تحليل السوق وتحديد سلوك المستهلك باستخدام سلاسل ماركوف

أ.د.عبد الرحيم خلف راهي أ.م.عائدة هادي صالح

الجامعة المستنصرية

كلية الادارة والاقتصاد

قسم الاحصاء

المستخلص

اسلوب ماركوف يقدم لنا أداة لتحليل السوق، وباستخدام هذه الأداة يمكننا استخلاص نتائج دقيقة لموقفنا في السوق في الحاضر والمستقبل، حيث يمكن من خلال استخدام اسلوب ماركوف من التنبؤ بما سيكون عليه نصيب الشركة في السوق لفترة قادمة، وكذلك التنبؤ بالمعدل الذي ستكسب به الشركة أو تخسر نصيبها في السوق فضلاً عن التنبؤ بإمكان حدوث حالة إتزان (equilibrium) في السوق في المستقبل.

في هذا البحث تم استخدام اسلوب ماركوف في تحليل سلوك المستهلك من خلال التنبؤ بالحركة الحالية والمستقبلية لثلاث شركات في القطاع الخاص تقوم بإنتاج الأطعمة لمعرفة المكاسب والخسائر للمستهلك من خلال انتقاله لإقتناء منتوجات هذه الشركات والوصول الى حالة الإتزان فضلاً عن تحديد الحصص التسويقية للشركات المدروسة .

Market analysis and Determination the Consumer behavior

Using Markov Chain

Abstract

Markov chain presents a tool for market analysis. Using this tool can be obtain accurate results about the position in the market in present and future time .So by using markov chain to forcast the share of the company in market for the future , as well as to forcast the average of what its gain or loss in market in future until occuring the equilibrium state in market.

In this paper we use a markov technique to state analyze the consumer behavior for the three companies in private sector that produce food in order to know the gains and losses of consumers throught that motion to have the product of these companies and to reach the equilibrium state as well as to determine the shares of companies under study.

1- المقدمة

تحتل عمليات ماركوف مكانة كبيرة و هامة جداً في نظرية العمليات العشوائية. تعزز هذه المكانة تعدد التطبيقات التي تتمتع بها عمليات ماركوف في النماذج الفيزيائية والبيولوجية وعلم الاجتماع والهندسة وعلم الادارة بالإضافة الى تطبيقاتها المتعددة في الكثير من النماذج الاحصائية والهندسية وفي نظرية الموثوقية.

عادة يتم تفسير سلسلة ماركوف على أنها عبارة عن متتابعة من الحالات التي يمكن أن يكون فيها نظام ما عند أي لحظة زمنية t ، أو متتابعة من المواقع التي يحتلها جسيم متحرك .

تسمى العملية العشوائية $\{x_n : n \in T\}$ سلسلة ماركوف Markov Chain إذا تحققت الشروط الثلاث التالية :

1-فضاء الحالة لهذه العملية يكون منفصل الحالة.

2-فضاء المعلمة لهذه العملية يكون منفصل الزمن.

3-تحقق هذه العملية خاصية ماركوف:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \ldots, X_1 = i_1) = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$$

ومن ثم فأن عملية ماركوف $\{x_n : n \in T\}$ تكون عبارة عن سلسلة ماركوف، بمعنى أن قيمة المتغير العشوائي X_{n+1} تعتمد فقط على قيمة X_n ولا تتأثر بقيم المتغيرات $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1}$ ، وأن فضاء المعلمة (الزمن) لها يكون منفصل ، أما فضاء الحالة فيكون منفصل منتهي (محدود) أو غير منتهي ولكنه قابل للعد.

يعتبر اسلوب ماركوف طريقة لتحليل الحركة الحالية لمتغير ما في محاولة للتنبؤ بالحركة المستقبلية لنفس المتغير ، وقد استخدم هذا الاسلوب عالم الرياضيات الروسي ماركوف في وصف حركة جزيئات غاز في إناء مغلق ثم التنبؤ بهذه الحركة في المستقبل. وكأداة في ايدي الإدارة استخدم اسلوب ماركوف في السنوات الأخيرة وبالدرجة الأولى في التسويق لدراسة التنبؤ بسلوك المستهلكين فيما يختص بولائهم لصنف معين من السلع والبضائع ثم الانتقال من استخدام صنف الى استخدام صنف آخر .

2- هدف البحث

استخدام اسلوب سلاسل ماركوف في تحليل حالة السوق وتحديد سلوك المستهلك من خلال التنبؤ بالحركة الحالية والمستقبلية ومعرفة المكاسب والخسائر للمستهلك في شكل احتمالات انتقالية والوصول الى حالة الاتزان فيما يخص نصيب كل شركة موضوع الدراسة في السوق.

3- الدراسات السابقة

1- في عام (2010) قدم الباحث زيد حسن كريم[6] دراسة حول استخدام سلسلة ماركوف في التنبؤ وتقدير القوى العاملة المستقبلية.

2- في عام (2011) تناول الباحث احمد وآخرون[1] بحثاً حول استخدام سلاسل ماركوف في حساب متوسط مدة بقاء الطالب في قسم الرياضيات بكلية التربية للعلوم الصرفة في جامعة الأنبار " .

3- في عام (2012) تناول الباحث احمد عادل محمد[7] بحثاً حول تحليل التغيرات الحاصلة في مصروفات الموازنة باستعمال سلاسل ماركوف مع تطبيق عملي .

4- في عام (2013) قدم الباحثان ضوية سلمان و سدير فاضل[5] بحثاً حول دور البطاقة الذكية وسلاسل ماركوف التنبؤية في تنظيم اعداد المتقاعدين لمصرف الرشيد " .

5- في عام (2015) قام الباحث حسن عبدالهادي حسن[4] دراسة حول احتساب معدل العطل الكلي للمكائن واحتمالات الانتقال من حالة تشغيلية لأخرى باستخدام سلال ماركوف . (2)، (3)، (8)، (9)، (10)

4- الجانب النظري

4-1 العمليات التصادفية Stochastic processes (2)، (3)، (8)، (9)، (10)

تعرف العمليات التصادفية بانها عبارة عن مجموعة من المتغيرات العشوائية $(X_t, t \geq 0)$ مؤشرة بالزمن، كما يمكن تعريفها بانها عبارة عن متسلسلات من المتغيرات العشوائية تولدت بواسطة القوانين الاحتمالية. يرمز للعملية التصادفية بالرمز (X_n) ، حيث (n) تشير الى الزمن المتقطع $(n = 0,1,2,.....)$ أو يرمز لها بـ (X_t) عندما يكون الزمن مستمر $(t \geq 0)$.

وعليه فان العملية (X_t) تسمى العملية التصادفية والقيم التي تفترض بواسطة العملية تسمى الحالات (states)، ومجموعة القيم الممكنة تسمى فضاء الحالة (State Space) وان مجموعة القيم الممكنة للمعلمة (T) المؤشرة (Index parameter) تسمى فضاء المعلمة (Parameter space) والتي يمكن أن تكون مستمرة أو متقطعة.

4-2 عمليات ماركوف Markov Processes (2)، (3)، (8)، (9)، (10)

تحتل عمليات ماكوف موقعاً هاماً من بين العمليات المختلفة للعمليات التصادفية، وقد أطلقت هذه التسمية نسبة لعالم الرياضيات الروسي (A.A.Markov) الذي استخدم هذا الاسلوب لدراسة حركة جزيئات الغاز في إناء مغلق ثم التنبؤ بحركة هذه الجزيئات. أن العملية التصادفية (X_t) يطلق عليها عملية ماركوف إذا كان الاحتمال الشرطي لـ (X_{t_n}) لمجموعة معطاة من القيم $(Xt_1 Xt_2,....., Xt_{n-1})$

يعتمد فقط على (Xt_{n-1}) لأي مجموعة من الفترات الزمنية $(t_1 < t_2 < ..... < t_n)$ ، أي أنه يحقق العلاقة التالية:

$$P(Xt_n \le x_n \mid Xt_1 = x_1, ...xt_{n-1} = x_{n-1})$$

$$P(Xt_n \le x_n \mid Xt_{n-1} = x_{n-1}) ..... (1)$$

وعليه يمكن القول أن عمليات ماركوف تمتاز بخاصية مهمة وهي أن احتمال انتقال حالة معينة في المستقبل تعتمد على حالتها في الحاضر فقط ولا تعتمد على حالتها في الفترات الماضية ، أي أنها تحقق المعادلة (1).

3-4 سلاسل ماركوف Markov Chains (2) ، (3) ، (8) ، (9) ، (10)

تعرف سلاسل ماركوف بأنها عبارة عن سلسلة من الحالات التي تمر بها الظاهرة خلال فترة زمنية معينة ، أو سلسلة من المواقع التي يمر بها جسم متحرك خلال فترات زمنية مختلفة استناداً الى قوانين احتمالات تسمى الاحتمالات الانتقالية (Transition Probabilities).

أن سلاسل ماركوف هي حالة خاصة من عمليات ماركوف ذات العدد المحدود أو غير المحدود من الحالات، إذ يعتبر الزمن (T) المعلمة التي تميز سلاسل ماكوف. ان الانتقال بمرحلة واحدة يعرف بأنه حالة سلسلة ماركوف ذات الزمن المتقطع $\{X_n, n = 0,1,2,....\}$ والتي تأخذ رقماً محدوداً وقابلاً للعد من القيم الممكنة المتمثلة بمجموعة من الأعداد الصحيحة غير السالبة، إذ أن احتمال (X_{n+1}) يكون في الحالة (j) علماً أن (X_n) في الحالة (i) يرمز له $P_{ij}^{(n,n+1)}$.

$$P_{ij}^{(n,n+1)} = P\{X_{n+1} = j \mid x_n = i\} .....(2)$$

وتكون سلسلة ماركوف ذات الزمن المتقطع مستقرة (Stationary)، إذا كان احتمال الانتقال من الحالة (i) الى الحالة (j) مستقراً إذا كان مستقلة عن الزمن الذي تحدث فيه عملية الانتقال .

$$P_{ij} = P\{X_{n+1} = j \mid x_n = i\} .....(3)$$

وتكون سلسلة ماركوف غير مستقرة إذا لم يتحقق شرط الاستقرارية .

4-4 المشي العشوائي البسيط : Simple random walk (2) ، (3) ، (8) ، (9) ، (10)

نفترض أن موقع جزئ ما عند اللحظة الزمنية n هو المكان i ، وإنه عند اللحظة n+1 إما أن ينتقل الى الموقع (i-1) باحتمال p وإما ان يبقى في نفس مكانه i باحتمال (1-p). إذا رمزنا الى S_n لموقع الجزئ عند اللحظة n ، فأن $\{S_n, n = 0,1,2,....\}$ تكون مثالاً لسلسلة ماركوف .

5-4 احتمال الانتقال في خطوة واحدة : One-step transition probability (2) ، (3) ، (8) ، (9) ، (10)

لتكن $\{X_n, n = 0,1,2,.....\}$ سلسلة ماركوف بفضاء الحالة $S = \{0,1,2,.....\}$ احتمال انتقال العملية العشوائية من الحالة i الى الحالة j خلال خطوة واحدة يرمز له بالرمز $P_{ij}^{(n,n+1)}$ ويعرف كما في العلاقة التالية :

$$P_{ij}^{(n,n+1)} = P(X_{n+1} = j | X_n = i) \quad , \quad i, j = 0,1,2,..... \quad .....(4)$$

يسمى هذا الاحتمال الشرطي باحتمال الانتقال في الخطوة الواحدة. يمثل هذا الاحتمال أساس لدراسة خواص سلاسل ماركوف. وعموماً يعتمد هذا الاحتمال على n ، لكن في العديد من التطبيقات التي يستخدم فيها سلاسل ماركوف فأنه لايعتمد على n . وسوف نتقيد بالحالات التي فيها $P_{ij}^{(n,n+1)}$ لايعتمد على n , بمعنى أن:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P(X_1 = j | X_0 = i) \quad \forall n \quad .....(5)$$

احتمالات الانتقال في هذه الحالة تسمى باحتمالات الانتقال المستقرة كما تسمى العملية العشوائية $\{X_n, n = 0,1,2,.....\}$ بسلسلة ماركوف المتجانسة (Homogenous Markov Chain) وبالتالي فانه يمكن كتابة احتمال الانتقال في خطوة بالصورة التالية:

$$P_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i) \quad \forall n \quad .....(6)$$

ومن ثم فأن P_{ij} يكون عبارة عن احتمال أن العملية ستكون في الحالة j بعد خطوة واحدة ، بشرط أنها كانت في الحالة i وأن هذا الاحتمال لايعتمد على n .

6-4 سلسلة ماركوف المتجانسة: (Homogenous Markov Chain) (2)، (3) ، (8) ، (9) ، (10)

سلسلة ماركوف تكون متجانسة إذا كانت احتمالات انتقالاتها مستقرة .

يمكن كتابة تجمع احتمالات الانتقال $P_{ij}, i, j = 0,1,2,3,.....$ في شكل مصفوفة كمايلي :

$$\begin{matrix} & j=0 & j=1 & j=2 & \\ i=0 & P_{00} & P_{01} & P_{02} & \cdots \\ P = i=1 & P_{10} & P_{11} & P_{12} & \cdots \\ i=2 & P_{20} & P_{21} & P_{22} & \cdots \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix} \quad .....(7)$$

تسمى هذه المصفوفة بمصفوفة احتمالات الانتقال (Transition probability matrix) لسلسلة ماركوف $\{X_n : n \in T\}$. هذه المصفوفة تكون مربعة ومن الرتبة $(n \times n)$ الصف رقم i يمثل الحالة i أما العمود رقم j فيمثل الحالة رقم j ، أما العنصر الذي ترتيبه (i,j) فيمثل الاحتمال P_{ij} وهو احتمال انتقال العملية العشوائية من الحالة i الى الحالة j في خطوة واحدة . تحقق عناصر مصفوفة احتمالات الانتقال خاصيتين رئيستين:

1-جميع عناصرها غير سالبة ، أي أن : $P_{ij} \geq 0$

2-مجموع عناصر أي صف من صفوفها يساوي الواحد ، أي أن :

$$\sum_{j \in T} P_{ij} = 1$$

عموماً أي مصفوفة تحقق أن جميع عناصرها تكون غير سالبة وأقل من وتساوي الوحدة ومجموع عناصر أي صف من صفوفها يساوي الوحدة (أي أن عناصر كل صف من صفوفها يكون توزيعاً احتمالياً) تسمى بمصفوفة عشوائية. يمكن تعريف سلسلة ماركوف مع كل مصفوفة عشوائية ، تكون هذه المصفوفة عبارة عن مصفوفة احتمالات الانتقال لتلك السلسلة .

4-7 المشي العشوائي العام : General random walk (2) ، (3) ، (8) ، (9) ، (10)

يمكن تعميم المشي العشوائي البسيط لوصف حركة انتقال جزئ من الموقع i في الخطوة n الى أي من الموقعين i+1 باحتمال P_i أو i-1 باحتمال q_i أو يبقى في موقعه باحتمال r_i .

4-8 احتمال الانتقال في الخطوة النونية:The n-step transition probability (2) ، (3) ، (8) ، (9)

احتمال انتقال العملية العشوائية $\{X_n, n = 0,1,2,.....\}$ من الحالة i الى الحالة j بعد عدد n من الخطوات يسمى باحتمال الانتقال في الخطوة النونية ، ويرمز له بالرمز $P_{ij}^{(n)}$ ويعرف بالعلاقة التالية:

$$P_{ij}^{(n)} = P(X_{n+m} = j | X_m = i) \quad , \quad n \geq 0 \quad i, j = 0,1,2,3,..... \quad .....(8)$$

يشير هذا الاحتمال الى احتمال انتقال العملية العشوائية من الحالة i الى الحالة j بعد عدد n من الانتقالات . ويمكن كتابة احتمالات انتقال العملية العشوائية بعد n خطوة في شكل مصفوفة نرمز لها بالرمز $P^{(n)}$ وبالشكل التالي:

$$P^{(n)} = \begin{pmatrix} P_{00}^{(n)} & P_{01}^{(n)} & P_{02}^{(n)} & \cdots \\ P_{10}^{(n)} & P_{11}^{(n)} & P_{12}^{(n)} & \cdots \\ P_{20}^{(n)} & P_{21}^{(n)} & P_{22}^{(n)} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots(9)$$

تسمى المصفوفة $P^{(n)}$ بمصفوفة احتمالات الانتقال بعد n خطوة .

9-4 معادلات شابمان – كولموغروف : Chapman-Kolmogrov equations (2) ، (3) ، (8)

تعطي معادلات شابمان – كولموغروف علاقات تكرارية لحساب احتمالات الانتقال بعد n خطوة والتي تعتمد على حقيقة أن انتقال العملية العشوائية من الحالة i الى الحالة j بعد n+m خطوة يقتضي تواجدها في حالة أخرى ولتكن k بعد n خطوة .

نظرية

إذا كانت $\{X_n, n = 0,1,2,\ldots\}$ سلسلة ماركوف بعدد حالات محدودة m ، و (م.ح.ن) $P = (P_{ij})$

فأن : $$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^{m} P_{ik}^{(r)} P_{kj}^{(n-r)} \qquad \forall r = 1,2,\ldots,n-1 \quad \ldots\ldots(10)$$

حيث أن :

$$P_{ij}^{(n)} = P(X_n = j | X_0 = i) \quad \ldots\ldots\ldots(11)$$

وباستخدام قانون الاحتمال الكلي يمكن كتابة :

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^{m} P(X_n = j, X_r = k | X_0 = i) \qquad r = 1,2,\ldots,n-1 \quad \ldots\ldots(12)$$

ومن خواص الاحتمال الشرطي لدينا :

$$P(A \cap B \setminus C) = P(A \setminus B \cap C) P(B \setminus C) \ldots\ldots\ldots(13)$$

وبالتالي نحصل على :

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^{m} P(X_n = j | X_r = k, X_0 = i) P(X_r = k | X_0 = i) \quad \ldots\ldots(14)$$

ومن خاصية ماركوف فأن :

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^{m} P(X_n = j | X_r = k) P(X_r = k | X_0 = i) \quad \ldots\ldots(15)$$

$$= \sum_{k=1}^{m} P_{kj}^{(n-r)} P_{ik}^{(r)}$$

تسمى هذه المعادلات بمعادلات شابمان – كولموغروف لسلسلة ماركوف المتجانسة. وهذه المعدلات تعني أنه لكي تنتقل العملية العشوائية من الحالة i الى الحالة j بعد n خطوة فأنها يجب أن تنتقل أولاً من الحالة i الى الحالة k بعد r خطوة (حيث أن $1 \le r \le n-1$) ثم تنتقل بعد ذلك من k الى j بعد n-r خطوة .

نلاحظ مايلي:

1-إذا وضعنا r =1 فإننا نحصل على:

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^{m} P_{ik} P_{kj}^{(n-1)} \quad \ldots\ldots\ldots(16)$$

2-إذا وضعنا r =n-1 فإننا نحصل على :

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^{m} P_{ik}^{n-1} P_{kj} \quad \ldots\ldots\ldots(17)$$

10-4 حالة الإتزان Equilibrium Condition (2) ، (3) ، (8) ، (9) ، (10)

تمثل الخطوة أو القفزة البعيدة لنفس الزمن لظاهرة معينة، أو هو تغير الظاهرة على المدى البعيد لحالة معينة.

فإذا كانت سلسلة ماركوف غير قابلة للإختزال (Irreducible) وغير دورية (Ergodic) ، أي ان جميع حالاتها تصنف ضمن تصنيف واحد (One Class)، أي أن جميع حالاتها متصلة (communicated)، فأن غاية الاحتمال P_{ij}^{n} عندما (n) تؤول الى المالانهاية يكون موجوداً بحيث أن

$$\Pi_j = \lim_{n \to \infty} P_{ij}^{n} \quad \ldots\ldots\ldots(18)$$

وعندما تكون (n) كبيرة والمصفوفة الخاصة بسلسلة ماركوف تأخذ حالة الاستقرار فأن العمدة تكون متطابقة ، لهذا من الممكن كتابة المصفوفة على شكل صف واحد، وان متجه Π_j الذي يمثل الحل، يكون حل وحيد وغير سالب (Unique non-negative) .

إذ أن $\sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i P_{ij}$ .....(19)

بحيث أن : $\sum_{j=0}^{\infty} \Pi_j = 1$ .....(20)

ويسمى غاية الاحتمال Π_j التوزيع المستقر، ويعني نسبة الوقت على المدى الطويل والذي تكون فيه العملية في الحالة j .

5- الجانب التطبيقي :

ثلاثة شركات لإنتاج الأطعمة A ، B ، C في القطاع الخاص، وأن المستهلكين ينتقلون من إنتقاء منتجات شركة الى منتجات شركة أخرى بمرور الوقت بسبب سياسة الاعلان أو عدم الرضى عن الخدمة أو أي سبب آخر، فإذا كانت هذه الشركات الثلاث تحتفظ بمعلومات تتعلق بعدد زبائنهم والشركة التي كانت تتعامل مع الزبون الجديد، فإنه سوف يكون لدينا المكونات الضرورية لتطبيق اسلوب ماركوف.

يمكن تحديد حصص الشركات المذكورة من السوق الداخلية والتنبؤ بحصة كل شركة في السوق خلال فترات قادمة باستخدام مصفوفة احتمالات الانتقال، وتبسيطاً لهذه المسألة ننطلق من افتراض ثبات مصفوفة الاحتمالات الانتقالية خلال فترة، او فترات التنبؤ، وثبات حجم السوق، وأن سلوك الظاهرة في فترة قادمة يعتمد على معرفة سلوكها في الفترة السابقة لها مباشرة.

نفترض حركة انتقال الزبائن من شركة الى شركة أخرى خلال فترة زمنية مقدارها شهر. ولتسهيل العمليات الرياضية سنفترض أنه لم يستجد زبائن جدد خلال هذه المدة كما لم يترك الشركة زبائن قدامى.

توفرت لدينا المعلومات التالية عن حركة التغيير الذي حدث بالنسبة للزبائن.

جدول :(1) صافي التغيير بالنسبة للزبائن

الشركات	عدد الزبائن	
	أول آذار	أول نيسان
A	200	220
B	500	490
C	300	290

يظهر من الجدول (1) أن 20 زبوناً غيرو الشركة التي يشترون منها احتياجاتهم، 10 زبائن من الشركة B الى الشركة A، و 10 زبائن من الشركة C الى الشركة A.

نفترض أن الوضع الحقيقي لتبادل الزبائن بين الشركات الثلاث تم بالشكل التالي كما في جدول (2).

جدول :(2) التبادل الحقيقي للزبائن

الشركات	عدد الزبائن			
	أول آذار	مكسب	خسارة	أول نيسان
A	200	60	40	220
B	500	40	50	490
C	300	35	45	290

من الجدول (2) يظهر أن الـ 20 زبون الذين كسبتهم الشركة A تشمل الثلاث شركات ، وحركة التغيير هذه تعرف في التسويق بالانتقال من استخدام صنف معين الى استخدام صنف آخر (Brand Switching).

كل شركة تحتاج الى تفاصيل عن عملية الانتقال من استخدام صنف معين الى صنف آخر، إذا اراد ان يمارس عملية التسويق على أحسن وجه، إذا كانت الشركة B هي الشركة الوحيدة التي تخسر زبائن وانها تخسر الزبائن فقط للشركة A، فان الشركة B تعمل في هذه الحالة تحت فرض خاطئ، لأنه في الحقيقة لا تخسر 10 زبائن في الشهر، ولكنها تكسب 40 زبوناً جديداً من الشركتين الآخرتين، وتخسر لهما 50 زبوناً قديماً.

وبالمثل نفترض ان الشركة A قد لاحظت انها تكسب 20 زبون كل شهر، فركزت جهودها على اجتذاب زبائن جدد من منافسيها، وفي هذه الحالة فأن الشركة A قد أغفلت خسارتها لـ 40 زبون كل شهر، وربما تكون أي محاولة لتخفيض خسارة الـ 40 زبون في الشهر، ذات فاعلية من ناحية التكاليف، تماماً مثل أي جهود تبذل لاكتساب زبائن جدد من B ، C .

وهذا التحليل البسيط من حيث صافي كسب أو صافي خسارة زبائن لايعتبر كافياً من وجهة نظر الإدارة، وما تريده الإدارة هو تحليلاً تفصيلياً لمعدل الكسب أو الخسارة لكل المنافسين، وبهذه المعلومات يمكن للإدارة أن تبذل جهوداً في سبيل :

1-التنبؤ بما سيكون عليه نصيب (الشركة) في السوق لفترة قادمة.

2-التنبؤ بالمعدل الذي ستكسب به (الشركة) أو تخسر نصيبها في السوق في المستقبل.

3-التنبؤ بإمكان حدوث حالة إتزان (Equilibrium) في السوق في المستقبل (أي نصيب ثابت في السوق).

4-تحليل الجهود الإعلانية للشركة من حيث تاثيرها بالضبط على كسبها أو خسارتها للسوق.

واسلوب ماركوف يقدم لنا أداة لتحليل السوق، وباستخدام هذه الأداة يمكننا استخلاص نتائج دقيقة لموقفنا في السوق في الحاضر والمستقبل، وبدون هذه الأداة سنكون في مثل موقف الشركة A عندما عرفت أنها تكسب 20 زبوناً في الشهر ، إلا أنها لم تكن تعرف أن هذا الكسب كان نتيجة تبادل زبائن بين الشركات الثلاث.

حتى نستخدم اسلوب ماركوف، يستلزم ذلك حساب احتمالات الانتقال (Transition probabilities) للشركات الثلاث، واحتمال الانتقال ماهو إلا احتمال الاحتفاظ بزبائن بالنسبة لشركة معينة.

جدول (3) احتمالات الانتقال بالنسبة للاحتفاظ بالزبائن

الشركات	زبائن أول آذار	الخسارة	العدد الذي احتفظ به	احتمال الاحتفاظ
A	200	40	160	$\frac{160}{200} = 0.80$
B	500	50	450	$\frac{450}{500} = 0.90$
C	300	45	255	$\frac{255}{300} = 0.85$

من الجدول (3) يظهر أن الشركة A تخسر 40 زبوناً هذا الشهر، وهذا معناه أن هناك احتمال 80% للاحتفاظ بالزبائن، وبالمثل الشركة B لديها احتمال 90% للاحتفاظ بزبائنها ، والشركة C لديها احتمال 85% للاحتفاظ بزبائنها.

عند هذه النقطة يكون لدينا مقياس لنسبة الزبائن القدامى التي تحتفظ بها كل شركة كل شهر. حساب جميع احتمالات الانتقال يحتاج الى بيانات عن تدفق الزبائن بين الشركات الثلاث، وهذا النوع من البيانات يتطلب الاحتفاظ بسجلات منظمة.

يمكن تجميع البيانات الأساسية في جدول واحد، بحيث يمكننا ملاحظة ليس فقط صافي الكسب والخسارة لأي من الشركات الثلاث، ولكن أيضاً العلاقة بين كسب وخسارة الزبائن بالنسبة لكل شركة.

جدول :(4) تدفق الزبائن

الشركات	زبائن أول آذار	الكسب			الخسارة			زبائن أول نيسان
		من A	من B	من C	الى A	الى B	الى C	
A	200	0	35	25	0	20	20	220
B	500	20	0	20	35	0	15	490
C	300	20	15	0	25	20	0	290

يظهر من الجدول (4) أن الشركة A تكسب أغلبية زبائنها الجدد من الشركة B .

الخطوة التالية في تطبيق اسلوب ماركوف هي أن نضع لكل شركة احتمالات الاحتفاظ بالزبائن واحتمالات خسارة الزبائن، حيث تظهر كل المكاسب والخسائر في شكل احتمالات انتقالية في مصفوفة احتمالات الانتقال. الصف في هذه المصفوفة يبين الاحتفاظ بالزبائن وكسب الزبائن، والعمود يمثل الاحتفاظ بالزبائن وخسارة الزبائن.

مصفوفة احتمالات الانتقال

	A	B	C
A	0.80	0.07	0.083
B	0.10	0.90	0.067
C	0.10	0.03	0.85

ويتم احتساب كل احتمال بالشكل التالي :

$$\frac{160}{200}=0.80 \qquad \frac{35}{500}=0.07 \qquad \frac{25}{300}=0.083$$

$$\frac{20}{200}=0.10 \qquad \frac{450}{500}=0.90 \qquad \frac{20}{300}=0.067$$

$$\frac{20}{200}=0.10 \qquad \frac{15}{500}=0.03 \qquad \frac{255}{300}=0.85$$

والأعمدة في مصفوفة احتمالات الانتقال يمكن قراءتها كما يلي :

العمود الأول : يبين أن الشركة A تحتفظ بـ 0.80 من زبائنها الـ (160) وتخسر 0.10 من زبائنها الـ (20) للشركة B وتخسر 0.10 من زبائنها الـ (20) للشركة C .

العمود الثاني : يبين أن الشركة B تحتفظ بـ 0.90 من زبائنها الـ (450) وتخسر 0.07 من زبائنها الـ (35) للشركة A وتخسر 0.03 من زبائنها الـ (15) للشركة C .

العمود الثالث : يبين أن الشركة C تحتفظ بـ 0.85 من زبائنها الـ (255) وتخسر 0.083 من زبائنها الـ (25) للشركة A وتخسر 0.067 من زبائنها الـ (20) للشركة B .

كما يمكن قراءة الصفوف كما يلي :

الصف الأول : يبين أن الشركة A تحتفظ بـ 0.80 من زبائنها الـ (160) وتكسب 0.07 من زبائن B الـ (35) كما تكسب 0.083 من زبائن C الـ (25) .

الصف الثاني : يبين أن الشركة B تحتفظ بـ 0.90 من زبائنها الـ (450) وتكسب 0.10 من زبائن A الـ (20) كما تكسب 0.067 من زبائن C الـ (20) .

الصف الثالث : يبين أن الشركة C تحتفظ بـ 0.85 من زبائنها الـ (255) وتكسب 0.10 من زبائن A الـ (20) كما تكسب 0.03 من زبائن B الـ (15) .

1-5 التنبؤ بنصيب كل شركة من السوق لفترات قادمة

يمكن التنبؤ بحصة كل شركة من السوق لفترة قادمة، أو لفترات قادمة كمايلي:

حصة الشركة للفترة القادمة = عدد زبائنها في بداية الفترة / مجموع زبائن الشركات في بداية الفترة

وبافتراض أن مصفوفة احتمالات الانتقال ستبقى مستقرة الى درجة ما، وان نصيب كل شركة من السوق في أول آذار هو:

الشركة A : $\left(\frac{200}{1000}\right)=20\%$ ، الشركة B : $\left(\frac{500}{1000}\right)=50\%$ ، الشركة C : $\left(\frac{300}{1000}\right)=30\%$

وأن نصيب كل شركة من السوق في أول نيسان هو :

الشركة A : $\left(\frac{220}{1000}\right)=22\%$ ، الشركة B : $\left(\frac{490}{1000}\right)=49\%$ ، الشركة C : $\left(\frac{290}{1000}\right)=29\%$

فأن مدراء الشركات الثلاث سيستفيدون من معرفة نصيب شركاتهم من السوق لفترة قادمة.

فمثلاً إذا أردنا أن نحسب النصيب المحتمل لكل شركة من السوق في اول مايس فما علينا إلا أن نضع نصيب كل شركة من السوق في اول نيسان كمصفوفة ونضرب هذه المصفوفة في مصفوفة احتمالات الانتقال:

النصيب المحتمل لكل شركة من السوق في أول مايس = نصيب كل شركة من السوق في أول نيسان × احتمالات الانتقال

$$\begin{pmatrix}0.234\\0.483\\0.283\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.22\\0.49\\0.29\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0.80 & 0.07 & 0.083\\0.10 & 0.90 & 0.067\\0.10 & 0.03 & 0.85\end{pmatrix}$$

النصيب المحتمل لكل شركة في أول حزيران يمكن حسابه بطريقتين:

الطريقة الأولى:

بواسطة تربيع مصفوفة احتمالات الانتقال وضرب الناتج في نصيب كل شركة من السوق في أول نيسان.

$$\text{النصيب المحتمل لكل سوق في أول حزيران} = \begin{pmatrix} 0.80 & 0.07 & 0.083 \\ 0.10 & 0.90 & 0.067 \\ 0.10 & 0.03 & 0.85 \end{pmatrix}^2 \times \begin{pmatrix} 0.22 \\ 0.49 \\ 0.29 \end{pmatrix}$$

الطريقة الثانية:

بواسطة ضرب مصفوفة احتمالات الانتقال في نصيب كل شركة من السوق في أول مايس.

$$\text{النصيب المحتمل لكل شركة في أول حزيران} = \begin{pmatrix} 0.80 & 0.07 & 0.083 \\ 0.10 & 0.90 & 0.067 \\ 0.10 & 0.03 & 0.85 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.234 \\ 0.483 \\ 0.283 \end{pmatrix}$$

ولتلخيص استخدامات الطريقتين فإنه من الواضح أننا نستخدم الطريقة الأولى إذا كنا نرغب في استخراج النصيب المحتمل لكل شركة لفترة قادمة معينة، بينما نستخدم الطريقة الثانية إذا كنا نرغب في ملاحظة التغييرات التي تحدث في السوق خلال كل الفترات المتداخلة.

2-5 حالات الاتزان : Equillibrium Conditions

نفترض أن الشركات الثلاث وصلت الى حالة إتزان في المستقبل فيما يخص نصيب كل شركة من السوق. بمعنى أن تبادل الزبائن في حالة الاتزان ماهو إلا استمرار تجميد نصيب كل شركة من السوق عند اللحظة التي وصلنا فيها لحالة الاتزان. ومن الطبيعي أن حالة الاتزان تحدث فقط عندما لاتتخذ أي شركة أي إجراء ينتج عنه تغيير في مصفوفة احتمالات الانتقال، ومن وجهة النظر الخاصة بالتسويق، ماهي الأنصبة النهائية في السوق للثلاث شركات.

إن الحالة النهائية (حالة الاتزان) تحدث وتستمر بحيث لاتتغير الأنصبة في السوق طالما بقيت مصفوفة احتمالات الانتقال كما هي، ولإيجاد حالة الاتزان في السوق بالنسبة للشركات الثلاث سنتبع الخطوات التالية:

هذه هي المصفوفة الأصلية لاحتمالات الانتقال:

	A	B	C
A	0.80	0.07	0.083
B	0.10	0.90	0.067
C	0.10	0.03	0.85

نرمز لفترة الاتزان لأي شركة بالرمز (إتزان)، ونرمز للفترة السابقة مباشرة لفترة الاتزان لأي شركة بالرمز (إتزان-1) .

نصيب A من السوق في فترة الاتزان = 0.80 × نصيب A في فترة إتزان-1

+ 0.07 × نصيب B في فترة إتزان-1

+ 0.083 × نصيب C في فترة إتزان-1

A اتزان = 0.80 A اتزان-1 + 0.07 B اتزان-1 + 0.083 C اتزان-1

وبنفس الطريقة يمكن كتابة المعادلتين التاليتين توضحان النصيب الذي سيحصل عليه كل من B و C في فترة الاتزان .

B اتزان = 0.10 A اتزان-1 + 0.90 B اتزان-1 + 0.067 C اتزان-1

C اتزان = 0.10 A اتزان-1 + 0.03 B اتزان-1 + 0.85 C اتزان-1

في المراحل الأولى يكون مقدار الكسب والخسارة من شركة الى شركة بدرجة كبيرة ، ولكن كلما اقتربنا من حالة الاتزان فإن مقدار الكسب والخسارة يقل تدريجياً الى أن نصل الى مرحلة قبل حالة الاتزان مباشرة فيقل الى درجة كبيرة جداً .

أي أن حصص الشركات الثلاث ثابتة في فترة التوازن، ومساوية للفترة التي تسبق التوازن مباشرة، وهذا يقودنا الى الفرضية بأن مصفوفة الاحتمالات الانتقالية ثابتة خلال فترة التنبؤ .

وفي اسلوب ماركوف فان التغيير في نصيب السوق بين حالة الاتزان والمرحلة التي تسبقها مباشرة يكون صغيراً جداً لدرجة انه لأسباب تتعلق بالطرق الرياضية المستخدمة في الحل يمكن اعتبارهما متساويين أي أن حالة الاتزان = حالة الاتزان-1 .

وبهذا يمكننا من كتابة المعادلات الثلاث السابقة كالآتي:

$$\Pi_1 = 0.80\Pi_1 + 0.07\Pi_2 + 0.083\Pi_3$$

$$\Pi_2 = 0.10\Pi_1 + 0.90\Pi_2 + 0.067\Pi_3$$

$$\Pi_3 = 0.10\Pi_1 + 0.03\Pi_2 + 0.85\Pi_3$$

وحيث أن مجموع أنصبة الشركات الثلاث من السوق تساوي (1) فإنه يمكننا إضافة معادلة اخرى توضح ذلك:

$$\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 1$$

$$-0.20\Pi_1 + 0.07\Pi_2 + 0.083\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$0.10\Pi_1 - 0.10\Pi_2 + 0.067\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$0.10\Pi_1 + 0.03\Pi_2 - 0.15\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

وبطرح المعادلة (3) من المعادلة (2) ينتج

$$0.10\Pi_1 - 0.10\Pi_2 + 0.067\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\mp 0.10\Pi_1 \mp 0.03\Pi_2 \pm 0.15\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$-0.13\Pi_2 + 0.217\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

نأخذ المعادلة (1) مع المعادلة (2)

$$-0.20\Pi_1 + 0.07\Pi_2 + 0.083\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

وبضرب المعادلة (2) × 2 ينتج :

$$0.20\Pi_1 - 0.20\Pi_2 + 0.134\Pi_3 = 0$$

وبجمع المعادلتين ينتج :

$$-0.13\Pi_2 + 0.217\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

وبجمع المعادلتين (4) و (5) ينتج :

$$-0.13\Pi_2 + 0.217\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$-0.13\Pi_2 + 0.217\Pi_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

$$-0.26\Pi_2 + 0.434\Pi_3 = 0$$

$$0.434\Pi_3 = 0.26\Pi_2$$

$$\Pi_3 = \frac{0.26}{0.434}\Pi_2 \quad \Longrightarrow \quad \Pi_3 = 0.599\Pi_2$$

نعوض عن قيمة Π_3 بما يساويها في المعادلة (2)

$$0.10\Pi_1 - 0.10\Pi_2 + 0.067\Pi_3 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$0.10\Pi_1 - 0.10\Pi_2 + 0.067(0.599)\Pi_2 = 0$$

$$0.10\Pi_1 - 0.10\Pi_2 + 0.0401\Pi_2 = 0$$

$$0.10\Pi_1 - 0.0599\Pi_2 = 0$$

$$0.10\Pi_1 = 0.0599\Pi_2 \quad \Longrightarrow \quad \Pi_1 = \frac{0.0599}{0.10}\Pi_2 \quad \therefore \ \Pi_1 = 0.599\Pi_2$$

$$\because \ \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 1$$

$$0.599\Pi_2 + \Pi_2 + 0.599\Pi_2 = 1$$

$$2.198\Pi_2 = 1 \quad \Longrightarrow \quad \Pi_2 = \frac{1}{2.198} = 0.455 \quad \therefore \ \Pi_2 = 0.455$$

$$\because \ \Pi_1 = 0.599\Pi_2$$

$$\therefore \ \Pi_1 = 0.599(0.455) \qquad \Pi_1 = 0.2725$$

$$\because \ \Pi_3 = 0.0.599\Pi_2$$

$$\therefore \ \Pi_3 = 0.599(0.455) \qquad \Pi_3 = 0.2725$$

$$\because \ \Pi_j = (\Pi_1 \quad \Pi_2 \quad \Pi_3)$$

$$\therefore \ \Pi_j = (0.2725 \quad 0.455 \quad 0.2725)$$

$$\therefore \ 0.2725 + 0.455 + 0.2725 = 1$$

يتضح من خلال حالة الإتزان أن نصيب الشركة B من السوق أعلى من نصيب الشركتين A و C حيث يتساويان في مقدار نصيبهما في السوق، فقد يكون انتقال الزبائن بسبب الإعلان عن جودة المنتج فضلاً عن السعر والتغليف وتعويض المنتج التالف.

6- الإستنتاجات والتوصيات

1-ان قوة احتفاظ كل شركة أو قدرة الشركة على الحفاظ على أكبر نسبة من زبائنها بلغت (0.80) للشركة A و (0.90) للشركة B، و (0.85) للشركة C. وهذا يدل على جودة منتجات الشركة B وقدرتها التنافسية بين الشركات.

2-ان احتمال خسارة كل شركة من زبائنها الى الشركات الأخرى كانت:

شركة A تخسر (0.10) من زبائنها الى شركة B.

وتخسر (0.10) من زبائنها الى شركة C.

اما شركة B تخسر (0.07) من زبائنها الى شركة A.

وتخسر (0.03) من زبائنها الى شركة C.

وشركة C فأنها تخسر (0.083) من زبائنها الى شركة A.

وتخسر (0.067) من زبائنها الى شركة B .

3-كانت أدنى نسبة تسرب للزبائن (0.03) من شركة B الى شركة C، بينما بلغت أكبر نسبة تسرب خلال فترة الدراسة (0.10) من شركة A الى شركة B، وكذلك (0.10) من شركة A الى شركة C، وذلك يعود لأسباب تقنية وفنية في كلا الشركتين، او لأسباب تتعلق بالسعر او الجودة أو لكل هذه الأسباب مجتمعة.

4-بلغت حصة شركة A (20%) من السوق الداخلية، بينما كانت حصة شركة B (50%)، وحصة شركة C (30%)، حيث من الملاحظ أن أكبر نسبة من الحصص التسويقية هي لشركة B .

5-بلغة حصة كل شركة في فترة التوازن [A=0.2725 B=0.455 C=0.2725]

حيث يظهر أن نصيب الشركة B من السوق أكبر من نصيب الشركتين A و C الذان يتساويان في مقدار نصيبهما في السوق.

6-أظهر اسلوب ماركوف من خلال استخدامه أداة قوية لتحليل حركة السوق، فضلاً عن اسهامه في تحديد الحصص التسويقية للشركات والمصانع وغيرها.

7-أظهر اسلوب ماركوف أنه احد أساليب التنبؤ بسلوك المستهلك وبشكل خاص في مجال التسويق.

8-تحديد نصيب كل شركة أو مصنع، أي نصيب ثابت في السوق، من خلال التنبؤ بإمكان حدوث حالة الإتزان، وتحديد معدل الكسب والخسارة لحصتها ونصيبها في السوق في المستقبل

9-يقترح الباحثان أن تبذل الشركات أو المصانع جهوداً حثيثة من خلال تحسين جودة المنتوجات والإعلان والتغليف لكسب زبائن جدد، ورفع القدرة التنافسية، فضلاً عن تقليل خسارتها وزيادة ارباحها.

وان الشركة التي تكسب زبائن جدد يجب أن تعرف أن هذا الكسب كان نتيجة تبادل زبائن بين الشركات الثلاث، مما يعزز موقفها في السوق في الحاضر والمستقبل.

10-أن قدرة احتفاظ كل شركة بزبائنها لايكون إلا من خلال قدرة الشركات الموجودة في السوق على الإبداع والإبتكار.

المصادر

[1] احمد ، عصام كامل و بتال ، احمد حسن ، (2011) ، "*استخدام سلاسل ماركوف في حساب متوسط مدة بقاء الطالب في قسم الرياضيات بكلية التربية للعلوم الصرفة في جامعة الأنبار* " ، مجلة جامعة الأنبار للعلوم الاقتصادية والادارية ، مجلد 4 ، العدد 7 .

[2] الشمرتي والحارثي، حامد سعد نور و عبدالرحيم خلف راهي ، (2017) ، "*العمليات العشوائية ، فرضياتها وتطبيقاتها* " ، مكتب توتا للطباعة والاستنساخ ، بغداد .

[3] العذاري ، فارس مسلم، و الوكيل، علي عبدالحسين ، *" العمليات التصادفية "* ، جامعة بغداد ، 1991 .

[4] حسن ، حسن عبدالهادي ، (2015) ، "*احتساب معدل العطل الكلي للمكائن واحتمالات الانتقال من حالة تشغيلية لأخرى باستخدام سلاسل ماركوف* " ، مجلة الغري للعلوم الاقتصادية والادارية ، السنة التاسعة ، العدد التاسع والعشرون ، ص 141-157 .

[5] سلمان ، ضوية و سدير فاضل ، (2013) ، "*دور البطاقة الذكية وسلاسل ماركوف التنبؤية في تنظيم أعداد المتقاعدين لمصرف الرشيد* " ، مجلة العلوم الاقتصادية ، العدد 34 ، مجلد 9 ، تشرين الثاني ، 2013 ، ص 103-133 .

[6] كريم ، زيد حسن ، (2010) ، "*استخدام سلاسل ماركوف في التنبؤ وتقدير القوى العاملة المستقبلية* " رسالة ماجستير ، قسم الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، الجامعة المستنصرية .

[7] محمد ، احمد عادل ، (2012) ، "*تحليل التغيرات الحاصلة في مصروفات الموازنة باستعمال سلاسل ماركوف مع تطبيق عملي* " ، رسالة ماجستير ، قسم الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .

[8] Bailey , N.T.J. ***"Elements of Stochastic Prosses with applications to the Natural Sciences"*** , Wiley , New York , 4th edition (2004) .

[9] Medhi , J , ***" Stochastic Processes "*** , John wiley and Sons , 3rd edition (2001).

[10] Parzen , E. ***" Stochastic Processes "*** , Holden-Day , San Francisco (1992)