



تحليل نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الاولى باستعمال اسلوب الغلاف الطيفي

المدرس الدكتور قصي احمد طه غرب

وزارة التربية / مديرية تربية نينوى / اعدادية النيل للبنين

المستخلص :

يركز هذا البحث على تحليل السلاسل الزمنية ثنائية المتغيرات، وخاصةً نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى (1) BAR، كونه النموذج الأكثر استخدامًا في المجال التطبيقي. وقد طُبِّقَ نموذج (1)BAR على بيانات حقيقية تتعلق باستهلاك الطاقة الكهربائية وحمل الذروة للفترة (2018–2022). ومن خلال توظيف لغة (R) تم التوصل الى اهم النتائج بما في ذلك تشابه الأغلفة الطيفية للبيانات نفسها، على الرغم من اختلاف التحويلات المقترحة من حيث الشكل والارتفاع ومواقع الذروة. وان استخدام الجذر التربيعي للبيانات يُعدّ كطريقة تحويل مناسبة لمتغيري استهلاك الطاقة وحمل الذروة. ومن أهم التوصيات ان استخدام طريقة الغلاف الطيفي لتحديد التحويل المناسب، وعدم الاعتماد على الخبرة أو العشوائية.

الكلمات المفتاحية: الاستقرار، حمل الذروة، النمذجة الاقتصادية، مجال الزمن، قدرة الطيف.

Analysis of a Bivariate Autoregressive Model of a First-Order Using Spectral

Dr. Qusay Ahmed Taha Gharb

Ministry of Education – Nineveh Education Directorate

Abstract:

This research focuses on the analysis of bivariate time series, specifically the first-order autoregressive BAR(1) model, as it is the most widely used model in the applied field. The BAR(1) model was applied to real data related to electrical energy consumption and peak load for the period (2018–2022). By employing the R language, the most significant results were achieved, including the similarity of the spectral envelopes for the same data, despite differences in the proposed transformations in terms of shape, height, and peak locations. Using the square root of the data is considered an appropriate transformation method for the variables of energy consumption and peak load. One of the most important recommendations is to use the spectral envelope method to determine the appropriate transformation, rather than relying on experience or randomness.

Keywords: stability, peak load, economic modeling, time domain, spectrum power.

1. المقدمة: تُعد السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات موضوعًا أساسيًا في التحليل الاقتصادي والمالي نظرًا لقدرتها على دراسة الترابط الزمني بين أكثر من متغير اقتصادي واحد في آن واحد. ومن أبرز النماذج المستخدمة في هذا السياق نموذج الانحدار الذاتي المتجه (VAR)، الذي قدّمه (Sims) لأول مرة كبديل غير مقيد للنماذج الهيكلية القائمة على العلاقات الاقتصادية النظرية. يتميز هذا النموذج بقدرته على وصف ديناميكيات الأنظمة الاقتصادية بالاعتماد على القيم السابقة للمتغيرات نفسها ومتغيرات أخرى (Sims, 1980). كما يتميز بالقدرة على التقاط العلاقات الزمنية المتبادلة بين متغيرين بطريقة غير مقيدة، مما يساهم في تحسين دقة التنبؤات وتحليل الاستجابة للصدمات (Impulse Response Function). كما أنه يُعد نموذجًا مناسبًا كبداية لتحليل الأنظمة الزمنية الاقتصادية والمالية والاجتماعية.

وذلك بفضل بساطته وسهولة تقديره باستخدام أساليب الانحدار التقليدية مثل طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS). (Lütkepohl, 2005)

وهناك نموذج آخر شائع الاستخدام هو نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغير من الدرجة الأولى (Bivariate Autoregressive of Order One) والذي يرمز له اختصاراً (1) BAR. يُعد تحليل السلاسل الزمنية أحادي المتغير مفيداً لتمثيل العلاقة في بيانات السلاسل الزمنية، إلا أن هذا التمثيل لا يأخذ في الاعتبار العوامل أو الظواهر الأخرى التي تؤثر على الظاهرة بشكل أو بآخر. يمكن توضيح هذا الارتباط بين المتغيرات من خلال دراسة السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات، والتي تتضمن دراسة أكثر من ظاهرة واحدة على مدى فترة زمنية معينة. هناك نهجان لتحليل السلاسل الزمنية: الأول يعتمد على مصفوفة دالة توليد التباين الذاتي المشترك (Autocovariance Generating Matrix Function)، والذي يسمى مجال الزمن (Time Domain)، والثاني يعتمد على مصفوفة دالة الطيف (Spectrum Matrix Function)، ويسمى المجال الترددي أو مجال التكرار (Frequency Domain). (Elorrieta et al., 2021).

يعتمد تحليل السلاسل الزمنية على الخوارزمية التي وضعها الباحثان (Box & Jenkins)، والتي تبدأ بمرحلة تشخيص النموذج المناسب للبيانات، تليها مرحلة تقدير معاملات النموذج المُشخَّص، ثم مرحلة فحص النموذج المُشخَّص والتحقق منه. وإذا كان مُقنعاً تأتي المرحلة الأخيرة وهي مرحلة التنبؤ بالمستقبل واستشرافه. ستركز هذه الدراسة على المرحلة الأولى من التحليل وهي التشخيص وعلى تغطية سعة الطيف في مجال التكرار إذ لا يزال هذا المجال بحاجة إلى الكثير من البحث والتحقيق (Box & Jenkins, 2013).

يعد الباحث (Zellner) من رواد البحث في مشكلة السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات، إذ درس في عام (1959) بشكل مفصل تحديد النموذج وتشخيصه ومن ثم تقدير معلماته (Zellner, 1959). وبين الباحث (Whittle) في بحثه مطابقة الانحدار الذاتي متعدد المتغيرات، تمديد طريقة (Durbin) لمطابقة نماذج الانحدار الذاتي ذات الدرجات العليا لتشمل نموذج الانحدار الذاتي متعدد المتغيرات، وأوجد طريقة تكرارية لحساب معاملات الانحدار الذاتي التي تعد أول طريقة لحساب قيم معاملات الانحدار الذاتي متعدد المتغيرات (Whittle, 1963).

في عام (2002) قام الباحث (Thanoon) بتطبيق مفهوم الغلاف الطيفي لتقيس أو وصف النسيج المتضمن صورة ما، وذلك لما للنسيج (Texture)، من أهمية كبيرة ومؤثرة في الأبصار البشرية، إذ يعد ميزة مهمة جداً في مرحلة التصنيف وفي أنظمة تميز الأنماط (Thanoon, 2002). وتناول الباحث (Patton) في عام 2006 مشكلة تقدير نماذج الكثافة متعددة المتغيرات البارامترية عند توفر كميات غير متساوية من البيانات لكل متغير. حيث ركز بشكل خاص على الحالة التي قد يُقسَّم فيها متجه المعاملات المجهول إلى عناصر تتعلق فقط بتوزيع هامشي وعناصر تتعلق بالرباط. في هذه الحالة،

واقترح استخدام مُقدّر الامكان الاعظم متعدد المراحل (MSMLE) استنادًا إلى جميع البيانات المتاحة، بدلاً من مُقدّر الامكان أحادي المرحلة (SMLE1) المعتاد، والذي يعتمد فقط على البيانات المتداخلة (Patton, 2006).

في عام (2014) قدم الباحث (Scotto) وآخرون فئات جديدة من نماذج السلاسل الزمنية ثنائية المتغيرات المفيدة لملاءمة السلاسل الزمنية لبيانات العد مع نطاق محدود من الأعداد، إذ تم اقتراح عائلة جديدة من نماذج (GARCH) ثنائية المتغير ذات القيمة الصحيحة. بناءً على ذلك تم تقديم امتداد ثنائي المتغير لنموذج الانحدار الذاتي ثنائي الحدين من الدرجة الأولى، كما تمت مناقشة الخصائص الاحتمالية والإحصائية الأساسية للنموذج. وتم توضيح أداء هذه النماذج من خلال تطبيق تجريبي على مجموعة من سلاسل زمنية للأيام الممطرة تم جمعها من عام 2000 إلى عام 2010 في مدينتي بريمن وكوكسهافن الألمانيتين (Scotto et al., 2014).

في عام (2021) اقترح الباحث (Elorrieta) وآخرون نموذجًا جديدًا ثنائي المتغير للسلاسل الزمنية ذات العينات غير المنتظمة، يسمى نموذج الانحدار الذاتي غير المنتظم ثنائي المتغير (BIAR). يفترض نموذج (BIAR) بنية انحدار ذاتي في كل سلسلة زمنية؛ ويسمح بتقدير الارتباط الذاتي والارتباط المتبادل والارتباط المعاصر بين سلسلتين زمنتين غير متساويتين في التباعد. تم تطبيق نموذج (BIAR) على منحنيات الضوء، في نطاق (g و r)، ونُبيّن أنه إذا كانت منحنيات الضوء في النطاقين مترابطة بشكل كبير، فإنّ تنبؤات النموذج باستخدام النموذج ثنائي المتغير تكون أكثر دقة مقارنةً بطريقة مشابهة تعتمد على معلومات أحادية المتغير فقط (Elorrieta et al., 2021).

بناءً على ما تقدم، نسعى إلى تقديم معالجة منهجية وشاملة لنموذج الانحدار الذاتي ثنائي الرتبة الأولى (1) BAR من خلال عرض إطاره النظري والرياضي، وتوضيح خصائصه وشروطه الأساسية، واستعراض مثال تطبيقي يدعم الفهم العملي، ومناقشة أبرز استخداماته في تحليل البيانات الاقتصادية والمالية.

2. هدف البحث: يهدف البحث إلى دراسة بعض جوانب نموذج الانحدار الذاتي ثنائي الرتبة الأولى (1) BAR بشكل مكثف، وكذلك دراسة مقاييس فحص دقة النموذج ومقارنتها، بالإضافة إلى دراسة الخصائص الاحتمالية لقدرة دالة الطيف ووظائفها واستخدام الغلاف الطيفي في تحديد التحويل المناسب لجعل السلسلة الزمنية مستقرة (Stability).

3. تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات: هناك طريقتان لتحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات: التحليل القائم على مصفوفة الارتباط الذاتي والانحدار الذاتي، ويُسمى تحليل المجال الزمني (Time Domain Analysis)، والتحليل في مجال التكرار (Frequency Domain Analysis)، القائم على تحويلات فورييه ودوال الجيب وجيب التمام. يُعد تشخيص نماذج السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات من أهم خطوات دراسة هذه النماذج. إذ اقترح الباحث (Hannan) شرط ضروري لتشخيص النموذج هو أن تكون رتبة مصفوفة المعاملات $[\Phi : \theta]$ مساوية لعدد المتغيرات

المشاركة او الداخلة في العملية العشوائية. تُستخدم دالة مصفوفة الارتباط الذاتي (ACM) لتشخيص نماذج المتوسط المتحرك، ودالة مصفوفة الانحدار الذاتي الجزئي (PARM) لتشخيص نماذج الانحدار الذاتي، ودالة مصفوفة الارتباط الذاتي المتقاطع للعينة الممتدة (ESACM) لتشخيص نماذج الانحدار الذاتي - المتوسطات المتحركة (ARMA). (Box & Jenkins, 2013)

بالنسبة الى دالة مصفوفة الارتباط الذاتي للعينة، إذا كان لدينا نموذج متجه السلاسل الزمنية ذو (n) من المشاهدات (z_1, z_2, \dots, z_n) ، فإن دالة مصفوفة الارتباط الذاتي للعينة يرمز لها بـ $\hat{\rho}(k)$ ، والتي عناصرها $\hat{\rho}_{ij}(k)$ وهو مقدر متسق يتوزع توزيعاً طبيعياً تقاربياً، وان تباين مقدرات الارتباطات المتقاطعة $\hat{\rho}_{ij}(k)$ يكون بالصيغة (1) الآتية:

$$Var(\hat{\rho}_{ij}(k)) = \frac{1}{n-k} \dots (1)$$

ان دالة مصفوفة الارتباط الذاتي للعينة مفيدة جداً في تشخيص نموذج الأوساط المتحركة، ذو درجة محدودة إذ أن مصفوفة الارتباط الذاتي تكون (0) بعد الإزاحة (q) للسلسلة MA(q). وعندما تزداد أبعاد المتجه فإن مصفوفات الارتباط تزداد صعوبة وتعقيداً (Nielsen, 2006).

عند تشخيص نموذج الانحدار الذاتي أحادي المتغير، نستخدم دالة الارتباط الذاتي الجزئي (Φ_{kk}) ، والتي تمثل الارتباط بين ξ_t و ξ_{t+k} ، وبعد إزالة الاعتماد الخطي المشترك على المتغيرات $(\xi_{t+1}, \dots, \xi_{t+k-1})$ ، فإن:

$$\Phi_{kk} = \frac{Cov[(\xi_t - \hat{\xi}_t)(\xi_{t+k} - \hat{\xi}_{t+k})]}{\sqrt{Var(\xi_t - \hat{\xi}_t) \cdot Var(\xi_{t+k} - \hat{\xi}_{t+k})}} \dots (2)$$

إذ إن ξ_t و ξ_{t+k} هي مقدرات أصغر متوسط مربعات خطأ للانحدار الخطي لـ ξ_{t+k} و ξ_t بالاعتماد على المتغيرات $(\xi_{t+1}, \dots, \xi_{t+k-1})$ ، ان دالة الارتباط الذاتي الجزئي تكون مفيدة في تشخيص درجة نموذج AR(P) احادي المتغيرات إذ إن:

$$\Phi_{kk} = 0 \quad \forall |k| > p$$

وعرف الباحثان (Box & Taio) مصفوفة الانحدار الجزئية عند الإزاحة (s) والتي يرمز لها P(s) وهي عبارة عن معاملات آخر مصفوفة عندما تكون البيانات ملائمة لنموذج الانحدار الذاتي AR(s). ويمكن ان تعرف بالصيغة (3) الآتية:

$$P(s) = \left\{ \begin{array}{l} \Gamma'(1) [\Gamma(0)]^{-1} \quad s = 1 \\ \{\Gamma'(s) - c'(s)[A(s)]^{-1}b(s)\} \{\Gamma(0) - b'(s) [A(s)]^{-1}b(s)\}^{-1} \quad s > 1 \end{array} \right\} \dots (3)$$

إن دالة P(s) تملك خاصية القطع إلى متجه AR عند الإزاحة (P).

$$P(s) = \begin{cases} \Phi_p & s = p \\ 0 & s > p \end{cases} \dots (4)$$

وهذا يشبه دالة الارتباط الذاتي الجزئي في حالة أحادي المتغيرات، ويمكن أن نستخرج مقدرات العينة، وذلك بإحلال دالة $\Gamma(S)$ غير المعلومة في صيغة حساب $P(s)$ بمصفوفات التباين المشترك $\hat{\Gamma}(S)$ إذ إن:

$$\hat{\Gamma}(s) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-s} (\xi_{t-\bar{\xi}})(\xi_{t+s-\bar{\xi}}) \quad , \quad s = 1, 2, \dots \dots (5)$$

إذ إن $\bar{\xi} = (\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \dots, \bar{\xi}_m)$ يمثل متجه متوسط العينة (Tiao & Box, 1981).

أما بالنسبة إلى مصفوفة الارتباط الذاتي الجزئي المزاح (*Partial Lag Autocorrelation Matrix*) فهي امتداد لدالة الارتباط الذاتي الجزئي لحالة المتجه الأحادي. ويمكن تعريفها بالصيغة التالية:

$$\rho(s) = [D_v(s)]^{-1} V_{vu}(s) [D_u(s)]^{-1} \dots (6)$$

إذ يمثل الرمز $D_v(s)$ مصفوفة قطرية عناصرها هي الجذور التربيعية إلى عناصر قطر المصفوفة $V_v(s)$ ، ويمثل الرمز $D_u(s)$ هي مصفوفة قطرية عناصرها هي الجذور التربيعية إلى عناصر قطر المصفوفة $V_u(s)$. ويمكن إعادة كتابة مصفوفة الانحدار الذاتي الجزئي التي أوجدها (Box and Tiao) عام (1981) عند الإزاحة (s) بالصيغة التالية:

$$P(s) = V'_{vu}(s) [V_v(s)]^{-1} \dots (7)$$

حيث يمثل الرمز $(V'_{vu}(s))$ التباين المشترك بين الأخطاء $(V_{s-1,t})$ و $(U_{s-1,t+s})$ ، ويمثل الرمز $(V_v(s))$ تباين متجهات البواقي. يمكن تقدير مصفوفات الارتباط الذاتي المزاح $\rho(s)$ بالاعتماد على نتائج ارتباط العينة للاستدلال عنها، وذلك باستخراج مقدرات مصفوفة $\Gamma(j)$ ، $j = 0, 1, \dots, s-1$ تحت فرضية العدم القائلة بأن المتجه (ξ_t) هو سلسلة تتبع نموذج انحدار ذاتي ذي الرتبة (s-1)، فأن البواقي $(V_{s-1,t})$ و $(U_{s-1,t+s})$ هي أخطاء عشوائية لسلاسل غير مرتبطة. إن عناصر مصفوفة $\rho(s)$ والتي يشار إليها $\rho_{ij}(s)$ تتبع التوزيع الطبيعي تقاربياً بمتوسط (0) وتباين $(1/n)$. (Dürre et al., 2015)

4. اختيار رتبة نموذج متجه الانحدار الذاتي: يعتبر معيار معلومات اكاكي (AIC) أداة واسعة الاستخدام في اختيار النماذج، ويمكن تطبيقه بفعالية في حالة العينات الكبيرة، كما يُعد معيار (AIC) مناسباً بشكل خاص لتطبيقات النمذجة التنبؤية. ويعتمد في اختياره النموذج المناسب للبيانات على التوازن بين جودة ملاءمة النموذج للبيانات وبين درجة التعقيد (عدد المعاملات)، ويمكن التعبير عن معيار (AIC) بالصيغة (8) الآتية:

$$AIC = n(\ln|\hat{\Sigma}| + m) + 2\{pm^2 + m(m+1)/2\} \dots (8)$$

حيث يمثل الرمز $(\hat{\Sigma})$ تقدير مصفوفة التباين - التغاير، ويمثل الرمز (m) عدد المتغيرات. ويمثل الرمز (p) رتبة النموذج (AR) ، ويمثل الرمز (n) عدد المشاهدات (Akaike, 1998).

تم تطوير معيار معلومات اكايكي الى معيار معلومات اكايكي المصحح (AIC_c) من قبل الباحثان $(Hurvich \& Tsai)$ ، ليتلاءم مع أحجام العينات الصغيرة مقارنة بعدد الملمات في النموذج الاحصائي ويكون اقل تحيزاً من معيار (AIC) ، إذ يعتمد على تقدير توقع معلومات $(Kulback - Leibler)$ والتي يرمز لها $\{E_0\{\Delta(\hat{\beta}, \hat{\Sigma})\}$ ، أي ان:

$$E_0\{\Delta(\hat{\beta}, \hat{\Sigma})\} \cong E_0(n \ln|\hat{\Sigma}|) + nbm + bpm^2 \dots (9)$$

$$AIC_c = (n \ln|\hat{\Sigma}| + m) + 2b\{pm^2 + m(m+1)/2\} \dots (10)$$

اذ ان:

$$b = n/n - (pm + m + 1)$$

ويستخدم معيار اكايكي المصحح (AIC_c) في نماذج الانحدار أو أي نموذج احتمالي يحتوي على عدد من الملمات قابل للمقارنة مع حجم العينة. ولا يُفسر معيار (AIC_c) كقيمة مطلقة، بل تتم مقارنة بين قيم معيار (AIC_c) لمجموعة من النماذج، والنموذج الذي يمتلك اقل قيمة (AIC_c) هو الأفضل (Hurvich & Tsai, 1993).

كما يعتبر معيار معلومات شاكون $(Schwarz Information Criterion)$ والذي يشار اليه بالرمز (SIC) أداة فعالة أيضاً تستخدم في مجال الإحصاء والنمذجة لاختيار النموذج الأنسب من بين مجموعة من النماذج المختلفة، وهو مشابه لمعيار اكايكي (AIC) لكنه يأخذ في نظر الاعتبار عدد الملمات في النموذج بشكل اقوى، كما يعتمد معيار معلومات (SIC) على مبدأ ان النموذج الابسط (الأقل عدداً في الملمات) يجب أن يُفضل على النموذج الأكثر تعقيداً طالما أنه يحقق أداءً مشابهاً، يتم حساب معيار (SIC) بالصيغة التالية:

$$SIC = -2 \ln(L) + k \ln(n) \dots (11)$$

كما انخفضت قيمة (SIC) ، كان النموذج أفضل من حيث التوازن بين الجودة والتعقيد (Neath & Cavanaugh, 2012).

5. تشخيص دقة النموذج: لاختبار النماذج متعددة المتغيرات بدلالة مجموع مربعات الارتباطات الذاتية الجزئية للبواري (الأخطاء). فاذا كان لدينا النموذج $(1) \text{ BAR}$ والذي يمكن التعبير عنه بالمعادلة (12) الاتية:

$$\Phi(\beta)\underline{\xi}_t = \underline{a}_t \dots (12)$$

فانه يمكن استخدام اختبار فريدمان، وتعتمد إحصاءه اختبار على الارتباط الذاتي الجزئي للبواقي ويرمز لهذه الاحصاءة بالرمز (Q^*) على النحو الآتي:

$$Q^* = n(n + 2) \sum_{k=1}^s \frac{\hat{\pi}_k^2(a)}{n - k} \quad \dots (13)$$

إذ يمثل ($\hat{\pi}_k$) الارتباط الذاتي الجزئي للبواقي للإزاحة (k)، ويمثل الرمز (Q^*) إحصاءه الاختبار وتتوزع بصورة تقريبية (χ^2) بدرجة حرية ($s-p$)، ويمثل الرمز (s) عدد المشاهدات، والرمز (P) يمثل عدد المعالم في النموذج. ولإيجاد قيمة ($\hat{\pi}_k$) تطبق الصيغة الآتية:

$$\hat{\pi}_k = \frac{r_k - r'_{(k-1)} R_{(k-1)}^{-1} r_{(k-1)}^*}{1 - r'_{(k-1)} R_{(k-1)}^{-1} r_{(k-1)}} \quad \dots (14)$$

إذ أن ($R_{(k)} = (r_{ij})$) هي مصفوفة من الدرجة ذات الابعاد ($k \times k$). وتقارن قيمة الاحصاءة (Q^*) المحسوبة مع قيمة (χ^2) الجدولية بدرجة حرية ($s-p$) وبمستوى معنوية معين فإذا كانت قيمة الاحصاءة (Q^*) أكبر من (χ^2) الجدولية ترفض فرضية البحث، أي ان النموذج غير ملائم، وان الأخطاء غير عشوائية. أما إذا كانت قيمة (Q^*) أصغر من قيمة (χ^2) الجدولية فتقبل فرضية البحث ونستنتج أن الأخطاء عشوائية وان النموذج ملائم (Manti, 1994).

6. التحليل في مجال الزمن: لنموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الأولى (1) BAR والذي يمكن التعبير عنه بالصيغة (15) الآتية:

$$\begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{1t-1} \\ \xi_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \quad \dots (15)$$

ان المتغير (ξ_{1t}) لا يعتمد فقط على القيم المزاحة الى (ξ_{1t-1}) والتي هي البيانات السابقة للسلسلة نفسها وانما يعتمد على البيانات للمتغير (ξ_{2t}). فاذا كانت ($\Phi_{12} = 0$) فإن النموذج (1) BAR ممكن ان يكتب بالشكل الآتي:

$$\begin{bmatrix} 1 - \Phi_{11}B & 0 \\ -\Phi_{21}B & 1 - \Phi_{22}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix}$$

أي ان: (Jones, 2019)

$$\left. \begin{aligned} \xi_{t1t} &= \frac{1}{1 - \Phi_{11}B} a_{1t} \\ \xi_{t2t} &= \frac{\Phi_{21}B}{(1 - \Phi_{22}B)} \xi_{t1t} + \frac{1}{1 - \Phi_{22}B} a_{2t} \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

ان المعادلة (16) اعلاه لا يمكن ان تمثل نموذج دالة تحويلية سببية، تربط المدخلات (ξ_{t1t}) بدلالة المخرجات (ξ_{t2t}) وان المعلومات بهذه الصيغة لا يمكن ان تقدر وذلك لان سلسلة المدخلات (ξ_{t1t}) والاختفاء (a_{2t}) تكون مرتبطة والذي ينقض الافتراض الاساسي في نموذج الدالة التحويلية، ولغرض اختزال النموذج (16) الى نموذج دالة تحويلية نفرض ان:

$$\begin{aligned} a_{1t} &= b_{1t} \\ a_{2t} &= \alpha a_{1t} + b_{2t} \end{aligned}$$

إذ ان (α) هي معامل الانحدار الى (a_{2t}) و (a_{1t}) وان (b_{2t}) يمثل حد الخطأ المستقل عن (a_{1t}). وكذلك عن (b_{1t}) اذن يكون النموذج:

$$\xi_{2t} = \frac{\alpha + (\Phi_{21} - \alpha\Phi_{11})B}{(1 - \Phi_{22}B)} \xi_{1t} + \frac{1}{(1 - \Phi_{22}B)} b_{2t} \dots (17)$$

اذ يتضح ان سلسلة المدخلات (ξ_{1t}) لها تأثير أي (α) وتأثير مزاح فترة واحدة ($\Phi_{21} - \alpha\Phi_{11}$). وان التباين المشترك يمكن التعبير عنه بالصيغة (18) التالية:

$$Var = \begin{bmatrix} b_{1t} \\ b_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22}(1 - \rho^2_{12}) \end{bmatrix} \dots (18)$$

فاذا كانت (Φ) مصفوفة معاملات الانحدار الذاتي مثلثية قطاعية (*Triangular-Block*)، فإن نموذج (1) BAR يمكن ان يتخزل الى نموذج الدالة التحويلية السببية (*Causal Transfer Function*)، وأن قيمة المتغيرات المشتركة يمكن ان تختزل إلى نموذج الدالة التحويلية القطاعية (*Block-Transfer Function*)، إذ ان علاقات التغذية الراجعة بين السلاسل يمكن ان تكون موجودة داخل كل قطاع (Li et al., 2023). يمكن كتابة نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغير من الدرجة الأولى (1) BAR بصيغة أخطاء عشوائية كما في المعادلة (19) التالية:

$$\xi_t = [\Phi(B)]^{-1} a_t = \sum_{s=1}^{\infty} \Phi_1^s a_{t-s} \dots (19)$$

وعليه فإن ($\psi_s = \Phi_1^s$)، ولإيجاد الدالة المولدة لمصفوفه التباين المشترك لنموذج (1) BAR فأن:

$$G_Z(B) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \Gamma_Z(s) B^s \quad \dots (20)$$

إذ ان الدالة $\Gamma_Z(s)$ هي دالة مصفوفة التباين المشترك لنموذج AR (1) وتعرف بالصيغة (21) التالية:

$$\Gamma(k) = \begin{cases} \Gamma(-1)\Phi'_1 + \Sigma & k = 0 \\ \Gamma(k-1)\Phi'_1 = \Gamma(0)(\Phi'_1)^k & k \geq 1 \end{cases} \quad \dots (21)$$

وبتعميم النتيجة، وباستخدام صيغة الاخطاء العشوائية للنموذج فإن:

$$G_Z(B) = \psi(B^{-1}) \Sigma \psi'(B) \quad \dots (22)$$

إذ ان عناصر القطر تمثل الدالة المولدة للتباين الذاتي، اما العناصر خارج القطر فتمثل الدالة المولدة للتباين المشترك.

حيث يتم تقدير معالم نموذج (1) BAR بمصفوفة المعاملات (Φ) ومصفوفة التباين للبواقي (Σ). (Box et al., 2015)

7. التحليل في مجال التكرار: هنالك علاقة بين التحليل بحقل الزمن مع التحليل بحقل التكرار، فالاتجاهان في التحليل متكافئان إذ يمكن اثبات ذلك رياضياً من خلال العلاقة بينهما. ان دالة الطيف لسلسلة مستقرة هي تحويل فوريير (*Fourier Transformation*) لدالة التباين الذاتي ذات الجمع المطلق المحدود (*Absolutely Summable*)، وبشكل عام يمكن تمثيل السلسلة بدالة التوزيع الطيفي. يمكن تعريف الدالة المولدة للتباينات لنموذج (1) BAR والتي يرمز لها اختصاراً ($\gamma(\beta)$) بالصيغة (23) الآتية:

$$\gamma(\beta) = \sigma_a^2 \psi(\beta)\psi(\beta^{-1}) \quad \dots (23)$$

بالتالي فإن العلاقة بين دالة قدرة الطيف $g(w)$ مع الدالة المولدة للتباين، تكون عبارة عن تحويل فوريير، وان دالة قدرة

الطيف يمكن ان تكتب بالصيغة (24) الآتية: (Hamilton, 2020)

$$g(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} |\psi(e^{iw})|^2 \quad , \quad -\pi \leq w \leq \pi$$

حيث يمثل الرمز (w) التكرار. وباستخدام قاعدة (*Euler's Formula*) فان دالة قدرة الطيف بدلالة الجيب والجيب تمام تكون بالشكل الآتي:

$$g(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k [Cos(wk) - i Sin(wk)] \quad \dots (24)$$

لحساب دالة قدرة الطيف تعتمد على بيانات العينة، ولتقدير $g(w)$ يتم استبدال (\hat{Y}_k) بدلا من (Y_k) للمجتمع، فاذا كانت السلسلة متكونة من (n) من المشاهدات. فإنه يمكن حساب (\hat{Y}_k) حيث $k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ ، وتكون دالة الطيف بالصيغة (25) الآتية:

$$\hat{g}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} \hat{Y}_k e^{-iwk} \quad \dots (25)$$

وعليه فإن $\hat{g}(w)$ مقدر غير متحيز تقاربياً لـ $g(w)$ ، ويكون التوقع بالصيغة الآتية:

$$E[\hat{g}(w_k)] = E \left[g(w_k) \frac{\chi^2_{(2)}}{2} \right] = g(w_k) \quad \dots (26)$$

أي ان $\hat{g}(w_k)$ هو مقدر غير متحيز لـ $g(w_k)$ ، ويكون التباين بالصيغة (27) الآتية:

$$Var [\hat{g}(w_k)] = Var \left[g(w_k) \frac{\chi^2_{(2)}}{2} \right] = [|g(w_k)|^2] \quad \dots (27)$$

اما التباين المشترك فيكون $Cov [\hat{g}(w_k), \hat{g}(w_j)] = 0$ ، إذ ان (w_k) و (w_j) تكرارات فوريير (wei, 2019).

8. التحليل بحقل التكرار الثنائي المتغيرات: لتكن (Y_t, X_t) سلسلتان مستقرتان لهما دالة تباين مشترك متقاطع وسنرمز لها بـ $\gamma_{XY}(k)$ ، $k = 0, \pm 1, \dots$ ، وتعرف الدالة المولدة للتباين المشترك المتقاطع وبالشكل الآتي:

$$\gamma_{xy}(B) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(k) B^k$$

إذ ان معامل (B^k) هو التباين المشترك المتقاطع بين (Y_t, X_t) ، ولتكن $\gamma_{yy}(B) = \gamma_y(B)$ و $\gamma_{xx}(B) = \gamma_x(B)$ ، والدوال المولدة للتباين الذاتي (Y_t, X_t) على التوالي. فاذا تحققت خاصية الجمع المطلق للتباين المشترك المتقاطع، أي ان:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\gamma_{xy}(k)| < \infty$$

حيث ان $\gamma_{xy}(k)$ هي دالة التباين المتقاطع، فإن تحويل فوريير موجود ويدعى قدرة الطيف المتقاطع (Cross-Spectrum) بين (Y_t, X_t) ، ويكون بالصيغة (28) الآتية:

$$g_{xy}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(k) e^{-iwk} = \frac{1}{2\pi} \gamma_{xy}(e^{-iw}) \quad \dots (28)$$

وتعرف دالة المنفعة (Gain Function) بالصيغة (29) الآتية:

$$G_{xy}(w) = \frac{|f_{xy}(w)|}{f_x(w)} = \frac{A_{xy}(w)}{f_x(w)} \dots (29)$$

وهي نسبة سعة قدرة الطيف المتقاطع الى قدرة الطيف الداخلى، اما دالة التماسك التربيعية (Squared Coherency) فتعرف بالصيغة (30) الاتية:

$$K_{xy}^2(w) = \frac{|f_{xy}(w)|^2}{f_x(w) \cdot f_y(w)} \dots (30)$$

وهي سعة قدرة الطيف المتقاطع القياسي. ان الدوال $A_{xy}(w)$ و $\Phi_{xy}(w)$ تعرف بسعة قدرة الطيف المتقاطع (Cross – Amplitude Spectrum)، وطور قدرة الطيف (The Phase Spectrum) على التوالي.

الفائدة من إيجاد دوال قدرة الطيف المتقاطع هو وصف العلاقات بين سلسلتين في حقل التكرار، اذ يتم التحليل ثنائي المتغيرات من خلال دالة المنفعة، ودالة طور قدرة الطيف ودالة التماسك التربيعية، ومن الممكن تعميمها الى اكثر من ذلك باستخدام دوال قدرة الطيف المتقاطع في التحليل لحقل التكرار (Rubiola & Vernotte, 2010).

اما مقدر قدرة الطيف المتقاطع فيكون بالصيغة (31) الاتية:

$$\hat{g}_{xy}(w) = \hat{C}_{xy}(w) - i \hat{q}_{xy}(w) \dots (31)$$

إذ ان:

$$\hat{C}_{xy}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\mu_{xy}}^{\mu_{xy}} W_{xy}(k) \hat{\gamma}_{xy}(k) \cos wk \dots (32)$$

$$\hat{q}_{xy}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\mu_{xy}}^{\mu_{xy}} W_{xy}(k) \hat{\gamma}_{xy}(k) \sin wk \dots (33)$$

إذ ان $\hat{\gamma}_{xy}(k)$ دالة التباين المتقاطع للعينة. وان $W_{xy}(k)$ هي نافذة الازاحة المقابلة، وتمثل نقطة القطع للتمهيد. والمعادلة (32) تمثل دالة قدرة الطيف المشترك، والمعادلة (33) تمثل قدرة الطيف التربيعية، وان اختيار نقطة القطع (μ_{xy}) ، و نافذة الازاحة $(W_{xy}(k))$ يكون مشابه لاختيارها في حالة احادية المتغيرات. بعد ذلك يمكن الحصول

على مقدرات دوال قدرة الطيف وهي سعة قدرة الطيف المتقاطع، وطور قدرة الطيف، ودالة المنفعة، ودالة التماسك (Grain et al., 2009).

9. غلاف قدرة الطيف وتحويلات الاستقرارية: مصطلح غلاف قدرة الطيف يستخدم للتحري عن الدورات الطبيعية في السلاسل الزمنية معتمدا على تقريب البيانات. ان أول من استخدم هذا المصطلح (Stoffer) في بحثه عن تحليل قدرة الطيف للنماذج المصنفة، مستخدماً تحليل السلاسل الزمنية المتعددة، إذ اعتمد (Stoffer) باختيار القيم التي تساعد على تشديد أي دورات موجودة اساسه غلاف قدرة الطيف. ولتكن (X_t) ، $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ هي سلاسل زمنية في (RP) وكثافة قدرة الطيف القياسية $f_g(w)$ ، فأن غلاف قدرة الطيف يعرف بالصيغة الآتية:

$$\lambda(w) = \text{Sup} \{f_g(w)\} \quad , \quad -\pi \leq w \leq \pi \quad . . . (34)$$

إذ يمثل الرمز $\lambda(w)$ غلاف قدرة الطيف، ويمثل الرمز $f_g(w)$ قدرة الطيف القياسية أي ان: (Jiang et al., 2007)

$$f_g(w) = \frac{g(w)}{\sigma^2} \quad . . . (35)$$

وفي حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة في التباين او التباين المشترك، يتم اخذ التحويل المناسب (Stabilizing Transformation)، ولكي تستقر البيانات فقد يكون بأخذ الجذر التربيعي او اللوغاريتم او غيرها. حيث يتم التوصل للتحويل المناسب اعتمادا على الحقيقة التي مفادها ان تباين السلسلة غير المستقرة والذي يأخذ الصيغة الآتية:

إن التحويل اللازم الذي يجعل تباين السلسلة مساويا لكمية ثابتة لا تعتمد على الزمن هو $T(X_t)$ ، وبكتابة هذا التحويل بصيغة سلسلة تيلر حول μ_t ، وعلى النحو الآتي:

$$T(X_t) = \pi(\mu_t) + t'(\mu_t)(X_t - \mu_t) \quad . . . (36)$$

وعليه فإن تباين $T(X_t)$ هو:

$$\text{Var} [T(X_t)] = [T'(\mu_t)]^2 \cdot cA(\mu_t) \quad . . . (37)$$

ولكي يكون تباين $T(X_t)$ ثابتا، ينبغي ان يختار التحويل $T(X_t)$ بالصيغة الآتية:

$$T'(\mu_t) = \frac{1}{\sqrt{f(\mu_t)}} \quad . . . (38)$$

وعليه فإن دالة التحويل تكون بالصيغة (39) الآتية:

$$T(\mu_t) = \int \frac{1}{\sqrt{f(\mu_t)}} d\mu_t \quad \dots (39)$$

وان التحويل المناسب يكون بالصيغة (40) الآتية:

$$T(\mu_x) = \int \frac{1}{\sqrt{\mu_t^4}} d\mu_t = \frac{1}{\mu_t} \quad \dots (40)$$

وقد استخدم الباحثان (Box & Cox) معامل التحويل (λ) بالاعتماد على المعادلة (41) الآتية:

$$T(Y_t) = Y_t^\lambda = \frac{Y_t^{\lambda-1}}{\lambda} \quad \dots (41)$$

حيث تكون قيمة ($-1 \leq \lambda \leq 1$)، ويتم إيجاد الاغلفة الطيفية ($\lambda(w)$) حسب المعادلة (34) لكافة التحويلات المقترحة ويتم اخذ التحويل الذي يعطي اعلى الاغلفة الطيفية وهو مقابل للتحويل الذي يعطي اعلى القيم الذاتية لدالة قدرة الطيف القياسية (Lee et al., 2013).

10. الجانب التطبيقي: تم تطبيق طريقة السلاسل الزمنية ثنائية المتغيرات لمقارنة المعايير المذكورة انفاً وتحديد رتبة نموذج (1) BAR. كما سيتم فحص دقة النموذج واستخدام الغلاف الطيفي لتحديد التحويل المناسب للبيانات عندما تكون البيانات غير مستقرة. تم الحصول على البيانات الخاصة بالبحث من مؤشرات الكهرباء لسنة 2022، هيئة الإحصاء ونظم المعلومات الجغرافية، الجهاز المركزي للإحصاء العراقي¹، حيث تمثل البيانات ثنائية المتغيرات الطاقة الكهربائية المستهلكة الشهرية لمدينة بغداد مقاسة بالميجاواط / ساعة والمتمثلة بالرمز (Z_{1t})، والمتغير الثاني هو حمل الذروة الشهري لمدينة بغداد والمقاس بالميجاواط والمتمثل بالرمز (Z_{2t}) للفترة من (2018 – 2022)، كما تم توظيف لغة (R) لاستخراج النتائج.

أ- التحليل في مجال الزمن: تم استخراج مصفوفة الارتباط الذاتي المتقاطع لسته ازاحات (Lags) وذلك لغرض تشخيص واختبار النموذج والنتائج مبينة في الجدول الآتي:

جدول (1) مصفوفات الارتباط الذاتي المتقاطع المزاح للعيننة.

¹ مؤشرات الكهرباء لسنة 2022، هيئة الإحصاء ونظم المعلومات الجغرافية، الجهاز المركزي للإحصاء العراقي. تقرير منشور على موقع الجهاز المركزي للإحصاء على الانترنت على الرابط التالي: <https://www.cosit.gov.iq/ar>

تحليل نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الاولى باستعمال اسلوب الغلاف الطيفي

$$Lag (1-3) \begin{bmatrix} 0.9136 & 0.8926 \\ 0.9107 & 0.9015 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.8439 & 0.8351 \\ 0.8544 & 0.8502 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.7934 & 0.7816 \\ 0.8019 & 0.7925 \end{bmatrix}$$

$$Lag (4-6) \begin{bmatrix} 0.8378 & 0.7167 \\ 0.7381 & 0.8214 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.8155 & 0.6997 \\ 0.7142 & 0.8016 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.8028 & 0.6716 \\ 0.6964 & 0.7371 \end{bmatrix}$$

تمثل القيم أعلاه ملخص هيكل الارتباطات اذ نلاحظ من الجدول (1) ان جميع القيم معنوية مما يدل على ان النموذج لا يمكن ان يكون نموذج اوساط متحركة من الدرجات الدنيا، وان القيم تمتلك خاصية التناقص. كما تم حساب مصفوفات الانحدار الذاتي الجزئي للعينه لسته ازاحات لغرض اختبار كون متجه السلاسل الزمنية يتبع نموذج انحدار ذاتي (AR)، والجدول (2) يوضح النتائج:

جدول (2) مصفوفات الانحدار الذاتي الجزئي للعينه.

$$Lag (1-3) \begin{bmatrix} 0.5207 & 0.3526 \\ 0.2869 & 0.5241 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.3092 & -0.2848 \\ 0.2023 & -0.1386 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.2069 & 0.1057 \\ -0.1239 & 0.2084 \end{bmatrix}$$

$$Lag (4-6) \begin{bmatrix} 0.0249 & 0.0482 \\ -0.0678 & 0.4241 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.0151 & 0.2682 \\ -0.0578 & 0.2887 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 0.1475 & 0.0128 \\ 0.0556 & 0.1301 \end{bmatrix}$$

ونلاحظ من جدول (2) ان مصفوفات الانحدار الذاتي الجزئية تقريبا انقطعت عند الازاحة (2) وعليه يمكن اعتبار النموذج نموذج انحدار ذاتي ثنائي المتغيرات من الدرجة الاولى (1) BAR. ثم نقوم بحساب مقدرات معاملات النموذج (1) BAR والمبين في الصيغة (16) الانفة الذكر، وقد تم تقدير مصفوفة المعالم ($\hat{\Phi}$) حيث ان:

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} 1.2 & -0.06 \\ 0.5 & 0.06 \end{bmatrix} , \text{ eigen values} = [0.754 \quad 0.507]$$

ونلاحظ ان القيم الذاتية (eigen values) كانت اقل من 1، مما يدل على ان النموذج مستقر. وللتأكد من ملاءمة النموذج للبيانات قيد الدراسة، تم تقدير معاملات لنماذج (1) BAR و(2) BAR و(3) BAR ثم حساب المعايير المقارنة لكل نموذج وكانت النتائج كما في الجدول (3) الاتي:

جدول (3) يوضح قيم معايير المقارنة لتحديد الرتبة للنماذج الثلاثة.

النموذج الافضل	BAR (3)	BAR (2)	BAR (1)	المعايير
BAR (1)	3235.406	1370.498	1262.309	AIC
BAR (1)	3244.719	1395.124	1302.248	SIC
BAR (1)	3111.718	1302.372	1274.323	AIC _c

المصدر: من عمل الباحث بالاعتماد على مخرجات برنامج (R).

من الجدول (3) نلاحظ ان جميع معايير المقارنة حددت صحة النموذج (1) BAR، وذلك لكون المعيار يمتلك اقل قيمة عند النموذج الاول (1) BAR.

ب- التحليل في مجال التكرار: تم حساب غلاف قدره الطيف للمتغيرين استهلاك الطاقة الكهربائية وكذلك حمل الذروة لمختلف التحويلات التي تم التطرق لها في الدراسة، وقد كانت النتائج كما في الجدول (4) الاتي:
جدول (4) يبين الغلاف الطيفي لاستهلاك الطاقة الكهربائية والتحويل المناسب.

ξ_{1t}	$1/\xi_{1t}$	$\sqrt{\xi_{1t}}$	$\text{Log } \xi_{1t}$	التكرار w
173.4652	173.4680	173.4688	173.4703	0.02
184.3067	184.3096	184.3106	184.3120	0.04
184.9844	184.9872	184.9882	184.9896	0.06
185.0267	185.0295	185.0306	185.0320	0.08
185.0294	185.0321	185.0332	185.0345	0.10
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.12
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.14
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.16
185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.18
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.20
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.22
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.24
185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.26
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.28
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.30
185.0295	185.0322	185.0333	185.0347	0.32
185.0295	185.0322	185.0333	185.0347	0.34
185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.36
185.0295	185.0323	185.0334	185.0348	0.38

تحليل نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الاولى باستعمال اسلوب الغلاف الطيفي

185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.40
185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.42
185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.44
185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.46
185.0296	185.0323	185.0334	185.0348	0.48
185.0294	185.0321	185.0334	185.0349	0.50

المصدر: من عمل الباحث بالاعتماد على مخرجات برنامج (R).

من جدول (4) نلاحظ ان تكون الاغلفة الطيفية للبيانات متشابهة من حيث الشكل، وان هناك اختلاف من ناحية الارتفاع لتبلغ القمة عند تردد ($\hat{W} = 0.12$) وتستمر عند هذا الارتفاع تقريبا. كما نلاحظ انه لا توجد قمة مهيمنة حيث تكون جميع النقاط متقاربة. ان اخذ الجذر التربيعي للبيانات يكون التحويل المناسب للمتغير (ξ_{1t}) والذي يمثل استهلاك الطاقة الكهربائية، حيث تعطى أكبر قدر من المعلومات وان البيانات تكون مستقرة. ولاختبار معنوية الاختلافات يتم استخدام أحد الاختبارات اللامعلمية ومنها اختبار فريدمان، وكانت النتائج كما في الجدول (5) التالي:

جدول (5) اختبار فريدمان للتحويلات الخاصة باستهلاك الطاقة الكهربائية

القيم	المؤشرات الاحصائية	متوسط الرتبة	المتغيرات
		2.99	$\text{Log } \xi_{1t}$
50.72	قيمة احصاءه الاختبار	4.01	$\sqrt{\xi_{1t}}$
3	درجة الحرية	2.03	$1/\xi_{1t}$
0.001	مستوى المعنوية	1.02	ξ_{1t}

المصدر: من عمل الباحث بالاعتماد على مخرجات برنامج (R).

تشير نتائج الجدول الى وجود الفروقات معنوية حيث بلغت قيمة اختبار فريدمان (50.72) وبمستوى معنوية اقل من (0.01)، كما نلاحظ ان أكبر معدل إشارات يقابل الجذر التربيعي للبيانات حيث بلغت قيمة متوسط الرتبة (4.01). ويبين الجدول (6) التالي الغلاف الطيفي لمتغير حمل الذروة والتحويلات المقابلة.

جدول (6) يبين الغلاف الطيفي لحمل الذروة والتحويلات المقابلة.

ξ_{2t}	$1/\xi_{2t}$	$\sqrt{\xi_{2t}}$	$\text{Log } \xi_{2t}$	التكرار w
------------	--------------	-------------------	------------------------	-----------

256.9272	256.9297	256.9327	256.9322	0.02
272.9851	272.9878	272.9909	272.9895	0.04
273.9888	273.9927	273.9946	173.9931	0.06
274.0515	274.0554	274.0573	274.0560	0.08
274.0554	274.0594	274.0613	274.0600	0.10
274.0557	274.0597	274.0613	274.0591	0.12
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.14
274.0556	274.0596	274.0614	274.0590	0.16
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.18
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.20
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.22
274.0556	274.0597	274.0615	274.0591	0.24
274.0556	274.0597	274.0615	274.0591	0.26
274.0556	274.0597	274.0615	274.0591	0.28
274.0556	274.0596	274.0614	274.0590	0.30
274.0556	274.0596	274.0614	274.0590	0.32
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.34
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.36
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.38
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.40
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.42
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.44
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.46
274.0557	274.0597	274.0615	274.0591	0.48
274.0559	274.0598	274.0618	274.0592	0.50

المصدر: من عمل الباحث بالاعتماد على مخرجات برنامج (R).

تحليل نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الاولى باستعمال اسلوب الغلاف الطيفي

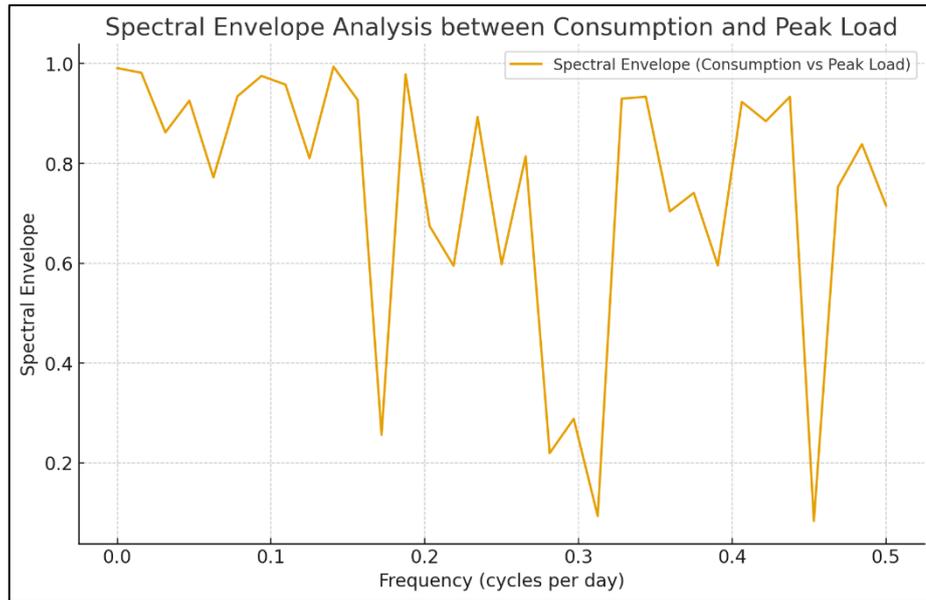
من جدول (6) نلاحظ ان تكون الاغلفة الطيفية للبيانات متشابهة، وان هناك اختلاف من ناحية الارتفاع لتبلغ القمة عند تردد ($\hat{W} = 0.12$) وتستمر عند هذا الارتفاع تقريبا. كما نلاحظ عدم وجود قمة مهيمنة حيث تكون جميع النقاط متقاربة. ولاختبار معنوية الاختلافات يتم استخدام اختبار فريدمان، وكانت النتائج كما في الجدول (7) التالي:

جدول (7) اختبار فريدمان للتحويلات الخاصة باستهلاك الطاقة الكهربائية.

القيم	المؤشرات الاحصائية	متوسط الرتبة	المتغيرات
		2.23	$\text{Log } \xi_{2t}$
47.20	قيمة احصاءه الاختبار	4.07	$\sqrt{\xi_{2t}}$
3	درجة الحرية	2.80	$1/\xi_{2t}$
0.001	مستوى المعنوية	1.05	ξ_{2t}

المصدر: من عمل الباحث بالاعتماد على مخرجات برنامج (R).

تشير نتائج الجدول (7) الى وجود الفروقات معنوية حيث بلغت قيمة اختبار فريدمان (47.20) وبمستوى معنوية اقل من (0.01)، كما نلاحظ ان أكبر معدل إشارات يقابل الجذر التربيعي للبيانات حيث بلغت قيمة متوسط الرتبة (4.07). ويوضح الشكل (1) التالي رسم الغلاف الطيفي (Spectral Envelope) بين الاستهلاك الكهربائي والحمل الأقصى.



شكل (1) يوضح الغلاف الطيفي بين الاستهلاك الكهربائي والحمل الأقصى

11. الاستنتاجات:

- بناء على سلوك مصفوفات الارتباط الذاتي الجزئي ومصفوفات الانحدار الذاتي الجزئي للعينة والتي انقطعت قيمها عند الازاحة الثانية، يمكن ان نستنتج النموذج الملائم لتمثيل البيانات هو نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الأولى (1) BAR.

- نستنتج ان الاغلفة الطيفية متشابهة عندما تكون لنفس البيانات على اختلاف التحويلات المقترحة من حيث الشكل ومواقع الارتفاع والقمة. وأن أخذ الجذر التربيعي للبيانات كتحويل هو اسلوب مناسب للمتغيرين استهلاك الطاقة وحمل الذروة.

- ان جميع معايير المقارنة حددت ملاءمة النموذج (1) BAR للبيانات قيد الدراسة، وذلك لكون المعيار يمتلك اقل قيمة عند النموذج الاول (1) BAR.

12. التوصيات:

نوصي باعتماد طريقة الغلاف الطيفي كأسلوب منهجي وموضوعي لتحديد نوع التحويل المناسب للسلاسل الزمنية، بدلاً من الاعتماد على الخبرة الشخصية أو اتخاذ قرارات عشوائية لا تستند إلى أسس علمية دقيقة. حيث تُظهر هذه الطريقة قدرة واضحة على كشف الخصائص التكرارية الكامنة في البيانات، مما يُسهّم في الاختيار المدروس للتحويل الأنسب الذي يُساعد على استقرار السلسلة ويُهيئها لنمذجة إحصائية أكثر فعالية ودقة.

في قطاع الطاقة، نوصي باستخدام النتائج للتنبؤ باستهلاك الكهرباء والحمل الأقصى على المدى القصير والمتوسط، مما يساعد أقسام التخطيط على تحسين إدارة موارد الكهرباء. كما نوصي الباحثين على استخدام لغة (R) لتطبيق النماذج، لكونها بيئة مفتوحة المصدر توفر مكتبات قوية للتحليل الطيفي.

References:

1. Akaike, H. (1998). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In *Selected papers of hirotugu akaike* (pp. 199-213). New York, NY: Springer New York.
2. Box, G. (2013). Box and Jenkins: time series analysis, forecasting and control. In *A Very British Affair: Six Britons and the Development of Time Series Analysis During the 20th Century* (pp. 161-215). London: Palgrave Macmillan UK.

3. Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons.
4. Dürre, A., Fried, R., & Liboschik, T. (2015). Robust estimation of (partial) autocorrelation. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 7(3), 205-222.
5. Elorrieta, F., Eyheramendy, S., Palma, W., & Ojeda, C. (2021). A novel bivariate autoregressive model for predicting and forecasting irregularly observed time series. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 505(1), 1105-1116.
6. Grain, J., Tristram, M., & Stompor, R. (2009). Polarized CMB power spectrum estimation using the pure pseudo-cross-spectrum approach. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 79(12), 123515.
7. Hamilton, J. D. (2020). *Time series analysis*. Princeton university press.
8. Hurvich, C. M., & Tsai, C. L. (1993). A corrected Akaike information criterion for vector autoregressive model selection. *Journal of time series analysis*, 14(3), 271-279.
9. Jiang, H., Choudhury, M. A. A. S., & Shah, S. L. (2007). Spectral analysis for categorical time series: scaling and spectral envelope. *Journal of Process Control*, 17, 143-155.
10. Jones, R. H. (2019). Time series analysis—Time domain. In *Probability, statistics, and decision making in the atmospheric sciences* (pp. 223-259). CRC Press.
11. Sims, C. A. (1980). *Macroeconomics and Reality*. *Econometrica*, 48(1), 1–48.
12. Lee, M. H., Sadaei, H. J., & Suhartono. (2013). Improving TAIEX forecasting using fuzzy time series with Box–Cox power transformation. *Journal of Applied Statistics*, 40(11), 2407-2422.
13. Li, Z., Cai, R., Fu, T. Z., Hao, Z., & Zhang, K. (2023). Transferable time-series forecasting under causal conditional shift. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 46(4), 1932-1949.
14. Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer.
15. Monti, A. C. (1994). A proposal for a residual autocorrelation test in linear models. *Biometrika*, 81(4), 776-780.

16. Neath, A. A., & Cavanaugh, J. E. (2012). The Bayesian information criterion: background, derivation, and applications. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 4(2), 199-203.
17. Nielsen, B. (2006). Order determination in general vector autoregressions. Lecture Notes-Monograph Series, 93-112.
18. Rubiola, E., & Vernotte, F. (2010). The cross-spectrum experimental method. *arXiv preprint arXiv:1003.0113*.
19. Thanoon, B. Y. (2002), "A New Technique for the Analysis of Image Texture by Using the Spectral Envelope".
20. Tiao, G. C., & Box, G. E. (1981). Modeling multiple time series with applications. *Journal of the American Statistical Association*, 76(376), 802-816.
21. Wei, W. W. (2019). *Multivariate time series analysis and applications*. John Wiley & Sons.
22. Whittle, P. (1963). On the fitting of multivariate autoregressions, and the approximate canonical factorization of a spectral density matrix. *Biometrika*, 50(1-2), 129-134.
23. Zellner, A. (1959). *The Analysis of Multiple Time-Series*.