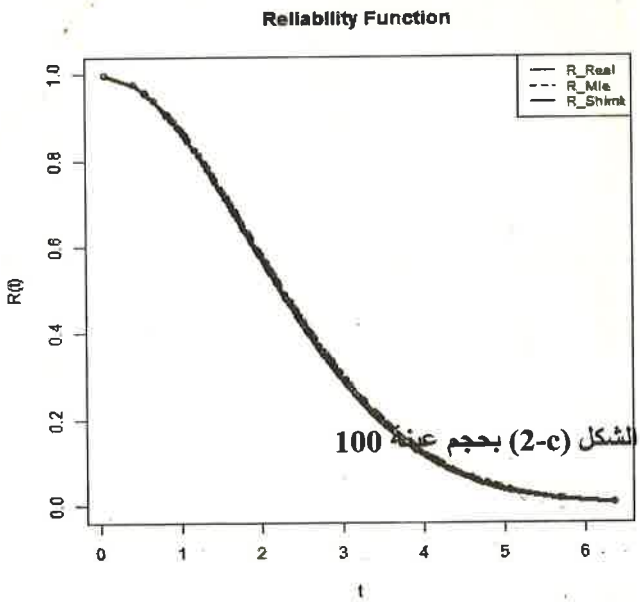
Method / n	Mle	Sh	Best
30	0.00309215	0.00160515	**Sh**
70	0.00124351	0.00075199	**Sh**
100	0.00093226	0.00063453	**Sh**



الشكل (2-b) بحجم عينة 70

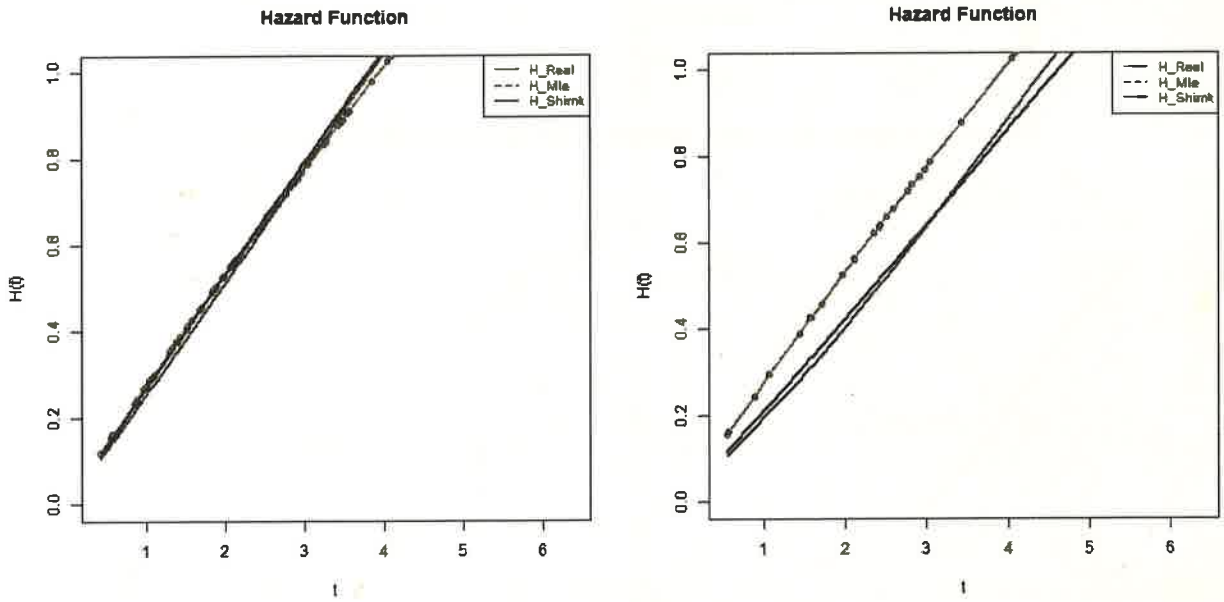


الشكل (2-a) بحجم عينة 30



الشكل (2-c) بحجم عينة 100

من الجدول رقم(2) : اظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة التقلص هي الافضل مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم وباستعمال معيار المقارنة (IMSE), **والشكل (2-a,2-b,2-c)** يوضح سلوك دالة المعولية وبكافة حجوم العينات وللتجربة رقم (1).

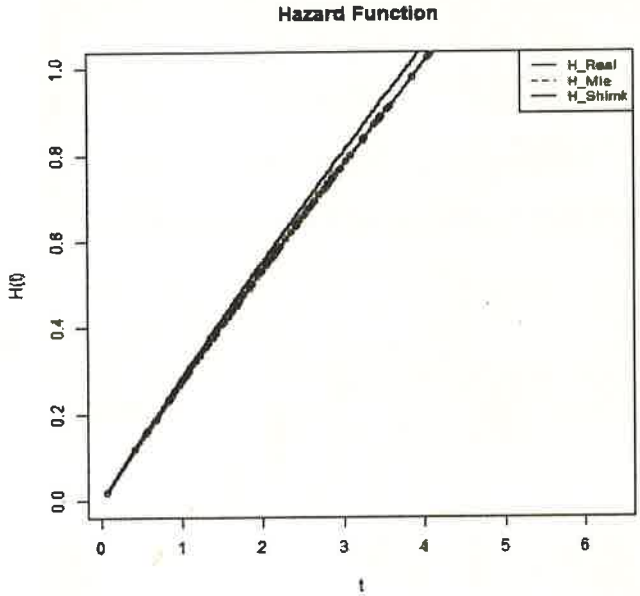


جدول رقم (3): متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المخاطرة H(t) للتجربة (1)

Method / n	Mle	Sh	Best
30	0.02308790	0.01440963	**Sh**
70	0.01009045	0.00699415	**Sh**
100	0.00821054	0.00571036	**Sh**

الشكل رقم (3-a) بحجم عينة 30

الشكل رقم (3-b) بحجم عينة 70

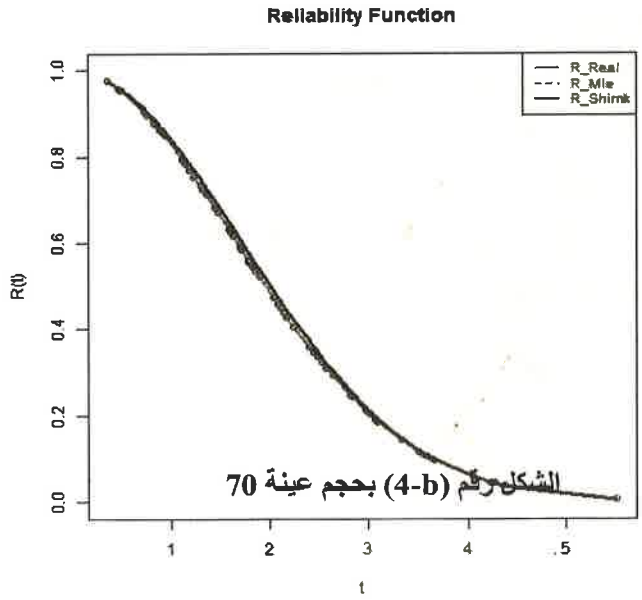


الشكل (3-c) بحجم عينة 100

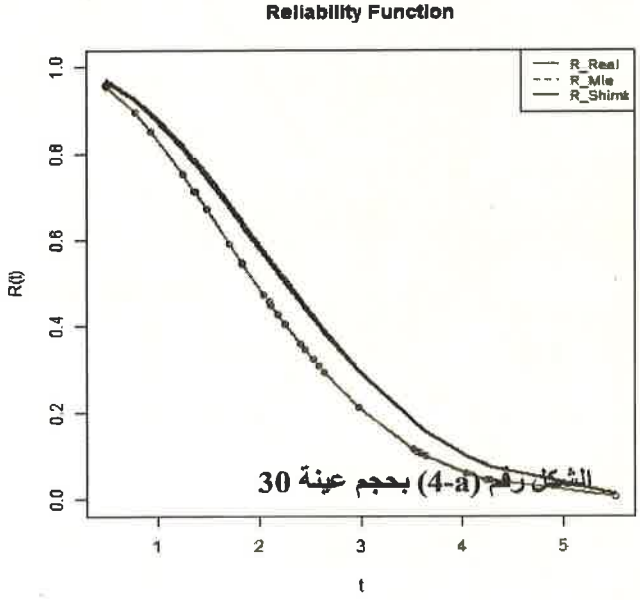
من الجدول (3): اظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة التقلص هي الافضل مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم وباستعمال معيار المقارنة (IMSE), **والشكل (3-a,3-b,3-c)** يوضح سلوك دالة المخاطرة وبكافة حجوم العينات وللتجربة رقم (1).

جدول(4):متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المعولية R(t) للتجربة رقم (2)

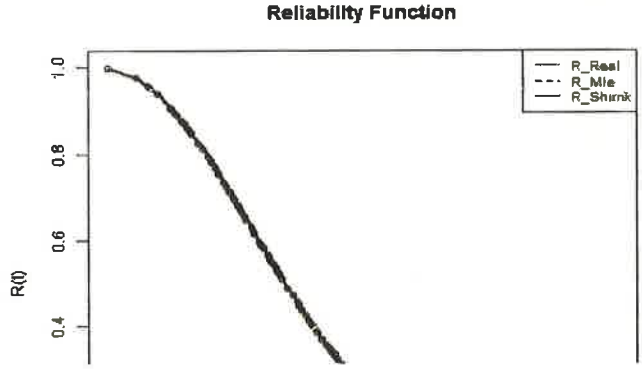
Method / n	Mle	Sh	Best
30	0.00448675	0.00189402	**Sh**
70	0.00169087	0.00062414	**Sh**
100	0.00107576	0.00042582	**Sh**

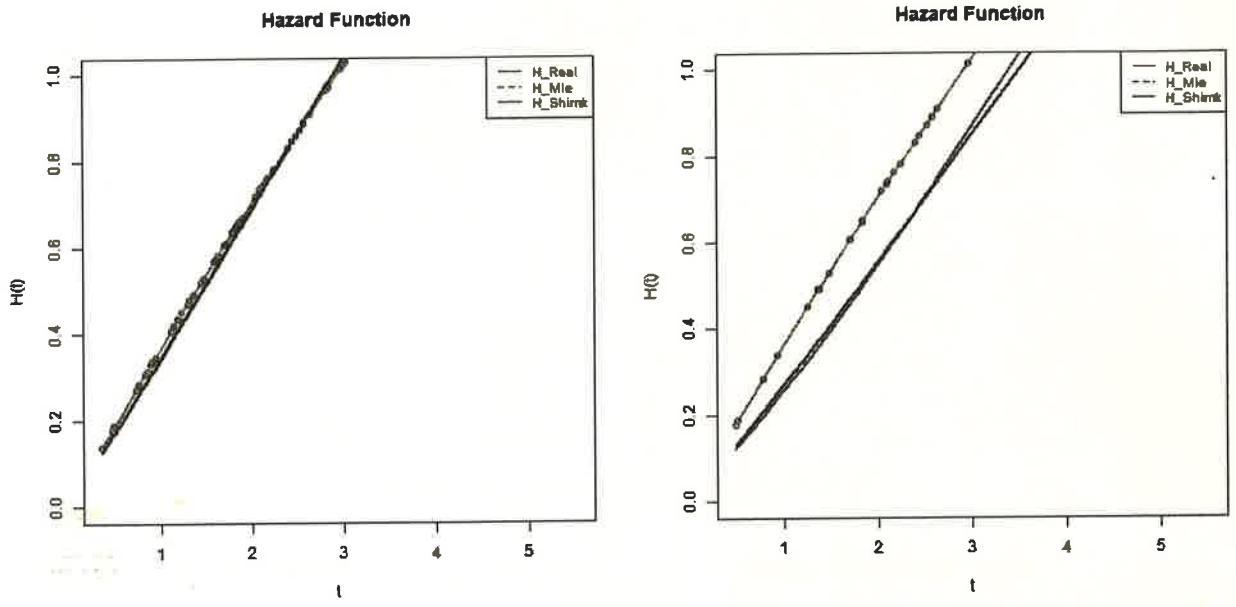


الشكل رقم (4-b) بحجم عينة 70



الشكل رقم (4-a) بحجم عينة 30





الشكل (4-c) بحجم عينة 100

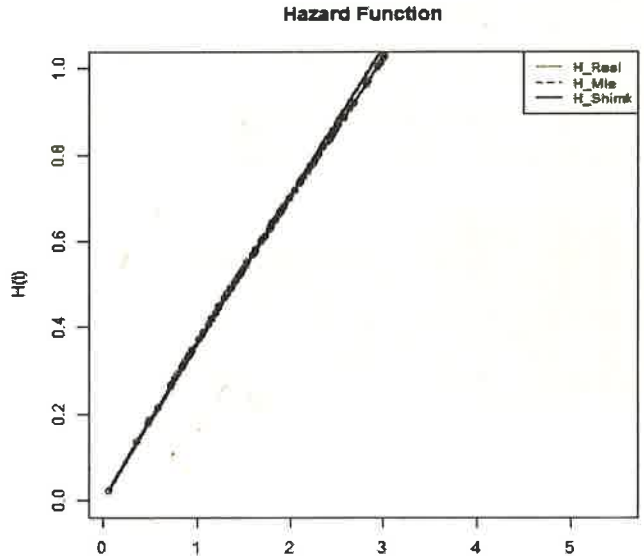
من الجدول (4): اظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة التقلص هي الافضل مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم وباستعمال معيار المقارنة (IMSE), **والشكل (4-a,4-b,4-c)** يوضح سلوك دالة المعولية وبكافة حجوم العينات وللتجربة رقم (2).

جدول رقم (5): متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المخاطرة H(t) للتجربة رقم (2)

Method / n	Mle	Sh	Best
30	0.04461927	0.02712505	**Sh**
70	0.01481003	0.00853373	**Sh**
100	0.00107576	0.00042582	**Sh**

الشكل رقم (5-a) بحجم عينة 30

الشكل رقم (5-b) بحجم عينة 70



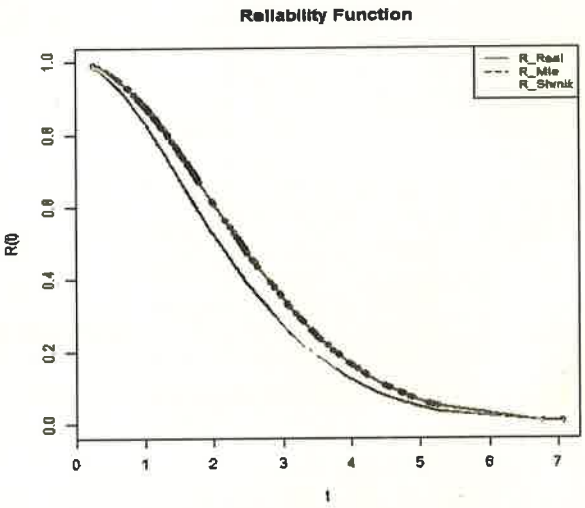
الشكل (5-c) بحجم عينة 100

من الجدول (5): اظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة التقلص هي الافضل مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم وباستعمال معيار المقارنة (IMSE), والشكل (5-a,5-b,5-c) يوضح سلوك دالة المخاطرة وبكافة حجوم العينات وللتجربة رقم (2).

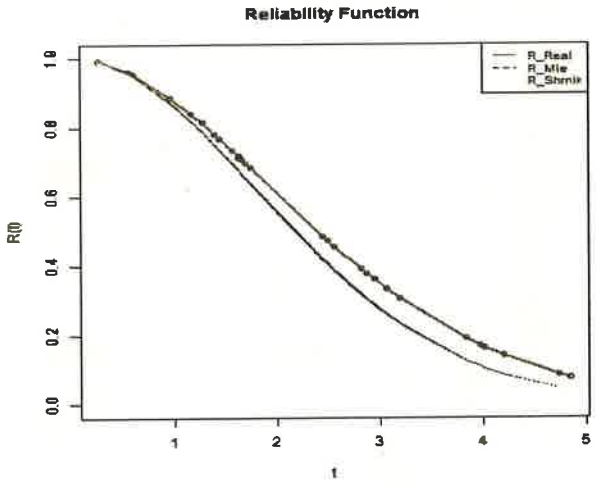
جدول رقم (6): متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المعولية R(t) للتجربة رقم (3)

Method	Mle	Sh	Best

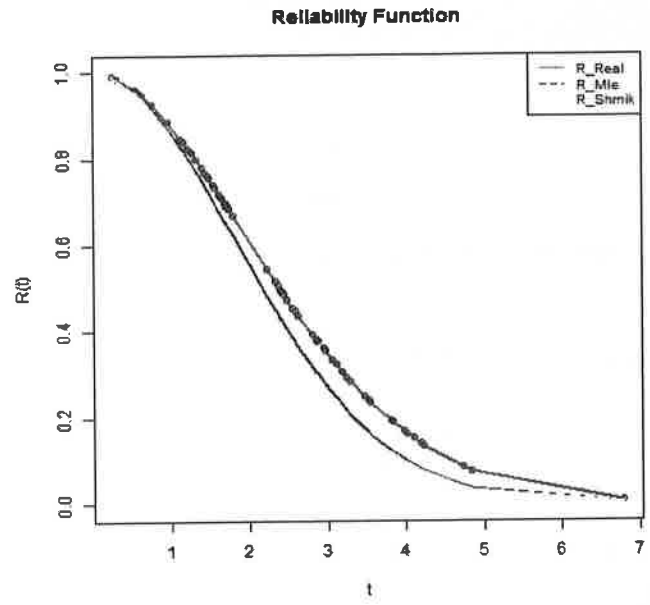
n			
30	0.00303723	0.00143977	Sh
70	0.00189047	0.00107327	Sh
100	0.00111485	0.00079172	Sh



الشكل رقم (6-a) بحجم عينة 30



الشكل رقم (6-b) بحجم عينة 70

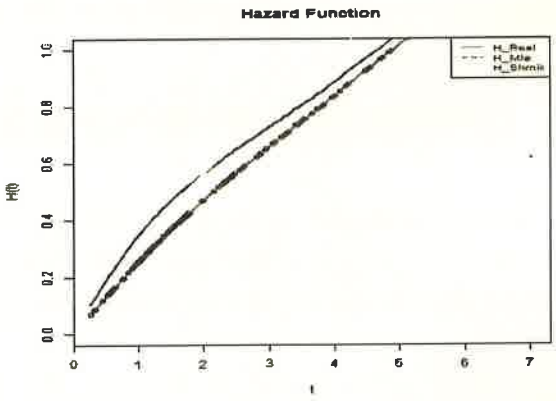


الشكل(6-c) بحجم عينة 100

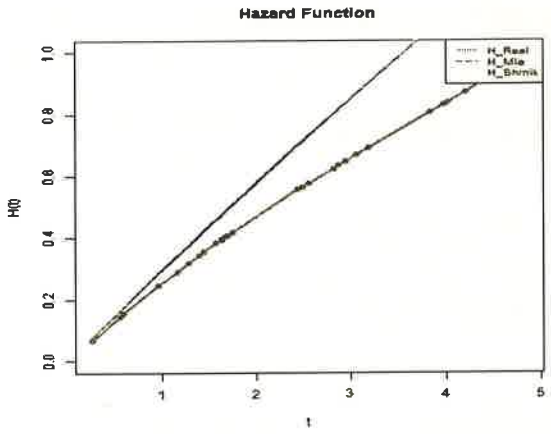
من الجدول (6): اظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة التقلص هي الافضل مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم وباستعمال معيار المقارنة (IMSE), **والشكل (6-a,6-b,6-c)** يوضح سلوك دالة المعولية وبكافة حجوم العينات وللتجربة رقم (3).

جدول رقم (7): متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المخاطرة H(t) للتجربة رقم (3)

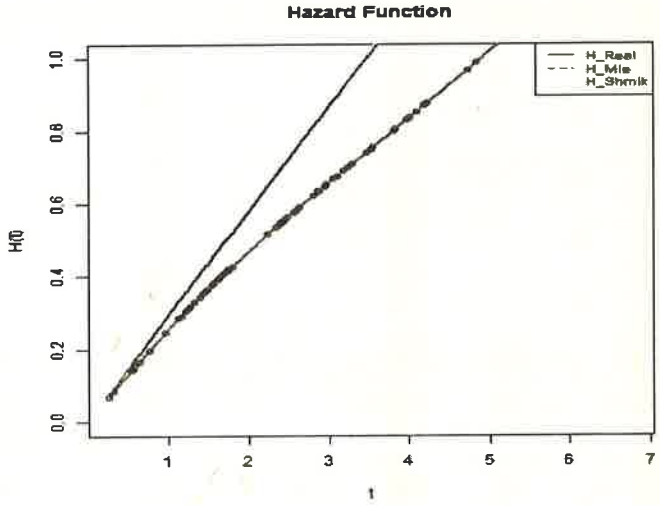
Method / n	Mle	Sh	Best
30	0.01874175	0.01135890	**Sh**
70	0.00966182	0.00735811	**Sh**
100	0.00691306	0.00595016	**Sh**



الشكل رقم (7-a) بحجم عينة 30



الشكل رقم (7-b) بحجم عينة 70



الشكل (7-c) بحجم عينة 100

من الجداول (7): اظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة التقلص هي الافضل مقارنة مع طريقة الامكان الاعظم وباستعمال معيار المقارنة (IMSE), والشكل (**7-a,7-b,7-c**) يوضح سلوك دالة المخاطرة وبكافة حجوم العينات وللتجربة رقم (3).

3:الجانب التطبيقي:

في هذا الجانب تم استعمال طريقة التقلص في التقدير وذلك لان من خلال النتائج التي ظهرت لدينا في المحاكاة ان طريقة التقلص هي الافضل لجميع حجوم العينات.

3-1: البيانات الحقيقية لتوزيع رايلي اللوغاريتمي (Real data description for Rayleigh logarithmic Distribution)

تم تقدير معلمة الشكل p ومعلمة القياس σ^2 ودالة المعولية والمخاطرة H(t) وذلك عن طريق استعمال طريقة التقلص Shrinkage Method، حيث تم جمع بيانات حقيقية بحجم (100) للمكائن التابعة لصيانة مشاريع ري وبزل بغداد التابعة لوزارة الموارد المائية للأعوام (2015,2017,2018,2019) حيث تم تبويب هذه البيانات لكي يتم الحصول على اوقات فشل هذه المكائن بالأشهر (t_i).

الجدول رقم (8) يوضح اوقات فشل المكائن بالأشهر (t_i) وكما موضح ادناه:

الجدول رقم (8)

I	t_i	I	t_i	I	t_i	I	t_i
1	3	26	1.7	51	1.7	76	2.1
2	1	27	0.5	52	5.3	77	0.9
3	1.6	28	4.5	53	4.7	78	1.9
4	3.1	29	1.1	54	1.4	79	5.1
5	2.8	30	5.9	55	2.9	80	1.5
6	3.3	31	5.7	56	0.9	81	4.8
7	3.4	32	6.3	57	3.7	82	2.3
8	2.7	33	1	58	1.7	83	2
9	0.8	34	4.1	59	0.3	84	1
10	3.9	35	3.3	60	3.6	85	1.3
11	1.3	36	2.4	61	3.4	86	4
12	5.1	37	2.6	62	1.2	87	1.9
13	2.4	38	3.7	63	3.2	88	1
14	3.2	39	2.8	64	1.4	89	2.2

15	0.4	40	0.8	65	1.4	90	0.3
16	0.9	41	2.5	66	2	91	3.7
17	1.7	42	1.8	67	0.8	92	0.6
18	1.6	43	3.3	68	2.5	93	2.5
19	4.1	44	1.7	69	2.8	94	2
20	2.1	45	1.5	70	2.5	95	3.1
21	3	46	1.8	71	2.2	96	3.8
22	1.2	47	2.6	72	2.8	97	3.4
23	2.7	48	1.2	73	2.4	98	3.2
24	2.4	49	0.8	74	4.3	99	4.5
25	2.4	50	3.5	75	4.1	100	1.5

حيث تم تطبيق اختبار(Chi-Squared) لحسن المطابقة(Goodness of fit) للبيانات الحقيقية في برنامج(R), وكانت نتيجة الاختبار هي كالاتي :

Pearson's Chi-squared test

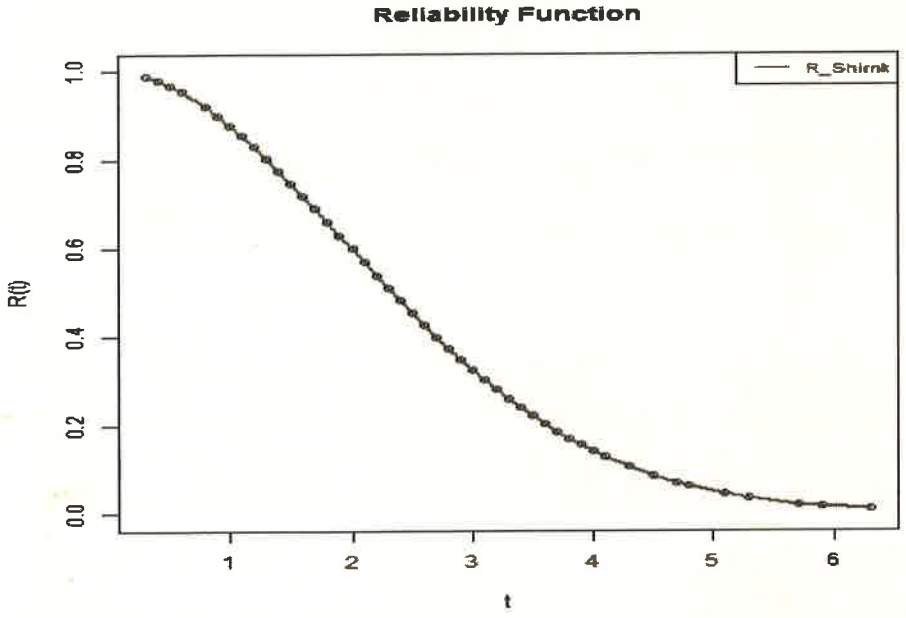
X-squared = 24, df = 3, p-value = 0.2424

ووجدنا ان قيمة p-value = 0.2424>0.05 وهذا يعني ان البيانات تتبع توزيع رالي اللوغاريتمي.

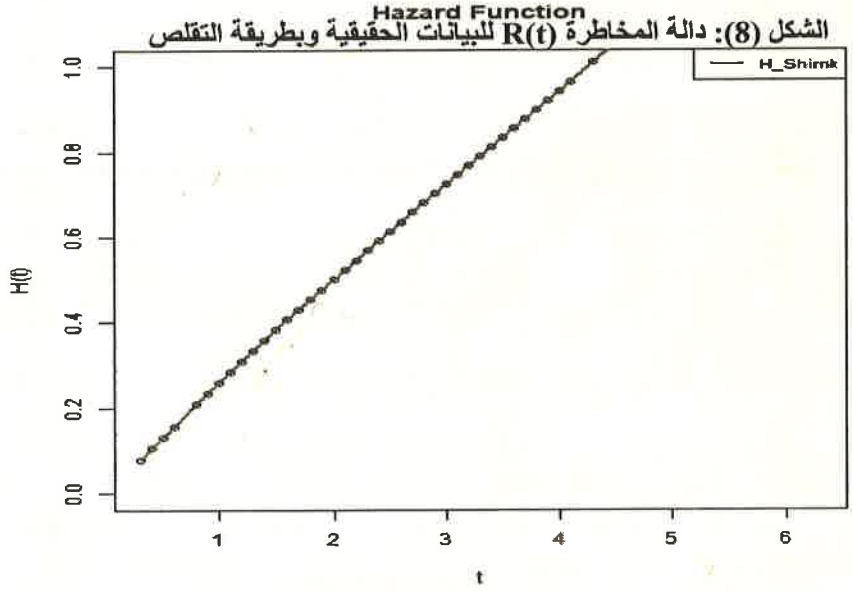
جدول رقم (9): تقدير دالة المعولية والمخاطرة للبيانات الحقيقية

t	$\hat{R}(t)$_Shirnk	$\hat{H}(t)$_Shirnk	t	$\hat{R}(t)$_Shirnk	$\hat{H}(t)$_Shirnk
0.3	0.988227	0.078893	2.8	0.373591	0.680099
0.4	0.979178	0.105066	2.9	0.348643	0.70215
0.5	0.967681	0.131135	3	0.324646	0.724144
0.6	0.953835	0.157077	3.1	0.301636	0.746093

0.8	0.919584	0.208502	3.2	0.279644	0.768009
0.9	0.899463	0.23395	3.3	0.258688	0.789903
1	0.877554	0.259203	3.4	0.238779	0.811784
1.1	0.854028	0.284251	3.5	0.21992	0.833663
1.2	0.829062	0.309086	3.6	0.202108	0.855548
1.3	0.802839	0.333704	3.7	0.185333	0.877447
1.4	0.775542	0.358103	3.8	0.169578	0.899366
1.5	0.747355	0.382282	3.9	0.154823	0.921311
1.6	0.718462	0.406244	4	0.141041	0.94329
1.7	0.68904	0.429994	4.1	0.128204	0.965304
1.8	0.659262	0.453539	4.3	0.10523	1.00946
1.9	0.629293	0.476888	4.5	0.085612	1.053799
2	0.599292	0.50005	4.7	0.069035	1.098337
2.2	0.539772	0.545858	4.8	0.061785	1.120682
2.3	0.510519	0.56853	5.1	0.043701	1.188015
2.4	0.48176	0.591064	5.3	0.034304	1.233145
2.5	0.453601	0.613474	5.7	0.020571	1.323923
2.6	0.426134	0.635774	5.9	0.015714	1.369539
2.7	0.399441	0.657978	6.3	0.008921	1.461141



الشكل (8): دالة المخاطرة R(t) للبيانات الحقيقية وبطريقة التقلص



الشكل (9): دالة المخاطرة H(t) للبيانات الحقيقية وبطريقة التقلص

4- الاستنتاجات:

من خلال جدول رقم(2), (3), (4), (5), (6), (7) اظهرت نتائج المحاكاة بأن طريقة التقلص هي افضل طريقة في تقدير دالة المعولية والمخاطرة لتوزيع(Rl) لجميع حجوم العينات وذلك لأنها حققت اقل(IMSE)، كما اظهرت النتائج ايضا بان متوسط مربعات الخطأ التكاملي يتناقص كلما يزداد الزمن ولكلتا الطريقتين وهذا يتطابق مع النظرية الاحصائية.

5- التوصيات :

توصي الباحثة بتطبيق طريقة التقلص في البحوث التي تتطلب تقدير دالة المعولية والمخاطرة لتوزيع رايلي اللوغاريتمي في حساب المقدرات كونها اعطت افضل نتائج، كما توصي باستعمال طريقة بيز في تقدير مقدرات المعولية والمخاطرة باستخدام المعلوماتية وغير المعلوماتية وكذلك تستعمل طريقة بيز في تقدير مقدرات المعولية والمخاطرة بالاعتماد على دوال خسارة مختلفة ودوال سابقة مختلفة، وايضا توصي باستخدام الطرائق اللامعلمية في تقدير مقدرات المعولية والمخاطرة.

المصادر:

1- احمد ، احمد ذياب ومهدي ، دجلة ابراهيم(2013) ،"**اختيار القيمة الامثل لمعلمة التقلص (k) لطريقة Shrinkage لبيانات مراقبة هجينة من النوع الثاني** "، بحث منشور ،مجلة العراقية للعلوم الادارية ،المجلد 9 ، ص1-20.

2- الجاسم، صباح هادي وعبود، فراس صدام(2004) "**مقارنة بين طريقة التقلص طريقة الامكان الاعظم لتقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع ويبل بثلاثة معلمات باستخدام المحاكاة**"، بحث منشور، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية، العدد19، المجلد73.

3- الصراف، نزار مصطفى، الراوي، اسماء غالب و اسماعيل، غفران كمال (2016)، "**التقدير الاحصائي** "، مكتبة الجزيرة للطباعة والنشر، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

4- الوكيل ،علي عبد الحسين (2010) "**ايجاد توزيع ويبل المختلط** " ، بحث منشور، مجلة العلوم الادارية والاقتصادية ،المجلد 16، العدد59 .

5- حميد، لمياء محمد علي(2017)، "**مقارنة بعض طرائق تقدير المعولية للتوزيع الاسي المزدوج(توزيع لا بلاس) باستخدام المحاكاة**"، بحث منشور، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية العدد95، المجلد23.

6- Al Mayali, Y. M., Al_Shaibani, I. A. (2013), "**A Comparison for Some of the Estimators of Rayleigh Distribution with Simulation**", Journal of Karbala University, Vol. 11 No.4 Scientific.

7- Bugatekin, A. T. (2017), "**A new distribution model with two-parameter**", New Trends in Mathematical Sciences, No.2:80-84.

8- Lee, E. T., & Wang, J., (2003)," **Statistical methods for survival data analysis**", (Vol. 476). John Wiley & Sons.

9- Mohammed, S. T. (2018), **"Maximum Likelihood and Moment Estimation for the Exponentiated Pareto Distribution Based on Fuzzy Data**", Journal University of Karbala, Vol .16, NO2, Scientific.

Abstract:

In this paper, the parameters and estimator of the reliability function R (t) and parameters and estimator of the risk function (failure) h (t) were derived for Rayleigh logarithmic (RL) distribution using the Shrinkage Method. The aim of the research is to find out how efficient the derived capabilities are. It was compared with the Maximum Likelihood Method with the Monte Carlo simulation method and for the sizes of different samples, for the values of different parameters and depending on the average of the integral error squares (IMSE) and it was concluded that the derived contraction method capabilities are the best, and this method was applied to real data for failure times Machinery in months (ti) belonging to the maintenance of irrigation and puncture projects in Baghdad.

Key word : Rayleigh Logarithm Distribution, Maximum Likelihood Method, Shrinkage Method, Average squares of integrative error(IMSE).