

## دعم القرار الاستثماري في القطاع الصحي باستخدام الأساليب المعلمية

م.د مظهر خالد عبد الحميد كلية الإدارة والاقتصاد [moudher@yahoo.com](mailto:moudher@yahoo.com)  
م.د منذر عبد الله خليل كلية علوم الحاسوب والرياضيات [mun880088@gmail.com](mailto:mun880088@gmail.com)  
م.د زياد محمد عبد الله كلية علوم الحاسوب والرياضيات [zeyaemoh1978tu.ed.iq](mailto:zeyaemoh1978tu.ed.iq)

### المستخلص :

يعد القطاع الصحي من اهم قطاعات الدولة، وهناك عجزا في تقديم خدماته كما ونوعا، والذي أدى لفتح الباب على مصراعيه للاستثمار في هذا القطاع. ان الاستثمار في هذا القطاع ينبغي ان يستند على بيانات دقيقة مبينة على السلوك الفعلي للمراجعين لغرض تقييم العائد. تناول البحث إيجاد التوزيع الاحتمالي لعدد المراجعين لمستشفى صحي تم افتتاحه حديثا بأسلوب Weibull-G family، بهدف التعرف على سلوك البيانات لدعم القرار الاستثماري، وإيجاد اهم المؤشرات الإحصائية للتوزيع. تم استخدام اسلوب المحاكاة كأحد أساليب بحوث العمليات، وذلك لغرض تقييم أداء معالم التوزيع المقدر بطريقة (الإمكان الاعظم MLE)، وضبط سلوك معالم التوزيع باستخدام مقياس التحيز، ومقياس جذر مربع الخطأ في عملية المحاكاة. وتوصل الباحثون الى نتائج مشجعة لدعم القرار الاستثماري. الكلمات المفتاحية: القطاع الصحي، الاستثمار، التوزيع الاحتمالي، Weibull -G family، بحوث عمليات، المحاكاة، طريقة الإمكان الأعظم MLE، مقياس التحيز، مقياس جذر مربع الخطأ.

### Abstract

The health sector considered as one of the most important sectors of the State. It has registered a deficit in the provision of its services in quantity and quality, which led to open the door for investment in this sector. In this sector, the investment should be based on accurate data, in which based on the actual conduct of the auditors for assessing the return. This research investigates the probability distribution of the number of reviewers for a health hospital project, which was recently opened by Weibull-G family method, in order to identify the behavior of the data to support the investment decision and to find the most important statistical indicators for them distribution. The simulation method has been used as one of the methods of operations research for evaluating the performance of the estimated distribution parameters by means of the MLE method, and adjusting the behavior of the distribution parameters using the bias scale and the error square root meter in the simulation. The researchers have been reached for encouraging results that can support the investment decision.

Keywords: Health Sector, Investment, Probability Distribution, Weibull -G family, Operations Research, Simulation, MLE, Metering Scale, Error Square Root Scale.

## ١- المقدمة

هناك محاولات لتأسيس نماذج جديدة من التوزيعات كتوسيع لعوائل من توزيعات معروفة او مقترحة، والتي تكون أكثر مرونة لنمذجة سلوك البيانات الحقيقية في عالمنا الواقعي، وكذلك لأثبات حسن المطابقة للعوائل التي تم توليدها سابقا. والذي يساعد في فهم سلوك الظواهر ويُسهل التعامل معها، على سبيل المثال استخدم . [13] Faton et al.(2016) ، [12] Khaleel et al.(2017) البيانات الهندسية لنمذجة توزيعاتهم المقترحة و Burr type X Gamma على التوالي. في حين اقترح [11] Khaleel al.(2017) توزيع Beta Burr Type X بمعلمة واحدة لنمذجة بيانات مياه الامطار، اما ناجي(٢٠٠٨) وآخرون فقد استخدموا نظرية بيز لإيجاد التوزيع اللاحق لنمذجة بيانات غيابات الطلبة في جامعة تكريت [1]. من الجدير بالذكر ان الاحصائيون وظفوا مختلف تطبيقات بحوث العمليات كأدوات داعمة في عملهم، كتوظيف أسلوب المحاكاة لأثبات المعالم وحسن مطابقتها. في هذا البحث ناقش الباحثون توزيع (بيانات) عدد المراجعين ل احد مستشفيات القطاع الصحي(تم افتتاحه حديثا)، والذي افضى لاقتراح توزيع لهذه الظاهره وللظواهر الأخرى التي تسلك بياناتها نفس السلوك.

## ٢- الدراسات السابقة

لقد تابع الاحصائيون سلوك مختلف الظواهر، واهتموا بنمذجة البيانات، واكتشفوا من خلال معلمة الشكل والقياس العديد من الأشكال التي توضح سلوك تلك الظواهر، وفي هذا السياق، Eugene et al اقترحوا في عام (٢٠٠٢) دراسة صنف عام من توزيعات لمتغير عشوائي يستند على ( logic of a beta)، وأطلقوا عليه عائلة التوزيع (Beta-G) [4]. لقد أضافوا معلمتين بنفس طريقة [5] Cordeiro & de Castro (2011)، حيث استعملوا توزيع Kumaraswamy على الفترة (٠,١)، لتوليد عائلة توزيع أطلق عليها (Kumaraswamy-G) بإضافة معلمتين للشكل. بعد (٢٠٠٨) قام عدة مؤلفين بتوليد عوائل لتوزيع على الفترة (0-∞) كمولدات. على سبيل المثال، في (2009) اقترح [21] Zografos & Balakrishnan عائلة التوزيع (Gamma-G- (type 1)، حيث درس طيف من التوزيعات الأحادية المستمرة بطريقة Stacy لتعميم توزيع Gamma وتسجيل القيم النظرية [١٧]. في حين قام [14] Ristic & Balakrishnan في عام (2012) بدراسة توزيع (Gamma - G-(type-2) [14]، وفي ذات السياق قام [20] Torabi & Montazri بدراسة (Gamma-G-(type 3)، اما عائلة Gamma- X فقد تم دراستها من قبل Alzaatrah et al. بطريقة جديدة لاقتراح شكل عام لتوليد صيغة جديدة من العائلة التي تدعى -transformed transformer (T-X) [2]. اما في عام (2014) اقترح Bourguignon et al دراسة عائلة عامة من توزيعات أحادية بمعلمتين إضافية، باستعمال Weibull generator تم تطبيقه على النسبة الفردية  $K(t)/[1 - K(t)]$ . حيث تعني generator ان لكل توزيع اساسي  $K$  يوجد توزيع مختلف  $W$  [3]، وفيما يخص توزيع Weibull، فان هناك مقترحات عديدة أجريت لتوسيعه حتى عام ١٩٩٣، حيث اقترح Mudholkar و Srivastave تعديل على عائلة Weibull [15] واخذت اسم Exponentiated Weibull وللختصار (EW)، وذلك بإضافة معلمة شكل واحدة. ان دالة التوزيع التراكمية CDF [7] هي:

$$K(t; \varphi, \theta, \beta) = \left[ 1 - e^{-(\varphi t)^\beta} \right]^\theta, \quad \varphi, \theta, \beta > 0 \quad (1)$$

ودالة الكثافة الاحتمالية PDF لتوزيع EW طبقا للدالة التراكمية CDF هي:

$$k(t; \varphi, \theta, \beta) = \theta \beta \varphi^\beta t^{\beta-1} e^{-(\varphi t)^\beta} \left[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}\right]^{\theta-1} \quad t, \varphi, \theta, \beta > 0 \quad (2)$$

دالة البقاء (Survival) التي يرمز لها  $s(t)$  لتوزيع لتوزيع EW هي:

$$s(t, \varphi, \theta, \beta) = 1 - \left[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}\right]^\theta, \quad \gamma, \varphi, \theta, \beta > 0 \quad (3)$$

دالة المخاطرة (hazard) التي يرمز لها  $h(t)$  لتوزيع لتوزيع EW هي:

$$h(t, \varphi, \theta, \beta) = \frac{\theta \beta \varphi^\beta t^{\beta-1} e^{-(\varphi t)^\beta} \left[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}\right]^{\theta-1}}{\left[1 - \left(1 - e^{-(\varphi t)^\beta}\right)^\theta\right]}, \quad t, \varphi, \theta, \beta > 0 \quad (4)$$

ان العزم  $r^{\text{th}}$  لتوزيع EW [8] يعطى بالشكل التالي:

$$E(T^r) = \mu^{(r)} \frac{\theta}{\varphi^r} \Gamma\left(\frac{r}{\beta} + 1\right) \sum_{m=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{m} \frac{(-1)^m}{(m+1)^{\frac{r}{\beta}+1}} \quad (5)$$

هناك القليل من التوزيعات الفرعية يمكن الحصول عليها كحالة خاصة من توزيع EW، فعندما  $\theta = 1$  يتم تقليص النموذج لنحصل على توزيع Weibull، في حين ان في عام (١٩٩٩) وجد Gupta and Kundu انه عندما  $\beta = 1$  انه يتم تقليص النموذج ليتم الوصول على توزيع Exponentiated exponential [18]، وفي عام (٢٠٠١) توصل Surlles and Padgett انه في حالة  $\beta = 2$  يُقلص النموذج لنحصل على توزيع Burr type X بمعلمتين [19]. في حين نحصل من تقليص هذا التوزيع على توزيع Rayleigh عندما تكون  $\theta = 1, \beta = 2$ ، ولكن عندما  $\varphi = 1, \beta = 2$  فان ذلك يقودنا للحصول على توزيع Burr type X بمعلمة واحدة Burr (1942) [9]. وبالرجوع الى [16] يساعدنا في الحصول على مزيد من التفاصيل حول الحصول على توزيع exponential عندما تكون  $\theta = 1, \beta = 2$ .

في الواقع هناك عدة دوافع لعرض توزيع (Weibull Exponentiated Weibull) المعروف اختصاراً بـ (WEW) من أهمها ان هذا التوزيع الجديد يمتاز بمرونة عالية عند مقارنته مع التوزيع الأساسي، وكذلك وجود مجموعة من البيانات لا يمكن ان تنتظم او تمثيلها بواسطة توزيع EW، بالإضافة الى ان توزيع WEW يحوي مجموعة اكبر من التوزيعات الفرعية عند مقارنة بتوزيع EW، بالإضافة الى دافع دراسية كتوضيح بعض خواص الرياضية لهذا التوزيع. لتكن  $K(t, \omega)$  الدالة التراكمية، و  $k(t, \omega)$  هي دالة الكثافة الاحتمالية لاي متغير عشوائي بمتجه  $(\omega)$  من المعلمة لاي للتوزيع الأساسي (التوزيع الاصلي) للمتغير العشوائي. ان الدالة التراكمية CDF هي (Weibull):

$$G(t, \rho, \gamma) = 1 - e^{-t\rho^\gamma} \quad \forall t > 0$$

وبمعالم موجبة  $\rho$  و  $\gamma$ . وبالاستناد على دالة الكثافة الاحتمالية هذه، وباستبدال  $t$

كما في معادلة (٣) التي تعرف الدالة ال تراكمية لتوزيع Weibull-G Dist. وسنرمز له لاحقا بـ (W G) بمعلمتين إضافية  $\sigma$  و  $\gamma$

$$G(t, \sigma, \gamma, \omega) = \int_0^{\left\{ \frac{K(t, \omega)}{1-K(t, \omega)} \right\}} -\sigma \gamma t^{\gamma-1} e^{-t\sigma^\gamma} = 1 - e^{-\gamma \left[ \frac{K(t, \omega)}{1-K(t, \omega)} \right]^\sigma} \quad (6)$$

ويمكن كتابة دالة الكثافة الاحتمالية طبقا لمعدلة (٦) كالآتي:

$$g(t, \sigma, \gamma, \omega) = \frac{[K(t, \omega)]^{\gamma-1}}{[1 - K(t, \omega)]^{\gamma+1}} e^{-\gamma \left[ \frac{K(t, \omega)}{1-K(t, \omega)} \right]^\sigma}, \quad \sigma, \gamma > 0 \quad (7)$$

معادلة (٦) هي حالة خاصة من عائلة T-X family حسب [2] Alzaatrah et al. وفي هذا السياق فان توزيع Weibull-Exponentiated Weibull distribution والذي سنرمز له (WEW) في الورقة الحالية تم تقييمه بالاستناد على المعادلتين (٦) و (٧).

ان الهدف من الدراسة هذا التوزيع هو دراسة بعض خواص الرياضية لنموذج التوزيع المقترح (WEW)، والذي يعد كتوسيع لتوزيع Exponential Weibull dist.، والذي يرمز له WE، واثبات ان التوزيع المقترح هو اكثر مرونة من التوزيعات الأخرى عن طريق استخدام بيانات حقيقية وذلك باستعمال دالة مطابقة على هذه البيانات الحقيقية، وفي الحقيقة هنا، استغل الباحثون بيانات احد المستشفيات التي تم افتتاحها حديثا، وذلك بهدف تطبيقها على التوزيع المقترح. في المتبقين من هذه الورقة تم ترتيبه كالتالي، في المقطع الثاني تم تعريف الدالة التراكمية ((Cdf)cumulative function) ودالة الكثافة الاحتمالية ((Pdf)density function) ودالة البقاء ((S(X) survival function) ودالة المخاطرة ((hazard function h(X)) لتوزيع WEW. القسم الثالث احتوى على توسيع الدالة التراكمية (Cdf) ودالة الكثافة الاحتمالية (Pdf). القسم الرابع تضمن على بعض الخواص الرياضية فتضمن توليد العزوم، والعزم  $r^{th}$  الرائي، ودالة الربيعيات. القسم الخامس تضمن طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالم النموذج، وفي القسم السادس تم اجراء محاكاة على بيانات حقيقية للمستشفى المذكور أعلاه، بهدف ضبط معالم النموذج المقترح، وأخيرا، خرج الباحثون بجملة من الاستنتاجات والتوصيات والتي توصل اليها الباحثين.

## ٢-توزيع Weibull-Exponentiated Weibull (WEW)

سيتم مناقشة توزيع (WEW) بخمسة معالم، حيث ان ادخال (١) في (٦) ينتج خمسة معالم (WBX) وهي معطاة في الدالة التراكمية (Cdf) كالآتي:

$$G(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = 1 - e^{-\gamma \left\{ \frac{[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta}{1 - [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta} \right\}^\sigma} = 1 - e^{-\gamma \frac{[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta\sigma}}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta\}^\sigma}} \quad (8)$$

هنا يكون كل من المعلمات الاتي اكبر من الصفر  $\gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma > 0$  وحيث ان كل من  $\gamma$  و  $\sigma$  هي معلمتا الشكل الاضافيتان. وعليه فان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع WEW تعطى كما يلي:

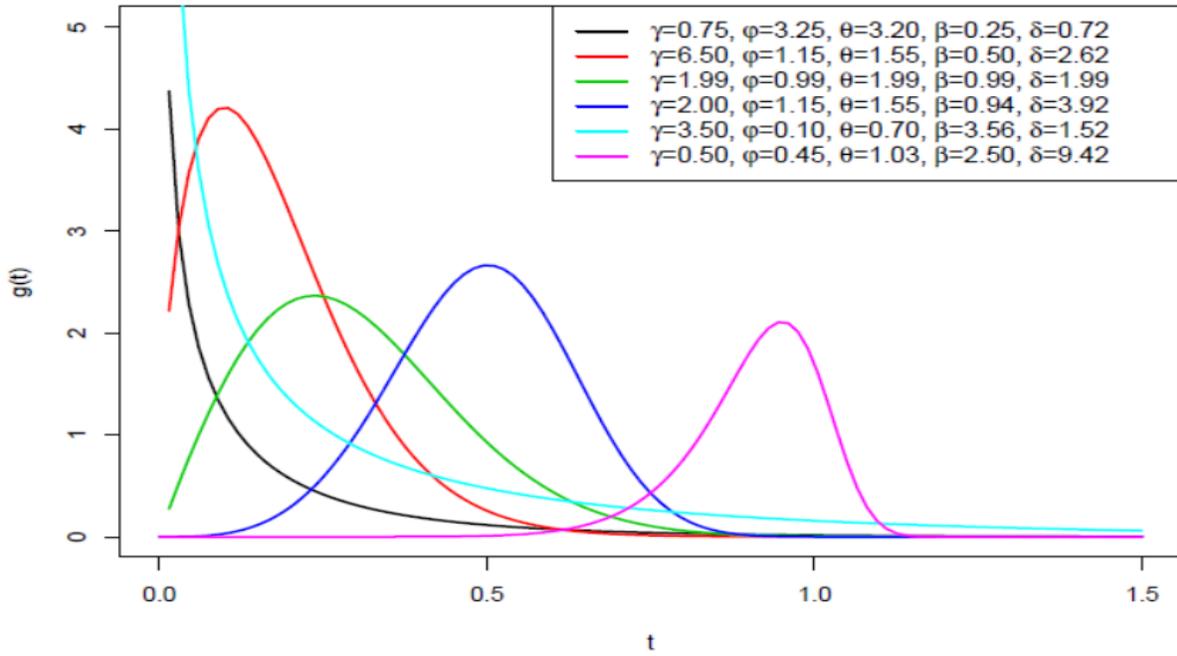
$$g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = \frac{\beta \theta \gamma \sigma \varphi^\beta t^{\beta-1} e^{-(\varphi t)^\beta} [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta\sigma-1} e^{-\gamma \frac{[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta\sigma}}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta\}^\sigma}}}{\{[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta\}^{\sigma+1}} \quad (9)$$

هنا المتغير العشوائي  $T$  يتبع توزيع WEW ( $T \sim \text{WEW}(\gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma)$ ) بدالة كثافة احتمالية كما موضح في معادلة (٩) فدالة البقاء  $S(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma)$  ودالة المخاطرة  $h(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma)$  للمتغير العشوائي  $T$  تعطى بالشكل الاتي:

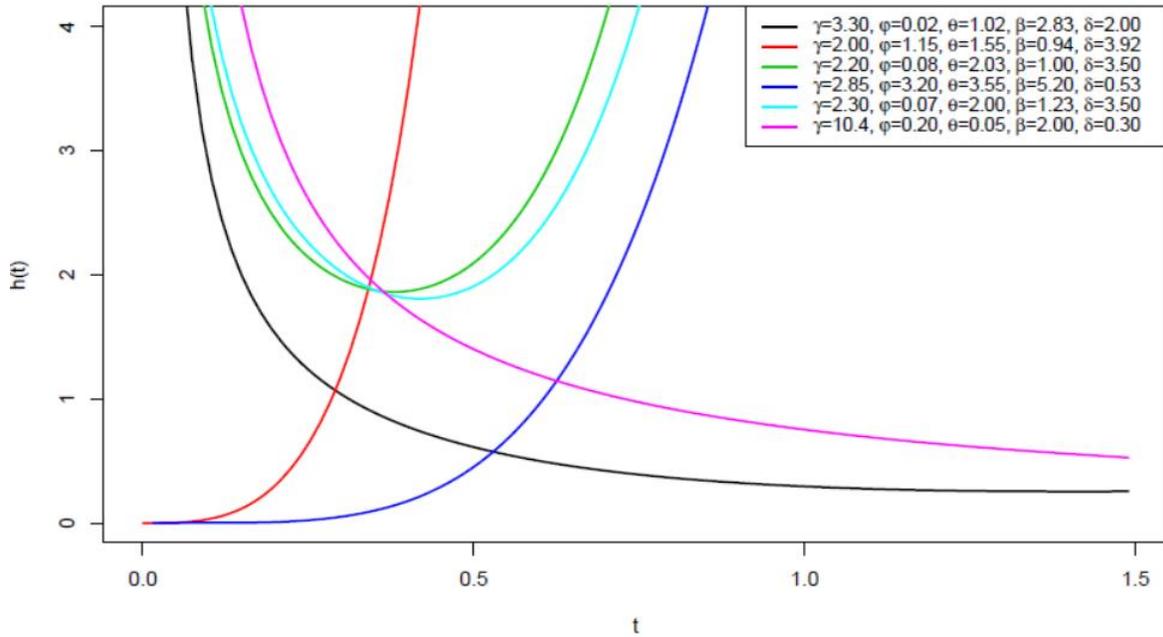
$$S(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = e^{-\gamma \frac{[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta\sigma}}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta\}^\sigma}}$$

$$h(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = \frac{g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma)}{1 - G(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma)} = \frac{\beta \theta \gamma \sigma \varphi^\beta t^{\beta-1} e^{-(\varphi t)^\beta} [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta\sigma-1}}{\{[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta\}^{\sigma+1}}$$

على التوالي. ان الشكل ١ و ٢ يعرضان بعض الاشكال الخاصة الممكنة لتوزيع WEW لدالة الكثافة الاحتمالية (Pdf) ودالة المخاطرة  $h(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma)$  لهذا التوزيع لقيم مختارة  $\gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma$ . حيث ان الشكل ١ يعرض دالة الكثافة الاحتمالية (Pdf) (التواء للييسار) left skewed, (التواء للييمين) right-skewed و reversed-J (التواء معكوس) في حين ان الشكل ٢ يعرض دالة المخاطرة  $h(t)$  التي تظهر باشكال مرنة كثيرا في التزايد والتناقص والتقعر.



شكل ١ : يمثل اشكال الدالة الاحتمالية لـ WEW لقيم مختارة للمعالم  $\gamma, \phi, \theta, \beta, \sigma$ .



شكل ٢ : يمثل الاشكال الممكنة لدالة المخاطرة باختيار قيم مختلفة  $\gamma, \phi, \theta, \beta, \sigma$ .

### ٣- توسيع دالة الكثافة الاحتمالية ((Pdf)) والدالة التراكمية (Cdf)

وفي هذا القسم، سيتم اشتقاق التوسعات توسيع دالة الكثافة الاحتمالية ((Pdf)) والدالة التراكمية (Cdf)، وهي مفيدة لدراسة خصائصها الإحصائية. من المعادلة (٩) لدينا

$$G(t, \sigma, \gamma, \omega) = 1 - e^{-\gamma \left[ \frac{K(t, \omega)}{1-K(t, \omega)} \right]^\sigma} \quad (10)$$

باستخدام متسلسلات القوى للدالة الأسية [10]، نحصل على:

$$e^{-\gamma \left[ \frac{K(t, \omega)}{1-K(t, \omega)} \right]^\sigma} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (\gamma)^m}{m!} \left\{ \frac{[K(t, \omega)]^\sigma}{[1-K(t, \omega)]^\sigma} \right\}^m \quad (11)$$

وبالمثل، باستخدام نظرية ذات الحدين المعمم [10] يعطي

$$[1 - K(t, \omega)]^{-\sigma m} = \sum_{q \geq 0} \frac{\Gamma(\sigma m + q) K(t, \omega)^q}{q! \Gamma(\sigma m)} \quad (12)$$

عن طريق إدراج (١٢) و (١١) في المعادلة (١٠) مع بعض الخطوات الجبرية نحصل على:

$$G(t, \sigma, \gamma, \omega) = 1 - \sum_{m, q \geq 0} \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\sigma m + q) K(t, \omega)^{\sigma m + q}}{q! m! \Gamma(\sigma m)} \quad (13)$$

الآن، الاستعاضة عن المعادلة (١) في المعادلة (13) ينتج

$$G(t; \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = 1 - \sum_{m, q \geq 0} C_{m, q} \left[ 1 - e^{-(\varphi t)^\beta} \right]^{\theta(\sigma m + q)}, \quad (14)$$

حيث ان

$$C_{m, q} = \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\sigma m + q)}{q! m! \Gamma(\sigma m)},$$

ان التوزيع التراكمي لتوزيع WEW يمكن ان يكتب كتوافيق خطية نهائية للتوزيع التراكمي لتوزيع (EW) بمعالم جديدة.

$$G(t; \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = 1 - \sum_{m, q \geq 0} C_{m, q} K(t; \varphi, \theta(\sigma m + q), \beta) \quad (16)$$

حيث ان

$$C_{m,q} = \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\sigma m + q)}{q! m! \Gamma(\sigma m)},$$

يتم توسيع دالة الكثافة الاحتمالية (Pdf) باشتقاق معادلة (١٦) ينتج:

$$g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = \beta \theta \gamma \sigma \varphi^\beta t^{\beta-1} e^{-(\varphi t)^\beta} \left[ 1 - e^{-(\varphi t)^\beta} \right]^{\theta \sigma - 1} \left\{ \left[ 1 - e^{-(\varphi t)^\beta} \right]^\theta \right\}^{\sigma(m+1)+q-1} \\ * \sum_{m,q \geq 0} v_{m,q} \quad (17)$$

حيث ان

$$v_{m,q} = \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\sigma(m+1)+q+1)}{q! m! \Gamma(\sigma(m+1)+1)}$$

و بعد اجراء بعض العمليات الجبرية على المعادلة (١٧) :

$$g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = \beta \theta \gamma \sigma \varphi^\beta t^{\beta-1} \left[ e^{-(\varphi t)^\beta} \right]^{\theta-1} \left[ 1 - e^{-(\varphi t)^\beta} \right]^{\theta[\sigma(m+1)+q-1]} \\ * \sum_{m,q \geq 0} \sigma[\gamma(m+1) + q] v_{m,q} \quad (18)$$

حيث ان

$$v_{m,q} = \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\gamma(m+1)+q+1)}{q! m! \Gamma(\gamma(m+1)+1)}$$

يمكن إعادة كتابة معادلة (١٨) بالشكل الاتي:

$$g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = 1 - \sum_{m,q \geq 0} v_{m,q} k(t; \varphi, \theta[(\sigma m + 1) + q], \beta) \quad (19)$$

حيث ان

$$v_{m,q} = \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\sigma m + q)}{q! m! \Gamma(\sigma m)},$$

حيث ان  $k(t; \varphi, \theta[(\sigma m + 1) + q], \beta)$  هي الدالة الاحتمالية الى EW بمعلمتي الشكل  $\theta[(\sigma m + 1) + q], \beta$  و معلمة القياس  $\varphi$  و لهذا فان الدالة الاحتمالية لتوزيع (WEW) يمكن التعبير عنها بانها توافق خطية نهائية لدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (EW) وعلاوة على ذلك، يمكن الحصول على العديد من الخصائص الرياضية لتوزيع (WEW) مباشرة من (EW)، مثل العزوم غير مكتملة، ودالة توليد العزم والعزوم العادية. المعادلات (١٦) و (١٩) هي النتيجة الرئيسية لموضوع توسيع هذه الدالة.

#### ٤- الخواص الرياضية.

في هذا القسم، يتم استكشاف بعض الخصائص الرياضية الهامة الرياضية لتوزيع (WEW) ، وتحديد دالة الربيعيات، العزم، دالة توليد العزم.

#### 4-1 دالة الربيعيات Quantile function (Qu)

بما ان دالة الربيعيات واسعة الاستخدام عموما في الإحصاء، فيمكن الحصول على عائلة تلك الدالة من عكس معادلة (٨) التي ذكرت سابقا في الجزء السابق:

$$G(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) = 1 - e^{-\gamma \frac{[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta\sigma}}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^\theta\}^\sigma}} \quad (8)$$

$$Qu = \frac{1}{\varphi} \left[ -\ln(1 - \left\{ \frac{[-\ln(1-u)]^{\frac{1}{\theta}}}{\rho} \right\}^{\frac{1}{\sigma}}) \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (20)$$

ان هذه معدل و (٢٠) مهمة في إيجاد بعض القياسات الأساسية مثل (Bowley's skewness) و (Moor's kurtosis). حيث يتم استخدام هذه المقاييس في إيجاد التوزيعات ذات الذبول الثقيلة وكذلك لإيجاد التوزيعات التي لا تملك من العزم الثالث او الرابع. وتعد هذه المقاييس قليلة الحساسية للطبقات (القيم الشاذة مقارنة بالمقاييس الاصلية). يتم محاكاة متغير عشوائي وفق توزيع (WEW) مباشرة، إذا كان U متغير عشوائي منتظم ضمن الفترة (٠,١) باستخدام طريقة المعكوس للمتغير العشوائي T والذي يعطى وفق المعادلة (١٤)

$$T = \frac{1}{\varphi} \left[ -\ln(1 - \left\{ \frac{[-\ln(1-U)]^{\frac{1}{\theta}}}{\rho} \right\}^{\frac{1}{\sigma}}) \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (21)$$

يتم استخدام معادلة (٢١) لتوليد الاعداد العشوائية في دراسة المحاكاة من توزيع (WEW) عندما تكون المعالم جميعها معلومة.

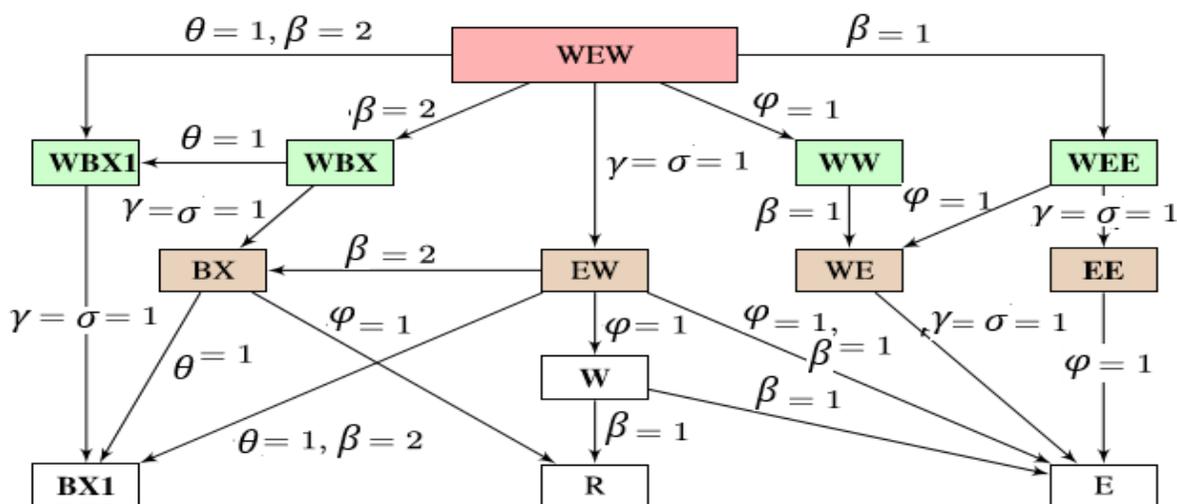
#### 4-2 النماذج الفرعية:

هناك عدة نماذج فرعية يمكن استخلاصها من توزيع WEW منها كتوزيع

1. Weibull Exponentiated.
2. Exponential (WEE).
3. Weibull Burr type X (WBX).
4. Weibull Burr type X with one parameter (WBX1).

5. Weibull Weibull (WW).
6. Exponentiated Weibull (EW) dist.

والشكل 3 يوضح التوزيعات بعد استبدال بعض المعالم ب ١ الى ٢



### 4-3 العزوم

العزوم مهمة وضرورية لأي توزيع احصائي وخاصة في التطبيقات. واي لمحة او خاصية يمكن دراستها من خلال العزوم، مثل الاتجاه، التشتت، الالتواء والتفطح. علاوة على إمكانية إيجاد المتوسط، التباين ومقاييس أخرى من العزوم. العزم  $\Gamma^{\text{th}}$  لتوزيع WEW يعرف كالآتي:

$$\mu'_r = \int_0^{\infty} t^r g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) dt \quad (22)$$

وباستخدام دالة الكثافة الاحتمالية Pdf لتوزيع WEW في معادلة (١٧) يكون لدينا:

$$\mu'_r = \beta \theta \gamma \varphi^\beta \sum_{m,q \geq 0} \sigma [\gamma(m+1) + q] v_{m,q} \int_0^{\infty} t^{r-\beta+1} e^{-(\varphi t)^\beta} [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta[\sigma(m+1)+q]-1} dt$$

حيث ان

$$v_{m,q} = \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\gamma m + q)}{q! m! \Gamma(\gamma m)},$$

و بما ان

$$0 < [1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta[\sigma(m+1)+q]-1} < 1,$$

فان  $\forall t > 0$  وباستخدام متسلسلة ثنائية الحدين لتوسيع  $[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta[\sigma(m+1)+q]-1}$  سينتج

$$[1 - e^{-(\varphi t)^\beta}]^{\theta[\sigma(m+1)+q]-1} = \sum_{m,q \geq 0} \frac{(-1)^l (\gamma)^l \Gamma(\sigma(m+1) + q + 1)}{q! l! \Gamma(\sigma(m+1) + 1)} [e^{-(\varphi t)^\beta}]^l dt$$

سيعاد كتابة  $\mu'_r$  كالآتي:

$$\mu'_r = \beta \theta \gamma \varphi^\beta \sum_{m,q \geq 0} \sigma[\gamma(m+1) + q] v_{m,q} \sum_{l \geq 0} Z_l [e^{-(\varphi t)^\beta}]^l dt$$

$$* \int_0^\infty t^{r-\beta+1} e^{-(\varphi t)^\beta} [e^{-(\varphi t)^\beta}]^{l+1} dt$$

حيث ان  $Z_l$  يعطى بالصيغة الآتية:

$$Z_l = \frac{(-1)^l \{\sigma[(\theta(m+1) + q) - 1]\}}{l! \{(\sigma[\theta(m+1) + q])l - 1\}!}$$

$$\int_0^\infty t^{r-\beta+1} e^{-(l+1)(\varphi t)^\beta} dt = \frac{\Gamma\left(\frac{r}{\beta} + 1\right)}{(\varphi\theta)^{r+\beta} (l+1)^{\frac{r}{\beta}+1}}$$

حيث ان العزم  $r^{th}$  يكتب بالصيغة الآتية:

$$E(T^r) = \mu'_r = \frac{\gamma\sigma}{\varphi r} \sum_{m,q \geq 0} Z_l v_{m,q} \sigma[\theta(m+1) + q] \frac{\Gamma\left(\frac{r}{\beta} + 1\right)}{(l+1)^{\frac{r}{\beta}+1}} \quad (23)$$

$$Z_l = \frac{(-1)^l \{\sigma[(\theta(m+1) + q) - 1]\}}{l! \{(\sigma[\theta(m+1) + q])l - 1\}!} \quad \text{و} \quad v_{m,q} = \frac{(-1)^m (\gamma)^m \Gamma(\sigma(m+1) + q)}{q! m! \Gamma(\sigma(m+1) + 1)}, \quad \text{حيث ان}$$

هنا ان معادلة (23) مهمة جدا وتستخدم لإيجاد عدة مقاييس مثل الوسط، معامل العزوم المركزي، التباين، التراكم، الالتواء، التفلطح. و عدة مؤشرات أخرى. عند وضع  $r=1$  يعطي الوسط للمتغير  $T$  و بشكل مشابهة العزم المركزي  $(\mu_n)$  وكذلك التراكم  $(K_n)$  يمكن الحصول عليها :

على  
التوالي

$$k_n = \mu'_n - \sum_{q=1}^{n-1} \binom{n-1}{q-1} (-1)^q k_q \mu'_{n-q} \quad \text{و} \quad \mu'_n = \sum_{q=0}^n \binom{n}{q} (-1)^q \mu_1^q \mu'_{n-q}$$

$$\text{حيث} \quad k_3 = \mu'_3 - 3\mu'_1 \mu'_2 + 2\mu_1^3, \quad k_2 = \mu'_2 - \mu_1^2, \quad k_1 = \mu'_1$$

$$k_4 = \mu'_4 - 4\mu'_3\mu'_1 - 3\mu'^2_2 + 12\mu_2\mu'^2_1 - 6\mu'^4_1$$

معامل الاختلاف (CV) ومعامل الالتواء ( $S_K$ ) ومعامل التفلطح ( $K_U$ ). يمكن تحديدها من الصيغة أعلاه كالآتي:

$$k_u = \frac{k_4}{k_2^2} \text{ ، } S_K = \frac{k_3}{k_2^{\frac{3}{2}}} \text{ ، } CV = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1} - 1}$$

علاوة على ذلك فان معادلة (23) تستخدم لإيجاد الدالة المولدة للعزوم (mgf).

#### 4-4 دالة توليد العزم

دالة توليد العزوم لتوزيع WEW تعطى بالشكل الآتي:

$$M_T(x) = \gamma\sigma \sum_{m,q,l,r \geq 0} Z_l v_{m,q} \frac{x^r \sigma[\theta(m+1)+q]}{r! \varphi^r} \frac{\Gamma\left(\frac{r}{\beta}+1\right)}{(l+1)^{\frac{r}{\beta}+1}} \quad (24)$$

البرهان

من المعروف ان التعريف لـ  $M_T(x)$  للمتغير العشوائي من دالة الكثافة الاحتمالية  $g(t)$  بالصيغة الآتية:

$$E(e^{xt}) = M_T(x) = \int_0^{\infty} e^{xt} g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) dt \quad (25)$$

وبإعادة تمثيل:

$$e^{xt} = \int_0^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{x^r E(T^r)}{r!} dt = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{x^r}{r!} \int_0^{\infty} E(T^r) g(t, \gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma) dt$$

وباستعمال معادلة (٢٣) فان  $M_T(x)$  يمكن إيجاده بما يلي:

$$M_T(x) = \gamma\sigma \sum_{m,q,l,r \geq 0} Z_l v_{m,q} \frac{x^r \sigma[\theta(m+1)+q]}{r! \varphi^r} \frac{\Gamma\left(\frac{r}{\beta}+1\right)}{(l+1)^{\frac{r}{\beta}+1}} \quad (26)$$

والتي تكمل البرهان.

#### ٥- تقدير المعالم

المعالم غير المعروفة لتوزيع WEW سيتم تقديرها باستعمال طريقة الإمكان الأعظم (MLE).

### 1-5 دالة الإمكان الأعظم

لتكن  $t_1, t_2, \dots, t_n$  عينة عشوائية بحجم  $n$  من توزيع WEW بمعالم  $\gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma$  و بأخذ الوغاريتم لدالة الإمكان لمتجه المعالم  $\Phi = (\gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma)^T$  و التي تعطى كالآتي:

$$\begin{aligned} &)- \sum_{i=1}^n (\varphi t_i)^\beta + \sum_{i=1}^n (\beta - 1) \text{Log}(t_i) + (\theta\sigma - 1) \text{Log}(L) = n \text{Log}(\gamma, \varphi^\beta, \theta, \beta, \sigma) \\ &* \sum_{i=1}^n \text{Log} \left( n \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right] \right) - (\sigma - 1) \sum_{i=1}^n \text{Log} \left\{ 1 - \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^\theta \right\} - \\ &\gamma \text{Log} \left( \frac{\sum_{i=1}^n \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^{\theta\sigma}}{\left\{ 1 - \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^\theta \right\}^\sigma} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

المشتقة الجزئية الأولى لدالة الـ log likelihood لمتجه المعالم و مساوة الاشتقاق الى الصفر نحصل على:

$$\frac{\partial \text{Log}(L)}{\partial \gamma} = \frac{n}{\gamma} - \text{Log} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^{\theta\sigma}}{\left\{ 1 - \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^\theta \right\}^\sigma} \right) = 0 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Log}(L)}{\partial \sigma} &= \frac{n}{\sigma} + \sum_{i=1}^n n \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right] - \sum_{i=1}^n \text{Log} \left\{ 1 - \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^\theta \right\} \\ &- \gamma \varphi \text{Log} \left( \frac{\sum_{i=1}^n \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^{\theta\sigma} - \text{Log} \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]}{\left\{ 1 - \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^\theta \right\}^\sigma} \right) \\ &- \gamma \text{Log} \left( \frac{\sum_{i=1}^n \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^{\theta\sigma} - \text{Log} \left\{ 1 - \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^\theta \right\}}{\left\{ 1 - \left[ 1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta} \right]^\theta \right\}^\sigma} \right) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \text{Log}(L)}{\partial \varphi} &= \frac{\beta n}{\varphi} + \sum_{i=1}^n \beta \varphi^{\beta-1} t_i^\beta + \sum_{i=1}^n (\varphi t_i)^\beta + (\theta \sigma - 1) \sum_{i=1}^n \beta \frac{e^{-(\varphi t_i)^\beta} \varphi^{\beta-1} t_i^\beta}{1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}} \\
 &+ \beta \varphi (\sigma - 1) \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta-1} e^{-(\varphi t_i)^\beta} \varphi^{\beta-1} t_i^\beta}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}^\sigma} \\
 &- \gamma \varphi^{\beta-1} \theta \beta \text{Log} \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta \sigma - 1} e^{-(\varphi t_i)^\beta} \varphi^{\beta-1} t_i^\beta}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}^\sigma} \\
 &- \gamma \varphi^{\beta-1} \theta \beta \text{Log} \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta(\sigma+1)-1} e^{-(\varphi t_i)^\beta} t_i^\beta}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}^{\sigma+1}} = 0 \quad (30)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \text{Log}(L)}{\partial \sigma} &= \frac{n}{\sigma} + \sigma \sum_{i=1}^n \ln [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}] - (\sigma - 1) \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta \sigma} - \text{Ln} [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]}{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta} \\
 &- \gamma \varphi \text{Log} \left( \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta \sigma} - \text{Log} [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}^\sigma} \right) \\
 &- \gamma \theta \text{Log} \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta(\sigma+1)-1} e^{-(\varphi t_i)^\beta} t_i^\beta}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}^{\sigma+1}} = 0 \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \text{Log}(L)}{\partial \beta} &= \frac{n}{\beta} + n \text{Log}(\varphi) - \sum_{i=1}^n \varphi t_i^\beta \text{Log}(\varphi t_i) + (\theta \sigma - 1) \sum_{i=1}^n \frac{(\varphi t_i)^\beta e^{-(\varphi t_i)^\beta} \text{Log}(\varphi t_i)}{1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}} \\
 &+ \varphi (\sigma - 1) \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta-1} e^{-(\varphi t_i)^\beta} \text{Log}(\varphi t_i)}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}} \\
 &- \gamma \varphi \theta \text{Log} \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta \sigma - 1} e^{-(\varphi t_i)^\beta} (\varphi t_i)^\beta \text{Ln}(\varphi t_i)}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}^\sigma} \\
 &- \gamma \varphi \theta \text{Ln} \sum_{i=1}^n \frac{[1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^{\theta(\sigma+1)-1} e^{-(\varphi t_i)^\beta} (\varphi t_i)^\beta \text{Ln}(\varphi t_i)}{\{1 - [1 - e^{-(\varphi t_i)^\beta}]^\theta\}^{\sigma+1}} = 0 \quad (27)
 \end{aligned}$$

نلاحظ بان المعادلات من (٢٣-٢٧) لا يمكن حلها تحلياً، على اية حال هناك العديد من البرمجيات الإحصائية التي يمكن بواسطتها ان نعظم دالة (MLE)، على سبيل المثال تطبيق (R) - Adequacy Model او أي برامج أخرى مثل برنامج SAS او برنامج OX او Mathematica. ويمكن ان يعطى الحل عددياً باستعمال طرق تكرارية كطريقة نيوتن رافسن لتقدير الفترة لنموذج المعلمة. مصفوفة المعلومات (مصفوفة فيشر) يحصل عليها لـ  $\gamma, \varphi, \theta, \beta, \sigma$  تحت شروط الانتظام وأنها لبت المعالم في الفضاء الداخلي، والتوزيع المقارب لـ  $\bar{\theta}$  يعطى عن طريق  $(\bar{\theta} - \theta)N_5(0, M^{-1}(\theta)) = \sqrt{n}$  حيث ان  $M(\theta) = E[J(\theta)]$  هي مصفوفة المعلومات وتعطى كلاتي:

$$J(\theta) = \begin{pmatrix} L_{\gamma\gamma} & L_{\gamma\sigma} & L_{\gamma\varphi} & L_{\gamma\theta} & L_{\gamma\beta} \\ \cdot & L_{\sigma\sigma} & L_{\sigma\varphi} & L_{\sigma\theta} & L_{\sigma\beta} \\ \cdot & \cdot & L_{\varphi\varphi} & L_{\varphi\theta} & L_{\varphi\beta} \\ \cdot & \cdot & \cdot & L_{\theta\theta} & L_{\theta\beta} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & L_{\beta\beta} \end{pmatrix}$$

#### ٥- المحاكاة

في هذه الفقرة سنأخذ جانب المحاكاة كأحد اساليب بحوث العمليات لتقدير سير معالم التوزيع بطريقة MLE بحجم عينات مختلفة مع مجموعتين مختلفتين من قيم المعالم  $set1=(1,1,0.5,2,1.5)$  و  $set 2=(2,2,0.5,0.25,1)$  لأحجام عينات صغيرة و متوسطة و كبيرة  $n=25,50,75,100$  على التوالي. وقد تم توليد البيانات العشوائية لعملية المحاكاة بأخذ معكوس الدالة التراكمية للتوزيع الجديد وخطوات تكرارية مقدارها ١٠٠٠ مرة وبحساب المعدل للتكرار  $Ave$  واستخدام طرق اختبار المقدر مثل  $bias$  و  $RMSE$  و الجدول (١) بين القيم لعملية المحاكاة. من جدول (١) يتبين لنا قيم كل من  $RMSE$ ،  $bias$ ،  $Ave$  لقيم المعالم حسب المجموعتين المختلفتين لأحجام العينات المختلفة. ومن نتائج المحاكاة نستطيع ان نرى انه في حال زيادة حجم العينة فان معدل العينات يقترب من القيمة الحقيقية المستخدمة وكذلك فان مقدر بيز وجذر متوسط مربعات الخطأ يقترب من قيمة الصفر كما توقعنا. من خلال عملية المحاكاة نستنتج انه طريقة الامكان الاعظم هي طريقة جدا ملائمة لتقدير معالم التوزيع الجديد (WEW).

#### ٦- التطبيق

في هذه الفقرة ستعرض إمكانية التوزيع الجديد على البيانات الحقيقية التي الحصول عليها من مراجعة أحد المستشفيات التي تم افتتاحها حديثاً. وقد تم مقارنة التوزيع الجديد WEW مع مجموعة التوزيعات الفرعية ك توزيع (EW Weibull Exponentiated)، وتوزيع (Exponential EE)، وتوزيع (Exponentiated E).

#### ٦,١- مجموعة البيانات

لغرض الكشف عن إمكانية التوزيع فقد جمع الباحثون هذه المجموعة من البيانات الحقيقية بدقة وبأسلوب جمع البيانات المباشر. وقد تم التأكد من دقتها مرة أخرى بأسلوب مراجعة السجلات بعد تدقيقها من الجهة ذات العلاقة، ولغرض احترام أهمية نشر البيانات فقد تم اخذ الموافقات الاصولية

بشأن العمل بموجب ذلك، وللأغراض العلمية والتحليل الاحصائي فقط. ولغرض الوصف، تتعلق هذه البيانات بعدد المراجعين لأحدى المستشفيات، كانت كما يلي:

(١، ٠، ٢، ٠، ١، ١، ١، ١، ١، ٢، ١، ٣، ١، ٤، ١، ٢، ١، ٣، ٢، ٣، ٦، ٧، ٣، ١١، ١٢، ١، ١٨، ٤، ١٨، ٧، ١٨، ٨، ١٨، ٨، ١٨، ٩، ٢١، ١، ٣٢، ٢، ٣٦، ٢، ٤٠، ٣، ٤٥، ٥، ٤٦، ٣، ٤٧، ٢، ٥٠، ٨، ٥٥، ٤، ٦٠، ٧، ٦٣، ٤، ٦٣، ٣، ٦٧، ٢، ٦٧، ٥، ٦٧، ٨، ٦٦، ٦٧، ٨، ٧١، ٠، ٧٥، ٢، ٨٠، ١، ٨٢، ٥، ٨٢، ٣، ٨٣، ٦، ٨٤، ٤، ٨٤، ٦، ٨٥، ٩، ٨٥، ٦، ٨٥، ٩، ٨٥، ٨، ٨٥، ٥، ٨٦، ٠، ٨٦، ٣).

وللتبسيط والتحليل تم قسمت مجموع عدد المراجعين الشهري على ١٠٠٠ لغرض العمل واثبات دقة المعالم. وبذلك فان هذه البيانات لم تستخدم كمرجع الا من قبل الباحثين (لم يتم استخدامها سابقا). وتم تقدير المعالم غير المعرفة للتوزيع بتوظيف طريقة الإمكان الأعظم الموصوفة خطواتها في القسم ٥. وذلك باستخدام كود على التطبيق الاحصائي (R) بهدف إيجاد أفضل مطابقة للبيانات. وقد تم توظيف بعض قياسات حسن المطابقة مثل: Smirnov- Kolmogorov كموكروف سمرنوف (K-S)، واكيائي (AIC) Akaike information criterion، والمصحح (corrected Akaike Bayesian information criterion (AICC) ومقياس بيز الاحصائي)، وBayesian information criterion (BIC) والمعروف بالطريقة الآتية:

$$BIC = 2l + p \log(n) \quad \text{و} \quad AICC = AIC + \frac{2p(p+1)}{n-p-1} \quad , \quad AIC = 2l + 2p$$

جدول رقم (١) يمثل RMSE , bias , AvE لقيم مختلفة للمعالم المقدرة للنموذج المقترح

Set1	n	$\delta=1$			$\gamma=1$		
		AvE	Bias	RMSE	AvE	Bias	RMSE
	25	0.9822	-0.0177	0.2294	0.9348	-0.0651	0.2441
	50	1.0355	0.0355	0.2158	0.9590	-0.0409	0.2027
	75	1.0384	0.0384	0.1887	0.9696	-0.0303	0.1719
	100	1.0126	0.0126	0.1659	0.9713	-0.0286	0.1491
	n	$\varphi=0.5$			$\theta=2$		
		AvE	Bias	RMSE	AvE	Bias	RMSE
	25	0.5069	0.0069	0.0378	2.0789	0.0789	0.2399
	50	0.5010	0.0010	0.0281	2.0537	0.0537	0.2092
	75	0.4993	-0.0006	0.0229	2.0476	0.0476	0.2042
	100	0.4996	-0.0001	0.0182	2.0532	0.0532	0.1696
		$\beta=1.5$					
		N	AvE	Bias	RMSE		
		25	1.6686	0.1686	0.3310		
		50	1.6173	0.1173	0.2740		
		75	1.5821	0.0821	0.2269		
		100	1.5680	0.0680	0.1928		
Set 2							
	n	$\delta=2$			$\gamma=2$		
		AvE	Bias	RMSE	AvE	Bias	RMSE
	25	2.017	0.0171	0.2256	2.0321	0.0321	0.2894
	50	2.0452	0.0452	0.1906	1.9951	-0.0048	0.2133
	75	2.0529	0.0529	0.1634	1.9912	-0.0087	0.1688
	100	2.0641	0.0641	0.1509	1.9925	-0.0074	0.1547
	N	$\varphi=0.5$			$\theta=0.25$		
		AvE	Bias	RMSE	AvE	Bias	RMSE
	25	0.6093	0.1093	0.2420	0.2555	0.0055	0.0261
	50	0.5609	0.0609	0.1435	0.2521	0.0021	0.0162
	75	0.5358	0.0358	0.0968	0.2505	0.0005	0.0108
	100	0.5270	0.0270	0.0814	0.2508	0.0008	0.0084
		$\beta=1$					
		N	AvE	Bias	RMSE		
		25	1.0291	0.0291	0.1054		
		50	1.0282	0.0282	0.0679		
		75	1.0247	0.0247	0.0496		
		100	1.0228	0.0228	0.0446		

حيث  $p$  عدد المعالم في النموذج الاحصائي،  $n$  تمثل حجم العينة، و  $l(.)$  تمثل اعظم قيمة في  $\log$ -likelihood تحت شروط النموذج تحت الدراسة. حيث يشير جدول (٢) الى وصف احصائي للبيانات التي يمكن توظيفها لدعم القرار الاستثماري.

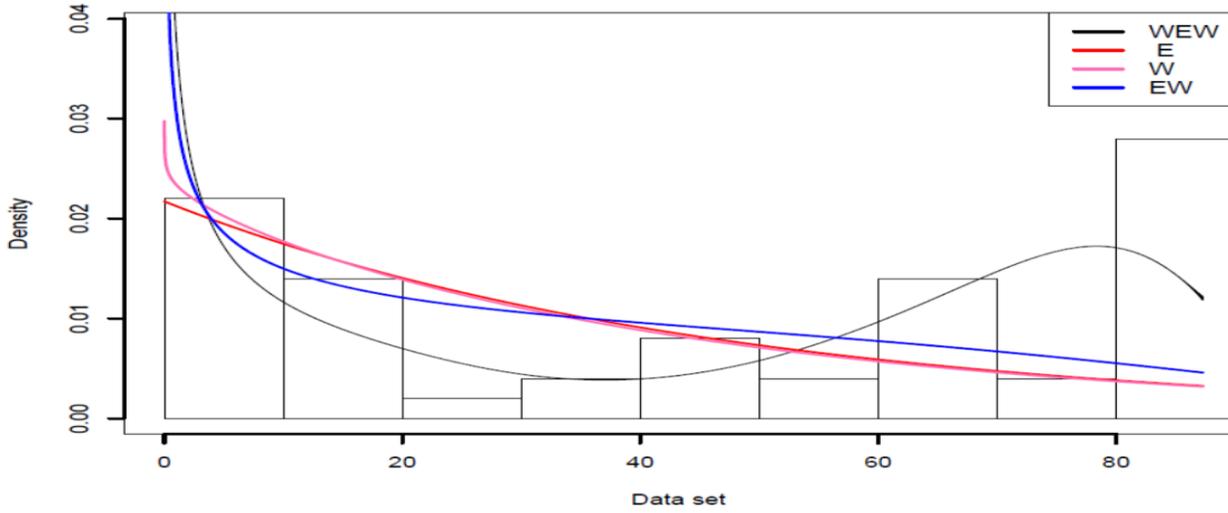
### جدول 2 : يمثل الوصف الاحصائي للبيانات

N	Max	Min	Rang	Mean	SD	Median	Kurtosis	Skewness
50	86.3	0.1	86.2	46.04	32.93	49	-1.64	-0.13

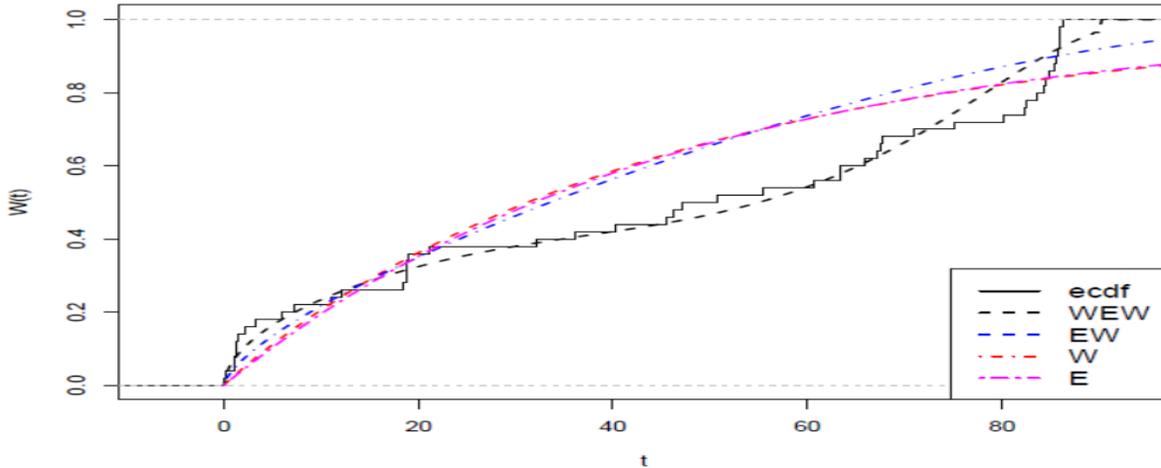
حيث يشير جدول (٣) الى إيجاد أفضل مطابقة للبيانات. وقد تم توظيف بعض قياسات حسن المطابقة  $ML\ esti.$ ،  $L$ ،  $K-S$ ،  $AIC$ ،  $AICC$  و  $BIC$  والمحصل عليها من تطبيق حسن مطابقة النماذج للبيانات. حيث تشير القيم الاصغر للإحصاءات الى ملائمة التوزيع للبيانات التي تم مقارنتها مع  $EW$ ،  $W$ ،  $E$  على التوالي. وقد تم الحصول على نتائج مشجعه كما مبين في الجدول انف الذكر. ومن خلال شكل (٣) نجد ان توزيع  $WEW$  يمثل أفضل نموذج مناسب للبيانات وفقا للمعايير المذكورة. في حين ان شكل (٤) يشير الى ملائمة الدالة التراكمية للتوزيع المقترح للبيانات المستخدمة من خلال أفضل شكل للبيانات تم الحصول عليه.

### جدول 3 : يمثل قيم $ML\ esti.$ ، $L$ ، $K-S$ ، $AIC$ ، $AICC$ و $BIC$ للبيانات الحقيقية

Model	ML Esti.	L	K-S	AIC	AICC	BIC
WEW	$0.527\hat{\sigma} =$ $\hat{\gamma} = 0.051$ $\hat{\phi} = 3.101$ $\hat{\theta} = 0.030$ $\hat{\beta} = 3.570$	217	0.11065	443	445	449
EW	$4.054\hat{\phi} =$ $0.010\hat{\theta} =$ $0.170\hat{\beta} =$	230	0.18327	484	485	486
W	$0.968\hat{\phi} =$ $0.021\hat{\beta} =$	241	0.17287	486	487	490
E	$0.021\hat{\phi} =$	241	0.18323	485	485	472



شكل (٣) يمثل حسن المطابقة للبيانات الحقيقية لدوال الكثافة الاحتمالية لتوزيعات المقارنة مع التوزيع المقترح.



شكل (٤) يمثل حسن المطابقة للبيانات الحقيقية لدوال التراكمية لتوزيعات المقارنة مع التوزيع المقترح.

## ٧-الاستنتاجات والتوصيات

من الواضح ان القرار الاستثماري يحتاج لرؤية يمكن ان تكون شبه واضحة، يلعب فيها عنصر التأكد او قلة ضبابية أهمية كبيرة، وعليه فان حصر سلوك عناصر الظاهرة، ومعرفة مؤشرات الإحصائية، يعد دافعاً جيداً لتشجيع المستثمرين لبناء رؤيتهم الاستثمارية. حيث انها تساعد في اتخاذ قرارهم من الاستثمار في هذا المجال او ذلك. ان النموذج المقترح وبأربعة معالم تحت اسم Weibull-Exponentiated Weibull dist. والمعروف اختصاراً بـ(WEW)، والذي يعد توسيعاً لتوزيع Exponentiated Weibull والمعروف اختصاراً بـ(EW)، ولمجموعة فرعية أخرى من التوزيعات. قدمت هذه الورقة دراسة مبسطة لدالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية للتوزيع المقترح ولبعض خواصه الرياضية. حيث ان دالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية للتوزيع (WEW) يعبر عنها

كمزيج خطي منتهي لدالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية لتوزيع (EW) بمعلمة جديدة. كما لوحظ ان دالة المخاطرة تملك عدة اشكال تزايديه، تناقصية ومقعدة. المعالم غير المعرفة تم تقديرها بطريقة الامكان الاعظم (MLE). حيث تم توظيف المحاكاة كأحد أساليب بحوث العمليات لغرض مطابقة المعالم ووظفت العديد من المؤشرات الإحصائية لهذا مثل: كلموكروف سمرنوف (K-S)، واكيك (AIC) واكيك المصحح (AICC) ومقياس بيز الاحصائي، (BIC) وتمت التوصية بتشجيع الباحثين بتوظيف أساليب جديده لدعم القرار الاستثمائي، واجراء توسيع للتوزيع المقترح.

## المصادر :

- [1] Aldoori, N. A., Abdal-hammed, M. Kh., & Khaleel, M. A., making decision in quality control by using pareto chart to identify and determine the reason for students' absence, applied study in the faculty of management and economics. Tikrit university journal of a demonstrative and economic science vol 4. No.11 2008.
- [2] Alzaatreh, A., Lee C., & Famoye F. A new method for generating families of continuous distributions. *Metron*, 71(1):63–79, 2013.
- [3] Bourguignon, M., Rodrigo B Silva, & Gauss M Cordeiro. The weibull–G family of probability distributions. *Journal of Data Science*, 12(1):53–68, 2014.
- [4] Eugene, N., Lee C., & Famoye, F. Beta-normal distribution and its applications. *Communications in Statistics-Theory and methods*, 31(4):497–512, 2002.
- [5] Gauss M Cordeiro & Mário de Castro. A new family of generalized distributions. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 81(7):883–898, 2011.
- [6] Govind S Mudholkar & Deo Kumar Srivastava. Exponentiated weibull family for analyzing bathtub failure-rate data. *IEEE Transactions on Reliability*, 42(2): 299–302, 1993.
- [7] Govind S Mudholkar, Deo Kumar Srivastava, & Georgia D Kollia. A generalization of the weibull distribution with application to the analysis of survival data. *Journal of the American Statistical Association*, 91(436):1575–1583, 1996.
- [8] Govind S Mudholkar, Deo Kumar Srivastava, & Marshall Freimer. The exponentiated weibull family: a reanalysis of the bus-motor-failure data. *Technometrics*, 37(4):436–445, 1995.
- [9] Irving W Burr. Cumulative frequency functions. *The Annals of Mathematical Statistics*, 13(2):215–232, 1942.
- [10] Jeffrey A. & Zwillinger, D. Table of integrals, series, and products. Academic Press, 2007.

- [11] Khaleel, M. A., Ibrahim, N. A. ,Shitan, M., & Merovci, F. Some properties of Gamma Burr type X distribution with application. AIP Conference Proceedings, 1739:020087. 2016.
- [12] Khaleel, M. A., Ibrahim, N. A. ,Shitan, M., Merovci, F. & Rehman, E.. Beta burr type x with application to rainfall data. Malaysian Journal of Mathematical Sciences, 11,73-86. 2017.
- [13] Merovci, F., Khaleel M. A., Ibrahim, N. A. & Shitan, M. The beta Burr type X distribution properties with application.SpringerPlus., 5,1-18. 2016.
- [14] MiroslavMRistić & Balakrishnan, N., The gamma-exponentiated exponential distribution. Journal of Statistical Computation and Simulation, 82(8):1191–1206, 2012.
- [15] Murthy ,DN. P., Xie, M., & Jiang, R. Weibull models, volume 505. John Wiley & Sons, 2004.
- [16] Nadarajah ,S., Gauss M. Cordeiro, & Edwin MM Ortega. The exponentiated weibull distribution: a survey. Statistical Papers, 54(3):839–877, 2013.
- [17] Noor A. Ibrahim, Khaleel M. A., & Merovci F., Adem Kilicman and Mahendran Shitan. Weibull Burr X distribution Properties and Application. Pak. J. Statist. 33(5), 315-336. 2017.
- [18] Rameshwar D. Gupta & Kundu, D. Theory & methods: Generalized exponential distributions. Australian & New Zealand Journal of Statistics, 41(2):173–188, 1999.
- [19] Surles, JG & Padgett WJ. Inference for reliability and stress-strength for a scaled burr type x distribution. Lifetime Data Analysis, 7(2):187–200, 2001.
- [20] Torabi, H. & Hedesh, N. Montazeri. The gamma-uniform distribution and its applications. Kybernetika, 48(1):16–30, 2012.
- [21] Zografos, K. & Balakrishnan, N . On families of beta-and generalized gammagenerated distributions and associated inference. Statistical Methodology, 6(4):344–362, 2009.

