AL KUT JOURNAL OF ECONOMIC AND ADMINISTRATIVE SCIENCES
Publisher: College of Economics and Management - Wasit University

اقتراح نظام مختلط متناوب لتقدير دالة المعولية باعتماد توزيع دالة القوى والتوزيع الاسي

Mixed System Reliability Estimation of Exponential and Power Series Distribution

م.د.جاسم حسن لازم

الجامعة التقنية الوسطى/الكلية التقنية الادارية/بغداد

jhlazem@mtu.edu.iq

المستخلص

في هذا البحث أُقترح نظام معولية افتراضي مختلط متناوب. اذ يتكون من مركبتين مربوطتين على التوالي ومركبتين اخريين مربوطه معهما على التوازي وتكون جاهزة للعمل في حاله عطل المركبتين المربوطتين على التوالي؛ إذ تتوزع المركبة الاولى والثالثة توزيع دالة القوى. اما الثانية والرابعة فتتوزعان توزيع الاسي. ولتقدير معولية هذا النظام استعمل طرائق التقدير(الامكان الاعظم ، المربعات الصغرى ، الطريقة التجزيئية ، العزوم ، جاك نايف) .ولأجل الحصول على الطريقة الأفضل. استعمل حجوم العينات (25، 50، 75، 100، 200) ؛ إذ اعتمد على مقياس متوسط مربعات الخطأ كمقياس مقارنة. وأظهرت النتائج تفوق طريقة العزوم على طرائق التقدير الأخرى. بينما حلت ثانية طريقة المربعات الصغرى والتجزيئية بينما حلت طريقة الإمكان الاعظم بالمرتبة الاخيرة.

Abstract

In this research ، a hybrid virtual alternating reliability system is proposed. It consists of two vehicles connected in series and two other vehicles connected in parallel with them and ،is ready to operate in the event of a failure of the two vehicles connected in series. The first and third components are distributed as a power function while the second and fourth ،components are distributed as an exponential distribution. To estimate the reliability of this system ،quantile ، least squares، estimation methods were used (Maximum likelihood، Jackknife). In order to obtain the best method، moments، method ، 50، sample sizes (25 200) were used. The mean square error measure was used as a comparison measure. ،100،75 The results showed that the method of moments outperformed other estimation methods.

While the second method was the least squares and quantile method. While the maximum likelihood method came in last place

المقدمة **Introduction**

في السنوات الأخيرة، يواجه العالم الصناعي مشكلة قضايا السلامة فيما يتعلق بتصميم النظام. إن سلامة النظام هي الشغل الشاغل في الوقت الحاضر وقد اكتسبت الكثير من الاهتمام لسنوات عديدة. ومن ثم، هناك حاجة متزايدة للعمل على نظرية معولية النظام الرائدة. وتُطبق أيضًا أساليب التحليل الإحصائي والمعولية في تقييم أداء النظام في مجموعة واسعة من الصناعات بما في ذلك الهندسة الميكانيكية والمدنية والكهربائية. لذلك تُنفَّذ معظم مهام الأنظمة الصناعية بواسطة أنظمة هندسية. ومع ذلك، فهي عرضة للفشل، وقد تُسبب تكاليف إضافية وتقلل من توافرها. لذا، من الضروري ضمان عمل النظام بكفاءة ضمن إطار زمني محدد. لزيادة معولية النظام، يشيع استعمال تخصيص مكونات احتياطية من قِبل مصممي ومهندسي الأنظمة. في حال وجود فائض، حتى لو تعطلت بعض المكونات، يظل النظام قادرًا على العمل بالمكونات المتبقية.

في عام 2021 قام الباحث **Mohiuddin** واخرون بتحسين معولية النظام وذلك بربط مركبتين على التوازي مع مركبة على التوالي وقد استخدام الباحثون طريقتين لهذا الغرض هما **Reduction method** و **Hot duplication method** وقد توصل الباحثون ان طريقة **Reduction method** هي الافضل في تحسين معولية النظام [8] .وفي نفس العام استخدم الباحثان **B،Y. and Kopytko،Zhernovyi** نماذج ماركوف للأنظمة المتسلسلة ذات المركبات البديلة أو المكررة (**redundancy**) اذ استخدام الباحثان خصائص التوزيع الاسي التي تتوزع به اوقات الفشل للحصول على الاستقرار في معولية الانظمة المتسلسلة ذات المركبات البديلة اذ تم الحصول على استقرار في متوسط وقت الفشل ومتوسط الوقت بين حالات الفشل ومتوسط وقت التوقف عن العمل [20]. وفي نفس السنة أجرى **Sridhar Akiri**، وآخرون (2021) دراسة شاملة حول تصميم وتحليل وتحسين نظام معولية متماسك ومتكامل. تم تقييم بنية النظام في البداية باستخدام مضاعف لاغرانج، مما أسفر عن حلول صحيحة لتحسين المعولية من خلال تقنيات البرمجة الصحيحة والديناميكية، وبالآتي ضمان التطبيق العملي [12] . وقد حدد **Sridhar Akiri**، وآخرون (2022) المجالات المتوسعة لنمذجة الأنظمة والبرمجيات، بما في ذلك الكيانات الاصطناعية الذكية، وواجهات الإنسان والآلة، وأنظمة البرمجيات. قدمت دراستهم أدوات عملية للتحسين والمحاكاة ونمذجة المعولية، مع التركيز على تخصيص الموارد ونمذجة التكلفة للأنظمة المعقدة، مما ساعد الطلاب والباحثين والمتخصصين في الصناعة [13] . وفي عام (2023) أجرى **Srinivasa Rao Velampudi** وآخرون دراسةً لدمج المعولية الخارجية في الأنظمة الهيكلية من خلال استعمال مضاعفات لاغرانج وطرق البرمجة الديناميكية. تم استخدام نهج استدلالي لتوفير حل صحيح، مما أدى إلى تحسين كفاءة النظام من خلال تقييم عوامل مثل التكلفة والحجم والحمل. تهدف الطريقة المقترحة إلى تحسين أداء النظام من خلال تقييم معولية الطور وكفاءة العوامل، مع توضيح النتائج باستخدام مثال عددي[14]. وفي عام (2024) قدم **Bhavani Kapu** نموذج المعولية المكررة المتكاملة (**IRRM**)، مما يعزز معولية النظام من خلال تكوين سلسلة متوازية. استخدم النموذج، المصمم للأنظمة الحرجة، أساليب لاغرانج وتعديلات على تقنية نيوتن-رافسون لتحسين كفاءة المكونات ومعولية الطور والأداء العام للنظام، مما يوفر الدعم لمولدات التيار المتردد المتزامنة أحادية الطور، ويضمن استمرارية التشغيل على الرغم من أعطال النظام الفرعي[4].

اما في هذا البحث فتم اقتراح نظام مختلط احدى مركباته وهي الاولى والثالثة تتوزيع توزيع دالة القوى والمركبة الاخرى وهي الثانية والرابعة تتوزيع توزيعا اسيا وتم تقدير المعولية لهذا النظام بعدة طرائق تقدير وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة، والطريقة التجزيئية، وطريقة العزوم، طريقة تقدير **Jackknife**.

مشكلة وهدف البحث **Problem and aim of the research**

نظام المعولية بصورة مبسطة قائم على عدة مركبات تعمل سويا من اجل ديمومة النظام، ولكن يحدث احيانا توقف في النطام بسبب توقف بعض مركباته ويحدث هذا عندما يكون النظام مربوط على التوالي، وفي كثير من الحالات التطبيقية لهذه الانظمة لا يتحمل النظام التوقف وخاصة في المجال الصحي لذلك يتم ربط نظام متناوب مربوط على التوازي ليكون بديلا عن النظام التي تعطلت بعض مركباته. من المعلوم ان الانظمة المختلفة تتألف من مركبات ومكائن تتبع توزيعات معينه اي بمعنى ان المركبات والمكائن قد لا تتوزع بنفس التوزيع واما بعدة توزيعات بسبب زمن الاشتغال ، لذلك ومن اجل عدم ابتعاد المقدرات العائده الى هذه التوزيعات عن قيمها الحقيقية تم اقتراح نظاما معوليا ينسجم مع طبيعة عمل المركبات.

المشكلة في صعوبة ايجاد مقدرات تخص الانظمة المعقدة وتؤول الى توزيعات مختلفة وذلك حسب طبيعة البيانات المدروسة لذلك كان لزاما ايجاد حلول رياضية تتبع القوانين الاحصائية لإيجاد وتقدير تلك المقدرات يمثل تلك البيانات.

يهدف البحث الى ايجاد انظمه مختلفة ذات دوال معولية لبيانات سواء كانت بيانات محاكاة او بيانات حقيقية ومن ثم ايجاد تلك المقدرات عن طريق عدة طرائق احصائية وهي طريقة الامكان الاعظم، وطريقة المربعات الصغرى، والطريقة التجزيئية ، وطريقة العزوم ، طريقة تقدير **Jackknife**.

طرائق العمل **Methods**

سيتم تطبيق عدة طرائق تقدير في هذا البحث وهي اولا طريقة تقدير الامكان الاعظم وثانيا طريقة تقدير المربعات الصغرى وثالثا طريقة تقدير الطريقة التجزيئية ورابعا طريقة تقدير العزوم وخامسا طريقة تقدير **Jackknife**.

الجانب النظري **Theoretical Part**

1- دالة المـــعـــولـــيـــة Reliability function R (t) [3]

وهي احتمال بقاء المعدات او المكائن بعد الزمن t ويعني ذلك بقاء المعدات او المكائن تعمل خلال المدة الزمنية (0،t) وتكتب رياضيا :

$$R(t) = P(T > t) \quad ، \ t \geq 0$$

$$= 1 - F(t) \quad \dots (1)$$

T : متغير عشوائي مستمر يمثل الزمن المتراكم لعمل النظام.

2- توزيع دالة القوى Power Function Distribution [15]

دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع هي:

$$f(t_{1i}) = \frac{\gamma {t_{1i}}^{\gamma-1}}{\alpha_{co}^{\gamma}} \quad ، \ 0 \le t_{1i} \le \alpha_{co} \quad \dots (2)$$

اذ ان:

γ : معلمة الشكل (shape parameter)

α_{co} : معلمة القياس (scale parameter)

اما الدالة التوزيعية لهذا التوزيع فهي

$$F(t_{1i}) = (\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}})^{\gamma} \quad \dots (3)$$

3- توزيع الاسي **Exponential Distribution [15]**

دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع هي:

$$f(t_{2i}) = \frac{1}{\varphi}\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\varphi}\right) \quad ، \ 0 \le t_{2i} < \infty \quad \dots . (4)$$

اذ ان : φ هي معلمة القياس

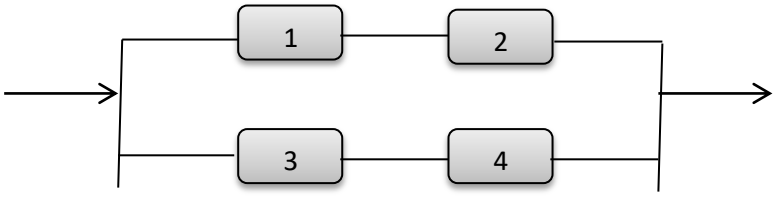
اما الدالة التوزيعية لهذا التوزيع فهي

$$F(t_{2i}) = 1 - \exp(-\frac{t_{2i}}{\varphi}) \quad \dots\dots (5)$$

4- معولية النظام Reliability System [3]

من المعروف ان انظمة المعولية تقسم الى عدة انظمة منها النظام المتوالي وهي التي مركباته مربوطة على التوالي، والنظام المتوازي وهو النظام التي تكون مركباته مربوطة على التوازي، والنظام المختلط وهو ما يجمع بين النظامين (المتولي والمتوازي)وهو نظام تكون بعض مركباته على التوالي وبعض مركباته مربوطة على التوازي وهنالك نظام اخر K out of n وهو نظام يمتلك n من المركبات ولكن لا يعمل الا اذا تم تشغيل k من المركباته، اما في هذا البحث فتم استخدام النظام المختلط وعلى الشكل الآتي:

نفترض ان النظام يكون على الشكل الآتي:



ان هيكلية النظام سيتكون بالشكل الآتي:

$$\Phi(x_1 \text{ ، } x_2 \text{ ،} x_3 \text{ ،} x_4) = x_1x_2 \amalg x_3x_4$$

$$= x_1x_2 + x_3x_4 - x_1x_2x_3x_4$$

وعليه ستكون معولية النظام كالاتي:

$$R(t) = R_1(t)R_2(t) + R_3(t)R_4(t) - R_1(t)R_2(t)R_3(t)R_4(t)$$

وعلى فرض ان $R_1(t) = R_3(t)$ و $R_2(t) = R_4(t)$ اي بمعنى معولية المركبة الاولى تساوي معولية المركبة الثالثة ومعولية المركبة الثانية تساوي معولية المركبة الرابعة وعلى فرض ان المركبتان الاولى والثالثة تتوزعان توزيع دالة القوى **Power Function Distribution** لذلك فان معولية هذه المركبتان سوف تساوي معولية توزيع دالة القوى. اما المركبتان الثانية والرابعة تتوزعان توزيع الاسي ***Exponential Distribution*** لذلك فان معولية هذه المركبتان سوف تساوي معولية توزيع الاسي. وعلى هذا الاساس سوف تكون المعادلات الخاصة بمعولية الاولى والثانية كالاتي:

$$R_1(t)R_2(t) = \left[1 - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}}\right)^{\gamma}\right]\left[\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\varphi}\right)\right]$$

لذلك فان معولية النظام ستكون على الشكل الآتي:

$$R(t) = 2\left[1 - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}}\right)^{\gamma}\right]\left[\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\varphi}\right)\right] - \left[1 - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}}\right)^{\gamma}\right]^2\left[\exp\left(-\frac{2t_{2i}}{\varphi}\right)\right]$$

5- طرائق التقدير

5-1 **طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method (MLE)** [2] [16]

تتميز هذه الطريقة بخاصية الثبات invariance properties وهذه الخاصية تميزها عن طرائق التقدير الأخرى، وتأتي فكره هذه الطريقة بإيجاد المقدر الذي يجعل دالة الامكان في نهايتها العظمى وصيغتها كالاتي:

$$L = f(t_1;\gamma).f(t_2;\gamma)\dots f(t_n,\gamma)$$

$$L = \prod_{i=1}^{n} f(t_i;\gamma) \qquad \dots. (6)$$

وعلى افتراض ان t_n ،... ،t_1،t_2 تمثل عينة عشوائية لمشاهدات تتبع توزيع دالة القوى لذلك تكون دالة الامكان بالشكل الآتي :

$$L = \prod_{i=1}^{n} \frac{\gamma t1^{\gamma-1}}{\alpha_{co}^{\gamma}} \qquad \dots (7)$$

وبعد ادخال ln على دالة الامكان والاشتقاق بالنسبة لمعلمة الشكلγ ومساواتها للصفر ينتج:

$$\hat{\gamma} = \frac{n}{nln\alpha_{c0} - \sum_{i=1}^{n} t_{1i}} \quad \ldots. (8)$$

وبالتعويض في دالة المعولية التابعة لهذا التوزيع التي تساوي:

$$R_1(t_{1i}) = 1 - F(t_{1i})$$

$$= 1 - (\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}})^{\gamma}$$

ينتج التعبير الآتي:

$$R_1(t_{1i}) = 1 - (\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}})^{\frac{n}{nln\alpha_{c0} - \sum_{i=1}^{n} t_{1i}}} \quad \ldots (9)$$

اما بالنسبة للمتغير الذي يتبع التوزيع الاسي فتكون دالة الامكان كما يلي:

$$L = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\varphi} \exp(-\frac{t_{2i}}{\varphi}) \quad \ldots. (10)$$

وبعد ادخال ln على دالة الامكان ومساوتها للصفر ينتج المقدر لمعلمة القياس φ وكما يلي:

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{2i}}{n} \quad \ldots. (11)$$

وبالتعويض في دالة المعولية التابعة لهذا التوزيع التي تساوي:

$$R_2(t_{2i}) = 1 - \mathrm{F}(t_{2i})$$

$$= \exp(-\frac{nt_{2i}}{\sum_{i=1}^{n} t_{2i}}) \quad \ldots. (12)$$

لذلك فإن معولية النظام وفقا لهذا الطريقة هي:

$$R_{SML}(t) =$$

$$2\left(1 - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\frac{n}{nln\alpha_{c0} - \sum_{i=1}^{n} t_{1i}}}\right) \exp\left(-\frac{nt_{2i}}{\sum_{i=1}^{n} t_{2i}}\right) - \left(1 - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\frac{n}{nln\alpha_{c0} - \sum_{i=1}^{n} t_{1i}}}\right)^2 \exp\left(-\frac{2nt_{2i}}{\sum_{i=1}^{n} t_{2i}}\right)$$

…. (13)

5-2 طريقة المربعات الصغرى **[11][1] Least Squares Method (L.S)**

ان طريقة المربعات الصغرى تتضمن تصغير مجموع مربعات الخطأ الاتي:-

$$M(a،b) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)^2 \qquad \ldots. (14)$$

وبالاشتقاق الجزئي للدالة لكل من (b،a) ومساواة ناتج كل اشتقاق بالصفر يتم الحصول على معادلتين ، وبإجراء تبسيط رياضي يتم الوصول الى قيمة مقدرات المربعات الصغرى ($\hat{a}$, $\hat{b}$) للمعلمتين ، ومن مميزات هذه الطريقة انها غير متحيزة وبالاعتماد على دالة التوزيع التجميعية لتوزيع دالة القوى كالآتي :-

$$F(t_{1i}،\gamma) = (\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}})^{\gamma}$$

$$\log F(t_{1i}،\gamma) = \gamma(logt_{1i} - log\alpha_{co}) \qquad \ldots.. (15)$$

اذ ان:

$$y_i = \log F(t_{1i}،\gamma)$$

$$x_i = (logt_{1i} - log\alpha_{co})$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى تم الحصول على تقدير معلمات الانموذج الخطي وكالاتي:

$$\hat{\gamma} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad \ldots. (16)$$

لذلك فان دالة المعولية لهذا التوزيع ستكون

$$R_1(t_{1i}) = 1 - (\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}})^{\hat{\gamma}} \qquad \ldots.. (17)$$

اما بالنسبة لتوزيع الاسي فان دالة التوزيع التجميعية له فهي:

$$F(t_{2i}،\varphi) = 1 - \exp(-\frac{t_{2i}}{\varphi})$$

$$\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\varphi}\right) = 1 - F(t_{2i}،\varphi)$$

وبضرب المعادلة في log وبعد التبسيط ينتج

$$t_{2i} = -\frac{1}{\varphi}\log(1 - F(t_{2i}،\varphi)) \quad \ldots. (18)$$

اذ ان:

$$y_i = t_{2i}$$

$$\varphi_1 = -\frac{1}{\varphi}$$

لذلك فان $\varphi = -\frac{1}{\varphi_1}$

$$x_i = \log(1 - F(t_{2i}, \varphi))$$

لذلك فان تقدير معلمة القياس بهذه الطريقة ستكون كالاتي:

$$\hat{\varphi}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad \ldots. (19)$$

لذلك فان $\hat{\varphi} = -\frac{1}{\hat{\varphi}_1}$

وعليه فان دالة المعولية التقديرية لهذا التوزيع ستكون كالاتي:

$$R_2(t_{2i}) = \exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}) \quad \ldots. (20)$$

لذلك فان معولية النظام وفقا لهذا الطريقة هي:

$$R_{SLS}(t) = 2\exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}) - 2\left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\hat{\gamma}} \exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}) - [1 - (\exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}) - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\hat{\gamma}} \exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}))^2]$$

….. (22)

5-3 **الطريقة التجزيئية (Q.E) Quantile Method** [17]

لنفرض أن لدينا المتغيرات $t_1, t_2, \ldots, t_n$ احصاءات مرتبة مسحوبة من عينة عشوائية تتبع التوزيع دالة القوى وان دالة التوزيع التجميعية بدلالة دالة المعولية ستكون كالآتي :-

$$F(t_{1i}, \gamma) = (\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}})^{\gamma}$$

$$p_i = (\frac{t_{1i}}{\alpha_{co}})^{\gamma}$$

وبادخال log على الطرفين وتبسيط المعادلة ينتج

$$\log(t_{1i}) = \frac{\log(p_i)}{\gamma} + \log(\alpha_{co}) \quad \ldots. (23)$$

$$\log(t_{1j}) = \frac{\log(p_j)}{\gamma} + \log(\alpha_{co}) \quad \ldots.. (24)$$

وعندما $j > i$ وبحل المعالتين ينتج

$$\hat{\gamma} = \frac{\log(p_i) - \log(p_j)}{\log(t_{1i}) - \log(t_{1j})} \quad \ldots.. (25)$$

اما بالنسبة للتوزيع الاسي فان الدالة التوزيعية التجميعية فهي:

$$F(t_{2i}, \varphi) = 1 - \exp(-\frac{t_{2i}}{\varphi})$$

$$p_i = 1 - \exp(-\frac{t_{2i}}{\varphi})$$

$$\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\varphi}\right) = 1 - p_i$$

وبعد ادخال log وتبسيط المعادلة

$$t_{2i} = -\varphi \log(1 - p_i) \quad \ldots\ldots (26)$$

$$t_{2j} = -\varphi \log(1 - p_j) \quad \ldots\ldots (27)$$

وبحل المعادلتين ينتج

$$\hat{\varphi} = \frac{t_{2i} - t_{2j}}{log(1-p_j) - \log(1-p_i)}$$

لذلك فان معولية النظام وفقا لهذا الطريقة هي:

$$R_{Sqan}(t) = 2\exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}) - 2\left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\hat{\gamma}} \exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}) - (\exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}) - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\hat{\gamma}} \exp(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}))^2$$

….. (28)

5-4 **طريقة العزوم Method of Moments (MOM)** [10] [18][9][7]

تتميز طريقة العزوم بسهولتها فهي تعتمد على فرضية مساواة عزم المجتمع μ_j مع عزم العينة $\hat{\mu}_j$ وحل المعادلة لايجاد تقدير المعلمات ، لنفرض لدينا عينة عشوائية $(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ يتوزع توزيع دالة القوى . فيمكن الحصول على العزم الاول وبمساواتها بالمتوسط كالآتي :-

$$\mu_1 = E(T_1) = \frac{\alpha_{co}\gamma}{\gamma+1} \quad \ldots.. (29)$$

$$E(T_1) = \bar{t}_{1i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{1i}}{n} \quad \ldots\ldots (30)$$

$$\bar{t}_{1i} = \frac{\alpha_{co}\hat{\gamma}}{\hat{\gamma}+1} \quad \ldots\ldots (31)$$

وبعد التبسيط ينتج

$$\hat{\gamma}_{mo} = \frac{\bar{t}_{1i}}{\alpha_{co} - \bar{t}_{1i}} \quad \ldots\ldots (32)$$

اما بالنسبة للتوزيع الاسي

$$\mu_2 = E(T_2) = \varphi \qquad \ldots\ldots (33)$$

$$E(T_2) = \bar{t}_{2i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{2i}}{n} \qquad \ldots\ldots (34)$$

$$\hat{\varphi}_{mo} = \bar{t}_{2i} \qquad \ldots\ldots (35)$$

لذلك سوف تكون معولية النظام بطريقة العزوم كالاتي:

$$R_{Smo}(t) = 2\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}\right) - 2\left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\hat{\gamma}} \exp\left(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}\right) - \left(\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}\right) - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\hat{\gamma}} \exp\left(-\frac{t_{2i}}{\hat{\varphi}}\right)\right)^2$$

….. (36)

5-5 **طريقة تقدير Jackknife**[19] [21]

طبقت هذه الطريقة لاول مرة من قبل الباحث Quenouille عام 1949 اذ يستخرج مقدر **Jackknife** وكالاتي:

$$\hat{\omega}_{Jackknife} = n\hat{\omega} + (n-1)\hat{\omega}_* \qquad \ldots.. (37)$$

اذ ان:

$\hat{\omega}$: مقدر المعلمة حسب الطريقة المعتمدة

وان $\hat{\omega}_*$ تساوي $\hat{\omega}_* = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\omega}_i}{n}$

اذ نشرح خطوات تقدير طريقة Jackknife بالاعتماد على طريقة تقدير الامكان الاعظم وكالاتي:

اذ ان $\hat{\omega}_{ML}$ مقدر معلمة طريقة الامكان الاعظم

$\hat{\omega}_i$ يتم ايجادها وفق الاسلوب الآتي:

1- ايجاد $\hat{\omega}_1$ وذلك بحذف المتغير الاول t_1 من مجموعة المتغيرات $(t_1، t_2، \ldots، t_n)$ وايجاد $\hat{\omega}_1$ حسب طريقة تقدير الامكان الاعظم بدون المتغير الاول t_1.

2- ايجاد $\hat{\omega}_2$ وذلك بترجيع المتغير الاول t_1 الى مجموعة المتغيرات $(t_1، t_2، \ldots، t_n)$ وحذف المتغير الثاني t_2 من هذه المتغيرات وايجاد $\hat{\omega}_2$ حسب طريقة تقدير الامكان الاعظم بدون المتغير الثاني t_2.

3- وهكذا نستمر بايجاد $\hat{\omega}_i$ الى ان نجد $\hat{\omega}_n$.

4- ايجاد $\hat{\omega}_*$.

5- تطبيق صيغة Jackknife.

وعليه فان الصيغة التقديرية لمعلمة الشكل لتوزيع دالة القوى هو

$$\hat{\gamma}_{Jackknife} = n\hat{\gamma}_{ML} + (n-1)\hat{\gamma}_{*} \quad \ldots\ldots (38)$$

وعليه فان الصيغة التقديرية لمعلمة القياس لتوزيع الاسي هو φ

$$\widehat{\varphi}_{Jackknife} = n\widehat{\varphi}_{ML} + (n-1)\widehat{\varphi}_{*}$$

لذلك سوف تكون معولية النظام بطريقة Jackknife كالاتي:

$$R_S(t) = 2\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\widehat{\varphi}_{Jackknife}}\right) - 2\left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\widehat{\gamma}_{Jackknife}} \exp\left(-\frac{t_{2i}}{\widehat{\varphi}_{Jackknife}}\right) - \left(\exp\left(-\frac{t_{2i}}{\widehat{\varphi}_{Jackknife}}\right) - \left(\frac{t_{1i}}{\alpha_{c0}}\right)^{\widehat{\gamma}_{Jackknife}} \exp\left(-\frac{t_{2i}}{\widehat{\varphi}_{Jackknife}}\right)\right)^2 \quad \ldots. (39)$$

الجانب التجريبي **Empirical Part**

لغرض المقارنة بين طرائق التقدير المستخدمة لتقدير معولية النظام المقترح تم استخدام المحاكاة ولما يمتلكه هذا الاسلوب من توفير للجهد والمال والوقت ودون الاخلال بدقة البيانات وتم اختيار خمسة حجوم للعينات وهي (50، 75 ، 25) وبثبات معلمة القياس α_{co} لتوزيع دالة القوى وبافتراض انها تساوي حجم العينة وبالقيم الافتراضية لمعلمة الشكل γ لتوزيع دالة القوى ومعلمة القياس φ لتوزيع الاسي وكما يلي:

جدول رقم 1 يبين القيم الافتراضية لمعلمة الشكل والقياس لتوزيع دالة القوى والتوزيع الاسي

γ	φ
0.9	0.1
	0.5
1.2	0.1
	0.5

اما توليد البيانات تم بطريقة التحويل العكسي لتوزيع دالة القوى والتوزيع الاسي وحسب الصيغتين الآتيتين وكالاتي:

$$t_{1i} = \alpha_{co}(u_i)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \ldots\ldots (40)$$

$$t_{2i} = \varphi\log(u_i) \quad \ldots\ldots (41)$$

واستعملت قيم المتغيرات t_{2i} ، t_{1i} في الصيغ اعلاه في نتائج التقدير النظرية في الجانب النظري مع ملاحظة ان الدالة التوزيعية المستعملة في طريقة تقدير المربعات الصغرى تم توليدها بالصيغة الآتية :[5]

$$F(x_i) = \frac{i}{n+1} \qquad \ldots\ldots (42)$$

النتائج **Results**

جدول رقم 2 يبين متوسط مربعات الخطأ لمعولية النظام التقديرية بالطرائق المذكورة لجميع حجوم العينات

n	γ	φ	t_1	t_2	MSEml	MSEls	MSEqm	MSEmo	MSEjack	الافضل
25	0.9	0.1	0.1	0.1	0.0042	0.0016	0.0064	0.0085	0.0059	MSEls
			0.2	0.2	0.0052	0.0077	0.0225	0.0038	0.0207	MSEmo
			0.3	0.3	0.0083	0.0132	0.0327	0.0046	0.0298	MSEmo
			0.4	0.4	0.0115	0.0154	0.0372	0.0075	0.0357	MSEmo
			0.5	0.5	0.0096	0.0167	0.0389	0.0091	0.0369	MSEmo
		0.5	0.1	0.1	0.0141	0.0066	0.0096	0.0241	0.0012	MSEjack
			0.2	0.2	0.0108	0.0049	**5.9696e-04**	0.0179	**9.2530e-04**	MSEqm
			0.3	0.3	0.0066	0.0020	0.0018	0.0143	0.0019	MSEqm
			0.4	0.4	0.0046	0.0020	0.0038	0.0111	0.0038	MSEls
			0.5	0.5	0.0036	0.0023	0.0068	0.0077	0.0064	MSEls
	1.2	0.1	0.1	0.1	0.0041	0.0020	0.0064	0.0069	0.0057	MSEls
			0.2	0.2	0.0053	0.0072	0.0224	0.0049	0.0207	MSEmo
			0.3	0.3	0.0089	0.0142	0.0326	0.0070	0.0305	MSEmo
			0.4	0.4	0.0124	0.0162	0.0372	0.0063	0.0329	MSEmo
			0.5	0.5	0.0133	0.0181	0.0386	0.0075	0.0352	MSEmo

		0.5	0.1	0.1	0.0141	0.0068	**7.4344e-05**	0.0237	0.0018	MSEqm
			0.2	0.2	0.0105	0.0045	0.0011	0.0205	**9.6860e-04**	MSEjack
			0.3	0.3	0.0060	0.0021	0.0017	0.0157	0.0018	MSEqm
			0.4	0.4	0.0054	**0.0022**	0.0037	0.0115	0.0037	MSEls
			0.5	0.5	0.0040	0.0018	0.0086	0.0080	0.0060	MSEls
50	0.9	0.1	0.1	0.1	0.0019	0.0011	0.0032	0.0036	0.0031	MSEls
			0.2	0.2	0.0025	0.0042	0.0112	0.0023	0.0109	MSEmo
			0.3	0.3	0.0042	0.0071	0.0163	0.0028	0.0159	MSEmo
			0.4	0.4	0.0051	0.0078	0.0185	0.0030	0.0175	MSEmo
			0.5	0.5	0.0054	0.0083	0.0195	0.0026	0.0180	MSEmo
		0.5	0.1	0.1	0.0070	0.0034	**2.2403e-05**	0.0113	**2.6608e-04**	MSEqm
			0.2	0.2	0.0048	0.0028	**5.8601e-04**	0.0097	**3.3101e-04**	MSEjack
			0.3	0.3	0.0036	0.0018	**8.6114e-04**	0.0073	**8.8710e-04**	MSEqm
			0.4	0.4	0.0033	**6.6236e-04**	0.0019	0.0055	0.0019	MSEls
			0.5	0.5	0.0021	**9.7855e-04**	0.0033	0.0042	0.0032	MSEls
	1.2	0.1	0.1	0.1	0.0023	8.0647e-04	0.0032	0.0042	0.0030	MSEls
			0.2	0.2	0.0025	0.0042	0.0112	0.0024	0.0108	MSEmo

			0.3	0.3	0.0040	0.0064	0.0163	0.0021	0.0150	MSEmo
			0.4	0.4	0.0051	0.0092	0.0186	0.0034	0.0177	MSEmo
			0.5	0.5	0.0053	0.0083	0.0195	0.0026	0.0182	MSEmo
		0.5	0.1	0.1	0.0076	0.0026	**2.1791e-05**	0.0103	**1.0555e-04**	MSEqm
			0.2	0.2	0.0054	0.0020	**2.3872e-04**	0.0088	**4.3872e-04**	MSEqm
			0.3	0.3	0.0032	0.0015	**8.3494e-04**	0.0067	**8.1594e-04**	MSEjac k
			0.4	0.4	0.0032	**8.6165e-04**	0.0019	0.0050	0.0018	MSEls
			0.5	0.5	0.0020	**9.8884e-04**	0.0032	0.0039	0.0030	MSEls
75	0.9	0.1	0.1	0.1	0.0013	6.5394e-04	0.0021	0.0025	0.0020	MSEls
			0.2	0.2	0.0018	0.0027	0.0075	0.0016	0.0073	MSEmo
			0.3	0.3	0.0025	0.0049	0.0109	0.0027	0.0107	MSEmo
			0.4	0.4	0.0036	0.0054	0.0124	0.0019	0.0123	MSEmo
			0.5	0.5	0.0038	0.0060	0.0130	0.0027	0.0126	MSEmo
		0.5	0.1	0.1	0.0044	0.0017	**1.4994e-05**	0.0073	**1.7002e-05**	MSEqm
			0.2	0.2	0.0035	0.0011	**1.6374e-04**	0.0058	**2.1589e-04**	MSEqm
			0.3	0.3	0.0027	**0.0013**	**5.7121e-04**	0.0047	**6.1727e-04**	MSEjac k

			0.4	0.4	0.0020	**5.4947e-04**	0.0013	0.0031	0.0012	MSEls
			0.5	0.5	0.0012	5.0277e-04	0.0022	0.0024	0.0021	MSEls
	1.2	0.1	0.1	0.1	0.0016	**5.4475e-04**	0.0021	0.0025	0.0021	MSEls
			0.2	0.2	0.0013	0.0030	0.0075	0.0015	0.0071	MSEmo
			0.3	0.3	0.0032	0.0050	0.0108	0.0015	0.0105	MSEmo
			0.4	0.4	0.0031	0.0053	0.0124	0.0022	0.0118	MSEmo
			0.5	0.5	0.0031	0.0056	0.0130	0.0022	0.0126	MSEmo
		0.5	0.1	0.1	0.0044	0.0017	**1.4458e-05**	0.0070	**2.2800e-05**	MSEqm
			0.2	0.2	0.0036	0.0013	**1.5792e-04**	0.0068	**1.5786e-04**	MSEjack
			0.3	0.3	0.0028	**0.0011**	**5.5604e-04**	0.0044	**5.9375e-04**	MSEqm
			0.4	0.4	0.0017	**4.6866e-04**	0.0012	0.0032	0.0012	MSEls
			0.5	0.5	0.0011	**7.6402e-04**	0.0021	0.0025	0.0021	MSEls
100	0.9	0.1	0.1	0.1	0.0008	5.4371e-05	0.0015	0.0012	0.0010	MSEls
			0.2	0.2	0.0011	1.9123e-05	0.0048	0.0008	0.0050	MSEls
			0.3	0.3	0.0013	6.8921e-05	0.0089	0.0018	0.0078	MSEls

			0.4	0.4	0.0020	7.0963e-05	0.0089	0.0011	0.0089	MSEls
			0.5	0.5	0.0018	2.7634e-05	0.0109	0.0018	0.0098	MSEls
		0.5	0.1	0.1	0.0029	**1.0421e-05**	**2.1563e-06**	0.0043	**9.9876e-06**	MSEqm
			0.2	0.2	0.0022	**2.9642e-05**	**2.9912e-05**	0.0033	**7.2765e-05**	MSEls
			0.3	0.3	0.0019	**3.0032e-05**	**7.3097e-05**	0.0029	**9.8732e-05**	MSEls
			0.4	0.4	0.0009	**6.1632e-05**	0.0006	0.0021	0.0007	MSEls
			0.5	0.5	0.0009	**1.1157e-05**	0.0008	0.0012	0.0011	MSEls
	1.2	0.1	0.1	0.1	0.0009	**1.1907e-06**	0.0011	0.0010	0.0011	MSEls
			0.2	0.2	0.0007	**1.1119e-05**	0.0055	0.0007	0.0052	MSEls
			0.3	0.3	0.0015	**6.2678e-05**	0.0089	0.0010	0.0090	MSEls
			0.4	0.4	0.0019	**2.1324e-05**	0.0099	0.0011	0.0094	MSEls
			0.5	0.5	0.0016	**7.6549e-06**	0.0096	0.0010	0.0089	MSEls
		0.5	0.1	0.1	0.0022	**13657e-05**	**2.3544e-06**	0.0048	**1.0012e-07**	MSEjack

			0.2	0.2	0.0020	**2.1116e-05**	**1.7711e-06**	0.0045	**3.0765e-05**	MSEqm
			0.3	0.3	0.0019	**42286e-05**	**4.8349e-06**	0.0024	**2.8809e-05**	MSEqm
			0.4	0.4	0.0008	**1.6297e-05**	0.0009	0.0019	0.0008	MSEls
			0.5	0.5	0.0008	**2.2222e-05**	0.0007	0.0010	0.0011	MSEls
200	0.9	0.1	0.1	0.1	0.00009	1.4100e-07	0.00005	0.000088	0.000019	MSEls
			0.2	0.2	0.00004	3.0012e-07	0.000016	0.000001	0.000034	MSEls
			0.3	0.3	0.00001	7.0107e-07	0.000008	0.000005	0.000090	MSEls
			0.4	0.4	0.00022	9.9011e-07	0.000012	0.000007	0.000017	MSEls
			0.5	0.5	0.00019	2.6607e-07	0.000003	0.000009	0.000076	MSEls
		0.5	0.1	0.1	0.00002	**2.2901e-08**	**1.1110e-09**	0.00009	**1.0019e-09**	MSEjack
			0.2	0.2	0.00004	**9.0001e-08**	**1.0955e-09**	0.00006	**9.2020e-09**	MSEqm
			0.3	0.3	0.00006	**5.1009e-09**	**1.1006e-08**	0.000011	**1.9999e-08**	MSEls
			0.4	0.4	0.00008	**5.3341e-09**	**7.3333e-08**	0.000002	**2.0023e-01**	MSEls

			0.5	0.5	0.00006	**1.0106e-09**	**7.0227e-08**	0.000013	**9.5212e-01**	MSEls
	1.2	0.1	0.1	0.1	0.00009	**1.8888e-08**	0.00007	0.000018	0.000002	MSEls
			0.2	0.2	0.00006	**2.7632e-08**	0.00005	0.000009	0.000033	MSEls
			0.3	0.3	0.00004	**3.1077e-07**	0.00002	0.000012	0.000056	MSEls
			0.4	0.4	0.00002	**5.7007e-07**	0.00003	0.000010	0.000019	MSEls
			0.5	0.5	0.00007	**6.2444e-07**	0.00001	0.000006	0.000099	MSEls
		0.5	0.1	0.1	0.00004	**2.9988e-08**	**1.2234e-08**	0.000099	**2.7612e-09**	MSEjack
			0.2	0.2	0.00001	**2.0077e-09**	**1.0075e-09**	0.000045	**1.1708e-08**	MSEqm
			0.3	0.3	0.00002	**7.1001e-09**	**4.0265e-09**	0.000012	**2.3456e-08**	MSEqm
			0.4	0.4	0.00007	**2.5050e-09**	0.000008	0.000014	0.000006	MSEls
			0.5	0.5	0.00006	**3.9009e-09**	0.000007	0.000010	0.000003	MSEls

اذ ان:

MSEml هو مجموع مربعات الخطأ لطريقة تقدير الامكان الاعظم لنظام المعولية المقترح.

MSEls هو مجموع مربعات الخطأ لطريقة تقدير المربعات الصغرى لنظام المعولية المقترح.

MSEqm هو مجموع مربعات الخطأ لطريقة التقدير التجزيئية لنظام المعولية المقترح.

MSEmo هو مجموع مربعات الخطأ لطريقة التقدير العزوم لنظام المعولية المقترح.

MSEjack هو مجموع مربعات الخطأ لطريقة التقدير Jackknife لنظام المعولية المقترح.

المناقشة **Discussion**

1- تميزت طريقة تقدير العزوم على بطرائق التقدير الأخرى لنظام المعولية المقترح عند القيم الافتراضية لمعلمة الشكل $\gamma = 0.9$ ، 1.2 لتوزيع دالة القوى ومعلمة القياس$\varphi = 0.1$ ولجميع حجوم العينات مما يعني انها تكون ملائمة كطريقة تقدير للحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة.

2- تفوقت طريقة تقدير المربعات الصغرى على باقي طرائق التقدير عند حجوم العينات الكبيرة (100 و، 200)، مما يعني ان هذه الطريقة تكون ملائمة لهذه الحجوم ولجميع القيم الافتراضية.

3--بينما حصلت طريقة المربعات الصغرى والطريقة التجزيئية على الافضلية على باقي طرائق التقدير وللقيم الافتراضية لمعلمة الشكل $\gamma = 0.9$ ، 1.2 لتوزيع دالة القوى ومعلمة القياس$\varphi = 0.5$ ولجميع حجوم العينات.

4- جاءت طريقة تقدير الامكان الاعظم بالمرتبة الاخيرة ولجميع حجوم العينات.

التوصيات

1- يوصي الباحث باستخدام طريقة المربعات الصغرى عند حجوم العينات الكبيرة ولنظام المعولية المقترح.
2- عدم الاعتماد على طريقة تقدير الامكان الاعظم لنظام المعولية المقترح.
3- تقدير معولية النظام المقترح باستخدام خوارزميات الذكاء الاصطناعي كخوارزمية سرب النمل او غيرها من الخوارزميات.

المصادر **References**

1-Al DIN،N. and Naji، S.،(2019)،" Using the Least Squares Method with Five Points to Solve Algebraic Equations Nonlinear"، International Journal of Scientific and Innovative Mathematical Research (IJSIMR)،VOL.7،issue 5،PP 26-30.

2-Ali J.M and Mansoor،H.،(2019)،" The Comparison Between the MLE and Standard Bayes Estimators of the Reliability Function of Exponential Distribution "Ibn Al-Haitham Journal for Pure and Applied Science ،Vol. 32 No.1 (2019).

3-Al-Nasser،A.،M.،(2009)،"An Introduction to statistical Reliability"، ITHRAA Publishing Distribution.

4- Bhavani Kapu، Sridhar Akiri، Pavan Kumar Subbara، Srinivasa Rao Velampudi and Ramadevi Surapati، A Detailed Case Study of an Integrated Redundant Reliability Mode Using the Parallel-Series Configuration. of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology (JATIT)، Vol. 102، No. 11، 2024، pp. 4796-4806

5-Lazem،J.،H.،(2011)،" A comparison between Bayesian and other method for estimation of scale parameter of Weibull distribution by using simulation"، journal of Economics And Administrative Sciences، 2011، Volume 17، Issue 63، Pages 303-322.

6-Lu،Y. and Wang،N.،(2013)،" Method of Conditional Moments Based on Incomplete Data"،l Journal of Mathematics and Computation، Vol. 20; Issue No. 3;

7-Martin، V. L.، Andrew R. T.، and Robert C. J. "EFFICIENT METHOD OF MOMENTS ESTIMATORS FOR INTEGER TIME SERIES MODELS." Journal of Time Series Analysis 35، no. 6 (August 14، 2014): 491–516.

8-Mohiuddin، M.،Kannan، R. and Dar، S.A،(2021)،"Improving the Reliability of system by stand by Redundancy method"، international journal of scientific research in mathematical and statistical sciences،vol.8، issue-1،pp 76-82.

9-Oh، D. H.، and Andrew J. P. "Simulated Method of Moments Estimation for Copula-Based Multivariate Models." *Journal of the American Statistical Association* 108، no. 502 (June 2013): 689–700.

10-Peng،Z. and Wang،X.،(2014)،" Method of moments for estimating uncertainty distributions"، Journal of Uncertainty Analysis and Appliction.

11-Prasetyo،R.،Anderi ،Dain،S. and Panjaition،F.،(2022)" Implementation of the Least Square Method for the Application of Population Growth Rate Prediction in Air Sugihan District"، Journal of Information Systems and Informatics، Vol. 4، No. 2، June 2022 e-ISSN: 2656-4882 p-ISSN: 2656-5935.

12-Sridhar، A.، Sasikala، P.، Kumar، S. P. and Sarma، Y. V. S.، Design and evaluation of coherent redundant system reliability. Systems Reliability Engineering، edited by Amit Kumar and Mangey Ram، De Gruyter، 2021،pp. 137-152.

https://doi.org/10.1515/9783110617375

13- Sridhar، A.، Sasikala، P.، Kumar، S. P. and Sarma، Y. V. S.، Design and evaluation of parallel-series IRM system. System Assurances Modeling and Management، edited by Prashant Johri، Adarsh Anand، Juri Vain، Jagvinder Singh، and Mohammad Quasim، Academic Press (Elsevier)، 2022، pp. 189-208.

14- Srinivasa Rao Velampudi، Sridhar Akiri، Pavan Kumar Subbara، Yadavalli V S S.، A Comprehensive Case Study on Integrated Redundant Reliability Model Using k-out-of-n Configuration. Reliability: Theory & Applications. Vol. 18، No. 01، 2023، pp. 110-119.

15-Thomopoulos،N.T.،(2017)،" Statistical Distributions Applications and parameter estimates" © Springer International Publishing.

16-Wang،J.،(2021)،" The Pseudo Maximum Likelihood Estimator for Quantiles of Survey Variables" Journal of Survey Statistics and Methodology، Vol.9 ،Issue 1 ،2021.

17- Xiaohang ،R.،Li،Y.،Yan، cheng ، Wen،F.،Lu،z.،(2022)،" The interrelationship between the carbon market and the green bonds market: Evidence from wavelet quantile-on-quantile method"، Journal Technological Forecasting & Social Change،(2022)121611.

18-Yin، G.، Yanyuan ،M.، Faming L.، and Ying Y.، "Stochastic Generalized Method of Moments." Journal of Computational and Graphical Statistics 20، no. 3 (January 2011): 714–27.

19-Yu،F. and Wang،L.،(2019)،" Jackknife resampling parameter estimation method for weighted total least squares" Mathematics and Statistics Journal،Vol.49 ،Issue 23.PP 5810-5828.

20- Zhernovyi،Y. and Kopytko،B.،(2021)،" MARKOV RELIABILITY MODELS OF SERIES SYSTEMS WITH REDUNDANCY AND REPAIR FACILITIES" Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics،pp 89-96

21-Zubeyde،N.،(2021)،" Jackknife Resampling Method for Estimation of Fuzzy Regression Parameters and Revised Tanaka Method"، Journal of Nutrition and Internal Medicine،VOL.23.